IZREK 138: $0,235711\ldots$, kjer so števke praštevila v naraščajočem vrstnem redu, je <u>iracionalno</u>.

<u>Dokaz 1:</u> DIRICHLETOV IZREK:
v vsakem zaporedju $\{an+b\}_{n\in\mathbb{N}_0}$ naravnih števil, kjer sta a in b tuji si naravni števili, je neskončno praštevil

POSEBNA OBLIKA DIRICHLETOVEGA IZREKA:
vsako zaporedje $\{10^{s+1}k+1\}$, $k\in\mathbb{N}$ vsebuje praštevila

(10^{s+1} in 1 sta si očitno tuji)

zaporedje: $10^{s+1}+1,\ 2\cdot 10^{s+1}+1,\ 3\cdot 10^{s+1}+1, \ldots$

torej obstajajo (neskončno) taka praštevila
$$10^{s+1}k+1 \quad \text{za nek } k\in\mathbb{N}$$

to število je oblike $(k)\underbrace{00\ldots0}_{s}1$

ker decimalno št. $0,2357\ldots$ vsebuje vsa taka števila,

↳ za <u>poljuben s</u> in neke k vsebuje
$$10^{s+1}k+1$$

to decimalno število ne more biti končno ali periodično (ključen je $\forall s$)

<u>Dokaz 2:</u> BERTRANDOVA DOMNEVA
za $\forall n>1$ $\exists p$ praštevilo za katerega velja
$$n<p<2n$$

POSEBNA OBLIKA BERTRANDOVE DOMNEVE
$\forall n\geq 1$ $\exists$ praštevilo p, da
$$n<p<10n$$

$\Longrightarrow$ od tod sledi, da za poljuben $s > 0$ obstajajo praštevila z s števkami

oz. ker na vsakih 10 števil obstaja neko praštevilo bodo obstajala praštevila z poljubno mnogo števkami

od tod sklepamo, da je naše decimalno št. neskončno

S PROTISLOVJEM

predpostavimo, da je naše število periodično

↳ torej bo oblike

$$0,\underbrace{\ldots\ldots}\,|a_1 a_2 \ldots a_k|a_1 a_2 \ldots a_k|\ldots$$

lahko je končno števk pred prvo periodo

lahko izberemo $l > 1$ tako, da bodo vsa praštevila s $s = k \cdot l$ števkami stojijo po prvi črti, ki označuje periodo

↳ premislek, da taka št. obstajajo je to, da obstajajo praš. s poljubno števkami

s tem zagotovimo, da bo praš. daljše od enega bloka

naj bo p tako praštevilo; potem je eno od naslednjih oblik

$$p = \underbrace{a_1 a_2 \ldots a_k|a_1 a_2 \ldots a_k|\ldots|a_1 a_2 \ldots a_k}_{\text{poljubno mnogo celih blokov}}$$

$$p = \underbrace{a_{m+1} \ldots a_k|a_1 a_2 \ldots a_k|\ldots|a_1 \ldots a_l}_{\text{odrezani bloki}}$$

$123\,123\,123 : 123 = 1001001$

0123

$23\,123\,1 : 231 = 1001$

231

v splošnem:

p bo čisto deljiv z ali $a_1 a_2 \ldots a_m$

ali $a_{m+1} \ldots a_k \, a_1 \ldots a_l$

$\rightarrow\leftarrow$ p ni praštevilo $\square$