technische universität
dortmund

Bachelorarbeit

Parallelisierung einer speichereffizienten Approximation der LZ77-Faktorisierung

Gajann Sivarajah

Gutachter:
Prof. Dr. Johannes Fischer
M.Sc. Patrick Dinklage

Technische Universität Dortmund
Fakultät für Informatik
LS-11
http://afe.cs.tu-dortmund.de

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation und Hintergrund

Eine Referenz [1].

1.2 Aufbau der Arbeit

Kapitel 2

Grundlagen

Zunächst stellen wir die verwendete Terminologie und relevante Konzepte bzw. Phänomene dar.

2.1 Eingabe

Unsere Eingabe sei durch eine n-elementige Zeichenfolge $S = e_1...e_n$ über dem beschränkten numerischen Alphabet Σ mit $e_i \in \Sigma \ \forall i = 1, ..., n$ gegeben. Für jede beliebige Zeichenfolge S wird mit $|S|$ dessen Länge, hier n, bezeichnet. Der Ausdruck $S[i..j] \in \Sigma^{j-i+1}$ mit $1 \leq i \leq j \leq n$ beschreibt die Teilfolge $e_i...e_j$, wobei im Falle, dass $i = j$ ist, das einzelne Zeichen e_i referenziert wird. Alternativ kann ein einzelnes Zeichen e_i auch durch $S[i]$ referenziert werden. Eine Teilfolge der Form $S[1..k]$ mit $1 \leq k \leq n$ wird als Präfix von S bezeichnet. Im Gegensatz dazu wird eine Teilfolge der Form $S[k..n]$ als Suffix von S bezeichnet. Für zwei Teilfolgen S_1 und S_2 beschreibt der Ausdruck $S_1 + S_2$ die Konkatenation der beiden Teilfolgen.

2.2 Ausgabe → Faktorisierung

Ein charakteristisches Merkmal der Familie der Lempel-Ziv-Kompressionsverfahren ist die Repräsentation der Ausgabe in Form einer Faktorisierung. Für eine Eingabe $S = e_1...e_n$ wird eine Faktorisierung $F = f_1...f_z$ mit $z \leq n$ derart erzeugt, dass die Eingabe S durch die Faktorisierung in eine equivalente Folge von nichtleeren Teilfolgen zerlegt werden. Dabei ist jeder Faktor f_i mit $1 \leq i \leq z$ als Präfix von $S[|f_1...f_i - 1| + 1..n]$ definiert, der bereits in $S[1..|f_1...f_i|]$ vorkommt oder als einzelnes Zeichen ohne vorheriges Vorkommen. Die im Folgenden betrachteten Algorithmen können speziell der Klasse der LZ77-Kompressionsverfahren zugeordnet werden, dessen Faktoren im Schema des Lempel-Ziv-Storer-Szymanski repräsentiert werden sollen.

$$F = f_1...f_z \text{ mit } f_i = \begin{cases} (Length, Position) & \text{falls Referenz} \\ (0, Zeichen) & \text{sonst} \end{cases} \tag{2.1}$$

Zur Darstellung von Referenzen wird das Tupel aus der Position des vorherigen Vorkommens und der Länge des Faktors genutzt. Einzelne Zeichen können wiederum durch das Tupel aus dem Platzhalter 0 und dem entsprechenden Zeichen dargestellt werden. Das in 2.1 definierte Format beschreibt die gewünschte Ausgabe der im Folgenden betrachteten Algorithmen.

2.3 Kompression

2.3.1 Verlustfreie Kompression

Der Prozess der Kompression überführt eine Repräsentation einer finiten Datenmenge in eine möglichst kompaktere Form. Eine verlustfreie Kompression ist gegeben, falls die Abbildung zwischen der ursprünglichen und komprimierten Repräsentation bijektiv ist. Die Korrektheit einer verlustfreien Kompression kann daher durch die Angabe einer Dekompressionsfunktion nachgewiesen werden. Ist diese Vorraussetzung nicht gegeben, so handelt es sich um eine verlustbehaftete Kompression, da eine Rekonstruktion der ursprünglichen Datenmenge nicht garantiert werden kann.

2.3.2 Dekompression

Die Dekompression beschreibt den Umkehrprozess der Kompression und erlaubt im Falle eine verlustfreien Kompression die Rekonstruktion der ursprünglichen Datenfolge. Im Falle von Verfahren der LZ77-Familie, kann die Dekompression durch die folgende Abbildung definiert werden,

$$DECOMP_{LZ77} : F(1..z) \rightarrow S(1..n). \tag{2.2}$$

Der dargestellte Algorithmus 2.1 beschreibt eine mögliche Implementierung der Dekompression für eine Faktorisierung $F = f_1...f_z$ zu der Eingabe $S = e_1...e_n$. Der beschriebene Algorithmus iteriert durch alle Faktoren und fügt die referenzierten Zeichen einzeln in die Ausgabe S ein. Damit kann die Laufzeit des Algorithmus auf $O(n)$ geschätzt werden.

2.3.3 String-Matching → Rabin-Karp

Im Rahmen des approximativen Algorithmus, welcher in dieser Arbeit beschrieben wird, werden Vergleiche von Zeichenfolgen mithilfe des Rabin-Karp-Fingerprints(RFP) durchge-

Algorithmus 2.1 DECOMP$_{LZ77}$

Eingabe:$F = f_1...f_z$ *Ausgabe:*$S = e_1...e_n$

```
S ← ∅
for i = 1 to z do
  (len, ref) ← f_i
  if len = 0 then
    S ← S + ref
  else
    for j = 0 to len − 1 do
      S ← S + S[ref + j]
    end for
  end if
end for
return S
```

führt. Sei $p \in \mathbb{P}$ eine Primzahl und $b \in \mathbb{N}$ eine Basis, so kann der RFP einer Zeichenfolge S der Länge n durch den Ausdruck

$$\begin{aligned} RFP(S) &= \sum_{i=1}^{n} S[i]b^{n-i} \mod p \\ &\in \{0, ..., p-1\} \end{aligned} \tag{2.3}$$

berechnet werden. Hierbei wird eine Zeichenfolge beliebiger Länge in eine Zahl aus dem Intervall $[0, p-1]$ abgebildet. Der RFP erlaubt es, die Gleichheit zweier Zeichenfolgen zu widerlegen im Falle von unterschiedlichen Fingerprints. Im Falle von gleichen Fingerprints, kann die Gleichheit der Zeichenfolgen jedoch nicht garantiert werden. Die Wahrscheinlichkeit einer Kollision dieser Art bei Zeichenfolgen gleicher Größe ist jedoch beschränkt und praktisch gering. Insbesondere kann die Wahrscheinlichkeit durch die passende Wahl von p und b minimiert werden.

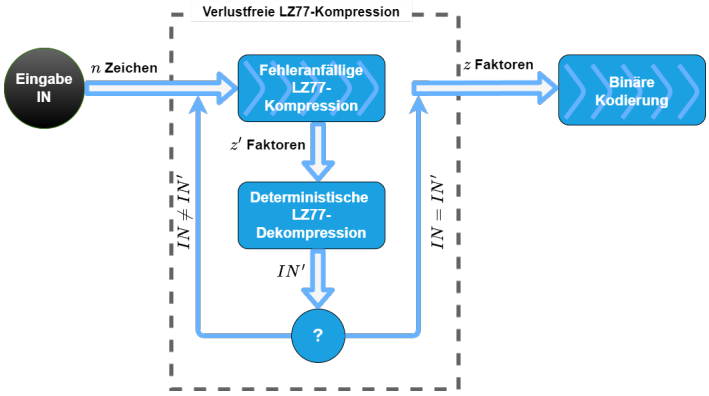
Rabin-Karp-Fingerprints erlauben verschiedene Operationen auf Zeichenfolgen, die im Rahmen der approximativen LZ77-Faktorisierung effizient genutzt werden können. Zum Einen kann ein beschränktes Fenster $S_W = S(j..j+w)$ der Länge $w < n$ leicht verschoben werden. Sei $RFP(S_W)$ der Fingerabdruck des Fensters, so kann der Fingerabdruck durch die Verschiebung um ein Zeichen nach rechts durch den Ausdruck,

$$RFP(S(j+1..j+w+1)) = (RFP(S_W) - S[j]b^{w-1})b + S[j+w+1] \mod p, \tag{2.4}$$

beschrieben. Desweiteren seien zwei Teilfolgen S_1 und S_2 der gleichen Länge n gegeben. Der RFP der Konkatenation $S_1 + S_2$ der beiden Teilfolgen kann durch den Ausdruck,

$$RFP(S_1 + S_2) = (RFP(S_1)b^n + RFP(S_2)) \mod p, \tag{2.5}$$

Abbildung 2.1: Las-Vegas-Algorithmus



berechnet werden. Ähnlich zur Konkatenation von Zeichenfolgen ist die Operation 2.5 ebenfalls assoziativ, jedoch nicht kommutativ.

2.3.4 Verlustbehaftete Kompression

Im Rahmen dieser Arbeit werden wir einen Approximationsalgorithmus betrachten, der aufgrund der verwendeten RFP-Technik für Vergleiche von Zeichenfolgen eine fehlerhafte Faktorisierung mit einer beschränkten Wahrscheinlichkeit erzeugen kann. Die Korrektheit der Dekompression kann intern und extern durch explizite Vergleiche der Zeichenfolgen erkannt werden. Da der Kompressionsprozess in diesem Fall mit anderen Parametern wiederholt werden kann, können wir einen verlustfreien Las-Vegas-Algorithmus konstruieren.

In Abbildung 2.1 wird eine Regelsteuerung illustriert. Der Algorithmus wird solange wiederholt, bis eine korrekte Faktorisierung erzeugt wurde. Dass die Anzahl der Wiederholungen beschränkt ist, werden wir in der Analyse des Approximationsalgorithmus und der praktischen Evaluation zeigen.

2.3.5 Binäre (De-)Kodierung

Die Abbildung $Bin_{IO} : \Sigma^* \to N$ gibt die Anzahl der Bits für die Kodierung einer beliebigen Zeichenfolge an. Im Rahmen dieser Arbeit gehen wir davon aus, dass die Eingabe S in binärer Form vorliegt und auf dem Alphabet $\Sigma = \{1, ..., 255\}$ erzeugt wurde. Jedes Zeichen wird durch 8 Bits, oder 1 Byte, dargestellt und erlaubt einen Offline-Zugriff. Die gesamte binäre Eingabegröße sei damit gegeben durch

$$N_{Bin} = \sum_{i=1}^{|S|} Bin_{IO}(S[i]) = 8 * |S|. \tag{2.6}$$

Die eingelesene Eingabefolge wird durch den Kompressionsalgorithmus in die Faktorfolge $S = f_1...f_z$ überführt. Jeder Faktor f_i, der Form (len, pos) oder $(0, e)$, werde durch $Bin_{IO}(f_i)$ Bits kodiert. Die binäre Ausgabegröße ergibt sich aus dem Ausdruck

$$Z_{Bin} = \sum_{i=1}^{z} Bin_{IO}(f_i). \tag{2.7}$$

, wobei die Anzahl der Bits für die Kodierung der Faktoren f_i durch den Kompressionsalgorithmus und der Kodierungsstrategie bestimmt wird.

2.3.6 Metriken

Die Qualität einer Kompression kann durch verschiedene Metriken quantifiziert werden. Zum Einen beschreibt die Kompressionsrate CR den Grad der Kompression und ist durch den Ausdruck,

$$CR = \frac{Z_{Bin}}{N_{Bin}} \tag{2.8}$$

, definiert. Da die Kodierung der Faktoren nicht eindeutig aus der Wahl des Kompressionsalgorithmus eingegrenzt wird, ist stattdessen die Anzahl der erzeugten Faktoren ein weiteres geeignetes Gütemaß. Für die Eingabe S der Länge n und der Ausgabe $f_1...f_z$ sei die Faktorrate durch

$$FR = \frac{z}{n} \tag{2.9}$$

gegeben. In beiden Fällen wird ein niedriger Wert bevorzugt, da dieser auf eine bessere Extraktion von Redundanzen hinweist.

2.4 Parallelität

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung und Evaluation eines parallel Kompressionsalgorithmus. Im Folgenden definieren wir die Rahmenbedingungen und Konzepte der Parallelität.

2.4.1 Shared-Memory-Modell

Unser Algorithmus agiere auf einem Shared-Memory-Modell mit P Ausführungseinheiten, welches im Gegensatz zum Distributed-Memory-Modell allen beteiligten Ausführungseinheiten bzw. Prozessoren einen gemeinsamen Zugriff auf den Speicher ermöglicht. Im Rahmen der Arbeit und Kommunikation unter den Prozessoren wird man jedoch auf Konflikte bei gleichzeitigen Speicherzugriffen zustoßen. Ein parallel modellierter Algorithmus muss explizit hinsichtlich der Korrektheit und Effizienz Mechanismen zur Synchronisation implementieren.

2.4.2 Metriken

Das Ziel der Parallelisierung eines Algorithmus liegt hauptsächlich in einer Verbesserung der Laufzeit, insbesondere unter Berücksichtigung von Ressourcenkonflikten. Die zeitliche Beschleunigung der Laufzeit kann durch den Speedup SP bemessen werden. Für eine Eingabe S der Länge n brauche ein sequenzieller Durchlauf $T(n, p = 1)$ Zeit, während ein paralleler Algorithmus mit P Prozessoren $T(n, p = P)$ an Zeit benötigt. Der Speedup ist dabei definiert durch

$$SP(n, P) = \frac{T(n, 1)}{T(n, P)}. \tag{2.10}$$

Ein idealer Speedup ist gegeben durch $SP(n, P) = P$. Verschiedene Effekte im Rahmen des Speicherzugriffs, der Synchronisation und der Kommunikation über mehrere Prozessoren können jedoch die Effizienz der Parallelisierung stark beeinträchtigen. Insbesondere können sequenzielle Abschnitte im Algorithmus aufgrund des Amdahlschen Gesetzes eine obere Schranke für den Speedup setzen.

Kapitel 3

Kompressionsalgorithmen

3.1 (exakte) LZ77-Kompression

Der im Folgenden beschriebene Algorithmus für die Generierung einer exakten LZ77-Faktorisierung dient als Referenz für die Evaluation der approximativen Algorithmen.

3.1.1 Konzept

Wie bereits in Kapitel xx beschrieben, erzeugen Algorithmen der LZ77 - Familie eine Faktorisierung einer Eingabezeichenfolge S, wobei die Faktoren entweder Referenzen zu vorherigen Zeichenfolgen oder einzelne Zeichen sein können. Im Rahmen der exakten LZ77 - Faktorisierung wird ein Greedy - Ansatz verwendet, um von links nach rechts stets die längste Zeichenfolge zu referenzieren, die bereits links von der aktuellen Position vorkommt. In 3.1 wird der Algorithmus zur Generierung einer exakten LZ77-Faktorisierung beschrieben. Der Algorithmus erzeugt zunächst ein SuffixArray, welches allen Suffixen der Eingabe eine lexikographische Ordnung zuweist. Mithilfe der loxikographischen Ordnung können Kandidaten für Referenzen effizient gefunden werden. Hierfür werden mit Hilfe des SuffixArrays zwei Arrays, das Next Smaller Value(NSV) und das Previous Smaller Value(PSV) erzeugt. Sei die aktuelle Position in der Eingabe k, so muss aufgrund von positionellen und lexikographischen Einschränkungen die Position ref der längsten vorherigen Referenz $NSV[k]$ oder $PSV[k]$ sein. Die maximale Länge der übereinstimmenden Präfixe zwischen $S(NSV[k]..n)$ und $S(k..n)$ bzw. $S(PSV[k]..n)$ und $S(k..n)$ wird durch die Funktion LCP berechnet. Das Ergebnis dieser Berechnung bestimmt den Faktor (len, ref), welcher in der Eingabe an Position k beginnt. Der Algorithmus terminiert, wenn die gesamte Eingabe abgearbeitet wurde.

3.1.2 Theoretisches Laufzeit- und Speicherverhalten

Die Berechnung des SuffixArrays und die folgende Berechnung der NSV- und PSV-Arrays können mithilfe von Algorithmen aus der Literatur(siehe xx) in $O(n)$ Laufzeit durchgeführt

Algorithmus 3.1 COMP_{LZ77}

Eingabe: $S = e_1...e_n$ *Ausgabe:* $F = f_1...f_z$

$SA \leftarrow SuffixArray(S)$
$(NSV, PSV) \leftarrow (NSVArray(S, SA), PSVArray(S, SA))$
$F \leftarrow \emptyset$
$k \leftarrow 1$
while $k \leq n$ **do**
  $(len, ref) \leftarrow (0, 0)$
  $l_{nsv} \leftarrow LCP(S(NSV[k]..n), S(k..n))$
  $l_{psv} \leftarrow LCP(S(PSV[k]..n), S(k..n))$
  if $l_{nsv} > l_{psv}$ **then**
    $(len, ref) \leftarrow (l_{nsv}, NSV[k])$
  else if $l_{nsv} < l_{psv}$ **then**
    $(len, ref) \leftarrow (l_{psv}, PSV[k])$
  else
    $(len, ref) \leftarrow (0, S[k])$
  end if
  $F \leftarrow F + (len, ref)$
  $k \leftarrow k + len + 1$
end while
return F

werden. In der abschließenden Schleife repräsentiert die k-te Iteration den k-ten Faktor, wobei die Iteration für die Berechnung der Faktorlänge $O(|f_k|)$ Laufzeit benötigt. Damit ergibt sich eine Gesamtlaufzeit von $O(n + \underbrace{\sum_{i=1}^{z} |f_i|}_{n}) = O(n)$ für die Generierung der exakten LZ77-Faktorisierung. Der Speicherbedarf des Algorithmus beträgt $O(n)$, da sich die Größe des SuffixArrays und der NSV- und PSV-Arrays linear zur Eingabelänge verhalten. Es sollte jedoch angemerkt werden, dass die Linearität des Speicherbedarfs einen hohen konstanten Faktor hat und unabhängig von der Beschaffenheit der Eingabe und der Anzahl der Faktoren ist.

3.2 Approximation der LZ77-Faktorisierung(Approx. LZ77)

3.2.1 Konzept

3.2.2 Theoretisches Laufzeit- und Speicherverhalten

3.3 Parallelisierung von Approx. LZ77(Approx. LZ77Par)

3.3.1 Konzept

3.3.2 Theoretisches Laufzeit- und Speicherverhalten

3.4 Praktische Optimierungen

3.4.1 Dynamische Endrunde(DynEnd) - Laufzeit vs. Qualität*

3.4.2 Dynamische Startrunde(DynStart) - Laufzeit vs. Speicher

3.4.3 Vorberechnete Runde(PreMatching) - Laufzeit vs. Speicher

3.4.4 Minimale Tabellengröße(ScanSkip) - Laufzeit vs. Qualität

Kapitel 4

Praktische Evaluation

4.1 Testumgebung

Die folgenden Experimente wurden auf mithilfe einer AMD EPYC 7763 64-Core CPU mit 16 nutzbaren Hardwarethreads und 64GB Arbeitsspeicher durchgeführt. Das System verwendet Ubuntu 24.04 als Betriebssystem und GCC in der Version 13.2.0 als Compiler. Die Ausführung der Algorithmen mit einer spezifischen Anzahl von Threads wurde softwareseitig über OpenMP-Instruktionen realisiert.

4.2 Implementierung

4.2.1 Klassenstruktur

4.2.2 Code

Die konkrete Implementierung erfolgte in der Programmiersprache C++ im C++20 - Standard und dem Build - System CMake in der Version 3.28. Die Parallelisierung wurde über Präprozessor - Instruktionen von OpenMP realisiert.

4.3 Messung

4.3.1 Eingabedaten

Die folgenden Algorithmend wurden auf verschiedenen Dateien aus dem Pizza & Chili-Corpus getestet. Die verwendeten Dateien decken verschiedene Kontexte und damit Kompressionspotentiale ab. In der Tabelle 4.1 sind die verwendeten Dateien aufgelistet. Die Größe der Dateien wurde auf 100MB beschränkt, um einen angemessenen Rahmen für die Laufzeitmessung zu erhalten.

Abbildung 4.1: Auflistung der verwendeten Eingabedaten

Datei	Größe	Alphabet	Beschreibung
`dna`	100MB	4	DNA-Sequenzen
`english`	100MB	256	Englische Texte
`proteins`	100MB	20	Proteinsequenzen
`sources`	100MB	256	Quellcode
`xml`	100MB	256	XML-Dateien

4.3.2 Messgrößen

Laufzeit

Die Laufzeit der Algorithmen wurde innerhalb der Ausführung gemessen. Dabei wird die Zeitmessung nach dem Laden der Eingabedatei gestartet und mit dem vollständigen Auffüllen der Faktorfolge beendet. Damit wird das Einlesen der Eingabe und eine eventuelle Kodierung der Ausgabe nicht in die Laufzeitmessung einbezogen. Diese Strategie hat ihren Hintergrund in der Tatsache, dass die konkrete Ausprägung des Eingabe- und Ausgabestroms keine Aussagekraft über die Qualität der Kompression hat.

Speicher

Der Speicherverbrauch der Algorithmen wurde auch intern mithilfe einer externen Bibliothek gemessen. Dabei wurden Speicherallokationen auf dem Heap überwacht und gemessen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Spitze des allokierten Speichers im Zeitraum nach dem Einlesen der Eingabedatei und nach dem vollständigen Auffüllen der Faktorfolge gemessen.

4.3.3 Messwerte

Laufzeiten

Speicherverbrauch

FR und CR*

4.4 Auswertung

4.4.1 LZ77

4.4.2 Approx. LZ77

4.4.3 Approx. LZ77Par

Abbildung 4.2: Laufzeit der Algorithmen auf Präfixen verschiedener Größen der Datei Proteins

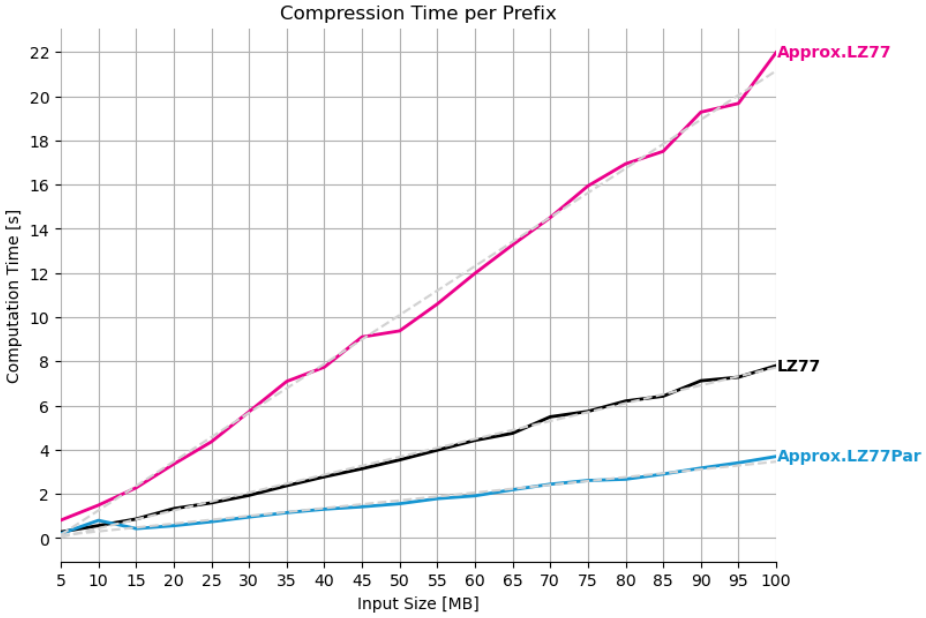
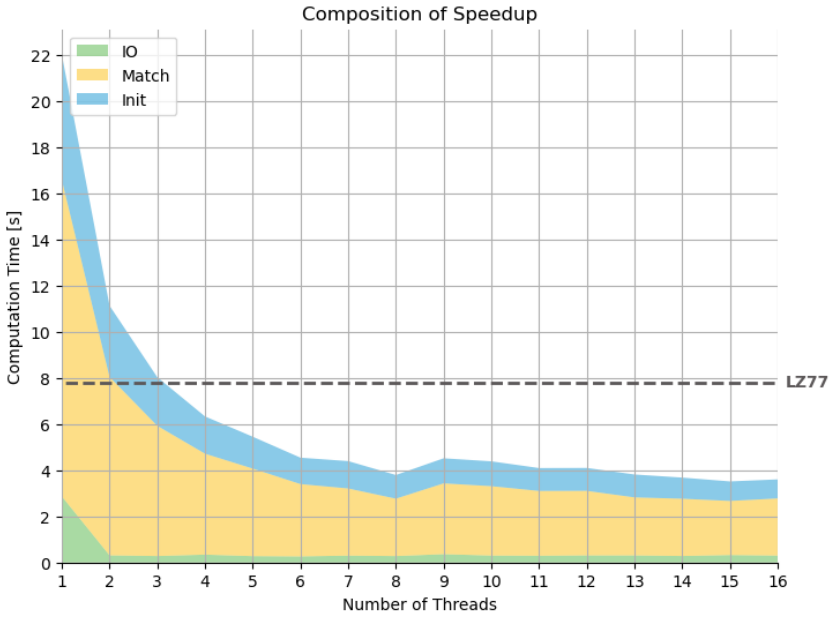


Abbildung 4.3: Laufzeit der parallelen Approximation von LZ77 mit verschiedenen Anzahlen von Threads



Anhang A

Weitere Informationen

Literaturverzeichnis

[1] Aggarwal, Alok und Jeffrey Scott Vitter: *The Input/Output Complexity of Sorting and Related Problems.* Communications of the ACM, 31(9):1116–1127, 1988.

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Dortmund, den 14. Juli 2024

Muster Mustermann