①自相关是指总体回归模形的随机误差项u_i之间存在相关关系。

首先知道：

$$Cov(u_i,u_j)=E[u_i-E(u_j)][u_j-E(u_j)]$$
$$=E(u_iu_j)=0.$$

自相关程度：

$$\rho=\frac{\sum_{t=2}^{n}u_tu_{t-2}}{\sqrt{\sum_{t=2}^{n}u_t^2}\sqrt{\sum_{t=2}^{n}u_{t-1}^2}}$$

u_{t-1}是u_t滞后一期的随机误差项。

ρ取值为 $-1\le\rho\le1$，<0负相关反之正相关。

$\rho=0$不相关。

②产生原因： (没看)

1) 经济系统的惯性。
2) 经济活动的滞后效应。
3) 数据处理造成的相关。
4) 蛛网现象。
5) 模型设定偏误。

③ DW检验法

1) 前提条件：

① 解释变量非随机

② 随机误差项是一阶自回归形式： $u_t = \rho u_{t-1} + v_t$

③ 解释变量不含滞后的被解释变量。

④ 有常数项

⑤ 数据无缺失。

2) 步骤：

1° $H_0: \rho = 0 \quad H_1: \rho \neq 0$

2° 计算 $e_t = Y - \hat{Y}$, $t = 1, 2, \cdots, n$.

3° 定义 $DW = \dfrac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} = \dfrac{\sum_{t=2}^{n} e_t^2 + \sum_{t=2}^{n} e_{t-1}^2 - 2\sum_{t=2}^{n} e_t e_{t-1}}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$

如果认为 $\sum_{t=2}^{n} e_t^2 \approx \sum_{t=2}^{n} e_{t-1}^2 \approx \sum_{t=1}^{n} e_t^2$

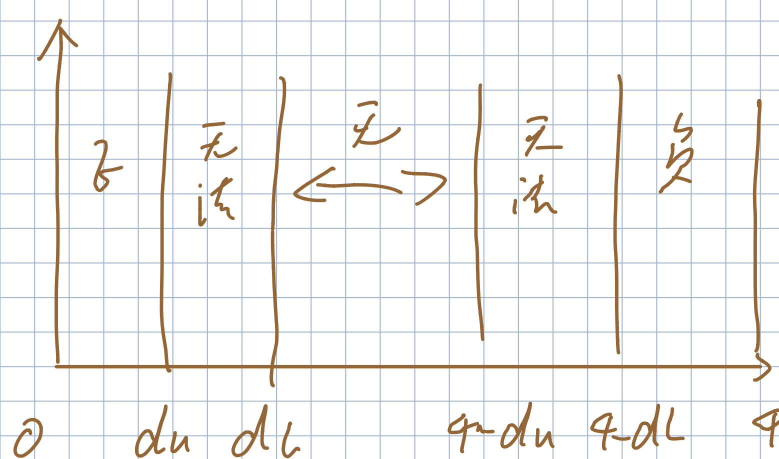
有 $DW \approx 2\left(1-\frac{\sum_{t=2}^{n} e_t e_{t-1}}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}\right)$

$$\hat{\rho} \approx \frac{\sum_{t=2}^{n} e_t e_{t-1}}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$

即 $DW \approx 2(1-\hat{\rho})$

$DW = 0 \le DW \le 4$

给样本容量 n 和解释变量的数目 k'(不包括常数)



④ LM检验（Breusch-Godfrey 检验）

线性回归模型：

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \cdots + \beta_k X_{kt} + u_t \quad (6.27)$$

$u_t \sim N(0, \sigma^2)$，同时 u_t 服从 p 阶自回归

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + v_t$$

设 $H_0 = \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_p = 0$

步骤：

① OLS估计原模型，得到残差 e_t。

② 用残差 e_t 对解释变量 X 及 e_{t-i} 作辅助回归，

$$e_t = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2t} + \alpha_3 X_{3t} + \cdots + \alpha_k X_{kt} + \hat{\rho}_1 e_{t-1} + \hat{\rho}_2 e_{t-2} + \cdots + \hat{\rho}_p e_{t-p} + v_t$$

③ 计算 R^2，构建 $LM = TR^2$，有

$$LM = \underset{n}{T}R^2 \sim \chi^2_{\underbrace{p}_{u_t\text{自回归的阶数}}}$$

$n \cdot R^2 \sim \chi^2_p$ 分布

若 $TR^2 > \chi^2_\alpha(p)$

自相关的补救

∵ u_t 不可观测

∴ 假定 u_t 为一阶自回归

$$u_t=\rho u_{t-1}+v_t$$

$$V_t = u_t - \rho u_{t-1}$$

$$= (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_t) - \rho(Y_{t-1} - \beta_1 - \beta_2 X_{t-1})$$

$$= (Y_t - \rho Y_{t-1}) - \beta_1(1-\rho) - \beta_2(X_t - \rho X_{t-1})$$

则

$$Y_t - \rho Y_{t-1} = \beta_1(1-\rho) + \beta_2(X_t - \rho X_{t-1}) + v_t$$

$$\Rightarrow Y_t^* = \beta_1^* + \beta_2^* X_t + V_t$$