①完全多重共线性的后果

1) 参数的估计值不确定

由 $Y = \hat{\beta}X + e$

$\Rightarrow \quad X'Y = X'X\hat{\beta} + X'e$ → 最小二乘原理就是这个为0.

$$\hat{\beta} = \frac{X'Y - X'e}{X'X} \quad (X'e = 0) \quad = \frac{X'Y}{X'X}$$

所以就有

$$\hat{\beta}_2 = \frac{(\sum y_i x_{2i})(\sum x_{3i})^2 - (\sum y_i x_{3i})(\sum x_{2i} x_{3i})}{\sum x_{2i}^2 \sum x_{3i}^2 - (\sum x_{2i} \sum x_{3i})^2} = 0$$

$$\hat{\beta}_3 = \frac{(\sum y_i \sum x_{3i})(\sum x_{2i}^2) - (\sum y_i x_{2i})(\sum x_{2i} x_{3i})}{\sum x_{2i}^2 \sum x_{3i}^2 - (\sum x_{2i} \sum x_{3i})^2} = 0$$

所以不确定

假定 $X_{2i} = \lambda X_{3i}$

2) 参数估计方差无限大

首先要知道 OLS 估计参数的方差

$$Var - Cov(\hat{\beta}) = \sigma^2 (X'X)^{-1}$$

$$Var(\hat{\beta}_2) = \frac{\sum x_3^2}{(\sum x_2^2)(\sum x_3^2) - (\sum x_2 x_3)^2} \sigma^2 = +\infty$$

$$Var(\hat{\beta}_3)=\frac{\sum x_2^2}{(\sum x_2^2)(\sum x_3^2)-(\sum x_2 x_3)^2}\sigma^2=+\infty.$$

假定 $X_{2i}=\lambda X_{3i}$

② 多重共线性的检验

1) 简单相关系数检验法

>0.8. 较严重

2) 方差扩大(膨胀)因子法

$VIF=\frac{1}{1-R_j^2}$ 越近 1，越弱，$VIF\geq10$ 严重的多重共线性

3) 直观判断法

4) 逐步回归检测法

一个一个加入然后去试

③ 补救的经验方法

1) 剔除变量法

2) 增大样本容量

3) 变换模型的形式

4) 利用非样本先验信息

5) 横截面与时序数据并用

6) 变量转换

④ 逐步回归法