

Conception et Simulation d'une Machine Frigorifique à Éjecteur Fonctionnant au R718

LISONGO SEMETE Gabriel

16 février 2026

Résumé

Ce travail présente la conception, la modélisation et la simulation d'une machine frigorifique à éjecteur fonctionnant au fluide frigorigène naturel R718 (eau).

L'objectif principal est le dimensionnement inverse du système à partir de deux paramètres d'entrée : la puissance frigorifique de l'évaporateur et la température d'évaporation. Le modèle développé permet de calculer automatiquement les états thermodynamiques du cycle complet, les débits massiques, le coefficient de performance (COP), ainsi que les indicateurs de diagnostic.

Une modélisation avancée de l'éjecteur a été implémentée en intégrant les effets d'écoulement compressible supersonique, la détection d'onde de choc normale et l'analyse des régimes d'aspiration.

Une interface graphique interactive permet la visualisation dynamique du fonctionnement du système ainsi que l'affichage des diagrammes thermodynamiques P-h et T-s.

Les résultats obtenus démontrent la cohérence thermodynamique du modèle ainsi que la convergence du dimensionnement global du système.

Mots-clés : Éjecteur, R718, Cycle frigorifique, Écoulement compressible, Simulation thermodynamique, Dimensionnement inverse.

Abstract

This work presents the design, modeling, and simulation of an ejector refrigeration system operating with the natural refrigerant R718 (water).

The main objective is the inverse dimensioning of the system based on two input parameters : the evaporator cooling capacity and the evaporation temperature. The developed model automatically computes thermodynamic states, mass flow rates, coefficient of performance (COP), and diagnostic indicators.

An advanced ejector model including supersonic compressible flow, normal shock detection, and suction regime analysis was implemented.

A graphical user interface enables dynamic visualization of system behavior and thermodynamic diagrams (P-h and T-s).

Results demonstrate thermodynamic consistency and successful convergence of the global system dimensioning.

Keywords : Ejector, R718, Refrigeration cycle, Compressible flow, Thermodynamic simulation, Inverse design.

Table des matières

Résumé	i
Abstract	ii
Liste des abréviations	ix
Notations et Conventions	x
I Étude des composants	1
Introduction de la Partie I	2
1 Description de la machine frigorifique à eau de 12 kW	3
1.1 Évolution historique et positionnement scientifique	3
1.2 Organisation générale de la machine	3
1.3 Fonctionnement détaillé du cycle	4
1.3.1 Détente isoenthalpique ($1 \rightarrow 2$)	4
1.3.2 Évaporation ($2 \rightarrow 3$)	4
1.3.3 Pompage ($1 \rightarrow 7$)	4
1.3.4 Génération vapeur motrice ($7 \rightarrow 8$)	4
1.3.5 Éjecteur ($8 \rightarrow 4 \rightarrow 5$)	5
1.3.6 Condensation ($5 \rightarrow 6$)	5
1.4 Indicateur de performance énergétique	5
1.5 Résumé du chapitre	5
2 Le fluide frigorigène : l'eau (R718)	6
2.1 Conditions thermodynamiques requises pour un fluide frigorigène	7
2.2 Relation pression-température et fonctionnement sous vide	7
2.3 Analyse du volume spécifique vapeur	8
2.4 Avantages thermodynamiques du R718	8
2.5 Contraintes spécifiques du fonctionnement sous vide	8
2.6 Comparaison avec un fluide HFC : analyse critique	9
2.7 Résumé du chapitre	9
3 L'éjecteur de fluide	10
3.1 Technologie et typologie des éjecteurs	11
3.1.1 Architecture constructive	11
3.1.2 Typologie fonctionnelle	11
3.1.3 Contraintes technologiques spécifiques au R718	11

3.2	Rôle systémique et repérage des états du cycle	11
3.3	Écoulement compressible dans la tuyère primaire	12
3.3.1	Hypothèses de base	12
3.3.2	Étranglement au col (<i>choking</i>)	12
3.3.3	Rendement isentropique de tuyère	13
3.4	Modélisation du mélange	13
3.4.1	Conservation de la masse	13
3.4.2	Conservation de la quantité de mouvement	13
3.4.3	Bilan d'énergie (mélange adiabatique)	13
3.5	Ondes de choc et relation de Hugoniot	13
3.5.1	Origine physique du choc	13
3.5.2	Équations de Rankine–Hugoniot (forme générale)	14
3.5.3	Relations Mach (gaz parfait) et adaptation au R718 réel	14
3.6	Régime critique, double étranglement et pression critique	14
3.6.1	Étranglement primaire	14
3.6.2	Étranglement secondaire et régime critique	15
3.6.3	Pression critique de condensation	15
3.7	Modèle mathématique 1D hybride retenu pour la simulation	15
3.7.1	Structure du modèle	15
3.7.2	Fermeture par rendements et paramètres semi-empiriques	15
3.7.3	Propriétés réelles via CoolProp	15
3.8	Comparaison critique des principaux modèles 1D d'éjecteurs	16
	Résumé du chapitre	16
4	Le détendeur	17
4.1	Rôle systémique et interaction avec le cycle à éjecteur	18
4.2	Typologie technologique des détendeurs et choix pertinent pour le R718	18
4.2.1	Grandes familles d'organes de détente	18
4.2.2	Contraintes spécifiques du R718 (vide, non-condensables, volumes spécifiques)	18
4.3	Fondements thermodynamiques du laminage	19
4.3.1	Démonstration de l'isoenthalpie à partir du premier principe (écou- lement stationnaire)	19
4.3.2	Irréversibilité et entropie	19
4.4	Formation du mélange diphasique en sortie	19
4.4.1	Expression du titre vapeur en sortie (équilibre thermodynamique)	19
4.4.2	Équilibre vs non-équilibre : limites du modèle « homogène »	20
4.5	Hydraulique du détendeur	20
4.5.1	Approche orifice : débit monophasique (référence)	20
4.5.2	Cavitation et nombre de cavitation	20
4.5.3	Écoulement critique en détente diphasique : notion et implications	21
4.6	Instabilités dynamiques et couplage avec les composants aval/amont	21
4.7	Modèle mathématique retenu pour la simulation (niveau mémoire)	21
4.8	Résumé du chapitre	22

5	Le condenseur	23
5.1	Rôle systémique dans le cycle à éjecteur	24
5.2	Typologie des condenseurs et choix technologique	24
5.2.1	Familles technologiques (classification)	24
5.2.2	Spécificités du R718 et implications sur le choix	24
5.3	Phénoménologie de la condensation : zones thermiques et mécanismes . . .	25
5.3.1	Trois zones classiques : désurchauffe, condensation, sous-refroidissement	25
5.3.2	Modes de condensation : film vs gouttes	25
5.4	Condensation en film	25
5.4.1	Hypothèses et cadre	25
5.4.2	Résultat : coefficient moyen de transfert par film laminaire	25
5.4.3	Limites pratiques et corrections	26
5.5	Convection naturelle côté air	26
5.5.1	Rayleigh et Nusselt	26
5.5.2	Conséquence majeure : résistance dominante côté air	26
5.6	Résistances thermiques globales et modèle KA -LMTD	26
5.6.1	Résistance équivalente et coefficient global	26
5.6.2	Définition de la différence de température logarithmique moyenne .	27
5.7	Non-condensables sous vide	27
5.8	Impact sur la pression critique et la stabilité de l'éjecteur	27
5.9	Modèle mathématique retenu dans le simulateur	27
5.10	Discussion critique	28
5.11	Résumé du chapitre	28
6	L'évaporateur à film ruisselant	29
6.1	Rôle systémique	30
6.2	Étude phénoménologique du film ruisselant	30
6.2.1	Formation et dynamique du film	30
6.2.2	Vaporisation et résistances thermiques	30
6.3	Bilan énergétique et définition de la puissance frigorifique	31
6.4	Modélisation thermique de l'évaporateur : approche détaillée	31
6.4.1	Écriture globale par coefficient global de transfert	31
6.4.2	Modélisation du coefficient côté film ruisselant	31
6.5	Phénomènes critiques et stabilité sous vide	32
6.5.1	Assèchement local (dry-out) et mouillage	32
6.5.2	Pertes de charge et effet sur l'aspiration éjecteur	32
6.6	Modèle mathématique retenu pour la simulation	32
6.7	Discussion critique	32
6.8	Résumé du chapitre	32
7	La chaudière solaire	34
7.1	Principe du concentrateur cylindro-parabolique	35
7.2	Bilan énergétique du générateur	35
7.3	Pertes thermiques	35
7.3.1	Convection naturelle	35
7.3.2	Rayonnement thermique	36
7.4	Rendement thermique du générateur	36
7.5	Couplage thermodynamique avec l'éjecteur	36
7.6	Dimensionnement préliminaire	36

7.7	Problèmes spécifiques au chauffage direct du R718	37
7.8	Modèle mathématique retenu	37
7.9	Résumé du chapitre	37
8	La pompe alimentaire	38
8.1	Rôle systémique	39
8.2	Étude phénoménologique	39
8.2.1	Travail de pompage : formulation thermodynamique	39
8.2.2	Pertes de charge et pression disponible à l'aspiration	39
8.3	Cavitation et NPSH	40
8.3.1	Définitions	40
8.3.2	Formulation du NPSH disponible	40
8.4	Effets de la cavitation sur le cycle	40
8.5	Stratégies de mitigation et choix technologiques	41
8.6	Modèle mathématique retenu pour la simulation	41
8.7	Résumé du chapitre	41
II	Étude systémique	42
	Introduction de la Partie II	43
III	Annexes	44
A	Fondements théoriques de l'écoulement compressible dans l'éjecteur	45
A.1	Hypothèses fondamentales	45
A.2	Équations fondamentales (volume de contrôle 1D)	45
A.2.1	Conservation de la masse	45
A.2.2	Conservation de la quantité de mouvement	45
A.2.3	Conservation de l'énergie (enthalpie totale)	46
A.3	Écoulement isentropique dans une tuyère	46
A.3.1	Définition et relations de base	46
A.3.2	Relations stagnation–statique (gaz parfait)	46
A.4	Condition d'étranglement ($Mach = 1$) et relation aire–Mach	46
A.4.1	Critère d'étranglement	46
A.4.2	Relation aire–Mach	47
A.5	Choc normal : équations de Rankine–Hugoniot	47
A.5.1	Conservation à travers le choc	47
A.5.2	Relation de Hugoniot	47
A.6	Variation d'entropie à travers le choc	48
A.7	Relations Mach amont/aval (gaz parfait)	48
A.8	Adaptation au cas du R718 (fluide réel sous vide)	48
A.9	Portée et limites	48
	Références	49

Table des figures

Liste des tableaux

2.1	Comparaison qualitative entre l'eau (R718) et le R134a.	9
3.1	Comparaison synthétique de modèles 1D d'éjecteurs issus de la littérature.	16

Liste des abréviations

COP	Coefficient de performance
R718	Eau utilisée comme fluide frigorigène
LMTD	Log Mean Temperature Difference
MVC	Model View Controller
UI	User Interface
P-h	Diagramme Pression–Enthalpie
T-s	Diagramme Température–Entropie

Notations et Conventions

Convention de numérotation des états

Le cycle thermodynamique est défini selon la convention suivante :

- $1 \rightarrow 2$: Détendeur
- $2 \rightarrow 3$: Évaporateur
- $3 \rightarrow 4$: Chambre de mélange de l'éjecteur
- $4 \rightarrow 5$: Diffuseur de l'éjecteur
- $5 \rightarrow 6$: Condenseur
- $1 \rightarrow 7$: Pompe
- $7 \rightarrow 8$: Chaudière (Générateur)
- $8 \rightarrow 4$: Tuyère de l'éjecteur

Grandeurs thermodynamiques

P	Pression (Pa)
T	Température (K)
h	Enthalpie spécifique (J/kg)
s	Entropie spécifique (J/kg.K)
x	Titre vapeur
\dot{m}	Débit massique (kg/s)
μ	Taux d'entraînement de l'éjecteur
M	Nombre de Mach

Les diagrammes thermodynamiques P-h et T-s présentent uniquement la numérotation des états (1 à 8) sans légende descriptive.

Première partie

Étude des composants

Introduction de la Partie I

Cette première partie est consacrée à l'étude détaillée des composants constituant la machine frigorifique à éjecteur fonctionnant au R718 (eau). L'objectif est de construire une base scientifique et technologique robuste permettant, d'une part, de justifier les choix de configuration et, d'autre part, d'établir les modèles nécessaires à la simulation numérique du cycle complet.

Dans ce travail, l'approche adoptée repose sur une modélisation principalement unidimensionnelle (1D) des différents organes, en s'appuyant sur les principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Chaque composant est étudié selon une démarche structurée comprenant : (i) son rôle dans le système, (ii) les phénomènes physiques dominants, (iii) les aspects technologiques, et (iv) l'établissement d'un modèle mathématique utilisable en simulation.

Une attention particulière est portée à l'éjecteur, organe clé du cycle, car il assure simultanément l'aspiration de la vapeur secondaire issue de l'évaporateur et la recompression du mélange vers le niveau de pression de condensation. Les sections dédiées à l'éjecteur intègrent les notions d'écoulement compressible, de régime supersonique et de formation d'onde de choc, afin d'aboutir à un modèle représentatif des régimes de fonctionnement observés.

Enfin, l'étude des échangeurs (évaporateur, condenseur, générateur/chaudière) met en évidence le lien direct entre performances thermodynamiques et dimensionnement des surfaces d'échange, via l'utilisation du coefficient global de transfert thermique K , conformément à la convention de notation adoptée dans ce mémoire.

Chapitre 1

Description de la machine frigorifique à eau de 12 kW

1.1 Évolution historique et positionnement scientifique

L'histoire de la réfrigération thermodynamique débute au XIX^e siècle avec les travaux fondateurs de Carnot sur les cycles idéaux. Par la suite, les premières machines à compression mécanique utilisant l'ammoniac et le dioxyde de carbone ont été développées pour des applications industrielles.

Parallèlement aux cycles à compression, des solutions alternatives utilisant la chaleur comme énergie motrice ont émergé, notamment les cycles à absorption et les cycles à éjection. Les premiers systèmes à jet de vapeur (*steam-jet refrigeration*) apparaissent à la fin du XIX^e siècle et trouvent des applications industrielles majeures au XX^e siècle (Sokolov & Hershgal, 1990).

Avec les restrictions environnementales issues du Protocole de Montréal puis de l'amendement de Kigali, les fluides frigorigènes synthétiques ont progressivement été remplacés par des fluides naturels (Herold, Radermacher, & Klein, 2016). L'eau (R718) présente l'avantage d'être non toxique, non inflammable et universellement disponible.

La valorisation de l'énergie solaire thermique dans les régions intertropicales a renforcé l'intérêt pour les cycles frigorifiques trithermes (Kalogirou, 2014).

Le présent travail étudie une machine frigorifique simple effet, dimensionnée pour une puissance frigorifique nominale de :

- Température d'évaporation : $T_{evap} = 10^{\circ}C$
- Température de condensation : $T_{cond} = 35^{\circ}C$
- Température du générateur : $T_{gen} = 100^{\circ}C$
- Puissance frigorifique nominale : $\dot{Q}_{evap} = 12 \text{ kW}$

Cette configuration est adaptée aux conditions climatiques de la région intertropicale.

1.2 Organisation générale de la machine

La machine étudiée comprend :

- Une pompe d'alimentation
- Une chaudière solaire
- Un éjecteur (tuyère + chambre de mélange + diffuseur)
- Un condenseur

- Un détendeur
- Un évaporateur

Le cycle thermodynamique suit la convention de numérotation suivante :

$1 \rightarrow 2$	Détendeur
$2 \rightarrow 3$	Évaporateur
$3 \rightarrow 4$	Chambre de mélange
$4 \rightarrow 5$	Diffuseur
$5 \rightarrow 6$	Condenseur
$1 \rightarrow 7$	Pompe
$7 \rightarrow 8$	Chaudière
$8 \rightarrow 4$	Tuyère primaire

1.3 Fonctionnement détaillé du cycle

1.3.1 Détente isoenthalpique ($1 \rightarrow 2$)

La détente dans le détendeur est modélisée comme isoenthalpique :

$$h_1 = h_2 \quad (1.1)$$

La pression chute de P_{cond} à P_{evap} , générant un mélange diphasique.

1.3.2 Évaporation ($2 \rightarrow 3$)

Dans l'évaporateur, le fluide absorbe la puissance frigorifique :

$$\dot{Q}_{evap} = \dot{m}_{sec} (h_3 - h_2) \quad (1.2)$$

À $10^\circ C$, la pression de saturation est de l'ordre du kPa, impliquant un volume spécifique élevé (Moran & Shapiro, 2014a).

1.3.3 Pompage ($1 \rightarrow 7$)

La pompe élève la pression du liquide :

$$W_p = \dot{m}_{pri} (h_7 - h_1) \quad (1.3)$$

Le travail de la pompe reste négligeable devant la puissance thermique.

1.3.4 Génération vapeur motrice ($7 \rightarrow 8$)

La chaudière solaire fournit la chaleur :

$$\dot{Q}_{gen} = \dot{m}_{pri} (h_8 - h_7) \quad (1.4)$$

La vapeur atteint l'état saturé à $T_{gen} = 100^\circ C$.

1.3.5 Éjecteur ($8 \rightarrow 4 \rightarrow 5$)

L'éjecteur réalise trois transformations :

1. Accélération dans la tuyère primaire ($8 \rightarrow 4$)
2. Mélange adiabatique ($3 \rightarrow 4$)
3. Recompression dans le diffuseur ($4 \rightarrow 5$)

Le taux d'entraînement est défini par :

$$\mu = \frac{\dot{m}_{sec}}{\dot{m}_{pri}} \quad (1.5)$$

Les équations de conservation utilisées sont celles de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie (Huang, Chang, Wang, & Petrenko, 1999).

1.3.6 Condensation ($5 \rightarrow 6$)

Dans le condenseur, le fluide rejette la chaleur :

$$\dot{Q}_{cond} = \dot{m}_{tot} (h_5 - h_6) \quad (1.6)$$

Le fluide redevient liquide saturé à la pression P_{cond} .

1.4 Indicateur de performance énergétique

Le coefficient de performance énergétique est défini par :

$$COP = \frac{\dot{Q}_{evap}}{\dot{Q}_{gen}} \quad (1.7)$$

Contrairement aux cycles à compression mécanique, le travail de la pompe est négligeable.

Les études antérieures rapportent des valeurs typiques de COP comprises entre 0.2 et 0.5 pour les cycles à éjection vapeur (Chunnanond & Aphornratana, 2004). Le modèle développé dans ce travail permet d'atteindre des performances supérieures dans des conditions favorables.

1.5 Résumé du chapitre

Ce chapitre a présenté une description détaillée de la machine frigorifique à éjecteur fonctionnant au R718, en mettant l'accent sur les aspects historiques, scientifiques et technologiques. Les éléments clés abordés comprennent :

- L'évolution historique des cycles à éjection
- Le positionnement environnemental du R718
- L'architecture détaillée de la machine
- La convention de numérotation adoptée
- Les indicateurs énergétiques fondamentaux

Elle constitue le socle de la modélisation mathématique détaillée développée dans les chapitres suivants.

Chapitre 2

Le fluide frigorigène : l'eau (R718)

Le choix du fluide frigorigène constitue l'un des déterminants majeurs des performances thermodynamiques, environnementales et technologiques d'un système frigorifique. Historiquement, les premiers cycles frigorifiques exploitaient des fluides naturels tels que l'ammoniac (NH_3), le dioxyde de carbone (CO_2) ou l'eau, avant que les chlorofluorocarbures (CFC) ne dominent le marché au milieu du XX^e siècle. Toutefois, les impacts environnementaux associés aux CFC puis aux hydrofluorocarbures (HFC) ont conduit à une transition progressive vers des fluides à faible potentiel de réchauffement global (GWP) (Herold et al., 2016).

Dans ce contexte, l'eau — référencée **R718** selon la nomenclature ASHRAE — présente un intérêt renouvelé. Elle possède un GWP nul, un ODP nul, une non-toxicité, une ininflammabilité et une disponibilité universelle. Cependant, son utilisation comme fluide frigorigène impose des contraintes physiques majeures liées à ses propriétés thermodynamiques intrinsèques, notamment une pression de saturation très faible aux températures usuelles de production de froid.

L'analyse approfondie de ces caractéristiques est indispensable pour comprendre les défis liés au fonctionnement sous vide poussé de la machine étudiée.

2.1 Conditions thermodynamiques requises pour un fluide frigorigène

Un fluide frigorigène adapté doit satisfaire plusieurs critères thermodynamiques fondamentaux, parmi lesquels :

- une pression d'évaporation modérée (limitant le vide poussé) ;
- une chaleur latente élevée ;
- un faible volume spécifique en phase vapeur (limitant les débits volumiques) ;
- une température critique suffisamment élevée (élargissant le domaine opératoire).

D'un point de vue énergétique, l'effet frigorifique spécifique associé à un changement de phase à l'évaporateur peut s'exprimer, en première approximation, par :

$$q_{\text{evap}} = h_v - h_l, \quad (2.1)$$

où h_v est l'enthalpie de la vapeur saturée et h_l celle du liquide saturé. Plus la différence ($h_v - h_l$) est grande, plus la puissance frigorifique spécifique est élevée pour un débit massique donné.

L'eau présente une chaleur latente de vaporisation particulièrement élevée (de l'ordre de $\approx 2400 \text{ kJ kg}^{-1}$ à 10°C), ce qui constitue un avantage énergétique majeur (Moran & Shapiro, 2014a). La contrepartie se manifeste néanmoins par la relation pression-température, particulièrement défavorable au voisinage de 10°C .

2.2 Relation pression-température et fonctionnement sous vide

La pression de saturation d'un fluide pur est régie par l'équation de Clausius-Clapeyron :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(v_v - v_l)}, \quad (2.2)$$

où L est la chaleur latente de changement de phase, et v_v et v_l sont respectivement les volumes spécifiques de la vapeur et du liquide.

Pour l'eau à 10°C , la pression de saturation est typiquement :

$$P_{\text{sat}}(10^\circ\text{C}) \approx 1.23 \text{ kPa}. \quad (2.3)$$

Ce niveau de pression est environ 800 fois inférieur à la pression atmosphérique standard, ce qui implique :

- un fonctionnement sous vide profond ;
- un volume spécifique vapeur très élevé ;
- des vitesses d'écoulement c potentiellement élevées dans les conduites et l'éjecteur ;
- une sensibilité accrue aux pertes de charge et aux infiltrations d'air.

Ainsi, la principale difficulté associée au R718 en réfrigération n'est pas la capacité frigorifique intrinsèque, mais les contraintes mécaniques, hydrauliques et d'étanchéité qu'impose le vide poussé.

2.3 Analyse du volume spécifique vapeur

En première approche, le volume spécifique vapeur peut être estimé par le modèle du gaz parfait :

$$v \approx \frac{RT}{P}, \quad (2.4)$$

où R est la constante spécifique du gaz et T la température absolue. Pour la vapeur d'eau, $R \approx 461 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

À $T \approx 283 \text{ K}$ et $P \approx 1.23 \times 10^3 \text{ Pa}$, on obtient :

$$v \approx \frac{461 \times 283}{1230} \approx 106 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}. \quad (2.5)$$

Cet ordre de grandeur met en évidence un débit volumique important pour des débits massiques pourtant modérés. Les conséquences directes incluent :

- un dimensionnement critique des sections d'écoulement ;
- un accroissement du risque de pertes de charge (et donc de dégradation des performances) ;
- un comportement fortement non linéaire de l'éjecteur vis-à-vis des variations de pression secondaire.

Des travaux de référence montrent en particulier que la performance d'un éjecteur devient très sensible aux variations de conditions lorsqu'on opère avec de grands volumes spécifiques vapeur (Huang et al., 1999).

2.4 Avantages thermodynamiques du R718

Malgré les contraintes associées au vide poussé, l'eau présente plusieurs avantages thermodynamiques et environnementaux :

1. **Chaleur latente élevée** : elle permet de réduire le débit massique nécessaire pour une puissance frigorifique donnée.
2. **Température critique élevée** : $T_c \approx 374^\circ\text{C}$, autorisant un large domaine d'exploitation thermique.
3. **Capacité calorifique liquide élevée** : favorisant une stabilité thermique des phases liquides.
4. **Compatibilité environnementale** : GWP = 0 et ODP = 0.

Selon Chunnanond et Aphornratana ((2004)), les cycles à éjection vapeur utilisant l'eau sont particulièrement adaptés aux applications de froid solaire, notamment en raison de la compatibilité entre chaleur disponible à moyenne température et génération de vapeur motrice.

2.5 Contraintes spécifiques du fonctionnement sous vide

Le fonctionnement sous vide impose plusieurs exigences de conception et d'exploitation :

- étanchéité renforcée de l'ensemble des composants ;
- gestion des infiltrations d'air et des gaz non condensables ;

- sélection de matériaux compatibles avec le vide et les gradients thermiques ;
- surveillance du risque de cavitation et des conditions d'aspiration de la pompe (NPSH).

À très basse pression, les problèmes de désamorçage, d'instabilité hydraulique et de cavitation peuvent compromettre la continuité de fonctionnement. Ces contraintes justifient une modélisation rigoureuse des pertes de charge et des bilans énergétiques, ainsi qu'un dimensionnement attentif des conduites et des échangeurs.

2.6 Comparaison avec un fluide HFC : analyse critique

Le tableau 2.1 présente une comparaison qualitative entre l'eau (R718) et un HFC courant (R134a), à titre illustratif.

TABLE 2.1 – Comparaison qualitative entre l'eau (R718) et le R134a.

Propriété	Eau (R718)	R134a
GWP	0	≈ 1430
Pression de saturation à 10°C	≈ 1.23 kPa	≈ 300 kPa
Chaleur latente	Très élevée	Moyenne
Volume spécifique vapeur	Très élevé	Faible

Il apparaît que le principal handicap du R718 est principalement **mécanique et hydraulique** (vide poussé et forts débits volumiques) plutôt qu'énergétique. Ainsi, son adoption dépend davantage de la conception du système (étanchéité, dimensionnement, pertes de charge) que de ses performances thermiques intrinsèques.

2.7 Résumé du chapitre

L'eau (R718) constitue un fluide frigorigène écologiquement irréprochable et thermodynamiquement performant en termes d'effet frigorifique spécifique. Cependant, son utilisation à 10°C impose un fonctionnement sous vide profond, entraînant des volumes spécifiques élevés et une forte sensibilité aux pertes de charge.

Ces particularités rendent indispensable :

- une modélisation fine de l'éjecteur ;
- une attention particulière au dimensionnement hydraulique ;
- une analyse détaillée des phénomènes d'évaporation et de condensation.

La section suivante abordera le cœur dynamique du système : l'éjecteur de fluide, dont le comportement conditionne directement la stabilité et le *COP* de la machine.

Chapitre 3

L'éjecteur de fluide

Dans une machine frigorifique à éjecteur, l'éjecteur remplace la compression mécanique par une recompression aérodynamique fondée sur la conversion d'énergie de pression en énergie cinétique, suivie d'une récupération partielle de pression statique dans un diffuseur. Dépourvu de pièces mobiles, ce dispositif présente des avantages importants en termes de robustesse, simplicité et coût de maintenance. En contrepartie, sa plage de fonctionnement est généralement étroite et sa performance est fortement sensible au couple de pressions ($P_{\text{gen}}, P_{\text{cond}}$), ainsi qu'aux pertes de charge côté aspiration (Chunnanond & Aphornratana, 2004 ; Huang et al., 1999).

Dans le cas du fluide frigorigène R718, la difficulté est renforcée par le fonctionnement sous vide profond côté évaporateur, impliquant de très grands volumes spécifiques vapeur. Les vitesses d'écoulement c peuvent alors devenir suffisamment élevées pour conduire localement à des régimes compressibles, voire supersoniques, avec possibilité de formation d'ondes de choc dans la section de mélange ou le diffuseur (Moran & Shapiro, 2014a ; Anderson, 2016). Une revue technologique et théorique solide constitue donc un préalable indispensable à la modélisation retenue dans ce mémoire.

3.1 Technologie et typologie des éjecteurs

3.1.1 Architecture constructive

Un éjecteur de vapeur simple effet utilisé en réfrigération comporte classiquement :

- une **tuyère primaire** (souvent convergente-divergente de type Laval) alimentée par la vapeur motrice issue du générateur ;
- une **chambre d'aspiration** connectée à l'évaporateur ;
- une **section de mélange**, fréquemment assimilée à une section à aire constante (*constant-area mixing section*) ;
- un **diffuseur** (souvent divergent) assurant la récupération de pression statique ;
- éventuellement une **géométrie variable** (aiguille, col réglable) permettant d'adapter la section critique et d'élargir la plage de fonctionnement (Chunnanond & Aphornratana, 2004).

Les paramètres géométriques structurants incluent le diamètre au col d_t , le rapport d'expansion de la tuyère, le diamètre de mélange d_m , la longueur de mélange L_m , ainsi que l'angle et la longueur du diffuseur. La littérature montre notamment que le ratio L_m/d_m et la position relative de la sortie de tuyère (nozzle exit position) influencent fortement le rapport d'entraînement μ et la pression critique de refoulement (Huang et al., 1999 ; Eames, Aphornratana, & Haider, 1995).

3.1.2 Typologie fonctionnelle

Les éjecteurs peuvent être classés selon :

- la géométrie : éjecteur à géométrie fixe vs. géométrie variable ;
- le schéma de mélange : mélange à pression constante (*constant-pressure mixing*) vs. mélange à aire constante (*constant-area mixing*) ;
- le régime : régime critique (double étranglement) vs. régime subcritique (dépendant de P_{cond}) (Chunnanond & Aphornratana, 2004).

Pour une approche de modélisation système, la formulation « aire constante » est souvent retenue, car elle conduit à une structure 1D robuste et comparable aux formulations de référence (Huang et al., 1999).

3.1.3 Contraintes technologiques spécifiques au R718

Avec l'eau, les contraintes suivantes dominent :

- côté aspiration, P_{evap} est typiquement de l'ordre du kPa à 10°C, imposant une excellente étanchéité et une gestion des non-condensables ;
- les pertes de charge doivent être minimisées, car elles dégradent directement le rapport de pression disponible pour l'éjecteur ;
- la conception doit tenir compte des effets de corrosion, de dégazage et de purge des gaz résiduels (Sokolov & Hershgal, 1990).

3.2 Rôle systémique et repérage des états du cycle

Dans la convention adoptée dans ce mémoire, l'éjecteur est localisé entre la sortie évaporateur et l'entrée condenseur, et ses états internes sont explicitement distingués :

- $3 \rightarrow 4$: aspiration et mélange (chambre de mélange),

- 4 → 5 : recompression (diffuseur),
- 8 → 4 : tuyère primaire (expansion du fluide motrice).

L'éjecteur assure la fonction : aspirer la vapeur secondaire à P_{evap} , l'entraîner, puis recomprimer le mélange jusqu'à un niveau de pression compatible avec le condenseur.

Le paramètre de performance le plus utilisé est le **rapport d'entraînement** :

$$\mu = \frac{\dot{m}_{\text{sec}}}{\dot{m}_{\text{pri}}}. \quad (3.1)$$

À l'échelle de la machine (simple effet), et en négligeant le travail de pompe devant la puissance thermique, une écriture compacte du COP énergétique est :

$$COP \simeq \frac{\dot{Q}_{\text{evap}}}{\dot{Q}_{\text{gen}}} = \frac{\dot{m}_{\text{sec}}(h_3 - h_2)}{\dot{m}_{\text{pri}}(h_8 - h_7)} = \mu \frac{(h_3 - h_2)}{(h_8 - h_7)}. \quad (3.2)$$

Cette relation met en évidence que, toutes choses égales par ailleurs, l'augmentation de μ améliore le COP . Toutefois, μ est fortement affecté par P_{cond} et par l'existence d'une pression critique au-delà de laquelle l'éjecteur décroche (Eames et al., 1995 ; Huang et al., 1999).

3.3 Écoulement compressible dans la tuyère primaire

3.3.1 Hypothèses de base

On considère un écoulement quasi-1D, stationnaire, adiabatique, sans travail de paroi. La tuyère convertit une partie de l'enthalpie en énergie cinétique, conduisant à des vitesses c élevées. En formulation d'énergie totale :

$$h + \frac{c^2}{2} = h_0 = \text{constante} \quad (\text{adiabatique, stationnaire}). \quad (3.3)$$

3.3.2 Étranglement au col (*choking*)

Lorsque le rapport de pression amont/aval dépasse une valeur critique, l'écoulement atteint la condition sonique au col ($M = 1$) et le débit devient pratiquement indépendant de la pression aval : c'est l'étranglement. Pour un gaz parfait, la relation aire–Mach s'écrit (Anderson, 2016) :

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}. \quad (3.4)$$

Dans le cas du R718, γ n'est ni constant ni parfaitement adapté au gaz parfait sous vide et proche de la saturation. En pratique, la stratégie retenue consiste à conserver la structure quasi-1D mais à **fermer le modèle par des propriétés réelles** (enthalpie/entropie/densité) calculées avec CoolProp (I. H. Bell, Wronski, Quoilin, & Lemort, 2014).

3.3.3 Rendement isentropique de tuyère

Pour représenter les pertes (viscosité, non-uniformités, chocs faibles), on introduit un rendement isentropique de tuyère :

$$\eta_{\text{tuy}} = \frac{h_8 - h_{4s}}{h_8 - h_4}, \quad (3.5)$$

où $4s$ est l'état « isentropique » à la pression de sortie réelle P_4 . Conformément à la littérature 1D, des valeurs typiques de 0.8 à 0.9 sont couramment adoptées (Huang et al., 1999 ; Chunnanond & Aphornratana, 2004). Dans la simulation, on retient une valeur nominale $\eta_{\text{tuy}} = 0.85$.

3.4 Modélisation du mélange

3.4.1 Conservation de la masse

Dans la chambre de mélange (état $3 \rightarrow 4$), la conservation de la masse impose :

$$\dot{m}_{\text{pri}} + \dot{m}_{\text{sec}} = \dot{m}_{\text{mix}}. \quad (3.6)$$

3.4.2 Conservation de la quantité de mouvement

Sur un volume de contrôle 1D englobant la section de mélange (aire constante), la forme intégrale stationnaire peut être écrite, en regroupant les efforts dissipatifs (couche limite, turbulence) sous une forme équivalente :

$$\dot{m}_{\text{pri}} c_{4,\text{pri}} + \dot{m}_{\text{sec}} c_3 = \dot{m}_{\text{mix}} c_4 + \Delta F_{\text{pertes}}. \quad (3.7)$$

Dans les modèles 1D, ΔF_{pertes} est souvent représenté par un coefficient semi-empirique de mélange/dispersion, dont l'ajustement se fait par calibration ou analyse de sensibilité (Huang et al., 1999 ; Chunnanond & Aphornratana, 2004).

3.4.3 Bilan d'énergie (mélange adiabatique)

Sous hypothèse adiabatique, le bilan d'énergie (en enthalpie) conduit à :

$$\dot{m}_{\text{pri}} h_{4,\text{pri}} + \dot{m}_{\text{sec}} h_3 = \dot{m}_{\text{mix}} h_4. \quad (3.8)$$

Cette relation donne l'enthalpie moyenne du mélange. La détermination cohérente des vitesses c mobilise également la conservation de l'énergie totale (Eq. 3.3) dans chaque sous-domaine.

3.5 Ondes de choc et relation de Hugoniot

3.5.1 Origine physique du choc

Lorsque la tuyère primaire produit un jet supersonique et que la récupération de pression imposée par le diffuseur devient trop importante, l'écoulement peut subir un choc normal (ou un train de chocs). Celui-ci ramène le Mach à une valeur subsonique, au prix d'une augmentation d'entropie et d'une perte de pression totale. Les conséquences principales sont :

- limitation du rapport de pression atteignable ;
- apparition d'une pression critique au condenseur ;
- chute de μ et dégradation du COP (Anderson, 2016 ; Eames et al., 1995).

3.5.2 Équations de Rankine–Hugoniot (forme générale)

Pour éviter toute confusion avec les états du cycle numérotés 1 à 8, on note ici les grandeurs amont/aval du choc par les indices am (amont) et av (aval). Pour un choc normal stationnaire, les lois de conservation donnent :

Conservation de la masse

$$\rho_{\text{am}} c_{\text{am}} = \rho_{\text{av}} c_{\text{av}}. \quad (3.9)$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$P_{\text{am}} + \rho_{\text{am}} c_{\text{am}}^2 = P_{\text{av}} + \rho_{\text{av}} c_{\text{av}}^2. \quad (3.10)$$

Conservation de l'énergie

$$h_{\text{am}} + \frac{c_{\text{am}}^2}{2} = h_{\text{av}} + \frac{c_{\text{av}}^2}{2}. \quad (3.11)$$

La relation de Hugoniot peut alors être mise sous la forme (Anderson, 2016) :

$$h_{\text{av}} - h_{\text{am}} = \frac{1}{2} (P_{\text{av}} - P_{\text{am}}) (v_{\text{am}} + v_{\text{av}}), \quad (3.12)$$

avec $v = 1/\rho$. Cette relation met en évidence que le choc est adiabatique mais non isentropique ($s_{\text{av}} > s_{\text{am}}$), donc intrinsèquement dissipatif.

3.5.3 Relations Mach (gaz parfait) et adaptation au R718 réel

Pour un gaz parfait, les relations classiques donnent (Anderson, 2016) :

$$\frac{P_{\text{av}}}{P_{\text{am}}} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_{\text{am}}^2 - 1), \quad M_{\text{av}}^2 = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{\text{am}}^2}{\gamma M_{\text{am}}^2 - \frac{\gamma-1}{2}}. \quad (3.13)$$

Dans un modèle réaliste du R718 sous vide, l'hypothèse $\gamma = \text{constante}$ est discutable. La stratégie robuste retenue dans ce mémoire consiste à :

- conserver la structure de saut (Eqs. 3.9–3.11) ;
- fermer le problème avec les **propriétés réelles** via CoolProp ($h(P, T)$, $s(P, T)$, $\rho(P, T)$, etc.) (I. H. Bell et al., 2014).

3.6 Régime critique, double étranglement et pression critique

3.6.1 Étranglement primaire

La tuyère primaire atteint typiquement $M = 1$ au col en régime étranglé, ce qui stabilise partiellement \dot{m}_{pri} vis-à-vis de la pression aval. On peut alors écrire :

$$\dot{m}_{\text{pri}} = f(P_{\text{gen}}, T_{\text{gen}}, A_t). \quad (3.14)$$

3.6.2 Étranglement secondaire et régime critique

Dans certains régimes, la vapeur secondaire peut également atteindre une condition sonique au voisinage de l'entrée de la zone de mélange. Le double étranglement correspond au régime critique : μ tend vers une valeur maximale et l'écoulement devient moins sensible à P_{cond} .

3.6.3 Pression critique de condensation

La pression critique $P_{\text{cond,crit}}$ est la pression maximale au condenseur pour laquelle le régime critique persiste. Au-delà, le choc se déplace en amont, l'étranglement secondaire disparaît et μ chute fortement, ce qui explique le décrochage observé expérimentalement (Eames et al., 1995).

3.7 Modèle mathématique 1D hybride retenu pour la simulation

3.7.1 Structure du modèle

Le modèle retenu se compose de trois sous-modèles :

1. **Tuyère primaire** ($8 \rightarrow 4$) : expansion quasi-1D + rendement η_{tuy} .
2. **Mélange** ($3 \rightarrow 4$) : section à aire constante, bilans masse-moment-énergie, avec correction semi-empirique.
3. **Diffusion** ($4 \rightarrow 5$) : récupération de pression + possibilité de choc normal + rendement diffuseur η_{diff} .

3.7.2 Fermeture par rendements et paramètres semi-empiriques

Les modèles 1D ne résolvent ni turbulence ni non-uniformités. Des coefficients de performance sont donc nécessaires (Chunnanond & Aphornratana, 2004 ; Huang et al., 1999). Dans ce travail, les valeurs nominales adoptées sont :

$$\eta_{\text{tuy}} = 0.85, \quad \eta_{\text{diff}} = 0.75. \quad (3.15)$$

3.7.3 Propriétés réelles via CoolProp

Toutes les propriétés thermodynamiques (par exemple h , s , ρ) sont calculées par CoolProp afin :

- de respecter la thermodynamique réelle de l'eau sous vide ;
- d'éviter les incohérences d'un modèle gaz parfait ;
- de garantir la cohérence sur diagrammes P - h et T - s (I. H. Bell et al., 2014).

3.8 Comparaison critique des principaux modèles 1D d'éjecteurs

TABLE 3.1 – Comparaison synthétique de modèles 1D d'éjecteurs issus de la littérature.

Auteur	Hypothèse mélange	Choc	Fluide réel	Points forts	Limites
Eames et al. (1995)	Pression constante	Oui	Non	Validation expérimentale	Hypothèse gaz parfait et simplifications
Huang et al. (1999)	Aire constante	Oui	Non	Structure analytique robuste	Calibration nécessaire
Chunnanond & Aphornratana (2004)	Variable	Oui	Partielle	Synthèse complète	Approche souvent semi-empirique
Approche présente	Aire constante + corrections	Oui (Hugoniot)	Oui (CoolProp)	Cohérence thermodynamique sous vide	Complexité numérique, besoin de diagnostics

Résumé du chapitre

Ce chapitre a établi une base technologique et théorique complète pour l'éjecteur, composant central de la machine frigorifique au R718. La revue a montré que son fonctionnement combine : (i) une détente accélératrice dans la tuyère primaire susceptible d'atteindre le régime supersonique, (ii) un mélange adiabatique fortement dissipatif et (iii) une recompression dans le diffuseur, potentiellement gouvernée par la formation d'ondes de choc.

Sur le plan de la modélisation, les équations de conservation en régime quasi-1D (masse, quantité de mouvement, énergie) constituent le socle, tandis que la relation de Hugoniot formalise la discontinuité associée au choc normal et explicite l'irréversibilité (augmentation d'entropie). Le chapitre a également discuté le régime critique et la notion de pression critique de condensation, qui expliquent le décrochage et la chute de performance observés dans la littérature.

Enfin, un modèle 1D hybride a été retenu : tuyère (avec rendement η_{tuy}), mélange à aire constante (avec correction semi-empirique) et diffuseur (avec η_{diff} et choc éventuel), le tout fermé par des propriétés thermodynamiques réelles calculées via CoolProp. Ce modèle constitue la base de l'implémentation numérique et du couplage système développés dans la Partie II.

Chapitre 4

Le détendeur

Dans un cycle frigorifique, le détendeur (ou organe de laminage) est classiquement présenté comme un composant passif assurant une chute de pression entre le niveau de condensation et le niveau d'évaporation, sans production de travail utile. Cette représentation est correcte d'un point de vue énergétique global, mais elle devient *insuffisante* dès lors que l'on s'intéresse à la dynamique du cycle, à la stabilité hydraulique et aux régimes diphasiques. Dans le cas spécifique d'une machine à eau (R718) opérant sous *vide profond* côté évaporateur (pression typiquement de l'ordre du kPa à $T_{\text{evap}} \approx 10^\circ\text{C}$), le détendeur cesse d'être un simple « abaisseur de pression » : il conditionne la qualité diphasique en entrée d'évaporateur, influence la capacité d'aspiration de l'éjecteur, et peut devenir une source d'instabilités (oscillations de débit/pression, flash-boiling, cavitation, étranglement diphasique) (Moran & Shapiro, 2014a ; Collier & Thome, 1994 ; Whalley, 1987).

Sur le plan thermodynamique, le détendeur impose la transformation *isoenthalpique* reliant le liquide haute pression (sortie condenseur) au mélange diphasique basse pression (entrée évaporateur). Or, pour le R718, la chute de pression est très élevée en ratio (par exemple $P_{\text{cond}} \sim 5.6$ kPa vers $P_{\text{evap}} \sim 1.2$ kPa), et la température de saturation varie fortement, favorisant un flash de vaporisation immédiat. Cette vaporisation instantanée accroît l'entropie, modifie brutalement la densité, et peut induire des vitesses locales élevées dans l'orifice (donc un risque d'étranglement) (Thome, 2004 ; Whalley, 1987).

Cette section propose ainsi un **état de l'art approfondi** (typologies, phénomènes, modélisation) puis une **formalisation mathématique** cohérente avec l'objectif du mémoire : un modèle 1D robuste, intégrable au simulateur Python (propriétés réelles via CoolProp), et compatible avec les diagrammes P - h et T - s .

4.1 Rôle systémique et interaction avec le cycle à éjecteur

Dans la convention de numérotation adoptée, le détendeur réalise la transformation (1 \rightarrow 2) et sert d'interface entre :

- le **niveau de condensation** (liquide saturé ou légèrement sous-refroidi en 1) ;
- le **niveau d'évaporation** (mélange diphasique en 2).

Ses fonctions systémiques sont donc :

1. **Imposer** P_{evap} (ou plus exactement, créer une perte de charge contrôlée qui fixe la pression amont/aval selon la boucle hydraulique).
2. **Créer un état diphasique** compatible avec l'évaporateur (2 \rightarrow 3), caractérisé par un titre x_2 déterminant pour le transfert thermique.
3. **Conditionner le débit secondaire** aspiré par l'éjecteur, puisque le débit évaporateur et l'état vapeur en 3 gouvernent la capacité d'entraînement μ et la stabilité du mélange (3 \rightarrow 4) (Chunnanond & Aphornratana, 2004 ; Huang et al., 1999).

Dans un cycle à éjecteur, l'équilibre global résulte d'un couplage non linéaire :

$$\text{détendeur} \Rightarrow (P_2, x_2, \dot{m}_{\text{sec}}) \Rightarrow \text{évaporateur} \Rightarrow \text{éjecteur} \Rightarrow P_{\text{cond}} \Rightarrow \text{détendeur}.$$

Ainsi, une variation de perte de charge au détendeur peut déplacer le point de fonctionnement du cycle (et potentiellement provoquer un décrochage de l'éjecteur si la récupération de pression devient insuffisante).

4.2 Typologie technologique des détendeurs et choix pertinent pour le R718

4.2.1 Grandes familles d'organes de détente

La littérature distingue plusieurs familles principales (ASHRAE, 2018 ; Thome, 2004) :

- **Orifice fixe** (plaque à trou, buse, gicleur) : simplicité, robustesse, mais régulation limitée.
- **Tube capillaire** : perte de charge distribuée, sensible aux conditions, historiquement utilisé en petites puissances.
- **Détendeur thermostatique (TXV)** : régulation du surchauffe via bulbe, large plage mais mécanique plus complexe.
- **Détendeur électronique (EEV)** : commande fine, adapté aux systèmes variables, nécessite instrumentation et contrôle.

4.2.2 Contraintes spécifiques du R718 (vide, non-condensables, volumes spécifiques)

Pour l'eau comme fluide frigorigène, plusieurs contraintes orientent le choix technologique :

1. **Faibles pressions absolues côté évaporateur** : l'infiltration d'air et la présence de non-condensables peuvent dégrader la performance et perturber la détente (Sokolov & Hershgal, 1990).

2. **Flash-boiling intense** après l'orifice : le mélange peut présenter un fort gradient de densité et de fraction volumique vapeur, rendant la dynamique instable.
3. **Sensibilité aux pertes de charge** : toute perte additionnelle sur la ligne basse pression pénalise l'aspiration et le rapport de pression de l'éjecteur.

Dans un prototype de machine solaire à éjecteur, un **orifice fixe** ou une **géométrie simple** est souvent retenu pour assurer robustesse et facilité de modélisation, quitte à effectuer un dimensionnement/ajustement ultérieur (c'est l'approche suivie dans l'outil développé ici).

4.3 Fondements thermodynamiques du laminage

4.3.1 Démonstration de l'isoenthalpie à partir du premier principe (écoulement stationnaire)

Considérons un volume de contrôle englobant le détendeur. L'équation d'énergie pour un écoulement stationnaire (en négligeant la variation d'énergie potentielle) s'écrit :

$$\dot{Q} - \dot{W} + \dot{m} \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2} \right) = \dot{m} \left(h_2 + \frac{c_2^2}{2} \right). \quad (4.1)$$

Dans un détendeur idéal :

- $\dot{Q} \simeq 0$ (adiabatique),
- $\dot{W} = 0$ (aucun travail d'arbre),
- les variations de vitesse restent souvent secondaires au regard des variations thermodynamiques macroscopiques (on les discute toutefois à la Section 4.5).

On obtient alors l'approximation classique :

$$h_1 \approx h_2. \quad (4.2)$$

4.3.2 Irréversibilité et entropie

Le laminage est fortement irréversible : la pression chute sans production de travail utile, ce qui correspond à une dissipation interne. Thermodynamiquement, cela se traduit par :

$$s_2 > s_1. \quad (4.3)$$

Sur un diagramme T - s , la transformation ($1 \rightarrow 2$) apparaît donc comme une évolution vers des entropies plus élevées, en cohérence avec la production d'entropie (perte d'énergie disponible) (Moran & Shapiro, 2014a).

4.4 Formation du mélange diphasique en sortie

4.4.1 Expression du titre vapeur en sortie (équilibre thermodynamique)

Si l'état aval est diphasique à la pression $P_2 = P_{\text{evap}}$, on peut relier le titre x_2 à l'enthalpie isoenthalpique :

$$x_2 = \frac{h_2 - h_\ell(P_2)}{h_v(P_2) - h_\ell(P_2)}, \quad \text{avec } h_2 = h_1. \quad (4.4)$$

où $h_\ell(P_2)$ et $h_v(P_2)$ sont respectivement les enthalpies saturées liquide et vapeur à P_2 .

Cette relation est essentielle car x_2 conditionne :

- la part de chaleur latente à fournir dans l'évaporateur ($2 \rightarrow 3$),
- l'hydrodynamique (fraction volumique vapeur, densité moyenne),
- la stabilité (sensibilité aux pertes et aux fluctuations de pression).

4.4.2 Équilibre vs non-équilibre : limites du modèle « homogène »

Dans un détendeur réel, la détente est rapide et peut conduire à des états transitoires de non-équilibre (retard de nucléation, surchauffe métastable, vaporisation localisée), particulièrement lors de *flash-boiling*. L'état d'équilibre (utilisé dans l'équation 4.4) demeure néanmoins une approximation de référence pour un modèle système 1D, à condition de reconnaître ses limites (Collier & Thome, 1994 ; Whalley, 1987). Dans l'outil de simulation, cette approximation est retenue pour garantir :

- une cohérence thermodynamique robuste,
- une stabilité numérique,
- une intégration simple au couplage global.

4.5 Hydraulique du détendeur

4.5.1 Approche orifice : débit monophasique (référence)

Pour un orifice court et un écoulement liquide (amont), l'expression de base issue de Bernoulli avec coefficient de décharge C_d est :

$$\dot{m} = C_d A \sqrt{2 \rho_1 (P_1 - P_2)}, \quad (4.5)$$

où A est la section de passage et ρ_1 la masse volumique amont.

Cette expression est utile comme *repère*, mais elle devient insuffisante lorsque la détente génère un mélange diphasique et/ou lorsque l'écoulement devient critique (Whalley, 1987).

4.5.2 Cavitation et nombre de cavitation

La cavitation correspond à l'apparition de bulles lorsque la pression locale chute sous la pression de saturation. Un critère classique (défini pour les écoulements internes) s'exprime via le nombre de cavitation :

$$\sigma = \frac{P_{\text{am}} - P_{\text{sat}}}{\frac{1}{2} \rho c^2}. \quad (4.6)$$

Dans un système au R718 sous vide, P_{sat} est faible et la marge de pression disponible est réduite : σ peut devenir très faible, ce qui augmente la probabilité d'instabilités hydrodynamiques (oscillations de débit, bruit, fluctuations de pression). D'un point de vue système, ces instabilités peuvent perturber l'évaporateur et le fonctionnement de l'éjecteur (Collier & Thome, 1994).

4.5.3 Écoulement critique en détente diphasique : notion et implications

Lorsque le gradient de pression est important, un écoulement diphasique peut atteindre une condition *critique* : l'augmentation de la baisse de pression aval n'augmente plus le débit massique. Cette notion (bien connue en sécurité des dépressurisations et en détente de fluides) est particulièrement importante pour les détentes avec flash-boiling (Whalley, 1987).

Les modèles de débit critique diphasique sont nombreux. Deux approches dominantes en modélisation système :

- **HEM** (Homogeneous Equilibrium Model) : phases en équilibre, même vitesse (*slip* nul), propriétés mélangées ; robuste et simple.
- **Modèles à glissement** (non-homogènes) : vitesse vapeur \neq vitesse liquide ; plus réalistes, mais nécessitent corrélations supplémentaires.

Dans un mémoire orienté « simulation système 1D », le HEM est souvent privilégié comme premier niveau de modélisation car il garantit la cohérence thermodynamique et reste numériquement stable (Whalley, 1987).

4.6 Instabilités dynamiques et couplage avec les composants aval/amont

Même si le bilan énergétique du détendeur est simple ($h_1 \simeq h_2$), son comportement dynamique peut être non linéaire. Les mécanismes typiques incluent :

- **oscillations de pression** liées à la compressibilité apparente du mélange diphasique ;
- **instabilités de type relaxation** (nucleation retardée puis flash brusque) ;
- **couplage avec pertes de charge aval** : une variation de ΔP sur la ligne d'évaporation modifie le débit et la qualité, ce qui modifie à son tour la charge thermique et la pression d'évaporation.

Dans une machine à éjecteur, ces instabilités peuvent se propager vers l'éjecteur via l'état 3 (vapeur secondaire), et déplacer le point de fonctionnement global (μ , pression de mélange, récupération). C'est pourquoi, même si la modélisation retenue est « simple », le détendeur doit être traité comme un organe critique de stabilité.

4.7 Modèle mathématique retenu pour la simulation (niveau mémoire)

Conformément au positionnement du mémoire (modélisation 1D + option semi-empirique), le détendeur est modélisé par :

1. **Transformation isoenthalpique** : équation 4.2.
2. **Calcul de l'état aval** à (P_2, h_2) via propriétés réelles (CoolProp).
3. **Option débit « orifice »** (si activée) de type équation 4.5, avec C_d et A paramétrables.
4. **Diagnostics** (cohérence physique) : $\Delta P > 0$, détection vide profond, indicateur sortie diphasique, etc.

Ce choix constitue un compromis : suffisamment physique pour garantir une cohérence thermodynamique et permettre l'intégration au couplage global, tout en restant compatible avec l'objectif principal du projet (développement d'un outil de simulation modulaire et testable).

4.8 Résumé du chapitre

Ce chapitre a établi que, dans une machine frigorifique à éjecteur fonctionnant au R718, le détendeur ne se réduit pas à une simple chute de pression. Il impose la transformation isoenthalpique ($1 \rightarrow 2$), détermine la qualité diphasique x_2 , et influence la stabilité du couple évaporateur-éjecteur. L'état de l'art met en évidence l'importance du flash-boiling, des régimes critiques diphasiques et du risque d'instabilités sous vide profond. Pour la simulation système 1D, un modèle isoenthalpique cohérent thermodynamiquement, enrichi d'une option de débit de type orifice et de diagnostics, est retenu afin d'assurer robustesse numérique et intégration au couplage global.

Chapitre 5

Le condenseur

Le condenseur constitue l'organe de fermeture thermique du cycle frigorifique à éjecteur. Il assure la transformation du fluide en sortie d'éjecteur (état 5) vers un liquide saturé (état 6), en rejetant vers l'environnement la puissance thermique totale du cycle. À l'échelle du système, on a classiquement :

$$\dot{Q}_{\text{cond}} \simeq \dot{Q}_{\text{gen}} + \dot{Q}_{\text{evap}} + \dot{W}_{\text{pump}}, \quad (5.1)$$

où \dot{W}_{pump} est généralement négligeable devant les puissances thermiques, ce qui est cohérent avec les résultats de simulation obtenus.

Dans une machine à éjecteur, P_{cond} et T_{cond} ne sont pas seulement des sorties thermiques : ils gouvernent directement la recompression aérodynamique de l'éjecteur. Une hausse de P_{cond} peut déplacer la zone de choc, réduire μ , voire provoquer un décrochage lorsque la pression critique est dépassée (Huang et al., 1999 ; Chunnanond & Aphornratana, 2004 ; Anderson, 2016). L'étude du condenseur revêt ainsi une importance **systémique** : il est à la fois l'échangeur de rejet et un **verrou de stabilité**.

Dans le cas présent, le condenseur est envisagé côté air en **convection naturelle**, sans ventilation forcée. Cette option simplifie la conception et réduit la consommation auxiliaire, mais implique des coefficients de convection faibles, une dépendance forte au climat (température et vitesse d'air), et donc une sensibilité accrue de P_{cond} (Kalogirou, 2014).

5.1 Rôle systémique dans le cycle à éjecteur

Le condenseur fixe simultanément :

- le **niveau de pression haute** du cycle : P_{cond} ,
- la **température de rejet** T_{cond} ,
- la **condition d'alimentation du détendeur** (état 6), donc l'état ($1 \rightarrow 2$),
- la **marge de recompression disponible** pour l'éjecteur ($3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$).

Dans un cycle à éjecteur, la performance globale (COP) dépend fortement de la capacité du condenseur à maintenir un P_{cond} compatible avec le régime d'aspiration/recompression. La littérature montre que l'éjecteur présente une pression critique de refoulement : au-delà, le rapport d'entraînement chute brutalement (Eames et al., 1995 ; Huang et al., 1999). En conséquence, le dimensionnement thermique et hydraulique du condenseur n'est pas une simple question de rejet de chaleur : c'est une condition de faisabilité opérationnelle.

5.2 Typologie des condenseurs et choix technologique

5.2.1 Familles technologiques (classification)

Les condenseurs peuvent être classés selon le **fluide de refroidissement** et le **mode d'échange** (ASHRAE, 2018) :

- **Condenseurs à air** : convection naturelle (sans ventilateur) ou convection forcée (avec ventilateur).
- **Condenseurs à eau** : échangeur tubulaire/à plaques, souvent couplé à une tour de refroidissement.
- **Condenseurs évaporatifs** : refroidissement par évaporation d'eau sur batterie (forte efficacité, maintenance).

Selon la **géométrie interne** (côté fluide frigorigène), on trouve :

- **tube lisse** (film externe ou interne selon configuration),
- **tube aileté** (augmentation de surface côté air),
- **micro-canaux** (fortes performances en convection forcée, plus complexes),
- **échangeurs à plaques** (côté eau, très compacts).

5.2.2 Spécificités du R718 et implications sur le choix

Avec le R718, la pression de condensation reste **faible en absolu** (quelques kPa à 30–40°C), ce qui impose :

- une **gestion rigoureuse des non-condensables** (infiltration d'air sous vide) qui dégradent fortement le transfert et augmentent P_{cond} ,
- une **attention à l'étanchéité** et aux procédures de purge,
- une **vigilance sur les pertes de charge** (même faibles en valeur absolue, elles sont significatives en ratio).

Les systèmes de réfrigération à éjecteur utilisant l'eau rapportent un impact très marqué des non-condensables sur les performances (Sokolov & Hershgal, 1990).

Dans ce mémoire, le choix d'un condenseur **à air en convection naturelle** répond à une logique de simplicité technologique et de faible énergie auxiliaire, au prix d'une surface d'échange potentiellement élevée et d'une sensibilité climatique plus forte.

5.3 Phénoménologie de la condensation : zones thermiques et mécanismes

5.3.1 Trois zones classiques : désurchauffe, condensation, sous-refroidissement

Dans un condenseur réel, l'écoulement côté frigorigène se décompose généralement en trois zones (Thome, 2004) :

1. **Désurchauffe** : si l'état 5 est surchauffé, le fluide doit d'abord revenir à $T_{\text{sat}}(P_{\text{cond}})$.
2. **Condensation** : transfert latent dominant, fraction vapeur décroissante $x \rightarrow 0$.
3. **Sous-refroidissement** (optionnel) : refroidissement du liquide en dessous de T_{sat} pour stabiliser l'alimentation du détendeur.

Dans ton simulateur, l'état 6 correspond à un liquide saturé ($x_6 = 0$). Le sous-refroidissement peut être ignoré au premier niveau (outil), mais sera utile plus tard en dimensionnement réel.

5.3.2 Modes de condensation : film vs gouttes

Deux régimes idéaux de condensation existent (Incropera & DeWitt, 1996) :

- **Condensation en film** (filmwise) : un film liquide continu couvre la surface ; c'est le cas le plus fréquent, mais avec une résistance thermique plus élevée.
- **Condensation en gouttes** (dropwise) : gouttes individuelles, transfert très élevé mais difficile à maintenir (condition de mouillage/surface).

La plupart des modèles 1D adoptent la condensation en film comme hypothèse de base.

5.4 Condensation en film

5.4.1 Hypothèses et cadre

La théorie de Nusselt fournit une solution analytique pour la condensation laminaire en film sur surface verticale, sous hypothèses : film mince, régime laminaire, gradient thermique unidimensionnel, interface à T_{sat} , cisaillement vapeur négligeable (Incropera & DeWitt, 1996 ; Moran & Shapiro, 2014a).

5.4.2 Résultat : coefficient moyen de transfert par film laminaire

Le résultat classique (plaque verticale) pour le coefficient moyen s'écrit sous forme :

$$h_{\text{cond}} = 0.943 \left[\frac{\rho_{\ell}(\rho_{\ell} - \rho_v)g h_{fg} k_{\ell}^3}{\mu_{\ell} L (T_{\text{sat}} - T_w)} \right]^{1/4}, \quad (5.2)$$

où h_{fg} est la chaleur latente, k_{ℓ} la conductivité du liquide, μ_{ℓ} la viscosité, L la longueur caractéristique et T_w la température de paroi.

Cette expression montre que le transfert en condensation filmique est relativement peu sensible à ΔT (exposant 1/4), mais dépend fortement des propriétés du liquide.

5.4.3 Limites pratiques et corrections

En pratique, plusieurs effets limitent l'application directe de l'équation 5.2 :

- cisaillement vapeur (écoulement interne),
- turbulences du film (Reynolds du film élevé),
- géométries tubulaires/ailetées,
- présence de non-condensables.

Dans un modèle système, on regroupe souvent ces effets dans un coefficient global K calibré ou une corrélation appropriée (Thome, 2004).

5.5 Convection naturelle côté air

5.5.1 Rayleigh et Nusselt

Le transfert côté air en convection naturelle est gouverné par le nombre de Rayleigh :

$$Ra = Gr \cdot Pr, \quad Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}, \quad (5.3)$$

où β est le coefficient de dilatation, ν la viscosité cinématique et L une longueur caractéristique.

Une corrélation classique (plaque verticale) donne (Kalogirou, 2014) :

$$Nu = 0.68 + \frac{0.670 Ra^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}}. \quad (5.4)$$

Puis :

$$h_{\text{air}} = \frac{Nu k_{\text{air}}}{L}. \quad (5.5)$$

5.5.2 Conséquence majeure : résistance dominante côté air

Dans un condenseur à air naturel, h_{air} est typiquement faible comparé à h_{cond} . Ainsi, la résistance thermique dominante est souvent côté air :

$$h_{\text{air}} \ll h_{\text{cond}}.$$

Cela explique les écarts importants observés en simulation lorsque K et A sont modestes : même si la condensation est « facile », l'évacuation vers l'air limite \dot{Q} .

5.6 Résistances thermiques globales et modèle KA -LMTD

5.6.1 Résistance équivalente et coefficient global

Pour un échangeur, on écrit :

$$\dot{Q} = KA \Delta T_{\text{lm}}, \quad (5.6)$$

avec une résistance globale équivalente :

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{h_{\text{cond}}} + \frac{e}{k_{\text{paroi}}} + \frac{1}{h_{\text{air}}}, \quad (5.7)$$

où e est l'épaisseur de paroi.

En convection naturelle, $1/h_{\text{air}}$ domine souvent l'équation 5.7. Ainsi, augmenter la surface A et favoriser l'ailage côté air sont les leviers principaux.

5.6.2 Définition de la différence de température logarithmique moyenne

Dans un condenseur où le frigorigène est approximativement à température quasi-constante T_{sat} (zone de condensation dominante), et où l'air se réchauffe de $T_{\text{air,in}}$ à $T_{\text{air,out}}$, le ΔT_{lm} est :

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)}, \quad \Delta T_1 = T_{\text{sat}} - T_{\text{air,in}}, \quad \Delta T_2 = T_{\text{sat}} - T_{\text{air,out}}. \quad (5.8)$$

Le cas $\Delta T_1 \approx \Delta T_2$ doit être traité numériquement avec précaution (limite $\Delta T_{\text{lm}} \rightarrow \Delta T_1$).

5.7 Non-condensables sous vide

Sous vide, l'infiltration d'air et l'accumulation de non-condensables forment une couche diffusante à l'interface vapeur/film qui augmente fortement la résistance au transfert de masse et de chaleur. Le résultat macroscopique est double (Sokolov & Hershgal, 1990) :

- baisse de \dot{Q} évacuable à surface donnée ;
- augmentation de T_{cond} et donc de P_{cond} pour maintenir la fermeture énergétique.

Ces effets sont critiques dans les cycles à éjecteur, car ils réduisent la marge de recompression et peuvent provoquer un décrochage. Dans un outil de simulation orienté premier dimensionnement, ces effets peuvent être représentés par une pénalisation effective de K (ou une dégradation progressive simulée).

5.8 Impact sur la pression critique et la stabilité de l'éjecteur

Le condenseur agit comme « charge » imposée au diffuseur de l'éjecteur. Si KA est insuffisant (ou si T_{∞} est trop élevé), alors T_{cond} doit augmenter pour rejeter \dot{Q}_{cond} , ce qui augmente P_{cond} . Or, une hausse de P_{cond} :

- réduit le rapport de pression disponible pour l'éjecteur,
- déplace la zone de choc et augmente les irréversibilités,
- peut conduire au dépassement de la pression critique et donc au décrochage (Huang et al., 1999 ; Eames et al., 1995 ; Anderson, 2016).

Ce mécanisme justifie que, dans la phase de dimensionnement global (Partie II), le condenseur soit traité comme un composant déterminant pour la faisabilité.

5.9 Modèle mathématique retenu dans le simulateur

Dans le cadre de l'outil développé, le condenseur est modélisé par :

1. un **bilan enthalpique massique** (condensation de l'état 5 vers 6 à P_{cond}) :

$$\dot{Q}_{\text{mass}} = \dot{m}_{\text{tot}} (h_5 - h_6), \quad (5.9)$$

2. un **modèle échangeur** de type KA -LMTD :

$$\dot{Q}_{KA} = KA \Delta T_{lm}, \quad (5.10)$$

3. un diagnostic **thermal_mismatch** basé sur l'écart relatif :

$$\varepsilon = \left| \frac{\dot{Q}_{\text{mass}} - \dot{Q}_{KA}}{\dot{Q}_{\text{mass}}} \right|. \quad (5.11)$$

Dans la phase actuelle, l'objectif est de développer l'outil et d'obtenir un couplage cohérent ; le dimensionnement (choix réaliste de K et A , ailetage, géométrie, etc.) est reporté à la phase de dimensionnement global.

5.10 Discussion critique

Un condenseur à convection naturelle présente des avantages (simplicité, absence de consommation électrique auxiliaire), mais impose :

- une surface d'échange élevée,
- une sensibilité forte à T_∞ (climat tropical),
- une vulnérabilité aux non-condensables sous vide.

Dans l'outil développé, l'activation du diagnostic de mismatch permet d'identifier immédiatement un sous-dimensionnement thermique du condenseur (écart important entre \dot{Q}_{mass} et \dot{Q}_{KA}). Cette approche est cohérente avec un simulateur destiné d'abord à la compréhension et à l'analyse de sensibilité.

5.11 Résumé du chapitre

Le condenseur ferme thermiquement le cycle ($5 \rightarrow 6$) et pilote la pression haute P_{cond} , paramètre critique pour la stabilité de l'éjecteur. Une revue technologique a montré les principales familles de condenseurs et les contraintes spécifiques liées au R718 sous vide (non-condensables, sensibilité aux pertes de charge). Sur le plan phénoménologique, la condensation se structure en zones (désurchauffe, condensation, sous-refroidissement) et le transfert est souvent limité côté air en convection naturelle. Le modèle retenu combine un bilan massique \dot{Q}_{mass} et un modèle échangeur KA -LMTD \dot{Q}_{KA} , complété par un indicateur de mismatch destiné à la phase ultérieure de dimensionnement global.

Chapitre 6

L'évaporateur à film ruisselant

L'évaporateur est l'organe où se produit l'effet frigorifique utile $\dot{Q}_{\text{evap}} = 12 \text{ kW}$, par vaporisation du fluide R718 à basse pression. Dans la machine étudiée, l'évaporateur est de type *film ruisselant* : le liquide détendu (état 2) est distribué en mince film sur une surface d'échange, tandis que la vaporisation se fait à faible pression, typiquement de l'ordre du kPa pour une température d'évaporation proche de 10°C .

Ce mode d'évaporation est particulièrement adapté au R718 car il permet (i) de limiter l'inventaire liquide, (ii) de favoriser les échanges par réduction de la résistance thermique côté liquide, et (iii) d'améliorer la stabilité thermique si la distribution du film est maîtrisée. Néanmoins, sous vide profond, l'évaporateur devient un composant critique : les grands volumes spécifiques de la vapeur et la sensibilité aux pertes de charge imposent une analyse phénoménologique et un modèle thermique rigoureux (Moran & Shapiro, 2014a).

6.1 Rôle systémique

L'évaporateur assure :

- la production de froid par absorption de chaleur à basse température ;
- la génération de vapeur secondaire aspirée par l'éjecteur (état 3) ;
- la stabilisation du débit secondaire \dot{m}_{sec} qui conditionne le rapport d'entraînement μ et le COP.

Du point de vue système, une dégradation de l'échange (mauvaise mouillabilité, assèchement local, pertes de charge élevées) se traduit par une baisse de \dot{Q}_{evap} , une modification de la qualité vapeur en sortie, et potentiellement un désamorçage de l'aspiration éjecteur.

6.2 Étude phénoménologique du film ruisselant

6.2.1 Formation et dynamique du film

Dans un évaporateur à film ruisselant, le liquide est distribué en mince couche qui s'écoule sous l'effet de la gravité. Le régime d'écoulement du film (laminaire, transitionnel ou turbulent) influence directement :

- l'épaisseur du film δ ,
- le coefficient de transfert thermique côté liquide,
- le risque d'assèchement.

Une caractérisation classique repose sur un nombre de Reynolds de film, défini à partir du débit massique surfacique Γ (débit massique par unité de largeur de film) :

$$Re_f = \frac{4\Gamma}{\mu_\ell}, \quad (6.1)$$

où μ_ℓ est la viscosité dynamique du liquide. Lorsque Re_f est faible, le film est généralement laminaire et l'épaisseur augmente, ce qui tend à diminuer le transfert thermique. À mesure que Re_f augmente, l'apparition d'ondulations (*wavy film*) peut au contraire améliorer l'échange par mélange interne du film.

6.2.2 Vaporisation et résistances thermiques

La vaporisation sur film ruisselant s'analyse comme une succession de résistances :

- convection/conduction à travers le film liquide,
- résistance de paroi,
- résistance côté source froide (air/eau selon application).

Sous vide, la résistance côté vapeur peut devenir non négligeable si la vapeur est raréfiée ou si le transport est limité par les pertes de charge internes. C'est un point critique avec R718, car la vapeur à $P_{\text{evap}} \sim \text{kPa}$ possède un volume spécifique élevé : des vitesses c élevées peuvent apparaître dans les conduites et les collecteurs, amplifiant les pertes.

6.3 Bilan énergétique et définition de la puissance frigorifique

La puissance frigorifique utile se traduit thermodynamiquement par :

$$\dot{Q}_{\text{evap}} = \dot{m}_{\text{sec}} (h_3 - h_2), \quad (6.2)$$

où h_2 est l'enthalpie en entrée d'évaporateur (après détente isoenthalpique) et h_3 l'enthalpie en sortie (vapeur aspirée). Cette expression est fondamentale car elle lie directement la performance d'échange (via \dot{Q}_{evap}), le débit secondaire \dot{m}_{sec} , et donc le fonctionnement de l'éjecteur.

6.4 Modélisation thermique de l'évaporateur : approche détaillée

6.4.1 Écriture globale par coefficient global de transfert

À l'échelle échangeur, on écrit :

$$\dot{Q}_{\text{evap}} = K A \Delta T_{\text{lm}}, \quad (6.3)$$

où K est le coefficient global de transfert de chaleur, A la surface d'échange, et ΔT_{lm} la différence de température logarithmique moyenne.

Le coefficient global se décompose en résistances en série :

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{h_{\text{film}}} + \frac{e}{k_{\text{paroi}}} + \frac{1}{h_{\text{source}}}, \quad (6.4)$$

avec h_{film} le coefficient côté film ruisselant, h_{source} côté fluide à refroidir (ou côté air/eau), e l'épaisseur de paroi et k_{paroi} sa conductivité.

6.4.2 Modélisation du coefficient côté film ruisselant

Dans une démarche progressive, il est pertinent de présenter deux niveaux.

Niveau théorique : film laminaire (base analytique)

On relie l'épaisseur δ à Γ via la dynamique du film, puis on met en évidence l'ordre de grandeur :

$$h_{\text{film}} \sim \frac{k_{\ell}}{\delta}, \quad (6.5)$$

où k_{ℓ} est la conductivité thermique du liquide. Cette relation met en évidence le mécanisme clé : réduire δ augmente h_{film} .

Niveau semi-empirique : corrélations film ruisselant

La littérature propose des corrélations reliant Nu à Re_f , Pr et, lorsque l'ébullition intervient, à des nombres additionnels (p.ex. Bo). Dans ce mémoire, l'objectif n'est pas d'imposer une corrélation unique dès ce chapitre, mais de :

- présenter la structure générale,
- justifier le choix final au chapitre d'implémentation et de simulation,
- montrer que les propriétés nécessaires (conductivité, viscosité, densité, chaleur latente, etc.) sont obtenues via CoolProp (I. H. Bell et al., 2014).

6.5 Phénomènes critiques et stabilité sous vide

6.5.1 Assèchement local (dry-out) et mouillage

Un défaut de distribution du liquide peut provoquer un assèchement local, augmentant brutalement la température de paroi, réduisant \dot{Q}_{evap} et modifiant la qualité vapeur en sortie. Sous vide, ce risque est accentué par la sensibilité du système aux fluctuations de débit.

6.5.2 Pertes de charge et effet sur l'aspiration éjecteur

À faible pression, une faible perte absolue peut représenter une fraction importante de P_{evap} . Or l'aspiration de l'éjecteur dépend fortement de la pression au piquage d'aspiration. Le dimensionnement des collecteurs et conduites doit donc minimiser les pertes, notamment lorsque la vitesse vapeur c devient élevée.

6.6 Modèle mathématique retenu pour la simulation

Pour l'implémentation Python (Partie II), l'évaporateur sera modélisé par :

- un bilan énergétique $\dot{Q}_{\text{evap}} = \dot{m}_{\text{sec}}(h_3 - h_2)$;
- une loi d'échange $\dot{Q}_{\text{evap}} = KA\Delta T_{\text{lm}}$;
- un calcul des propriétés via CoolProp (enthalpies, viscosités, conductivités, etc.) (I. H. Bell et al., 2014).

Cette double écriture (thermodynamique + transfert) permet de dimensionner A à partir d'une charge de 12 kW et de vérifier la cohérence énergétique du cycle.

6.7 Discussion critique

L'évaporateur à film ruisselant offre une voie robuste pour évaporer le R718 sous vide, mais il impose une maîtrise de :

- la distribution du film,
- le régime d'écoulement (via Re_f),
- les pertes de charge côté vapeur,
- la stabilité thermo-hydraulique.

Ces contraintes justifient, dans la partie résultats, une analyse de sensibilité de \dot{Q}_{evap} et du COP aux variations de T_{cond} et aux pertes de charge.

6.8 Résumé du chapitre

L'évaporateur à film ruisselant est un composant déterminant pour la puissance frigorifique et la stabilité du cycle. Sa modélisation articule transfert thermique (via K) et

thermodynamique (via $\dot{m}_{\text{sec}}(h_3 - h_2)$), tout en tenant compte des spécificités du R718 sous vide. La suite du mémoire abordera le générateur (chaudière), dont le niveau thermique fixé (T_{gen}) pilote le débit motrice et donc la capacité de recompression de l'éjecteur.

Chapitre 7

La chaudière solaire (générateur)

Dans une machine frigorifique à éjecteur alimentée par énergie solaire thermique, le générateur constitue la source motrice du cycle. Il assure la production de la vapeur primaire (état 8) à la température nominale $T_{\text{gen}} = 100^\circ\text{C}$, nécessaire au fonctionnement de la tuyère primaire de l'éjecteur (trajet $8 \rightarrow 4$).

Le choix d'un concentrateur cylindro-parabolique s'inscrit dans une stratégie de valorisation d'un rayonnement solaire direct élevé, typique des régions intertropicales (Kalogirou, 2014). Ce type de concentrateur permet d'atteindre des températures comprises entre 80°C et 250°C , compatibles avec les cycles à éjection.

Contrairement aux architectures à boucle intermédiaire (huile thermique), la présente configuration adopte un chauffage direct du R718. Cette option simplifie l'architecture globale, mais impose une maîtrise fine : (i) de la stabilité thermique, (ii) des phénomènes de vaporisation interne, et (iii) du contrôle de pression.

7.1 Principe du concentrateur cylindro-parabolique

Un concentrateur cylindro-parabolique focalise le rayonnement solaire direct sur un tube absorbeur placé sur la ligne focale. La puissance solaire interceptée s'écrit :

$$\dot{Q}_{\text{sol,incident}} = G_b A_{\text{aperture}}, \quad (7.1)$$

où G_b est l'irradiance solaire directe normale (W/m^2) et A_{aperture} la surface d'ouverture du collecteur.

La puissance réellement absorbée est réduite par les pertes optiques :

$$\dot{Q}_{\text{opt}} = G_b A_{\text{aperture}} \eta_{\text{opt}}, \quad (7.2)$$

avec le rendement optique :

$$\eta_{\text{opt}} = \rho \tau \alpha \cos \theta, \quad (7.3)$$

où ρ est la réflectivité du miroir, τ une transmissivité éventuelle, α l'absorptivité du tube, et θ l'angle d'incidence.

7.2 Bilan énergétique du générateur

La chaudière transforme l'énergie solaire absorbée en chaleur utile pour vaporiser le R718 :

$$\dot{Q}_{\text{gen}} = \dot{m}_{\text{pri}} (h_8 - h_7), \quad (7.4)$$

où \dot{m}_{pri} est le débit primaire (branche haute pression $1 \rightarrow 7 \rightarrow 8$), h_7 l'enthalpie en sortie de pompe (état 7) et h_8 l'enthalpie en sortie de générateur (état 8).

Cette puissance est fournie par :

$$\dot{Q}_{\text{gen}} = \dot{Q}_{\text{opt}} - \dot{Q}_{\text{pertes}}, \quad (7.5)$$

où \dot{Q}_{pertes} regroupe les pertes thermiques par convection naturelle, rayonnement et conduction.

7.3 Pertes thermiques

7.3.1 Convection naturelle

Le flux convectif externe s'écrit :

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h_{\text{ext}} A_{\text{tube}} (T_{\text{tube}} - T_{\text{amb}}), \quad (7.6)$$

où h_{ext} est le coefficient convectif externe, A_{tube} la surface externe du tube absorbeur, T_{tube} la température de surface, et T_{amb} la température ambiante.

Le coefficient h_{ext} dépend classiquement du nombre de Rayleigh :

$$Ra = \frac{g \beta (T_{\text{tube}} - T_{\text{amb}}) L^3}{\nu^2} Pr, \quad (7.7)$$

où g est l'accélération gravitationnelle, β le coefficient de dilatation thermique, L une longueur caractéristique, ν la viscosité cinématique et Pr le nombre de Prandtl.

7.3.2 Rayonnement thermique

Le flux radiatif s'écrit :

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon \sigma A_{\text{tube}} (T_{\text{tube}}^4 - T_{\text{amb}}^4), \quad (7.8)$$

où σ est la constante de Stefan–Boltzmann et ε l'émissivité du tube.

7.4 Rendement thermique du générateur

Le rendement thermique global du sous-système solaire est défini par :

$$\eta_{\text{th}} = \frac{\dot{Q}_{\text{gen}}}{G_b A_{\text{aperture}}}. \quad (7.9)$$

En pratique, on peut écrire :

$$\eta_{\text{th}} = \eta_{\text{opt}} - \frac{\dot{Q}_{\text{pertes}}}{G_b A_{\text{aperture}}}, \quad (7.10)$$

ce qui montre que η_{th} diminue lorsque T_{gen} augmente, lorsque T_{amb} est élevée, et lorsque la convection naturelle est peu efficace.

7.5 Couplage thermodynamique avec l'éjecteur

Le générateur détermine le débit primaire par :

$$\dot{m}_{\text{pri}} = \frac{\dot{Q}_{\text{gen}}}{h_8 - h_7}. \quad (7.11)$$

Or, à l'échelle du cycle, le COP énergétique s'écrit :

$$COP = \frac{\dot{m}_{\text{sec}} (h_3 - h_2)}{\dot{m}_{\text{pri}} (h_8 - h_7)}. \quad (7.12)$$

Ainsi, une augmentation de T_{gen} tend à augmenter la pression motrice et peut améliorer le rapport d'entraînement μ . Cependant, elle augmente aussi les pertes thermiques du collecteur. Il existe donc un compromis thermodynamique entre puissance motrice disponible, rendement solaire et stabilité.

7.6 Dimensionnement préliminaire

Si la machine doit produire $\dot{Q}_{\text{evap}} = 12$ kW et si l'on suppose un ordre de grandeur $COP \simeq 0.35$ (valeur typique rapportée pour des cycles à éjection vapeur, selon la configuration et les conditions), alors :

$$\dot{Q}_{\text{gen}} \approx \frac{\dot{Q}_{\text{evap}}}{COP} \approx \frac{12}{0.35} \approx 34 \text{ kW}. \quad (7.13)$$

Si $G_b \simeq 800$ W/m² et $\eta_{\text{th}} \simeq 0.5$, la surface d'ouverture nécessaire est :

$$A_{\text{aperture}} \approx \frac{\dot{Q}_{\text{gen}}}{G_b \eta_{\text{th}}} \approx \frac{34\,000}{800 \times 0.5} \approx 85 \text{ m}^2. \quad (7.14)$$

Ce résultat sera affiné lors du dimensionnement global (Partie II) à partir des performances simulées et des pertes effectives.

7.7 Problèmes spécifiques au chauffage direct du R718

Le chauffage direct implique :

- une vaporisation interne progressive,
- une possible instabilité de bouillonnement,
- des variations locales de pression.

Le contrôle du débit primaire et la gestion des conditions de saturation sont essentiels pour éviter : surpression, vaporisation brutale, et fluctuations de débit vers l'éjecteur.

7.8 Modèle mathématique retenu

Le modèle utilisé en simulation comportera :

- un bilan énergétique solaire ($\dot{Q}_{\text{sol,incident}}$, \dot{Q}_{opt} , \dot{Q}_{pertes}),
- un calcul du rendement optique (η_{opt}),
- un calcul des pertes convectives et radiatives (\dot{Q}_{conv} , \dot{Q}_{rad}),
- le calcul du débit primaire \dot{m}_{pri} et le couplage avec l'éjecteur.

Les propriétés thermodynamiques nécessaires à l'évaluation des enthalpies h_7 et h_8 seront fournies via CoolProp au niveau de l'implémentation.

7.9 Résumé du chapitre

La chaudière solaire constitue la source énergétique du cycle et détermine le débit primaire ainsi que la pression motrice disponibles pour l'éjecteur. Son rendement thermique conditionne directement la puissance solaire requise et, indirectement, le COP global. Le dimensionnement du générateur introduit un compromis entre température motrice élevée, pertes thermiques accrues et stabilité du système.

Chapitre 8

La pompe alimentaire de la chaudière

Dans la machine frigorifique à éjecteur, la pompe assure l'élévation de pression du condensat issu du condenseur (état 1) afin d'alimenter la chaudière solaire (état 7) selon la convention $1 \rightarrow 7$. Dans un cycle à éjection, la puissance mécanique consommée par la pompe est généralement faible devant la puissance thermique fournie au générateur, ce qui conduit souvent à négliger \dot{W}_p dans une première analyse énergétique. Toutefois, dans le cas du R718 fonctionnant sous vide profond, la question déterminante n'est pas uniquement la puissance mécanique, mais surtout la capacité de la pompe à fonctionner *sans cavitation*.

En effet, la pression absolue disponible à l'aspiration peut être fortement contrainte par (i) la faible pression de condensation (liée à T_{cond}), (ii) les pertes de charge dans la ligne d'aspiration, (iii) la présence de gaz non condensables, et (iv) la proximité de la pression de saturation du liquide. Dans ces conditions, une analyse rigoureuse du NPSH (*Net Positive Suction Head*) est indispensable pour garantir la stabilité hydraulique du système (Moran & Shapiro, 2014a).

8.1 Rôle systémique

La pompe contribue à :

- maintenir un débit primaire \dot{m}_{pri} stable, nécessaire à la production de vapeur motrice dans la chaudière ;
- assurer l'élévation de pression de P_{cond} (état 1) à P_{gen} (état 7) ;
- stabiliser l'alimentation du générateur en réduisant les fluctuations de débit susceptibles de perturber la vaporisation ;
- permettre un fonctionnement continu sans cavitation, condition de fiabilité et de sécurité.

Toute variation de \dot{m}_{pri} affecte directement la puissance disponible au générateur, la pression motrice à l'entrée de la tuyère ($8 \rightarrow 4$) et, par conséquent, la performance de l'éjecteur et la stabilité globale du cycle.

8.2 Étude phénoménologique

8.2.1 Travail de pompage : formulation thermodynamique

Pour un liquide faiblement compressible, le travail spécifique de pompage peut être approximé par :

$$w_p \approx v_\ell (P_{\text{gen}} - P_{\text{cond}}), \quad (8.1)$$

où v_ℓ est le volume spécifique du liquide. Dans une formulation basée sur les états, la puissance de pompage s'écrit :

$$\dot{W}_p = \dot{m}_{\text{pri}} (h_7 - h_1). \quad (8.2)$$

En introduisant le rendement isentropique de la pompe η_p , défini par :

$$\eta_p = \frac{h_{7s} - h_1}{h_7 - h_1}, \quad (8.3)$$

on obtient :

$$h_7 = h_1 + \frac{h_{7s} - h_1}{\eta_p}, \quad (8.4)$$

où $7s$ désigne l'état de sortie *isentropique* à la même pression que l'état 7. Dans un pré-dimensionnement, η_p est typiquement pris entre 0.6 et 0.8 pour une petite pompe, puis ajusté selon la technologie retenue et les conditions d'exploitation.

8.2.2 Pertes de charge et pression disponible à l'aspiration

L'analyse de la ligne d'aspiration peut s'appuyer sur une forme de l'équation de Bernoulli, en distinguant les pertes régulières et singulières. Les pertes régulières s'écrivent :

$$h_f = \lambda \frac{L}{D} \frac{c^2}{2g}, \quad (8.5)$$

et les pertes singulières :

$$h_s = \sum \zeta \frac{c^2}{2g}, \quad (8.6)$$

où λ est le facteur de frottement, L la longueur, D le diamètre hydraulique, c la vitesse moyenne, et ζ les coefficients de pertes singulières.

Sous faible pression absolue, la contrainte de conception majeure est la réduction drastique des pertes en aspiration : un faible ΔP peut représenter une fraction significative de P_{cond} , augmentant fortement le risque de cavitation.

8.3 Cavitation et NPSH

8.3.1 Définitions

La cavitation apparaît lorsque la pression locale dans la pompe (notamment à l'œil de roue) chute au voisinage ou en dessous de la pression de saturation du liquide. Le critère usuel en ingénierie est le NPSH (*hauteur nette positive d'aspiration*). On distingue :

- $NPSH_a$: NPSH disponible (*available*), déterminé par l'installation ;
- $NPSH_r$: NPSH requis (*required*), déterminé par la courbe constructeur.

La condition de non-cavitation est :

$$NPSH_a \geq NPSH_r. \quad (8.7)$$

8.3.2 Formulation du NPSH disponible

Dans une écriture générique (aspiration depuis un réservoir ou un collecteur liquide), le NPSH disponible peut être exprimé sous forme de hauteur :

$$NPSH_a = \frac{P_{\text{asp}}}{\rho g} - \frac{P_{\text{sat}}(T)}{\rho g} + (z_{\text{surf}} - z_{\text{pump}}) - h_{\text{pertes}}, \quad (8.8)$$

où P_{asp} est la pression absolue au point d'aspiration, $P_{\text{sat}}(T)$ la pression de saturation à la température du liquide, ρ la masse volumique, z les altitudes, et $h_{\text{pertes}} = h_f + h_s$ la somme des pertes de charge en aspiration.

Point critique avec le R718. Si le liquide en état 1 est proche de la saturation (faible sous-refroidissement), alors $P_{\text{asp}} \approx P_{\text{sat}}(T)$, et le terme $(P_{\text{asp}} - P_{\text{sat}})/(\rho g)$ devient très faible. Le NPSH disponible se réduit alors essentiellement à la charge statique utile et aux pertes, ce qui rend la cavitation probable même pour des vitesses modestes.

8.4 Effets de la cavitation sur le cycle

La cavitation induit typiquement :

- une chute du débit primaire \dot{m}_{pri} et une dégradation du rendement de la pompe ;
- des fluctuations de pression à l'entrée du générateur (P_{gen}), pouvant provoquer des instabilités de vaporisation ;
- une perturbation de la tuyère ($8 \rightarrow 4$) via une alimentation motrice instable ;
- une baisse du rapport d'entraînement μ et une diminution du COP ;
- un risque de décrochage du cycle si l'éjecteur entre en régime défavorable.

Dans une machine à éjecteur, ces instabilités sont particulièrement critiques, car l'éjecteur présente déjà une dynamique non linéaire vis-à-vis de P_{cond} et des pertes internes.

8.5 Stratégies de mitigation et choix technologiques

Pour sécuriser le fonctionnement de la pompe dans un cycle R718 sous vide, plusieurs leviers de conception sont classiquement recommandés :

- **Sous-refroidissement en sortie condenseur** : augmenter la marge $P_{\text{asp}} - P_{\text{sat}}(T)$ en réduisant la température du liquide ;
- **Réduction des pertes en aspiration** : diamètres généreux, longueurs minimisées, limitation des singularités ;
- **Positionnement hydraulique** : placer la pompe sous le niveau liquide (charge statique positive) lorsque possible ;
- **Gestion des non-condensables** : purge/dégazage afin d'éviter les poches de gaz et la dégradation du NPSH ;
- **Technologie de pompe adaptée** : pompe compatible faible pression absolue, éventuellement à faible $NPSH_r$, et matériaux compatibles avec l'eau et le vide.

Ces éléments seront repris en recommandations de conception dans la partie résultats.

8.6 Modèle mathématique retenu pour la simulation

Dans le modèle global (Partie II), la pompe est représentée par :

- **Élévation de pression** : $P_7 = P_{\text{gen}}$;
- **Calcul thermodynamique** : détermination de h_7 par (8.4) en utilisant η_p ;
- **Puissance de pompe** : $\dot{W}_p = \dot{m}_{\text{pri}}(h_7 - h_1)$;
- **Diagnostic cavitation** : calcul de $NPSH_a$ via (8.8), comparaison à un seuil (ou à $NPSH_r$ si disponible).

Les propriétés ρ , $P_{\text{sat}}(T)$ et l'état isentropique $7s$ sont calculés via CoolProp (I. H. Bell et al., 2014). Le diagnostic cavitation est ensuite exposé dans les indicateurs/flags du système.

8.7 Résumé du chapitre

Ce chapitre a montré que la pompe, bien que faiblement contributrice en puissance mécanique, est un composant critique pour la stabilité d'un cycle R718 sous vide. Son rôle est d'assurer l'élévation de pression selon $1 \rightarrow 7$ et de garantir un débit primaire stable vers la chaudière ($7 \rightarrow 8$). L'analyse NPSH met en évidence que la cavitation peut survenir facilement lorsque le liquide est faiblement sous-refroidi ou lorsque les pertes en aspiration sont élevées. Le modèle retenu intègre un calcul thermodynamique basé sur un rendement η_p et un diagnostic cavitation, indispensables pour un couplage système robuste.

Deuxième partie

Étude systémique

Introduction de la Partie II

La seconde partie traite l'étude systémique de la machine frigorifique à éjecteur au R718, en mettant l'accent sur le couplage des composants, l'implémentation logicielle et l'analyse des performances.

L'enjeu principal est de passer d'une modélisation « composant par composant » à une représentation cohérente du cycle complet, où les niveaux de pression, les débits massiques et les transferts thermiques sont interdépendants. Le couplage est formulé selon une convention de numérotation unifiée des états thermodynamiques, utilisée à la fois dans la simulation et dans la représentation sur diagrammes $P-h$ et $T-s$.

Dans ce cadre, l'outil numérique développé en Python s'appuie sur une architecture modulaire orientée objet, permettant de tester chaque composant séparément puis de l'intégrer au système global. L'éjecteur est considéré par défaut selon un modèle compressible amélioré (V2), intégrant les diagnostics de régime, la détection d'étranglement et la présence éventuelle d'une onde de choc.

L'analyse finale porte sur la performance énergétique (notamment le coefficient de performance, COP), l'influence des conditions opératoires, et les recommandations d'amélioration. Une mini-analyse exergetique est également introduite afin d'identifier qualitativement les sources majeures d'irréversibilités, en cohérence avec la perspective d'approfondissement prévue en thèse.

Troisième partie

Annexes

Annexe A

Fondements théoriques de l'écoulement compressible dans l'éjecteur

A.1 Hypothèses fondamentales

Dans cette annexe, on présente les bases analytiques utiles à la compréhension de l'écoulement compressible dans l'éjecteur. Sauf mention contraire, les hypothèses suivantes sont adoptées :

- écoulement stationnaire ;
- écoulement quasi-unidimensionnel (quasi-1D) ;
- fluide compressible ;
- transformation adiabatique (hors pertes internes et chocs) ;
- absence de travail mécanique externe sur le volume de contrôle ;
- propriétés *gaz parfait* utilisées comme cadre théorique, avec adaptation au fluide réel via propriétés thermodynamiques (p. ex. CoolProp) lorsque nécessaire (Anderson, 2016 ; I. H. Bell et al., 2014).

A.2 Équations fondamentales (volume de contrôle 1D)

A.2.1 Conservation de la masse

Pour un écoulement 1D dans une conduite de section A , la conservation de la masse s'écrit :

$$\dot{m} = \rho c A, \quad (\text{A.1})$$

où \dot{m} est le débit massique, ρ la masse volumique et c la vitesse moyenne d'écoulement.

A.2.2 Conservation de la quantité de mouvement

En régime stationnaire 1D, en négligeant les effets de gravité et en regroupant les effets visqueux dans une force équivalente F_{pertes} , on peut écrire sous forme intégrale simplifiée :

$$P A + \rho c^2 A = \text{constante} \quad (\text{à pertes négligeables}), \quad (\text{A.2})$$

et, de manière plus générale pour un volume de contrôle délimité par une entrée (1) et une sortie (2) :

$$\dot{m} (c_2 - c_1) = (P_1 A_1 - P_2 A_2) - F_{\text{pertes}}. \quad (\text{A.3})$$

A.2.3 Conservation de l'énergie (enthalpie totale)

Sous hypothèse adiabatique et sans travail de paroi, l'énergie spécifique totale (ou enthalpie de stagnation) est conservée :

$$h + \frac{c^2}{2} = h_0 = \text{constante.} \quad (\text{A.4})$$

Cette relation est fondamentale pour décrire l'accélération dans une tuyère : une baisse d'enthalpie statique h se traduit par une augmentation de la vitesse c .

A.3 Écoulement isentropique dans une tuyère

A.3.1 Définition et relations de base

Dans une tuyère idéale, l'écoulement est souvent assimilé à une transformation isentropique :

$$ds = 0. \quad (\text{A.5})$$

Pour un gaz parfait, cela implique :

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{constante}, \quad (\text{A.6})$$

où γ est le rapport des chaleurs spécifiques.

On définit le nombre de Mach :

$$M = \frac{c}{a}, \quad (\text{A.7})$$

où a est la célérité du son.

A.3.2 Relations stagnation–statique (gaz parfait)

Pour un gaz parfait, les relations reliant grandeurs statiques et stagnation sont (Anderson, 2016) :

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2, \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}, \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}. \quad (\text{A.10})$$

A.4 Condition d'étranglement ($Mach = 1$) et relation aire–Mach

A.4.1 Critère d'étranglement

L'étranglement (*choking*) correspond à l'atteinte du régime sonique $M = 1$ au col de la tuyère. À partir de ce point, le débit massique devient peu sensible à la pression aval.

La relation différentielle issue de la conservation de masse et de l'équation d'énergie mène à la relation (gaz parfait) :

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dc}{c}. \quad (\text{A.11})$$

Ainsi :

- si $M < 1$ (subsonique), une section convergente ($dA < 0$) accélère l'écoulement ;
- si $M > 1$ (supersonique), une section divergente ($dA > 0$) accélère l'écoulement.

A.4.2 Relation aire–Mach

Pour un écoulement isentropique de gaz parfait, la relation aire–Mach s'écrit (Anderson, 2016) :

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}, \quad (\text{A.12})$$

où A^* est la section critique associée à $M = 1$.

A.5 Choc normal : équations de Rankine–Hugoniot

A.5.1 Conservation à travers le choc

On considère un choc normal stationnaire. Pour éviter toute confusion avec la numérotation des états du cycle (1 à 8), on note ici les grandeurs amont/aval du choc par am et av. Les équations de conservation s'écrivent :

Conservation de la masse

$$\rho_{\text{am}} c_{\text{am}} = \rho_{\text{av}} c_{\text{av}}. \quad (\text{A.13})$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$P_{\text{am}} + \rho_{\text{am}} c_{\text{am}}^2 = P_{\text{av}} + \rho_{\text{av}} c_{\text{av}}^2. \quad (\text{A.14})$$

Conservation de l'énergie

$$h_{\text{am}} + \frac{c_{\text{am}}^2}{2} = h_{\text{av}} + \frac{c_{\text{av}}^2}{2}. \quad (\text{A.15})$$

Ces trois équations définissent la discontinuité associée au choc normal.

A.5.2 Relation de Hugoniot

En combinant les équations de conservation, on obtient la relation de Hugoniot, qui relie l'état amont et l'état aval compatibles avec un choc adiabatique (Anderson, 2016) :

$$h_{\text{av}} - h_{\text{am}} = \frac{1}{2} (P_{\text{av}} - P_{\text{am}}) (v_{\text{am}} + v_{\text{av}}), \quad (\text{A.16})$$

où $v = 1/\rho$ est le volume spécifique.

Cette expression met en évidence que le choc est adiabatique mais généralement non isentropique.

A.6 Variation d'entropie à travers le choc

Un choc normal est une transformation irréversible : l'entropie augmente :

$$s_{av} > s_{am}. \quad (\text{A.17})$$

Cette augmentation d'entropie est associée à une perte d'énergie disponible (exergie) et contribue à limiter la récupération de pression dans le diffuseur, ce qui pénalise la performance globale (baisse de μ et du COP) (Anderson, 2016 ; Eames et al., 1995).

A.7 Relations Mach amont/aval (gaz parfait)

Dans le cadre gaz parfait, les relations usuelles du choc normal donnent (Anderson, 2016) :

$$\frac{P_{av}}{P_{am}} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_{am}^2 - 1), \quad (\text{A.18})$$

$$M_{av}^2 = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{am}^2}{\gamma M_{am}^2 - \frac{\gamma-1}{2}}. \quad (\text{A.19})$$

Ces relations montrent que si $M_{am} > 1$, alors $M_{av} < 1$: le choc transforme un régime supersonique en régime subsonique.

A.8 Adaptation au cas du R718 (fluide réel sous vide)

La vapeur d'eau sous vide profond et proche de la saturation n'est pas strictement représentable par un gaz parfait, et γ n'est ni constant ni toujours pertinent. Dans la simulation du présent travail, l'approche retenue est dite *hybride* :

- la structure des équations (conservation de masse, quantité de mouvement, énergie) est conservée (Eqs. A.13–A.15) ;
- les propriétés thermodynamiques sont calculées via une bibliothèque de référence (p. ex. CoolProp) : $h(P, T)$, $s(P, T)$, $\rho(P, T)$, etc. (I. H. Bell et al., 2014).

Cette stratégie vise à garantir :

- le respect des lois fondamentales ;
- la cohérence thermodynamique en régime réel ;
- la compatibilité avec les diagrammes P - h et T - s utilisés en validation qualitative.

A.9 Portée et limites

Cette annexe fournit les bases analytiques et la justification des hypothèses utilisées dans un modèle 1D. Elle ne remplace pas :

- une simulation CFD 2D/3D détaillée ;
- une validation expérimentale sur banc d'essai.

Néanmoins, elle constitue un socle mathématique indispensable pour comprendre l'influence du régime supersonique, de l'étranglement et des chocs sur la stabilité et la performance d'un éjecteur intégré dans un cycle frigorifique à R718.

(Cengel & Boles, 2015)

Références

- Anderson, J. D. (2016). *Modern compressible flow : With historical perspective* (4th éd.). McGraw-Hill Education.
- ASHRAE. (2018). *Ashrae handbook – refrigeration*. American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers.
- Bell, I. H., Wronski, J., Quoilin, S., & Lemort, V. (2014). Pure and pseudo-pure fluid thermophysical property evaluation and the open-source thermophysical property library coolprop. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 53(6), 2498–2508. doi: 10.1021/ie4033999
- Bell, I. H. e. a. (2014). *Coolprop thermophysical property library*. (Available at : <http://www.coolprop.org>)
- Cengel, Y. A., & Boles, M. A. (2015). *Thermodynamics : An engineering approach*. McGraw-Hill.
- Chunnanond, K., & Aphornratana, S. (2004). Ejectors : Applications in refrigeration technology. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 8(2), 129–155.
- Collier, J. G., & Thome, J. R. (1994). *Convective boiling and condensation* (3rd éd.). Oxford University Press.
- Eames, I. W., Aphornratana, S., & Haider, H. (1995). A theoretical and experimental study of a small-scale steam jet refrigerator. *International Journal of Refrigeration*, 18(6), 378–386.
- Elbel, S., & Hrnjak, P. (2008). A review of ejector refrigeration systems. *International Journal of Refrigeration*.
- Herold, K. E., Radermacher, R., & Klein, S. A. (2016). *Absorption chillers and heat pumps*. CRC Press.
- Huang, B. J., Chang, J. M., Wang, C. P., & Petrenko, V. A. (1999). A 1-d analysis of ejector performance. *International Journal of Refrigeration*, 22(5), 354–364.
- Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (1996). *Fundamentals of heat and mass transfer* (4th éd.). John Wiley & Sons.
- Kalogirou, S. A. (2014). *Solar energy engineering*. Academic Press.
- Moran, M. J., & Shapiro, H. N. (2014a). *Fundamentals of engineering thermodynamics*. Wiley.
- Moran, M. J., & Shapiro, H. N. (2014b). *Fundamentals of engineering thermodynamics*. Wiley.
- Sokolov, M., & Hershtal, D. (1990). *Solar refrigeration : The ejector cycle*. CRC Press.
- Thome, J. R. (2004). *Engineering data book iii*. Wolverine Tube Inc.
- Whalley, P. B. (1987). *Boiling, condensation, and gas-liquid flow*. Oxford University Press.