

LISTA DE EXERCÍCIOS

LISTA 0 - PARTE 1/2

(CONCEITOS FUNDAMENTAIS: TERMINOLOGIA, TÉCNICAS DE PROVA, ENUMERABILIDADE)

Leitura necessária:

- *Introdução à Teoria da Computação, 2ª Edição* (Michael Sipser):
 - Capítulo 0.1: *Autômatos, Computabilidade e Complexidade*
 - Capítulo 0.2: *Noções e Terminologia Matemáticas*
 - Capítulo 0.3: *Definições, Teoremas e Provas*
 - Capítulo 0.4: *Tipos de Prova*
- *Material suplementar:*
 - Conjunto de slides: *Aula 0.1 - Terminologia, Técnicas de Prova, Enumerabilidade.*

Revisão.

1. Responda formalmente às seguintes perguntas:
 - (a) O que é um *conjunto enumerável*?
 - (b) Dê dois exemplos de conjuntos infinitos que sejam enumeráveis, e dois exemplos de conjuntos infinitos que não sejam enumeráveis.

Exercícios.

2. (Sipser 0.7) Para cada item, dê uma relação que satisfaça as seguintes condições.
 - a) Reflexiva e simétrica, mas não transitiva.
 - b) Reflexiva e transitiva, mas não simétrica.
 - c) Simétrica e transitiva, mas não reflexiva.
3. Use uma prova direta para mostrar que o produto de dois números ímpares é ímpar.
4. Use uma prova por contradição para mostrar que a soma de um número irracional e um número racional é irracional.
5. Demonstre que $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$, para $n \geq 1$. Use indução matemática.
6. Demonstre que 5 divide $n^5 - n$ sempre que n é um inteiro não-negativo. Use indução matemática.
7. Determine se cada um dos conjuntos abaixo é enumerável ou não. Para aqueles enumeráveis, exiba uma enumeração mostrando os 10 primeiros elementos.
 - (a) os inteiros maiores do que 10;
 - (b) os inteiros ímpares negativos;
 - (c) os números reais entre 0 e 2;
 - (d) os inteiros múltiplos de 10.

8. Dê um exemplo de dois conjuntos não-enumeráveis A e B tais que $A \cap B$ seja:
- (a) Finito.
 - (b) Infinito enumerável.
 - (c) Não-enumerável.
9. Mostre que o conjunto $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ é enumerável.