

# 1 Design filtre Butterworth

Équation de filtre passe-bas Butterworth d'ordre 1 :

$$H(s) = \frac{1}{s+1} \quad (1)$$

Pour passer d'un filtre passe-bas a passe-bande (Transformation frequentielle) :

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^2+w_a w_b}{(w_b-w_a)*s} + 1} \quad (2)$$

Gauchissement des frequences a la frequence 500Hz :

Frequence a la borne inferieure : 393

Frequence a la borne superieure : 607

$$fe = 8000 \quad (3)$$

$$T_e = 1/fe \quad (4)$$

$$\theta_a = 2\pi(393/fe) \quad (5)$$

$$\theta_b = 2\pi(607/fe) \quad (6)$$

$$w_a = \frac{2}{T_e} \tan(\theta_a/2) \quad (7)$$

$$w_b = \frac{2}{T_e} \tan(\theta_b/2) \quad (8)$$

Transformation bilineaire :

$$H(z) = \frac{1}{\frac{\frac{4}{T_e^2}(\frac{z-1}{z+1})^2 + w_a w_b}{(w_b-w_a)\frac{2}{T_e}(\frac{z-1}{z+1})} + 1} \quad (9)$$

$$H(z) = \frac{(w_b - w_a) \frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1}}{\frac{4}{T_e^2} \frac{z^2-2z+1}{(z+1)(z+1)} + w_a w_b + (w_b - w_a) \frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1}} \quad (10)$$

Après multiples simplifications...

$$H(z) = \frac{z^2 \left( \frac{2(w_b-w_a)}{T_e} \right) - \frac{2(w_b-w_a)}{T_e}}{z^2 \left( \frac{4}{T_e^2} + w_b w_a + \frac{2(w_b-w_a)}{T_e} \right) + z \left( \frac{8}{T_e^2} + 2w_a w_b \right) + \frac{4}{T_e^2} + w_b w_a - \frac{2(w_b-w_a)}{T_e}} \quad (11)$$

On peut maintenant extraire ces polynomes dans Matlab pour faire un freqz() et comparer le resultat au freqs() du H(s) Butterworth original.