

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине
«Б.1.2.9 Основы кибернетики»
направления подготовки
«01.03.02 "Прикладная математика и информатика"»
квалификация (степень) «бакалавр»»
Профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика»

Одобрено
редакционно-издательским советом
Саратовского государственного
технического университета

Саратов 2015

ВВЕДЕНИЕ

В исследовании многомерных управляемых систем широкое использование получил метод пространства состояний. Пространство состояний - это метрическое пространство, каждый элемент которого полностью определяет состояние рассматриваемой системы (процесса).

Состояние динамической системы описывается совокупностью физических переменных, характеризующих поведение системы в будущем, при условии, если известно состояние в исходный момент времени и известно приложенное к системе воздействие.

Практические занятия имеют своей целью систематизацию, закрепление и расширение теоретических знаний, получение практических навыков при решении конкретных технических задач; развитие навыков самостоятельной работы с технической литературой в ходе расчета.

Задачи, рассматриваемые в методических указаниях, соответствуют рекомендациям программы изучения дисциплины, призваны способствовать лучшему усвоению теоретического материала, изучаемого в соответствующем разделе.

В начале рассматриваются решенные задачи, а затем приводятся задачи для самостоятельной работы.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Рассмотрим линейную модель системы в пространстве состояний

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + Mf & x \in R^n, u \in R^m, f \in R^\mu, \\ y &= Cx + Dw & y \in R^r, w \in R^v,\end{aligned}\tag{1}$$

где x - вектор состояния системы, u - вектор управляющих воздействий, f - вектор внешних возмущений, y - вектор измеряемых переменных - выход системы, w - вектор помех измерения.

1.1. Управляемость

Определение 1. Система (1) управляема тогда и только тогда, когда пара (A, B) невырождена.

Определение 2. Пара (A, B) называется невырожденной (управляемой) парой, если ранг матрицы

$$U = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}\tag{2}$$

равен n :

$$\text{rank} U = n\tag{3}$$

Матрица U называется матрицей управляемости.

Выбор управления в форме функции от состояния и момента времени называется синтезом управления:

$$u = \varphi(x, t)\tag{4}$$

Функция $\varphi(x, t)$, в принципе, может быть нелинейной по x .

В данной работе ограничимся случаем *статической обратной связи по состоянию*:

$$u = Kx, \quad (5)$$

где *матрица усиления* $K \in R^{m \times n}$ не зависит от t . Оказывается, во многих задачах управления такого типа обеспечивают наилучшее значение критерия оптимальности в классе любых управлений, т.е. переход к нелинейным нестационарным обратным связям не улучшает критерия качества.

Состояние системы не всегда доступно измерению.

Попытка построить закон управления в форме *статической линейной обратной связи по выходу*

$$u = Ky, \quad (6)$$

где $K \in R^{m \times r}$, как правило, бывает неудовлетворительной. Обычно систему даже не удастся сделать устойчивой с помощью управления такого вида.

Поэтому поступают иначе. Например, в простейшей ситуации без внешних возмущений

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (7)$$

управление ищется в виде, аналогичном обратной связи по состоянию

$$u = K\hat{x}, \quad (8)$$

но теперь вместо неизвестного состояния x используется его оценка \hat{x} по наблюдаемым значениям выхода системы.

1.2. Наблюдаемость

Определение 3. Система (7) называется *ненаблюдаемой*, если разным траекториям могут отвечать одинаковые выходы системы, т.е. найдутся такие $x_0 \neq x'_0$, так, что для соответствующих траекторий x, x' и выходов y, y' будет $y \equiv y'$. В противном случае система называется *наблюдаемой*.

Определение 4. Система (7) *наблюдаема* тогда и только тогда, когда ранг *матрицы наблюдаемости*

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

равен n :

$$\text{rank} V = n \quad (10)$$

В этом случае пара (A, C) называется *наблюдаемой парой*.

Для оценивания состояния системы используют построение *наблюдателя*:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + F(y - C\hat{x}). \quad (11)$$

1.3. Устойчивость

Одной из задач управления является обеспечение устойчивости системы.

Линейная непрерывная система

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in R^n \quad (12)$$

где $A \in R^{n \times n}$ - матрица, не зависящая от t , называется *устойчивой*, если $x(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$ для любого $x(0)$.

Для устойчивости системы (12) необходимо и достаточно, чтобы все *собственные значения* λ_i матрицы A *лежали в левой полуплоскости*:

$$\operatorname{Re} \lambda_i < 0, \quad i = \overline{1, n} \quad (13)$$

Матрица A , удовлетворяющая условиям (13) называется *устойчивой* или *гурвицевой*. Соответственно, собственное значение с отрицательной вещественной частью называется *устойчивым*.

2. МЕТОДИКА РАБОТЫ

1. На входном языке пакета Matlab разработать программу для генерации системы вида (7), т.е. формирования матриц A, B, C , размерности которых n, m, r заданы преподавателем. При генерации случайных чисел для заполнения элементов матриц системы использовать функцию *rand*.

2. Для сгенерированной в п.1 системы (7) выполнить исследование управляемости. Для этого построить матрицу управляемости (2) и определить её ранг. Проверить выполнение условия (3).

3. Для сгенерированной в п.1 системы (7) выполнить исследование наблюдаемости. Для этого построить матрицу наблюдаемости (9) и определить её ранг. Проверить выполнение условия (10).

4. Для сгенерированной в п.1 системы (7) выполнить исследование устойчивости, т.е. определить собственные значения матрицы состояний A и проверить выполнение условия (13).

5. Проанализировать и объяснить полученные результаты.

6. Оформить отчет.

3. ЗАДАНИЯ

Занятие предусматривает исследование свойств управляемости, наблюдаемости и устойчивости для систем вида (7) со случайными значениями элементов матриц A, B, C , индивидуальные варианты значений размерностей которых n, m, r приведены в таблице 1.

4. ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Таблица 1

Варианты значений размерностей n , m , r системы вида (7)

Вариант	n	m	r	Вариант	n	m	r
1	3	1	2	16	5	2	3
2	3	2	1	17	5	3	3
3	3	2	2	18	5	4	1
4	4	1	2	19	5	1	4
5	4	2	1	20	5	4	2
6	4	3	1	21	5	2	4
7	4	1	3	22	5	4	3
8	4	2	3	23	5	3	4
9	4	3	2	24	5	4	4
10	4	3	3	25	6	1	2
11	5	1	2	26	6	2	1
12	5	2	1	27	6	3	1
13	5	3	1	28	6	3	2
14	5	1	3	29	6	2	4
15	5	3	2	30	6	4	3

ОТЧЕТ ПО РАБОТЕ

Отчет по работе включает:

1. Цель работы.
2. Постановка задачи.
3. Ход выполнения работы.
4. Полученные результаты.
5. Выводы

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Абдуллаев Н.Д. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов / Н.Д. Абдуллаев, Ю.П. Петров. – Л.: Энергоатомиздат, 1985.
2. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы /А.Г. Александров. – М.: Высшая школа, 1989.
3. Воронов А.А. Основы автоматического регулирования и управления / А.А. Воронов, В.К. Титов, Б.Н. Новограмов. – М.: Высшая школа, 1977.
4. Гноенский Л.С. Математические основы теории управляемых систем / Л.С. Гноенский, Г.А. Каменский, Л.Э. Эльсгольц. – М.: Наука, 1969.
5. Олейников В.А. Основы оптимального и экстремального управления / В.А. Олейников, Н.С. Зотов, А.М. Пришвин. – М.: Наука, 1969.
6. Сборник задач по теории автоматического регулирования / под ред. В.А. Бесекерского. – М.: Наука, 1970.
7. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987.
8. Тимофеев Ю.К. Вариационное исчисление в оптимальном управлении: учеб. пособие / Ю.К. Тимофеев. – Саратов: СГТУ, 2003.
9. Теория автоматического управления: в 2 ч. / под ред. А.А. Воронова. – М.: Высшая школа, 1986. – Ч.2.
10. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. – М.: Наука, 1965.

Дополнительная

1. Алексеев В.М. Сборник задач по оптимизации / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. – М.: Наука, 1984.
2. Ванько В.И. Вариационное исчисление и оптимальное управление: учебник для вузов / В.И. Ванько, О.В. Ермошина, Г.Н. Кувыркин; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.
3. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002.
4. Куропаткин П.В. Оптимальные и адаптивные системы / П.В. Куропаткин. – М.: Высшая школа, 1980.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине
«Б.1.2.9 Основы кибернетики»
направления подготовки
«01.03.02 "Прикладная математика и информатика"»
квалификация (степень) «бакалавр»»
Профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика»

Составил: СТЕПАНОВ Михаил Федорович
Рецензент Ю.К. Тимофеев
Редактор

Подписано в печать

Бум. тип.

Тираж 100 экз.

Усл. печ.л. 1,16 (1,25)

Заказ

Формат 60x84 1/16

Уч.-изд.л. 1,1

Бесплатно

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.

410054, Саратов, Политехническая ул. 77

Отпечатано в РИЦ СГТУ имени Гагарина Ю.А. 410054, Саратов, Политехническая ул. 77