$$= 2,8 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{z} e^{-1,5z} z \, dz = 0,0896\pi \; [A]$$

da cui $H = \hat{\phi} \dfrac{I}{2\pi z} = \hat{\phi} \dfrac{0,0896 \cancel{\pi}}{2 \cancel{\pi} z} = \hat{\phi}\, 0,22 \; [A/m]$

## Esercizio

Supponiamo di avere l'espressione istantanea di un campo $\underline{h}(z,t) = \hat{y}\, 30 \cos(\omega t - kz)$ direzione di propagazione

e la sua frequenza è $f = 950$ MHz con $\varepsilon_r = 3$ e $\mu_0$. Calcolare $k$, $\omega$ e $v_p$.

Ricorda che nei mezzi non magnetici, $\mu_r = 1$

Poiché $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \cdot 950 \cdot 10^6 = 5,96 \cdot 10^9 \; [rad/s]$

Poiché $v_p = \lambda \cdot f = \dfrac{\omega}{k}$ e $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ allora $k = 5,96 \cdot 10^9 \sqrt{3\varepsilon_0\mu_0} = 5,96 \cdot 10^9 \sqrt{3(8,854 \cdot 10^{-12})(4\pi \cdot 10^{-7})} =$

$= 34,48 \; [rad/m]$

perciò $v_p = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{5,96 \cdot 10^9}{34,48} = 1,73 \cdot 10^8 \; [m/s]$

Possiamo dunque riscrivere il campo come $\underline{h}(z,t) = \hat{y}\, 30 \cos(5,96 \cdot 10^9 t - 34,48 z)$

## Esercizio

Supponiamo di avere l'espressione istantanea di un campo $\underline{e}(z,t) = \hat{x}\, 50 \cdot 10^{-3} \cos(10^9 t - 5z)$.

Calcolare $v_p$, $\lambda$ e $\varepsilon_r$.

Ricordando che $u(z,t) = A \cos(\omega t - kz)$ allora ho che

- $A = 50 \cdot 10^{-3}$
- $\omega = 10^9$
- $k = 5$

* in più

Ricordando che $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$ ho che $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{10^9}{2\pi} = 0,15 \cdot 10^9 \; [Hz] = 159 \; [MHz]$

a frequenze "basse" corrisponde una lunghezza d'onda maggiore

Ricordando che $v_p = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{10^9}{5} = 2 \cdot 10^8 \; [m/s]$

Ricordando che $\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = \dfrac{2\pi}{5} = 1,25 \; [m]$

Ricordando che $v_p = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \Rightarrow \varepsilon_r = \dfrac{c^2}{v_p^2} = \left(\dfrac{3 \cdot \cancel{10^8}}{2 \cdot \cancel{10^8}}\right)^2 = 2,26$

Questa legge deriva dal fatto che

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}\,\underbrace{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}_{=c}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

## Esercizio

Calcolare $v_p$ di un'onda in un mezzo non magnetico (dunque $\mu_r = 1$) sapendo che

$f = 900 \cdot 10^6$ Hz e $k = 42 \; [rad/s]$. Calcolare anche $\varepsilon_r$

Dunque ho che

- $f = 900 \cdot 10^6 \; [Hz]$
- $k = 42 \; [rad/m]$
- La direzione di propagazione è sempre $z$

Ricordando che $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 900 \cdot 10^6 \; [rad/s]$

Ricordando che $v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{2\cdot\pi\cdot 900\cdot 10^6}{42} = 1,38\cdot 10^8$ [m/s]

Ricordando che $v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \Rightarrow \varepsilon_r = \left(\frac{c}{v_p}\right)^2 = \left(\frac{3\cdot 10^8}{1,38\cdot 10^8}\right)^2 = 4,71$

oppure posso applicare la formula $\varepsilon_r = \frac{k^2}{\omega^2\mu\varepsilon_0} \Rightarrow k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} =$

$$= \omega\sqrt{\varepsilon_r\varepsilon_0\mu_r\mu_0} = \omega\sqrt{\varepsilon_r\varepsilon_0\mu_0} = \omega\sqrt{\varepsilon_r}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \Rightarrow \varepsilon_r = \left(\frac{k}{\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\right)^2 = 4,71$$

## Esercizio

Supponiamo di avere l'espressione istantanea di un campo
$\underline{e}(z,t) = \hat{x}\,\text{sen}(2\pi\cdot 10^7 t - 0,4\pi z) + \hat{y}\,4\cos(2\pi\cdot 10^7 t - 0,4\pi z)$.
Trovare $\lambda$, $\varepsilon_r$ e $v_p$.

Posso riportare l'espressione istantanea al coseno, poiché il seno è sfasato rispetto al coseno di $\frac{\pi}{2}$ allora $\underline{e}(z,t) = \hat{x}\,3\cos\left(2\pi\cdot 10^7 t - 0,4\pi z - \frac{\pi}{2}\right) + \hat{y}\,4\cos(2\pi\cdot 10^7 t - 0,4\pi z)$

Dunque ho che
- $\omega = 2\pi\cdot 10^7$ [rad/s]
- $k = 0,4\pi$ [rad/s]
- $A = 3\hat{x} + 4\hat{y}$ ?

Ricordando che $v_p = \frac{\omega}{k} = \lambda\cdot f$ e che $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ allora
$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\cancel{2\pi}\cdot 10^7}{\cancel{2\pi}} = 10^7$ [Hz]

Allora $v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{2\cancel{\pi}\cdot 10^7}{0,4\cancel{\pi}} = 5\cdot 10^7$ [m/s]

Dunque allora poiché $v_p = \lambda\cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{5\cdot 10^7}{10^7} = 5$ [m]

Infatti poiché $v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \Rightarrow \varepsilon_r = \left(\frac{c}{v_p}\right)^2 = \left(\frac{3\cdot 10^8}{5\cdot 10^7}\right)^2 = 36$

## Esercizio

Supponiamo di avere l'espressione istantanea di un campo
$\underline{h}(z,t) = \hat{x}\,25\cdot 10^{-3}\cos(\omega t - 30z) + \hat{y}\,20\cdot 10^{-3}\cos(\omega t - 30z)$ e la frequenza $f = 800\cdot 10^6$ [Hz]
Calcola $\omega$, $\lambda$, $v_p$ ed $\varepsilon_r$.

Si ha che
- $f = 800\cdot 10^6$ [Hz]
- $k = 30$ [rad/m]
- $A = 25\cdot 10^{-3}$

Sapendo che $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi\cdot 800\cdot 10^6 = 5\cdot 10^9$ [rad/s]

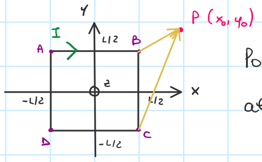
Ricordando che $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{30} = 0,2$ m

Ricordando che $v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{5\cdot 10^9}{30} = 1,66\cdot 10^8$ [m/s]

Ricordando che $v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \Rightarrow \varepsilon_r = \left(\frac{c}{v_p}\right)^2 = \left(\frac{3 \cdot 10^8}{1,66 \cdot 10^8}\right)^2 = 3,26$

## Esercizio

Ricavare l'espressione del campo magnetico $\underline{H}$ di una spira di lato $\ell = 1cm$ percorsa da una corrente $I = 2A$




Poiché non viene specificato dove calcolare il campo allora

Poiché il campo magnetico è additivo, ogni lato dà il suo contributo

Ricordo che $d\underline{H} = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{d\underline{\ell} \times \hat{\imath}_R}{R^2}$

Analizzo lato per lato.

- AB :

$\underline{R}_0 = x_0\hat{x} + y_0\hat{y}$

$\underline{R}_{AB} = x\hat{x} + \frac{L}{2}\hat{y}$

$\underline{R}_1 = \underline{R}_0 - \underline{R}_{AB} = (x_0 - x)\hat{x} + \left(y_0 - \frac{L}{2}\right)\hat{y}$

$d\underline{\ell} = \hat{x}\,dx$ devo prendere il verso della corrente

$\hat{\imath}_R = \frac{\underline{R}_1}{|\underline{R}_1|} = \frac{(x_0 - x)\hat{x} + \left(y_0 - \frac{L}{2}\right)\hat{y}}{\sqrt{(x_0-x)^2 + \left(y_0 - \frac{L}{2}\right)^2}}$

Perciò calcolo $d\underline{H}_{AB} = \frac{I}{4\pi} \frac{(\hat{x}dx) \times \left[(x_0 - x)\hat{x} + \left(y_0 - \frac{L}{2}\right)\hat{y}\right]}{\left[(x_0-x)^2 + \left(y_0 - \frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{I}{4\pi} \frac{\left(y_0 - \frac{L}{2}\right)dx\,\hat{z}}{\left[(x_0-x)^2 + \left(y_0 - \frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}}$

Per calcolare il contributo, integro :

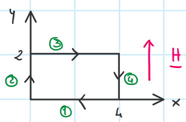
$$\underline{H}_{AB} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{I}{4\pi}\,\hat{z}\,\frac{\left(y_0 - \frac{L}{2}\right)dx}{\left[(x_0-x)^2 + \left(y_0 - \frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}} = \hat{z}\frac{I}{4\pi}\left(y_0 - \frac{L}{2}\right)\underbrace{\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{dx}{\left[(x_0-x)^2 + \left(y_0 - \frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}}}_{\text{Integrale notevole}} =$$

$$= \hat{z}\frac{I}{4\pi}\left(y_0 - \frac{L}{2}\right)\left(\frac{x - x_0}{\left(y_0 - \frac{L}{2}\right)^2\sqrt{(x_0-x)^2 + \left(y_1 - \frac{L}{2}\right)^2}}\right)\Bigg|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}$$

to be continued...

## Esercizio magnetostatica

Dato $\underline{H} = \hat{y}\,7x^2y$ calcolare la corrente che attraversa la spira in figura




Tramite per la legge di Ampere $I = \oint_C \underline{H} \circ d\underline{\ell}$

Calcolo la corrente valutando l'integrale lungo le quattro direzioni :

$$I = \int_4^0 \cancel{(\hat{y}\,7x^2y)\big|_{y=0}}^{\,0} \circ (-\hat{x}\,dx) + \int_0^2 (\hat{y}\,7x^2y)\big|_{x=0} \circ (\hat{y}\,dy) + \int_0^4 \cancel{(\hat{y}\,7x^2y)\big|_{y=2}}^{\,0} \circ (\hat{x}\,dx) + \int_0^2 (\hat{y}\,7x^2y)\big|_{x=4} \circ (-\hat{y}\,dy) =$$

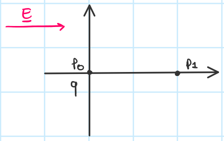
$\hat{y} \circ \hat{y} = 1$ $\qquad$ $\hat{y} \circ (-\hat{y}) = -1$

$$= \int_0^4 \cancel{7x^2y\big|_{y=0}}^{\,0}\,dx + \int_2^0 -7x^2y\big|_{x=4}\,dy = \int_2^0 -7 \cdot 16\,y\,dy = 7 \cdot 16 \cdot \frac{y^2}{2}\Big|_0^2 = 224\ [A]$$

## Esercizio

Il campo elettrico è $E_x = 4 \cdot 10^3$ [V/m]. Una carica $q = -5$ [$\mu$C]. Calcolare la variazione di energia pot. elettrica per spostarla dal punto $P_0(0,0,0) \rightarrow P_1(5,0,0)$

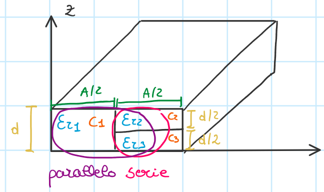
= LAVORO DELLA FORZA ELETTRICA




Sapendo che $dW = -q \cdot \underline{E} \circ d\underline{l}$ allora $W = \int_0^5 -q \cdot \underline{E} \circ d\underline{l} = \int_0^5 (5 \cdot 10^{-6})(\hat{x}\, 4 \cdot 10^3) \circ \hat{x}\, dx = 0,1$ [J]

## Esercizio

È dato un condensatore piano composto da 3 dielettrici. Calcolare la capacità equivalente




Sono dati:

- $A = 1 \cdot 10^{-2}$ m
- $d = 2 \cdot 10^{-3}$ m
- $\varepsilon_{r1} = 4,9$
- $\varepsilon_{r2} = 5,6$
- $\varepsilon_{r3} = 2,1$

Serie $C_{1,2} = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

Parallelo $C_{1,2} = C_1 + C_2$

Ricordando che $C = \varepsilon \cdot \dfrac{A}{d}$

Calcolo le singole capacità:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_{r1} \cdot \varepsilon_0 \cdot \overbrace{A_1}^{= A \cdot \frac{A}{2} = A^2/2}}{\underbrace{d_1}_{= d}} = \frac{4,9\, \varepsilon_0 \cdot 0,01 \cdot 0,005}{0,002} = 1,06 \cdot 10^{-12} \text{ [F]}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_{r2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \overbrace{A_2}^{= A \cdot A/2 = A^2/2}}{\underbrace{d_2}_{= d/2}} = 2,47 \cdot 10^{-12} \text{ [F]}$$

$$C_3 = \frac{\varepsilon_{r3} \cdot \varepsilon_0 \cdot \overbrace{A_3}^{= A \cdot A/2 = A^2/2}}{\underbrace{d_3}_{= d/2}} = 0,92 \cdot 10^{-12} \text{ [F]}$$

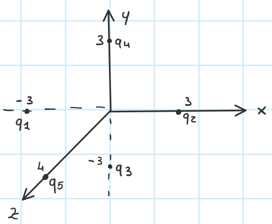
$$C_{2,3} = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} = \frac{2,47 \cdot 10^{-12} \cdot 0,92 \cdot 10^{-12}}{2,47 \cdot 10^{-12} + 0,92 \cdot 10^{-12}} = 0,67 \cdot 10^{-12} \text{ [F]}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_{2,3} = 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ [F]}$$



## Esercizio

Quattro cariche di 10 $\mu$C si trovano nei punti nello spazio libero di coordinate $P_1(-3,0,0)$, $P_2(3,0,0)$, $P_3(0,-3,0)$, $P_4(0,3,0)$. Una quinta carica si trova in $P_5(0,0,4)$ di carica $q_5 = 20\,\mu$C




$\underline{F}_e$ è additiva dunque $\underline{F}_e = q_5 \cdot \underline{E}_{TOT}$ dove

$$\underline{E}_{TOT} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum_{i=1}^{4} \frac{q_i (\underline{R} - \underline{R}_i)}{|\underline{R} - \underline{R}_i|^3}$$

Calcolo i vari vettori posizione

$\underline{R} = 4\hat{z}$ ;

$\underline{R}_1 = -3\hat{x}$ ; $\underline{R} - \underline{R}_1 = 4\hat{z} + 3\hat{x}$ ; $|\underline{R} - \underline{R}_1| = \sqrt{16+9} = 5$

$\underline{R}_2 = 3\hat{x}$ ; $\underline{R} - \underline{R}_2 = 4\hat{z} - 3\hat{x}$ ; $|\underline{R} - \underline{R}_2| = \sqrt{16+9} = 5$

$\underline{R}_3 = -3\hat{y}$ ; $\underline{R} - \underline{R}_3 = 4\hat{z} + 3\hat{y}$ ; $|\underline{R} - \underline{R}_3| = \sqrt{16+9} = 5$

$\underline{R}_4 = 3\hat{y}$ ; $\underline{R} - \underline{R}_4 = 4\hat{z} - 3\hat{y}$ ; $|\underline{R} - \underline{R}_4| = \sqrt{16+9} = 5$

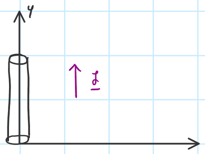
Dunque $\underline{E}_{TOT} = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{4\pi\varepsilon} \frac{4\hat{z} + \cancel{3\hat{x}} + 4\hat{z} - \cancel{3\hat{x}} + 4\hat{z} + \cancel{3\hat{y}} + 4\hat{z} - \cancel{3\hat{y}}}{125} =$

$= \frac{10 \cdot 10^{-6}}{4\pi\varepsilon} \frac{16\hat{z}}{125} = 1{,}15 \cdot 10^{4}\, \hat{z} \, [V/m]$

Di conseguenza $\underline{F}_e = q_5 \cdot \underline{E}_{TOT} = \hat{z}\, 0{,}23 \, [N]$

## Esercizio

Dato un conduttore cilindrico di raggio $r = 20 \cdot 10^{-2}\, m$ è percorso da una corrente di densità di corrente $\underline{J} = \hat{y} \cdot 35\rho \, [A/m^2]$. Calcolare la corrente




Ricordando $I = \iint_S \underline{J} \circ \hat{u} \, dS$

dove $\cdot\, \hat{u} = \hat{y}$

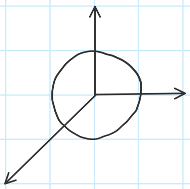
$\cdot\, ds = \rho \, d\rho \, d\phi$

Dunque $I = \int_0^{2\pi} \int_0^{20 \cdot 10^{-2}} (\hat{y}\, 35\rho) \circ \hat{y} \rho \, d\rho \, d\phi = 35 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{20 \cdot 10^{-2}} \rho^2 \, d\rho = 0{,}58 \, [A]$

## Esercizio

Dato un conduttore circolare di raggio $r = 5 \cdot 10^{-2}\, m$, vi è un campo $\underline{H} = \hat{\phi} \frac{4}{r} \left[ 1 + (1 + 2r)\, e^{-2r} \right] \, [A/m]$

Calcolare la corrente $I$



Ricordando la legge di Ampere per cui $I = \oint_C \underline{H} \circ d\underline{\ell}$ pongo $d\underline{\ell} = r\hat{\phi}\, d\phi$

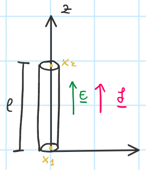
dunque $I = \int_0^{2\pi} \frac{4}{r} \left[ 1 + (1+2r)\, e^{-2r} \right] \hat{\phi} \circ \hat{\phi}\, r \, d\phi = \int_0^{2\pi} \frac{4}{r} \left[ 1 + (1+2r)\, e^{-2r} \right] \hat{\phi} \circ \hat{\phi}\, r \, d\phi =$

$= \frac{4}{r} \left[ 1 + (1+2r)\, e^{-2r} \right] r \cdot 2\pi = 25{,}01 \, [A]$



## Esercizio

È dato un conduttore cilindrico di lunghezza $\ell = 0{,}5\, m$ di conducibilità $\sigma = 2 \cdot 10^{6} \, [S/m]$ e densità di corrente $\underline{J} = \hat{z}\, 1{,}5 \cdot 10^{2} \, [A/m^2]$. Calcolare $\underline{E}$, $V$, $R$, $I$ e $P$




1) Per la legge di Ohm si ha che $\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E}$ dunque $\underline{E} = \frac{\underline{J}}{\sigma} = \hat{z}\, 7{,}5 \cdot 10^{-5} \, [V/m]$

2) La caduta di potenziale è $V = -\int_{x_2}^{x_1} \underline{E} \circ d\underline{\ell} = \int_0^{0,5} (\hat{z}\, 7{,}5 \cdot 10^{-5}) \circ \hat{z}\, dz = 7{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}5 = E_z \cdot \ell \, [V]$

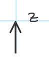
3) $R = \frac{\ell}{\sigma A}$ dove $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0{,}5^2 = 0{,}78 \, [m^2]$ per cui $R = 3{,}20 \cdot 10^{-7} \, [\Omega]$

4) $I = \iint \underline{J} \circ \hat{u} \, dS$ dove $dS = r\, dr\, d\phi$ e $\hat{u} = \hat{z}$ dunque $I = \int_0^{2\pi} \int_0^{0,5} (\hat{z}\, 1{,}5 \cdot 10^{2}) \circ (\hat{z}\, r \, dr \, d\phi) = 117{,}8 \, [A]$

5) $P = \iiint \sigma |\underline{E}|^2 \, dV = I^2 \cdot R = 0{,}0031 \, [W]$

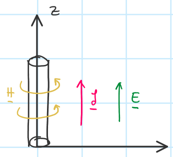
## Esercizio

Dato un conduttore cilindrico di raggio $r = 15 \cdot 10^{-2}\, m$ con $\underline{J} = \hat{z}\, 8{,}8\, e^{-3r} \, [A/m^2]$. Calcolare $\underline{H}$




questo perché $\underline{H}$ ruota intorno al cavo

Dato un conduttore cilindrico di raggio $r = 15\cdot 10^{-2}$ m con $\underline{J} = \hat{z}\, 8{,}8\, e^{-3r}$ [A/m²]. Calcolare $\underline{H}$




questo perché $\underline{H}$ ruota intorno al cavo

$\underline{H} = \hat{\phi} H_\phi$ e ricordando che $I = \oint_c \underline{H}\cdot d\underline{l}$ con $d\underline{l} = r\hat{\phi}\, d\phi$

$$I = \int_0^{2\pi} \hat{\phi}\, H_\phi \cdot r\, dr\, \hat{\phi} = \int_0^{2\pi} H_\phi \cdot r\, d\phi = H_\phi\, r \int_0^{2\pi} d\phi = H_\phi \cdot r \cdot 2\pi$$

$$\Rightarrow H_\phi = \frac{I}{2\pi r}$$

Calcolo $I = \iint \underline{J}\cdot \hat{u}\, dS$ dove $dS = r\,dr\,d\phi$ e $\hat{u} = \hat{z}$ allora

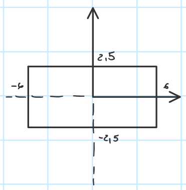
$$I = \int_0^{2\pi}\int_0^{15\cdot 10^{-2}} \hat{z}\, 8{,}8\cdot e^{-3r}\cdot r\,dr\,d\phi\,\hat{z} = 8{,}8 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{15\cdot10^{-2}} e^{-3r}\, r\, dr = 0{,}44 \text{ [A]}$$

perciò $H_\phi = \frac{I}{2\pi r} = 0{,}46$ e $\underline{H} = \hat{\phi} H_\phi = \hat{\phi}\, 0{,}46$ [A/m]

## Esercizio

Una lastra rettangolare è definita dalle dimensioni $-6\text{ m} \le x \le 6\text{ m}$ e $-2{,}5\text{ m} \le y \le 2{,}5\text{ m}$.

Data la densità di carica superficiale $\rho_s = 8y^4$ [C/m²] calcolare Q



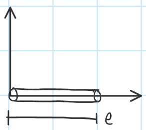

Ricordando che $Q = \iint_S \rho_s\, dS$ con $dS = dx\,dy$ da cui

$$Q = \int_{-6}^{6}\int_{-2,5}^{5} 8y^4\,dx\,dy = 8\int_{-6}^{6} dx \int_{-2,5}^{2,5} y^4\, dy = 8\, x\Big|_{-6}^{6}\, \frac{y^5}{5}\Big|_{-2,5}^{2,5} = 3{,}74\cdot 10^{-3} \text{ [C]}$$



## Esercizio

Consideriamo un conduttore cilindrico con $\rho_l = 7x$ [C/m] lungo $l = 25\cdot 10^{-2}$ m. Calcolare la carica Q

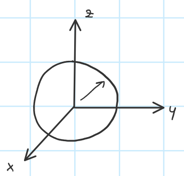



$Q = \int_l \rho_l\, dl$ con $dl = dx$ e perciò $Q = \int_0^{0,25} 7x\, dx = 7\int_0^{0,25} x\, dx =$

$$= 7\,\frac{x^2}{2}\Big|_0^{0,25} = 0{,}21 \text{ [C]}$$

## Esercizio

È dato un disco carico con $\rho$ crescente con simmetria azimutale crescente da 0 a 25 [C/m²] e r è $9\cdot 10^{-2}$ m




Pongo $\rho = \frac{r\cdot 25}{9\cdot 10^{-2}}$ perciò $Q = \iint_S \rho\, dS$ con $dS = r\,dr\,d\phi$ perciò

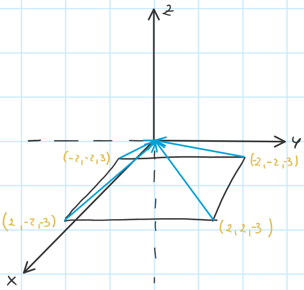
$$Q = \int_0^{2\pi}\int_0^{0,09} \frac{r\cdot 25}{0{,}09}\, r\,dr\,d\phi = \frac{25}{0{,}09}\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{0,09} r^2\, dr = \frac{25}{0{,}09}\, 2\pi\, \frac{r^3}{3}\Big|_0^{0,09} = 0{,}42 \text{ [C]}$$

## Esercizio

Nel piano $z = -3$ si trova una lastra quadrata carica di dimensione $-2 \le x \le 2$ e $-2 \le y \le 2$ con una densità di carica $\rho_s = 2(x^2+y^2+9)^{3/2}$ [nC/m²]. Calcolare $\underline{E}$ in P(0,0,0)


Definiamo il tratto infinitesimo di campo

$d\underline{E} = \hat{}\ dq$ ... ricordando che ... $dQ = \rho_s\, dS = \rho_s\, dx\, dy$




Definiamo il tratto infinitesimo di campo

$d\underline{E} = \hat{i}_R \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$ dove, ricordando che $\rho_S = \dfrac{dq}{dS}$ allora $dQ = \rho_S \, dS = \rho_S \, dx \, dy$

dunque calcolo poi $\underline{R}_0 = 0$ e $\underline{R}_S$ di $P_S(x, y, -3)$ che è $\underline{R}_S = x\hat{x} + y\hat{y} - 3\hat{z}$

mentre $\hat{i}_R = \dfrac{\underline{R}}{|\underline{R}|} = \dfrac{-x\hat{x} - y\hat{y} + 3\hat{z}}{\sqrt{x^2+y^2+9}}$ mentre $R^2 = |\underline{R}|^2 = x^2+y^2+9$

poiché vi è una simmetria, vi è una semplificazione

Di conseguenza ottengo che $d\underline{E} = \dfrac{2\cancel{(x^2+y^2+9)^{3/2}} \cdot 10^{-9} \, dx\,dy}{4\pi\varepsilon_0 \cancel{(x^2+y^2+9)}} \cdot \dfrac{(-x\hat{x} - y\hat{y} + 3\hat{z})}{\cancel{\sqrt{x^2+y^2+9}}} = \dfrac{2 \cdot 10^{-9} \, dx\,dy}{4\pi\varepsilon_0} (-x\hat{x} - y\hat{y} + 3\hat{z})$

da ciò ottengo che $\underline{E} = \displaystyle\int_{-2}^{2}\int_{-2}^{2} \frac{(2 \cdot 10^{-9})\, 3\hat{z}}{4\pi} \, dx\,dy = 864\hat{z}$ [V/m]

**Esercizio**

Un cilindro di materiale avente conducibilitá $\sigma = 10^{-3}$ S/m presenta un diametro $D = 10$ cm. Sapendo che il campo elettrico é dato dall'espressione:

$$\underline{E} = \hat{z}\, 12\rho$$

dove $\rho$ é misurato in cm, calcolare:

- la densitá di corrente $\underline{J}$;
- la potenza dissipata su una lunghezza del cilindro pari ad 1 m.




$\underline{E} = \hat{z}\, 12\rho \cdot 10^{-2}$

1) Ricordando che $\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E} = \hat{z}\, 12\rho\sigma \cdot 10^{-2}$ [A/m²]

2) Ricordando che $P = \displaystyle\int_V \sigma |\underline{E}|^2 dV = \int_0^1\int_0^{2\pi}\int_0^{0,05} 10^{-3}(12\rho\, 10^{-2})^2 \rho \, d\rho\, d\phi\, dz =$

$= 10^{-3}(12 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2\pi \left.\dfrac{\rho^4}{4}\right|_0^{0,05}$ [W]

2

**Esercizio**

L'espressione istantanea è la seguente $\underline{e}(z,t) = \hat{x}\, 20\cos(8\pi 10^9 t - kz)$ [V/m] con $\varepsilon_r = 2{,}56$. Determinare $f$, $v_p$, $\underline{E}(z)$ e $\lambda$.

Dall'espressione si ha che

- $A = 20\hat{x}$
- $\omega = 8\pi \cdot 10^9$ [rad/s]

Ricordando che $v_p = \lambda \cdot f = \dfrac{\omega}{k}$ e che $\lambda = \dfrac{\omega}{kf}$ e che $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Calcolo $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{8\pi \cdot 10^9}{2\pi} = 4 \cdot 10^9$ [Hz]

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3\cdot 10^8}{\sqrt{2{,}56}} = 187{,}5\cdot 10^6 \ [m/s]$$

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = 4\cdot 10^{-2} m$$

L'equazione fasoriale sarà $\underline{E}(z) = \hat{x}\, 20\, e^{-jkz}$ $[V/m]$

## Esercizio

Dato $\underline{H}(z) = \hat{y}\,(1{,}5\cdot 10^2)\, e^{-j20z}$ $[A/m]$ e $f = 900\cdot 10^6\ Hz$

$\underline{h}(z,t) = ?$ $\varepsilon_r = ?$

Ho che $A = 1{,}5\cdot 10^2\,\hat{y}$ e $k = 20$ dunque

$$\underline{h}(z,t) = 1{,}5\cdot 10^2\,\hat{y}\,(\omega t - 20z)$$

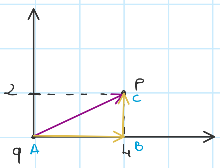
Per calcolare $\varepsilon_r$ ho che poiché $v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi}{k\cdot f}$

e che $v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$ posso scrivere $\frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \Rightarrow \frac{2\pi f}{k} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

$$\Rightarrow \varepsilon_r = \left(\frac{k\cdot c}{2\pi f}\right)^2 = 1{,}12$$

## Esercizio

Calcolare il lavoro per spostare una carica da $(0,0,0)$ a $P(4,2,0)$




Poiché $\underline{E}$ è conservativo, allora $W$ è dato dal lavoro lungo uno dei qualsiasi percorsi e dunque scelgo due spezzate

Perciò $W = \underbrace{\int_0^4 -q\cdot \underline{E}\circ d\underline{l}}_{A-B} + \underbrace{\int_0^2 -q\,\underline{E}\circ d\underline{l}}_{B-C} =$

$$= -20\cdot 10^{-6}\left[\int_0^4 \left[\left(\frac{x}{2}+2y\right)\hat{x} + 2x\hat{y}\right]\circ \hat{x}\,dx + \int_0^2 \left[\left(\frac{x}{2}+2y\right)\hat{x} + 2x\hat{y}\right]\circ \hat{y}\,dy\right] = 400\cdot 10^{-6}\ [J]$$

# Onde piane

lunedì 8 febbraio 2021 11:43

I parametri da cui dipendono le variabili delle equazioni di Maxwell sono $x, y, z$ e $t$ dove

- $x, y, z$ regolano la propagazione
- $t$ indica la dipendenza dal tempo e descrivono dunque una dinamicità del sistema

## FASORE

$u(z,t)$ è una funzione cosenoidale ovvero del tipo

espressione istantanea del campo

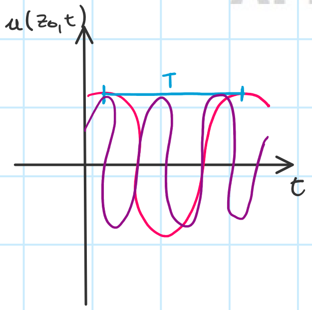
$$u(z,t) = \underbrace{A}_{\text{AMPIEZZA}} \cos(\omega t - kz) \quad \text{con } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

ed è una funzione che non ha dipendenza dalla variabile $x$ o $y$.



## Rappresentazione secondo la coordinata temporale

Fissato $kz$ posso scriverlo come $\alpha$ ovvero sfasata di un determinato angolo



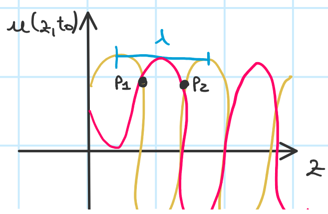

Dunque $u(z,t) = A\cos(\omega t - \alpha)$ ed è una funzione periodica e $\alpha$ è la fase ovvero dello sfasamento della curva coseno

Poiché $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{f}$ allora $u(z,t) = A\cos(2\pi f t - \alpha)$

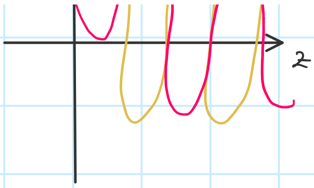
e la curva viola ha una frequenza maggiore rispetto a quella fucsia

## Rappresentazione secondo la coordinata

Prendendo $u(z,t_0) = A\cos(\omega t_0 - kz) = A\cos(kz - \underbrace{\omega t_0}_{\alpha_1})$ poiché $\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$ in quanto DISPARI




$\lambda$ è la lunghezza d'onda e posso scrivere $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Se considero un istante $t_0$ diverso allora la forma d'onda si trasla lungo l'asse z




$k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Se considero un istante $t_0$ diverso allora la forma d'onda si trasla lungo l'asse $z$ lasciando immutata la sua forma

Prendo poi due punti sulla curva detti $P_1(z_0, t_0)$ e $P_2(z_0 + \Delta z, t_0 + \Delta t)$ tali che siano uno la traslazione lungo $z$ dell'altro. Perciò, deve valere l'equazione

$$A\cos(\omega t_0 - kz_0) = A\cos(\omega t_0 - \omega\Delta t - k_0 - k\Delta z)$$

da cui $\omega \Delta t = k \Delta z$.

Per definizione la velocità di propagazione è $v_p = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi}\lambda = \lambda \cdot f$

Perciò $v_p = \begin{cases} \frac{\omega}{k} \\ \lambda \cdot f \end{cases}$ dunque la lunghezza d'onda è inversamente proporzionale alla frequenza

Inoltre, sapendo che $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ e che $v_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$



## Esercizio

L'espressione istantanea del campo elettrico è (direzione del campo; A) $\underline{e}(z,t) = \hat{y}\, 10 \cos(\omega t - 0{,}2z)$ e la velocità di propagazione è $v_p = 1{,}5 \cdot 10^8$ m/s. Determinare lunghezza d'onda, frequenza e costante dielettrica relativa

Paragonandola alla forma generica $u(z,t) = A\cos(\omega t - kz)$ si ha che

- $A = 10\hat{y}$
- $k = 0{,}2$

Ricordando che $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0{,}2} = 31{,}41$ [m]

Ricordando che $v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{v_p}{\lambda} = \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{31{,}41} = 4{,}7 \cdot 10^6$ [Hz]

Ricordando che $v_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}} \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0 (v_p)^2} = 1{,}67$

RICORDA CHE
- $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

$\sqrt{\varepsilon \mu}$ $\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}$ $\varepsilon_0 \mu_0 (v_p)^2$

in mezzi non magnetici $\mu_r = 1$

# Eq. di Maxwell nel dominio dei fasori

martedì 9 febbraio 2021 18:35

L'espressione istantanea $u(z,t) = A\cos(\omega t - kz)$

ricordando che $A\cos(\omega t - kz) = Re\left\{ e^{j(\omega t - kz)} \right\}$

la posso scrivere come $u(z,t) = Re\left\{ A\, e^{-jkz} e^{j\omega t} \right\}$

dove pongo $u(z) = A\, e^{-jkz}$ che è il fasore dell'onda

**ESEMPI**

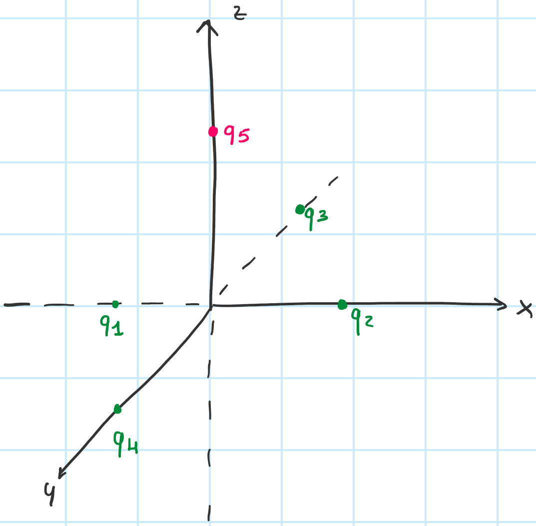
Data l'equazione fasoriale $E(z) = \hat{x}\, 4\, e^{-j36z}$ scrivere l'espressione istantanea

$e(z,t) = \hat{x}\, 4\, (\omega t - 36z)$

# Esercizio svolto

sabato 13 febbraio 2021 12:55

## ESERCIZIO




$q = q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 10 \cdot 10^{-6} [C]$

$q_5 = 20 \cdot 10^{-6} [C]$

$\underline{R} = 4\hat{z}$

$\underline{R}_1 = -3\hat{x}$; $\underline{R} - \underline{R}_1 = 4\hat{z} + 3\hat{x}$; $|\underline{R} - \underline{R}_1| = \sqrt{16+9} = 5$

$\underline{R}_2 = 3\hat{x}$; $\underline{R} - \underline{R}_2 = 4\hat{z} - 3\hat{x}$; $|\underline{R} - \underline{R}_2| = \sqrt{16+9} = 5$

$\underline{R}_3 = -3\hat{y}$; $\underline{R} - \underline{R}_3 = 4\hat{z} + 3\hat{y}$; $|\underline{R} - \underline{R}_3| = \sqrt{16+9} = 5$

$\underline{R}_4 = 3\hat{y}$; $\underline{R} - \underline{R}_4 = 4\hat{z} - 3\hat{y}$; $|\underline{R} - \underline{R}_4| = \sqrt{16+9} = 5$

$$\underline{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{\underline{R} - \underline{R}_i}{|\underline{R} - \underline{R}_i|} = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{4\pi \, 8{,}854 \cdot 10^{-12}} \left( \frac{4\hat{z} + \cancel{3\hat{x}} + 4\hat{z} - \cancel{3\hat{x}} + 4\hat{z} + \cancel{3\hat{y}} + 4\hat{z} - \cancel{3\hat{y}}}{125} \right) = 11510{,}14\,\hat{z}\ [V/m]$$

Dunque $\underline{F}_e = q_5 \cdot \underline{E} = 0{,}23\hat{z}\,[N]$

1) $\sigma = 4{,}5 \cdot 10^{7}\ [S/m]$

$\mu_e = 0{,}005\ \left[\frac{m^2 \cdot S}{V}\right]$

$\underline{E} = \hat{x}\, 20 \cdot 10^{-3}\ [V/m]$

$\rho_{ve} = ?$

Poiché $\sigma = -\rho_{ve} \cdot \mu_e \Rightarrow \rho_{ve} = -\frac{\sigma}{\mu_e} = -4{,}5 \cdot 10^{7} \cdot 0{,}005 = -9 \cdot 10^{9}\ [V/m^2]$

$\underline{J} = ?$

Poiché $\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E} = 4{,}5 \cdot 10^{7} \cdot \hat{x}\, 20 \cdot 10^{-3} = \hat{x}\, 9 \cdot 10^{5}\ [A/m^2]$

$\underline{u}_e = ?$

Poiché $\underline{J} = \rho_{ve} \cdot \underline{u}_e \Rightarrow \underline{u}_e = \frac{\underline{J}}{\rho_{ve}} = \frac{\hat{x}\, 9 \cdot 10^{5}}{-9 \cdot 10^{9}} = -10^{-4}\,\hat{x}\ [m/s]$

$N_e = ?$

Poiché $N_e = -\frac{\rho_{ve}}{e} = -\frac{(-9 \cdot 10^{9})}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 5{,}6 \cdot 10^{28}\ [\text{elettroni}/m^2]$

**LEGGE DI OHM**

Ci sono lacune ed elettroni

LACUNE: $\underline{u}_h = -\mu_h \cdot \underline{E}$ MOBILITÀ DELLE LACUNE

ELETTRONI: $\underline{u}_e = -\mu_e \cdot \underline{E}$ MOBILITÀ ELETTRONICA

Ricordando che $\underline{J} = \rho_v \cdot \underline{u}$

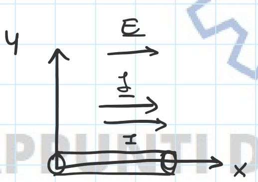
Si avrà che $\underline{J} = \underline{J}_h + \underline{J}_e = -\rho_{ve} \cdot \mu_e \cdot \underline{E} - \rho_{vh} \cdot \mu_h \cdot \underline{E}$. Pongo $\sigma = -\rho_{ve} \cdot \mu_e - \rho_{vh} \cdot \mu_h$ e dunque $\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E}$

2) $\ell = 10\ m$

$\sigma = 2 \cdot 10^{7}\ [S/m]$

$\underline{J} = \hat{x}\, 4 \cdot 10^{5}\ [A/m^2]$

$\underline{E} = ? \quad V = ?$




Ricordando che $\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E}$ (Legge di OHM) allora $\underline{E} = \frac{\underline{J}}{\sigma} = \frac{\hat{x} \cdot 4 \cdot 10^{5}}{2 \cdot 10^{7}} = \hat{x} \cdot 2 \cdot 10^{-2}\ [V/m]$

Ricordando che $V = -\int_0^{\ell} \underline{E} \circ d\underline{\ell}$ con $d\underline{\ell} = \hat{x}\,dx$ avrò che

$V = -\int_0^{10} \hat{x} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \circ \hat{x}\,dx = -2 \cdot 10^{-2} \int_0^{10} dx = -0{,}2\ [V]$

$I = \iint \underline{J} \circ \hat{u}\,dS = \int_0^{2\pi} \int_0^{0{,}03} \hat{x}\, 4 \cdot 10^{5} \circ \hat{x}\, r\,dr\,d\phi = 4 \cdot 10^{5} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{0{,}03} r\,dr = 1130{,}4\ [A]$

**CORRENTE**

Data $u = \frac{\Delta \ell}{\Delta t}$ ho che $\rho_v = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \Rightarrow$

$\Delta Q = \rho_v \cdot \Delta V = \rho_v \cdot \Delta S \cdot \Delta \ell$

$\Delta i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\rho_v \cdot \Delta S \cdot \Delta \ell}{\Delta t} = \rho_v \cdot \Delta S \cdot u$

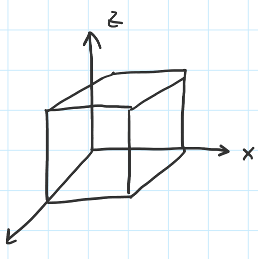
Ponendo $\underline{J} = \rho_v \cdot \underline{u}$ ho che $I = \iint \underline{J} \circ \hat{u}\,dS$

3) $\ell = 0{,}2\ m$

$\sigma = 2 \cdot 10^{-5}\ [S/m]$

$\underline{J} = \hat{z}\, 3{,}5\ [A/m^2]$

$I = ? \quad \underline{E} = ? \quad P = ?$




$I = \iint \underline{J} \circ \hat{u}\,dS$ con $d\underline{S} = \hat{z}\,dx\,dy$

$$I = \int_0^{0,2}\int_0^{0,2} \hat{z}\, 3,5 \circ \hat{z}\, dx\, dy = 0,14\ [A]$$

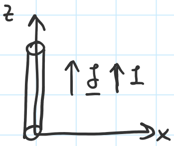
$$\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E} \Rightarrow \underline{E} = \frac{\underline{J}}{\sigma}$$

$$P = \iiint \sigma \cdot |\underline{E}|^2 dV = \int_0^{0,2}\int_0^{0,2}\int_0^{0,2} 2 \cdot 10^{-5}\ |\underline{E}|^2\, dx\, dy\, dz$$

4) $r = 2 \cdot 10^{-2}\ m$

$\underline{J} = \hat{z} \cdot 1,5 \cdot e^{-3\rho}$

$I = ?$




$$I = \iint \underline{J} \circ \hat{u}\, dS$$

$$dS = \rho\, d\rho\, d\phi$$

$$I = \int_0^{2\pi}\int_0^{0,02} \hat{z}\, 1,5 \cdot e^{-3\rho} \circ \hat{z}\, \rho\, d\rho\, d\phi = 1,5 \cdot 2\pi \cdot \int_0^{0,02} \rho\, e^{-3\rho}\, d\rho = 1,5 \cdot 2\pi \left[\frac{e^{-3\rho}}{9}\,(-3\rho - 1)\right]_0^{0,02} =$$

$$= 1,5 \cdot 2\pi\, (1,9 \cdot 10^{-4}) = \ldots$$

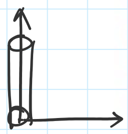
$$\frac{e^{-3 \cdot 0,02}}{9}(-3 \cdot 0,02 - 1) - \left(\frac{e^0}{9}(-1)\right)$$

5) $\ell = 30 \cdot 10^{-2}\ m$

$\sigma = 3 \cdot 10^6\ [S/m]$

$\underline{J} = \hat{z}\, 30$

$\underline{E} = ? \quad V = ? \quad P = ?$



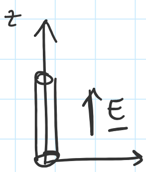
- $\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E} \Rightarrow \underline{E} = \dfrac{\underline{J}}{\sigma}$
- $V = -\int_0^{\ell} \underline{E} \circ d\underline{\ell}$ con $d\underline{\ell}$ $\hat{z}\, dz$
- $P = \iiint \sigma \circ |\underline{E}|^2 dV \quad dV = r\, dr\, d\phi\, dz$

oppure $P = I \cdot V$

6) $\sigma = 10^{-3}\ [S/m]$

$r = 0,5 \cdot 10^{-2}\ [m]$

$\underline{E} = \hat{z}\, 12\rho$



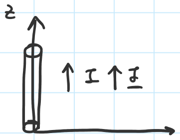

$\underline{J} = ? \quad P = ?$ con $d\ell = 1m$

- $\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E}$
- $P = I \cdot V = I^2 \cdot R$ con $R = \dfrac{\ell}{\sigma \cdot A}$

$r = 0,2\ m$

$\underline{J} = \hat{z} \cdot 2,8 \cdot e^{-1,5z}\ [A/m^2]$

$\underline{H} = ?$




Dalla legge di Ampere si ha che $I = \oint \underline{H} \circ d\underline{l} = \oint \hat{\phi}\, H \circ d\underline{l}$

Che nel caso di un filo fa sicché $\underline{H} = \hat{\phi} \dfrac{I}{2\pi r}$

Calcolo dunque $I = \iint_S \underline{J} \circ \hat{u}\, dS$ con $dS = r\, dr\, d\phi$ perciò

Int. notevole

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^{0,2} \hat{z}\, 2,8\, e^{-1,5z} \circ \hat{z}\, r\, dr\, d\phi = 2,8 \int_0^{2\pi} d\phi \left( \int_0^{0,2} e^{-1,5z} \cdot r\, dz \right) =$$

$$= 2\pi \cdot 2,8 \left[ \frac{e^{-1,5z}}{1,5^2} (-1,5z - 1) \right]_0^{0,02} \cdots$$

Perciò $\underline{H} = \hat{\phi} \dfrac{I}{2\pi r} = \ldots$

# VETTORI

- Modulo $|\underline{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$
- Versore $\hat{i}_A = \dfrac{\underline{A}}{|\underline{A}|} = \dfrac{A_x + A_y + A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$
- Prodotto vettoriale $A \times B = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

versori:
- $\hat{x} \times \hat{x} = \hat{y} \times \hat{y} = \hat{z} \times \hat{z} = 0$
- $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$, $\hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$, $\hat{x} \times \hat{z} = \hat{y}$
  $\hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z}$, $\hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x}$, $\hat{z} \times \hat{x} = -\hat{y}$ } regola della mano destra

- Prodotto scalare

versori:
- $\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \times \hat{y} = \hat{z} \times \hat{z} = 1$
- $\hat{x} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{z} = 0$

# DENSITÁ DI CARICA [C/m²]



- Lineare $\rho_l = \dfrac{dq}{dl}$
- Superficiale $\rho_s = \dfrac{dq}{ds}$
  - disco $\Rightarrow ds = r\,dr\,d\phi$
  - altro $\Rightarrow ds = dx\,dy$
- Volumetrica $\rho_v = \dfrac{dq}{dV}$
  - cilindro $\Rightarrow dV = r\,dr\,d\phi\,dz$
  - altro $\Rightarrow dV = dx\,dy\,dz$

# CARICA TOTALE [C]

$$Q = \int_S \rho_s \, ds$$

- Capacità $Q = C \cdot V$

## DENSITÀ DI CORRENTE $\left[\frac{A}{m^2}\right]$

$\underline{J} = \rho_S \cdot \underline{u_e}$ → velocità di deriva degli elettroni

Conoscendo il campo elettrico

$\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E}$

## CORRENTE [A]

Conoscendo la densità di carica

$$I = \int_S \underline{J} \cdot \hat{u} \, dS$$

# CAMPO ELETTRICO $\left[\frac{V}{m}\right]$

Generato da una carica

$$\underline{E} = \hat{i}_R \frac{q}{4\pi\varepsilon R^2}$$

Generato da più cariche

$$\underline{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum_{i=0}^{n} \frac{q_i(\underline{R}-\underline{R}_i)}{|\underline{R}-\underline{R}_i|^3}$$

→ principio di sovrapposizione degli effetti

↓

il campo elettrico generato da più cariche in un punto è pari alla somma dei campi generati dalle singole particelle

Conoscendo la tensione

$$\underline{E} = -\nabla V$$

Conoscendo la densità di carica lineare

$$\underline{E} = \frac{\rho_\ell}{2\pi\varepsilon_0 r} \qquad r \Rightarrow \text{parametro}$$

Conoscendo la densità di carica (LEGGE DI OHM)

$$\underline{E} = \frac{J}{\sigma}$$

# FORZA ELETTRICA [N]

Generata da una carica su una carica q

$$\underline{F}_e = q \cdot \underline{E}$$

→ forza di Coulomb

Generata da più cariche su una carica q

$$\underline{F}_e = q \sum_{i=0}^{n} \underline{E}_i = \sum_{i=0}^{n} \underline{F}_{e_i}$$

→ principio di sovrapposizione degli effetti

↓

la forza elettrica generata da più cariche a cui è soggetta una carica q è pari alla somma dei campi generati dalle singole particelle

## POTENZIALE SCALARE ELETTRICO [V]

Differenza = Tensione = caduta

Energia potenziale in un punto generato da più cariche

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{|\underline{R} - \underline{R_i}|}$$

→ principio di sovrapposizione degli effetti
⇓
il potenziale generato da più cariche in un punto è pari alla somma dei potenziali generati dalle singole particelle

Differenza di potenziale fra due punti

$$V_{21} = -\int_{x_1}^{x_2} \underline{E} \cdot d\underline{\ell}$$

## VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE [W]

$$W = -\int q \cdot \underline{E} \cdot d\underline{\ell} = q \cdot V$$

## INDUZIONE ELETTRICA $\left[\frac{C}{m^2}\right]$



$$\underline{D} = \varepsilon \cdot \underline{E}$$

## DENSITÀ VOLUMETRICA DI ELETTRONI LIBERI $\left[\frac{C}{m^3}\right]$

$$\rho_{ve} = -\frac{\sigma}{u_e}$$

## NUMERO DI ELETTRONI LIBERI $\left[\frac{\text{elettroni}}{m^2}\right]$

$$N_e = -\frac{\rho_{ve}}{e}$$

## VELOCITÀ DI DERIVA DEGLI ELETTRONI

$$\underline{u_e} = -\mu_e \cdot \underline{E}$$

## RESISTENZA [Ω]

Conoscendo la corrente e la differenza di potenziale (Legge di Ohm)

Conoscendo la corrente e la differenza di potenziale (Legge di Ohm)

$$R = \frac{V}{I}$$

Conoscendo l'area

$$R = \frac{\rho}{J \cdot A}$$

## POTENZA DISSIPATA DA UN CONDUTTORE [W]

Conoscendo il campo

$$P = \int_V \sigma \cdot |\underline{E}|^2 \, dV$$

Conoscendo la corrente e la differenza di potenziale

$$P = I^2 \cdot R$$

Conoscendo la corrente e la differenza di potenziale

$$P = I \cdot V$$ (Legge di Joule)

## ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA [J]

$$W = \frac{1}{2} \int \varepsilon \cdot \underline{E}^2 \cdot dV$$

Formule magnetostatica

mercoledì 20 gennaio 2021 13:15

# FORZA MAGNETICA [N]

$$\underline{F}_m = I(\underline{l} \times \underline{B})$$

Forza magnetica su una spira

Vale il principio di sovrapposizione degli effetti per cui la forza magnetica totale agente sulla spira è data dalla somma delle forze magnetiche agenti sui singoli tratti

# CAMPO MAGNETICO [A/m] (Legge di Biot-Savart)

$$\underline{H} = \int \frac{I}{4\pi} \frac{d\underline{l} \times \hat{\imath}_R}{R^2} dz \qquad \underline{H} = \hat{\phi} \frac{I}{4\pi R}$$



# CORRENTE DI UN CONDUTTORE (Legge di Ampere)

$$I = \oint_C \underline{H} \cdot d\underline{l}$$

# CAPACITÁ DI UN CONDENSATORE [F]

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$$

# FORZA ELETTROMOTRICE [V]

$$f_{em} = -\frac{d}{dt}\Phi_B = -\frac{d}{dt}\iint_S \underline{B} \times \hat{u}\, dS$$

# formule e concetti

martedì 19 gennaio 2021 18:03

| | | |
|---|---|---|
| Versore di un prodotto vettoriale | Il versore di un prodotto vettoriale è dato dalla regolare della mano destra: il pollice indica la direzione del versore se le dita ruotano congiungendo i due vettori moltiplicati | |
| Prodotto vettoriale fra versori | - Il prodotto vettoriale di due versori uguali è 0.<br>- Il prodotto vettoriale di due versori perpendicolari dà origine al versore perpendicolari ad entrambi con il segno dato dalla regola della mano destra. | |
| Prodotto scalare fra versori | - Il prodotto scalare di due versori uguali è 1.<br>- Il prodotto scalare di due versori perpendicolari è 0. | |
| | | |

MODULO DI $\underline{A}$

$$|\underline{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

VERSORE DI $\underline{A}$

$$\hat{i}_A = \frac{\underline{A}}{|\underline{A}|} = \frac{\hat{x} A_x + \hat{y} A_y + \hat{z} A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

| | | |
|---|---|---|
| Gradiente | Si applica ai campi scalari e restituisce un vettore di derivate parziali. Il modulo del vettore gradiente indica la massima velocità di variazione della grandezza a cui fa riferimento | |
| Divergenza | La divergenza di un campo si calcola come la somma delle componenti del vettore gradiente.<br>Un campo genera un flusso; quando la divergenza del campo è positiva allora il flusso è uscente, se è negativa allora il flusso è entrante. Se la divergenza è pari a zero, ciò vuol dire che flusso entrante ed uscente sono gli stessi e il campo è detto SOLENOIDALE; inoltre, le linee di campo (cioè le linee che rappresentano il flusso) si chiudono su loro stesse. | |
| Rotore | Il rotore descrive la proprietà rotazionale di un campo ed equivale al determinante di una matrice di derivate parziali. Esso ha segno in dipendenza dal verso di percorrenza della curva di circuitazione.<br>Se il rotore è pari a zero, il campo è detto irrotazionale ed è conservativo (per l'analisi) se il suo dominio è semplicemente connesso. | |
| Laplaciano | Il Laplaciano equivale a calcolare la divergenza del gradiente (ovvero la somma delle derivate parziali delle derivate parziali di un campo) | |

CAMBIAMENTI

DISCO $\rightarrow$ $dS = r\,dr\,d\phi$

| | |
|---|---|
| Teorema di Strokes | Il teorema di Strokes lega l'integrale triplo (di volume) del rotore di un campo alla circuitazione (cioè al calcolo di un integrale lungo una curva chiusa) del campo stesso. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Densità di carica | La desnità di carica indica mediamente la quantità di carica presente in una unità di volume.<br>Anche se la carica è distribuita in maniera discreta, da un punto di vista macroscopico può essere vista come se fosse distribuita in maniera continua.<br>Intregrando l'equazione che descrive la densità di carica si ottiene la quantità di carica totale in un volume.<br>Quando si prende in considerazione la carica distribuita su una superficie si parla di densità di carica superficiale ed equivale alla quantità media di carica per metro quadro.<br>Quando si prende in considerazione la carica distribuita su una linea (anche non dritta) si parla di densità di carica lineare e indica la quantyità di carica media per metro. | $\rho_l = \frac{dq}{dl} \left[\frac{C}{m}\right]$<br>$\rho_s = \frac{dq}{ds} \left[\frac{C}{m^2}\right]$<br>$\rho_v = \frac{dq}{dV} \left[\frac{C}{m^3}\right]$ | |
| Densità di carica volumetrica degli elettroni | La densità di carica volumetrica degli elettroni è uguale al rapporto fra conducibilità di un mezzo e la sua mobilità elettronica. | $\rho_{ve} = -\frac{\sigma}{\mu_e}$ | |
| Quantità di carica | La quantità di carica in un dato volume/superficie/linea è data dall'integrale della rispettiva densità di carica per il volume/superficie/linea infinitesima | $Q = \int_V \rho_v\, dV \; [C]$ | $Q = \int_S \rho_s\, dS\, [C]$ |
| Densità di corrente | La densità di corrente si indica con J ed è la corrente media che attraversa una sezione di un conduttore. Dall'integrale della densità di corrente si può ottenere la corrente totale che attraversa un conduttore.<br><br>Se la corrente che attraversa il conduttore è generata da un movimento effettivo degli elettroni allora è detta densità di corrente di convenzione. Se la corrente è invece generata dagli elettroni dei livelli energetici più alti (e cioè non tutti gli elettroni sono liberi di muoversi) allora si parla di densità di corrente di conduzione. | $\underline{J} = \rho_v \cdot \underline{u} \left[\frac{A}{m^2}\right]$ | |
| Corrente di superficie | La corrente di superficie è data dall'integrale della rispettiva densità di carica | $I = \int_S \underline{J} \cdot dS \; [A]$ | |
| Legge di Coulomb<br><br>Campo elettrico | La legge di Coulomb esprime il campo generato da una carica.<br>Per i campi elettrici vige il principio di sovrapposizione degli effetti per cui il campo generato da più cariche è pari alla somma dei campi elettrici generati dalle singole cariche; in quiesto caso, bisogna considerare il vettore come R-Ri dove R è il vettore congiungente l'origine degli assi e il punto mentre Ri è il vettore congiungente l'origine degli assi e la carica che genera il campo, così per la regola del parallelogramma la differenza R-Ri darà come risultato il vettore congiungente la carica e il punto di applicazione del campo.<br>Inoltre, la forza elettrica a cui una carica q è soggetta se immersa in un campo elettrico è data dal prodotto fra la carica stessa e il campo.<br><br>Il campo elettrico può essere anche ricavato dalla densità di carica superficiale o lineare | $\underline{E} = \hat{i}_R \frac{q}{4\pi\varepsilon R^2} \left[\frac{V}{m}\right]$<br>$\underline{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum_{i=0}^{n} \frac{q_i(\underline{R} - \underline{R_i})}{\lvert\underline{R} - \underline{R_i}\rvert^3}$<br>$\underline{F} = q \cdot \underline{E} \; [N]$<br>$\underline{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_S \underline{R} \frac{\rho_s}{R^2}\, ds$ | $\hat{i}_R$ è il versore che unisce il punto in cui viene generato il campo e il punto in cui si vuole calcolare l'intrensità del campo |
| Potenziale scalare elettrico | La tensione V tra due punti indica la quantità di lavoro necessaria per spostare una carica fra due punti di un campo elettrico ed è definito come differenza di potenziale elettrico come due punti. Il potenziale scalare elettrico non ha dunque molto significato se calcolato solamente per un punto a acquista il significato di tensione proprio se valutato fra due punti. Inoltre, per il potenziale scalare elettrico vale il principio di sovrapposizione quindi il potenziale elettrico totale generato da un insieme di cariche puntuali è uguale alla somma dei potenziali elettrici generati dalle singole cariche.<br><br>Le legge di Kirchoff sulle tensioni afferma che la caduta di potrenziale in un percorso chiuso è nulla.<br>Per il teorema di Strokes, l'integrale lungo una curva chiusa (cioè di circuitazione) di un campo è pari all'integrale doppio (cioè di superficie) è pari al rotore del campo stesso.<br><br>Il campo elettrico può essere ottenuto anche dal gradiente del potenziale scalare elettrico | $V = -\int_{x_1}^{x_2} \underline{E} \cdot d\underline{l} \; [V]$<br>$\underline{E} = -\nabla V \left[\frac{V}{m^2}\right]$ | |
| Legge di Ohm | La legge di Ohm mette in relazione la densità di carica con la conducibilità di un materiale per ricavare il campo elettrico.<br><br>Un dielettrico perfetto ha densità di carica J pari a zero.<br>Un conduttore perfetto ha campo elettrico E pari a zero | $\underline{E} = \frac{\underline{J}}{\sigma} \left[\frac{A}{m^2}\right]$<br>$I = \frac{V}{R} \; [A]$ | $\sigma = \frac{S}{m}$ |
| Legge di Joule | Secondo la legge di Joule un campo elettrico dissipa della potenza ed essa si misura in watts. | $P = \int_V \underline{E} \cdot \underline{J}\, dV \; [W]$<br>$P = I^2 R \; [W]$ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | $P = \int_V \underline{E} \cdot \underline{J} \, dV \; [W]$<br>$P = I^2 R \; [W]$ | |
| Capacità di un condensatore | Dati due conduttori separati da un materiale dielettrico, se i due conduttori sono collegati a loro volta da un generatore di tensione allora essi si caricheranno rispettivamente in maniera positiva e negativa formando dunque un condensatore. Si definisce quindi capacità di un condensatore il rapporto fra la carica totale e la tensione (ovvero la differenza di potenziale scalare elettrico) fra i due conduttori. | $C = \frac{Q}{V} \; \left[\frac{C}{V} / F\right]$ | |
| Energia potenziale elettrostatica | Quando si caricano due piastre di un condensatore, se il mezzo all'interno non conduce allora non vi è potenza dissipata e dunque l'energia viene immagazzinata nel dielettrico sotto forma di energia potenziale elettrostatica | | |

# Concetti fondamentali

martedì 19 gennaio 2021 18:03

Componenti fisiche che godono del principio di sovrapposizione degli effetti:

- Campi elettrici -> il campo elettrico generato da più cariche in un punto è pari alla somma dei campi elettrici generati dalle singole cariche
- Forza elettrica -> la forza elettrica esercitata da più cariche su un'ulteriore carica è uguale al prodotto dell'ultima carica per il campo el ettrico generato dalle altre cariche (che a sua volta è pari alla somma dei campi elettrici generati dalle singole cariche) o dalla s omma della forze che le singole cariche hanno sulla carica
- Potenziale elettrico -> il potenziale elettrico creato da più cariche in un punto è dato dalla somma dei potenziali creati dalle singole cariche nel punto

Differenze tra forza magnetica e forza elettrica:

- la forza elettrica è sempre orientata parallelamente al campo elettrico che la genera mentre la forza magnetica è perpendicol are al campo magnetico
- la forza elettrica agisce sia su particelle stazionarie che in moto mentre il campo magnetico solo su particelle in moto
- nello spostare una particella, la forza elettrica dissipa energia (compie cioè del lavoro) mentre la forza magnetica no

| | | |
|---|---|---|
| Versore di un prodotto vettoriale | Il versore di un prodotto vettoriale è dato dalla regolare della mano destra: il pollice indica la direzione del versore se le dita ruotano congiungendo i due vettori moltiplicati | |
| Prodotto vettoriale fra versori | - Il prodotto vettoriale di due versori uguali è 0.<br>- Il prodotto vettoriale di due versori perpendicolari dà origine al versore perpendicolari ad entrambi con il segno dato dalla regola della mano destra. | |
| Prodotto scalare fra versori | - Il prodotto scalare di due versori uguali è 1.<br>- Il prodotto scalare di due versori perpendicolari è 0. | |

| | | |
|---|---|---|
| Gradiente | Si applica ai campi scalari e restituisce un vettore di derivate parziali. Il modulo del vettore gradiente indica la massima velocità di variazione della grandezza a cui fa riferimento | |
| Divergenza | La divergenza di un campo si calcola come la somma delle componenti del vettore gradiente.<br>Un campo genera un flusso; quando la divergenza del campo è positiva allora il flusso è uscente, se è negativa allora il flusso è entrante. Se la divergenza è pari a zero, ciò vuol dire che flusso entrante ed uscente sono gli stessi e il campo è detto SOLENOIDALE; inoltre, le linee di campo (cioè le linee che rappresentano il flusso) si chiudono su loro stesse. | |
| Rotore | Il rotore descrive la proprietà rotazionale di un campo ed equivale al determinante di una matrice di derivate parziali.<br>Esso ha segno in dipendenza dal verso di percorrenza della curva di circuitazione.<br>Se il rotore è pari a zero, il campo è detto irrotazionale ed è conservativo (per l'analisi) se il suo dominio è semplicemente connesso. | |
| Laplaciano | Il Laplaciano equivale a calcolare la divergenza del gradiente (ovvero la somma delle derivate parziali delle derivate parziali di un campo) | |



| | |
|---|---|
| Teorema di Strokes | Il teorema di Strokes lega l'integrale triplo (di volume) del rotore di un campo alla circuitazione (cioè al calcolo di un integrale lungo una curva chiusa) del campo stesso. |
| Legge di Gauss | La carica totale su una superficie equivale all'integrale doppio (di superficie) della densità di flusso del campo elettrico D |
| Forza di Lorentz | La forza di Lorentz è la forza a cui è soggetta una carica che si muove in un campo elettrico o magnetico |

| | | |
|---|---|---|
| Densità di carica | La densità di carica indica mediamente la quantità di carica presente in una unità di volume.<br>Anche se la carica è distribuita in maniera discreta, da un punto di vista macroscopico può essere vista come se fosse distribuita in maniera continua.<br>Intregrando l'equazione che descrive la densità di carica si ottiene la quantità di carica totale in un volume.<br>Quando si prende in considerazione la carica distribuita su una superficie si parla di densità di carica superficiale ed equivale alla quantità media di carica per metro quadro.<br>Quando si prende in considerazione la carica distribuita su una linea (anche non dritta) si parla di densità di carica lineare e indica la quantyità di carica media per metro. | |
| Densità di carica volumetrica degli elettroni | La densità di carica volumetrica degli elettroni è uguale al rapporto fra conducibilità di un mezzo e la sua mobilità elettronica. | |
| Quantità di carica | La quantità di carica in un dato volume/superficie/linea è data dall'integrale della rispettiva densità di carica per il volume/superficie/linea infinitesima | |
| Densità di corrente | La densità di corrente si indica con J ed è la corrente media che attraversa una sezione di un conduttore. Dall'integrale della densità di corrente si può ottenere la corrente totale che attraversa un conduttore.<br><br>Se la corrente che attraversa il conduttore è generata da un movimento effettivo degli elettroni allora è detta densità di | |

| | | |
|---|---|---|
| | corrente di convenzione. Se la corrente è invece generata dagli elettroni dei livelli energetici più alti (e cioè non tutti g li elettroni sono liberi di muoversi) allora si parla di densità di corrente di conduzione. | |
| Corrente di superficie | La corrente di superficie è data dall'integrale della rispettiva densità di carica | |
| Legge di Coulomb<br><br>Campo elettrico | La legge di Coulomb esprime il campo generato da una carica.<br>Per i campi elettrici vige il principio di sovrapposizione degli effetti per cui il campo generato da più cariche è pari alla somma dei campi elettrici generati dalle singole cariche; in quiesto caso, bisogna considerare il vettore come R -Ri dove R è il vettore congiungente l'origine degli assi e il punto mentre Ri è il vettore congiungente l'origine degli assi e la caric a che genera il campo, così per la regola del parallelogramma la differenza R -Ri darà come risultato il vettore congiungente la carica e il punto di applicazione del campo.<br>Inoltre, la forza elettrica a cui una carica q è soggetta se immersa in un campo elettrico è data dal prodotto fra la carica stessa e il campo.<br><br>Il campo elettrico può essere anche ricavato dalla densità di carica superficiale o lineare | |
| Potenziale scalare elettrico | La tensione V tra due punti indica la quantità di lavoro necessaria per spostare una carica fra due punti di un campo elettrico ed è definito come differenza di potenziale elettrico come due punti. Il potenziale scalare elettrico non ha dunque molto significato se calcolato solamente per un punto a acquista il significato di tensione proprio se valutato fra due punti. Inoltre, per il potenziale scalare elettrico vale il principio di sovrapposizione quindi il potenziale elettrico totale generato da un insieme di cariche puntuali è uguale alla somma dei potenziali elettrici generati dalle singole cariche.<br><br>Le legge di Kirchoff sulle tensioni afferma che la caduta di potrenziale in un percorso chiuso è nulla.<br>Per il teorema di Strokes, l'integrale lungo una curva chiusa (cioè di circuitazione) di un campo è pari all'integrale doppio (cioè di superficie) è pari al rotore del campo stesso.<br><br>Il campo elettrico inoltre è pari a meno il gradiente del potenziale scalare elettrico.<br><br>La differenza di potenziale elettrico (detta anche caduta) è definita anche tensione. | |
| Legge di Ohm | La legge di Ohm mette in relazione la densità di carica con la conducibilità di un materiale per ricavare il campo elettrico.<br><br>Un dielettrico perfetto ha densità di carica J pari a zero.<br>Un conduttore perfetto ha campo elettrico E pari a zero | |
| Legge di Joule | Secondo la legge di Joule un campo elettrico dissipa della potenza ed essa si misura in watts. | |
| Capacità di un condensatore | Dati due conduttori separati da un materiale dielettrico, se i due conduttori sono collegati a loro volta da un generatore di tensione allora essi si caricheranno rispettivamente in maniera positiva e negativa formando dunque un condensatore. Si definisce quindi capacità di un condensatore il rapporto fra la carica totale e la tensione (ovvero la differenza di potenziale scalare elettrico) fra i due conduttori.<br>In un condensatore due conduttori si attraggono reciprocamente con una forza che è pari a meno il gradiente della energia potenziale elettrostatica immagazzinata tra le piastre. | |
| Energia potenziale elettrostatica | Quando si caricano due piastre di un condensatore, se il mezzo all'interno non conduce allora non vi è potenza dissipata e dunque l'energia viene immagazzinata nel dielettrico sotto forma di energia potenziale elettrostatica | |
| Parametri elettromagnet ici costituitivi | I materiali hanno tre parametri: conducibilità, permittività elettrica e permeabilità magnetica.<br><br>I materiali si dividono in conduttori e dielettrici e nei conduttori, se viene applicato un campo elettrico, viene genereata una corrente di conduzione dove gli elettroni hanno direzione opposta al campo e velocità detta velocità di deriva degli elettroni. La velocità di deriva degli elettroni dipende dal campo applicato e alla movilità elettronica del materiale.<br>Un conduttore perfetto ha campo pari a zero mentre un dielettrico perfetto ha densità di corrente pari a zero e, anche se viene applicato un campo esterno, esso non è attraversato da nessuna corrente ma presenta una polarizzazione degli atomi, sempre che questo campo non sia talmente forte da provocare la rottura dielettrica e dunque il movimento delle cariche. | |

| | | |
|---|---|---|
| Forza magnetica | La forza magnetica a cui è soggetta una spira chiusa in un campo magnetico è sempre zero.<br><br>Due conduttori attraversati da corrente generano una forza magnetica l'uno sull'altro: se le correnti scorrono nello stesso verso allora la forza è attrattiva ed uguale mentre se sono percorsi da corrente che scorre in versi opposti allora la forza è sempre uguale ma repulsiva | |
| Legge di Biot Savat | La legge di Biot Savat serve a calcolare il campo magnetico conoscendo la corrente elettrica che scorre in un conduttore | |
| Legge del magnetismo di | Secondo la legge del magnetismo di Gauss , la quantità di carica totale su una superficie equivale all'integrale doppio (di superficie) della densità di flusso elettrico D | |

| | | |
|---|---|---|
| Gauss | | |
| Legge di Ampere | La legge di Ampere permette di calcolare la corrente che attraversa un conduttore attraverso la circuitazione del campo magnetico da essa generato. | |
| Forza elettromotrice | La forza elettromotrice equivale al lavoro che deve essere compiuto per spostare una carica da un punto di basso potenziale ad uno di più alto potenziale | |
| Induttanza | L'induttanza è l'equivalente magnetico del condensatore in quanto permette di immagazzinare l'energia potenziale magnetica. Un esempio di induttanza è il solenoide, formato da un conduttore avvolto a spirale su stesso. | |

# Concetti per esercizi

martedì 19 gennaio 2021 19:48

**Densità di carica che varia ->** se una densità di carica varia lungo una superficie (di solito circolare) bisogna esprimerla in dipendenza della dimensione lungo cui varia (es. se si tratta della densità di carica superficiale di un disco allora essa deve essere posta in relazione con il raggio

**Calcolare la carica elettrica data la densità di carica ->** la carica totale è data dall'integrale della densità di carica. Nel caso di un disco bisogna ricordare che

dS = r dr dphi (per le coordinate cilindriche)

mentre nel caso di un rettangolo si ha che

dS = dx dy

**Calcolare la forza elettrica fra due cariche ->** la forza elettrica fra due cariche è un vettore e si ottiene moltiplicando il campo elettrico generato da una delle due cariche per la carica dell'altra e considerando come versore il vettore congiungente le due cariche; bisogna ricordare che il vettore congiungente le due cariche si calcola come differenza vettoriale fra il vettore congiungente l'origine degli assi alla carica su cui viene applicata la forza e il vettore congiungente l'origine degli assi alla carica che esercita la forza (ovvero si deve applicare la regola del parallelogramma).

**Calcolare la forza elettrica generata da più cariche su un'ulteriore carica ->** date delle cariche che generano una forza elettrica su un'altra carica, tale forza sarà data dalle forze che le singole cariche applicano sulla carica precedente. Dunque si calcola la forza elettrica esercitata da ciascuna secondo il meccanismo al punto precedente.

**Calcolare il campo elettrico esercitato da più cariche in un punto ->** poiché il campo elettrico gode del pricipio di sovrapposizione degli effetti, il campo elettrico generato in un punto da più particelle è dato dalla somma dei campi elettrici generati dalle singole particelle nel punto.



**Calcolare la forza elettrica esercitata da più cariche in una carica ->** la forza elettrica generata da un insieme di cariche su un'ulteriore carica è pari al prodotto fra quest'ultima per il campo totale generato dalle cariche. Il campo generato da più cariche si può ottenere come somma di tutti i campi generati dalle singole cariche



**Calcolare il lavoro per spostare una carica ->** il lavoro per spostare una carica è data dall'integrale lungo il percorso per cui la si vuole spostare del prodotto fra la carica stessa e il campo elettrico in cui è immersa ovvero l'integrale della forza elettrica a cui è soggetta la carica scalarmente moltiplicata per lo spostamento infinitesimo. Se lo spostamento avviene in due dimesnioni, poiché vi è un prodotto scalare allora la direzione della variazione di energia potenziale elettrica è data dal versore che individua lo spostamento

**Calcolare il potenziale creato da più cariche in un punto ->** date più cariche che creano una tensione, per calcolare il potenziale in un ulteriore punto basta utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti per cui il potenziale in un punto è dato dalla somma dei potenziali fra le singole cariche e il punto di applicazione

**Calcolare il valore di una costante dielettrica relativa ->** quando viene richiesto di calcolare una costante dielettrica nel vuoto bisogna controllare che si ottenga un valore maggiore uguale di 1 altrimenti il calcolo è certamente sbagliato perché significherebbe avere una velocità nel mezzo maggiore di quella della luce

**Calcolare l'induzione elettrica ->** l'induzione elettrica altro non è che il campo (detta anche spostamento elettrico) è il campo vettoriale che descrive la polarizzazione di un mezzo e si ottiene moltiplicando la costante dielettrica per il campo elettrico in cui il mezzo è immerso.

**Calcolare il numero di elettroni liberi in un materiale ->** il numero di elettroni liberi in un materiale è detta anche desnità degli elettroni ed è dato dal rapporto fra la densità di carica superficiale e la carica assoluta del singolo elettrone

**Calcolare la densità di corrente ->** per la legge di Ohm la densità di corrente J è il prodotto fra il campio elettrico e per la conducibilità

**Calcolare la velocità di deriva degli elettroni ->** la velocità di deriva degli elettroni è data dal prodotto fra campo elettrico e mobilità elettronica

**Calcolare la densità volumetrica degli elettroni liberi ->** la densità volumetrica degli elettroni liberi è il prodotto fra il numero di elettroni liberi in un materiale e la carica assoluta del singolo elettrone

**PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI ->** Vale per

- campi elettrici in in punto
- potenziale in un punto
- forza elettrica in un punto

Esperimento di Coulomb -> si parte dalla formula della forza gravitazionale attribuendo delle cariche alle masse e si fanno le relative osservazioni sulle proprietà

# Unità di misura

sabato 13 febbraio 2021 11:50

| | | |
|---|---|---|
| M | mega | $10^6$ |
| k | kilo | $10^3$ |
| h | etto | $10^2$ |
| da | deca | $10$ |
| d | deci | $10^{-1}$ |
| c | centi | $10^{-2}$ |
| m | milli | $10^{-3}$ |
| $\mu$ | micro | $10^{-6}$ |
| n | nano | $10^{-9}$ |
| p | pico | $10^{-12}$ |
| f | femto | $10^{-15}$ |