

# 1 Curvas Parametrizadas

De modo geral, podemos descrever uma curva plana por uma parametrização:

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t)) \quad \text{onde } x(t) \text{ e } y(t) \text{ são funções da variável } t.$$

Exemplo:

$$y = 2x \quad \rightarrow \quad \vec{r}(t) = (t, 2t)$$

## 1.1 Vetor Tangente

O vetor tangente à curva  $\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$  em um ponto  $(x(t_\lambda), y(t_\lambda))$  é:

$$\vec{v}(t_\lambda) = \vec{x}'(t_\lambda)\vec{i} + \vec{y}'(t_\lambda)\vec{j}$$

Denota-se  $\vec{r}'(t_\lambda)$ .

Exemplo:

Vetor tangente à curva  $\vec{r}(t) = (t, 2t)$  no ponto  $(3, 6)$ :

$$(3, 6) \Rightarrow t_\lambda = 3$$

$$\vec{x}'(t) = 1$$

$$\vec{y}'(t) = 2$$

$$\therefore$$

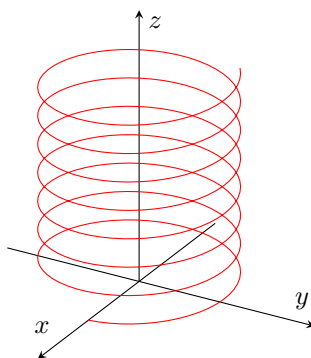
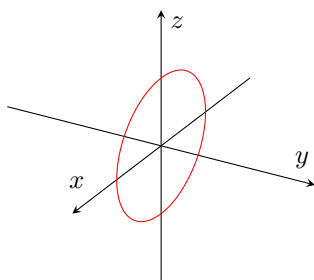
$$\vec{v}'(3) = \vec{i} + 2\vec{j}$$

O respectivo vale para curvas no espaço.

## 1.2 Gráficos

$$\vec{r}(t) = (\cos t, 0, \sin t)$$

$$\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$$



## 1.3 Comprimento de Curvas

—graph here—

Comprimento:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_i \sqrt{\left(\frac{x(t_{i+1}) - x(t)}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{y(t_{i+1}) - y(t)}{\Delta t}\right)^2} \cdot \Delta t = \int_a^b \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} \cdot dt$$

—example circle here—

## 2 Coordenadas Polares

—graph here—

$$P = (r, \theta)_{polar}$$

Exemplo: Se  $P = (3, \frac{\pi}{4})_{polar}$

—example graph here—

Convenções:

- $\theta > 0$  se medido, a partir do eixo polar, no sentido anti-horário.
- $\theta < 0$  se medido, a partir do eixo polar, no sentido horário.
- $(-r, \theta)_{polar} = (r, \theta - \pi)_{polar}$

—example graph here—

- $\forall \theta : (0, \theta)_{polar} = 0$

### 2.1 Relação Entre Sistemas de Coordenadas

—graph here—

$$\forall r, \theta : (r, \theta)_{polar} = (r \cdot \cos \theta, r \cdot \sin \theta)_{ret}$$

$$\forall x, y : (x, y)_{ret} = \left( \sqrt{x^2 + y^2}, \arctan \frac{y}{x} \right)_{ret}$$

### 2.2 Curvas Polares

Uma curva polar é definida por uma equação entre as coordenadas polares dos pontos da curva (equação polar).

Exemplos:  $r^2 + e^{r\theta} = 0$

$$0 \cdot \theta + r - 25 = 0 \Rightarrow r = 25$$

—circle graph here—

$$\theta + \frac{\pi}{6} = 0 \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{6}$$

—line graph here—

$$r = \cos(2\theta)$$

