目で見てわかるビジネス統計学 ~Excel実践編~

第3回

「信頼区間・検定・p値の理解」



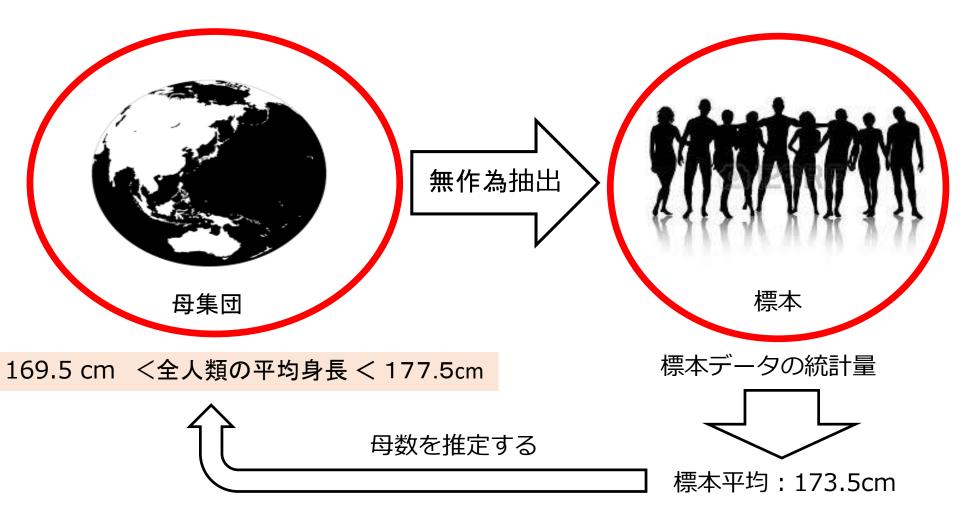
統計的に推定する方法

- ・ 統計学の大切な応用分野の一つが推定
- 標本データの統計量を用いて、その標本が属する母集団の母数 を推定することを推定という。

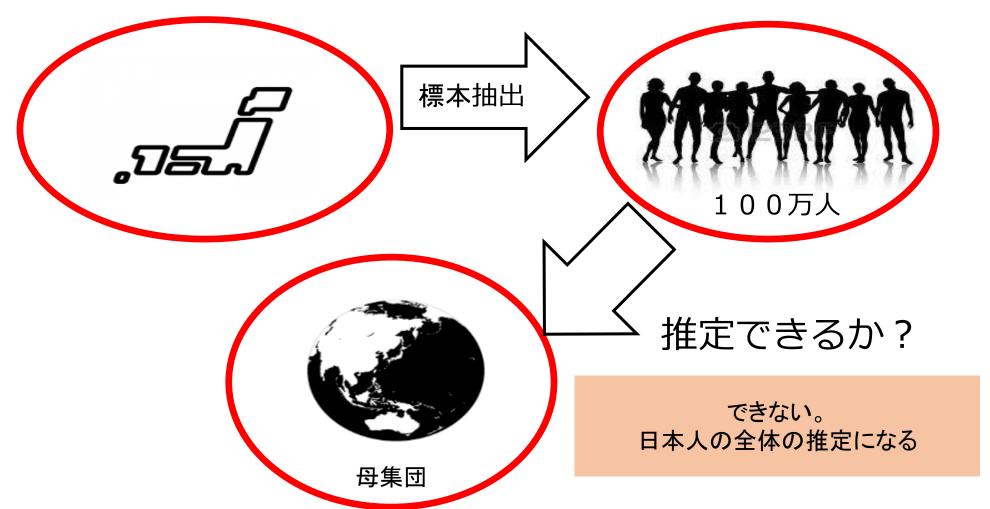
用語	意味
母集団	関心対象であるデータ全体
標本	母集団から無作為に取り出された部分データ
標本統計量	標本データに関する統計量
母数	母集団に関する統計量

推定の仕組み

標本データの統計量を用いて、その標本が属する母集団の母数を推定することを推定という。



推定の仕組み



アメリカ大統領選挙の番狂わせ

1936年のアメリカ大統領選挙



民主党 フランクリン・ルーズベルト



共和党 アルフレッド・ランドン

リテラリー・ダイジェスト社

200万人を対象に調査を行い、ランドンが57%の得票を得て当選すると予想

アメリカ世論研究所

3000人を対象に調査を行い ルーズベルト候補が54%の得票を 得て当選することを予想

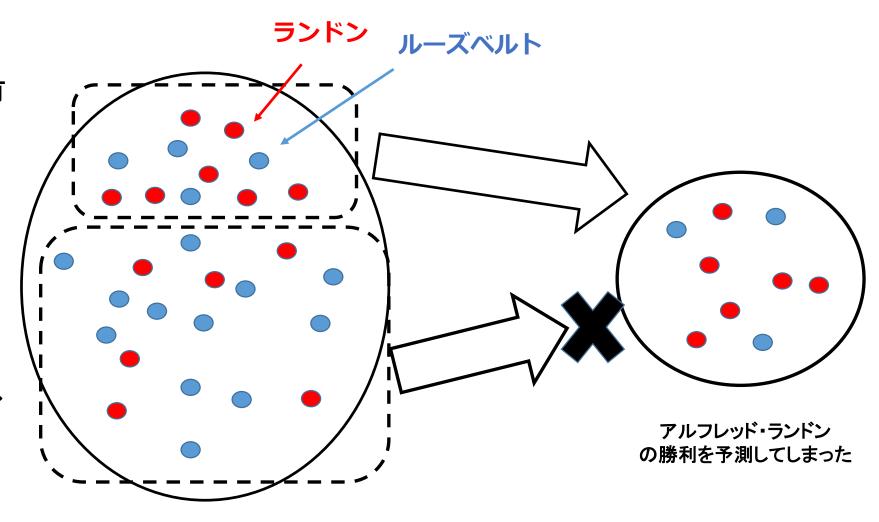
リテラリー・ダイジェストの抽出方法

自動車保有 電話利用 雑誌購読

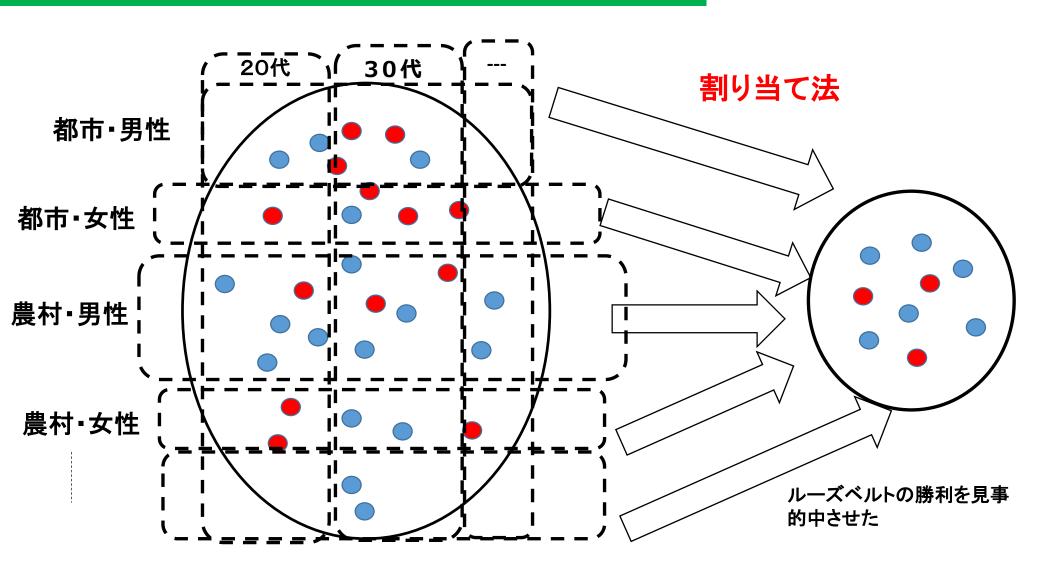
裕福層

非裕福層

自動車なし 電話利用なし 雑誌非購読



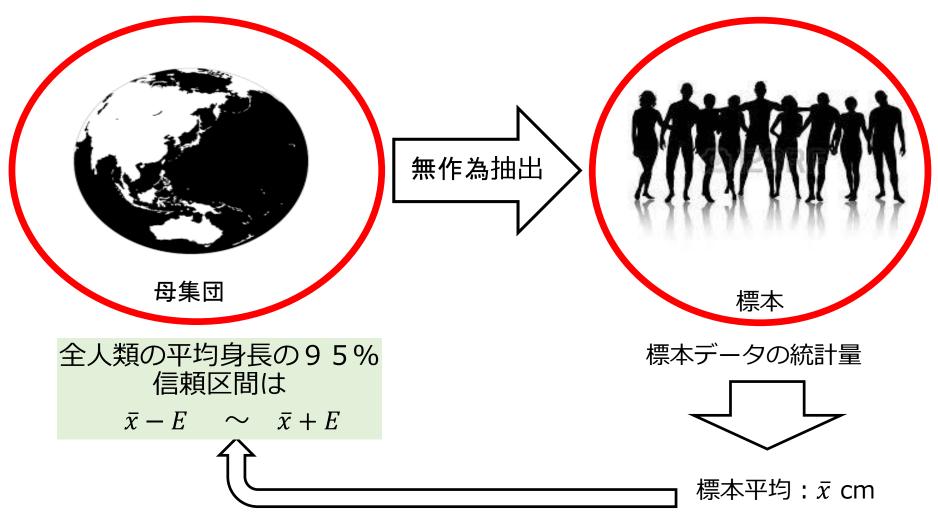
アメリカ世論研究所の抽出方法

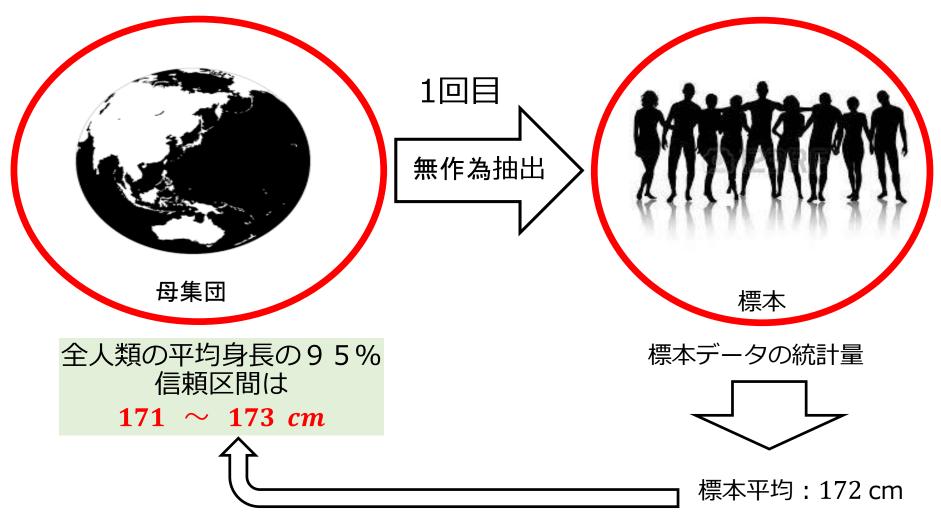


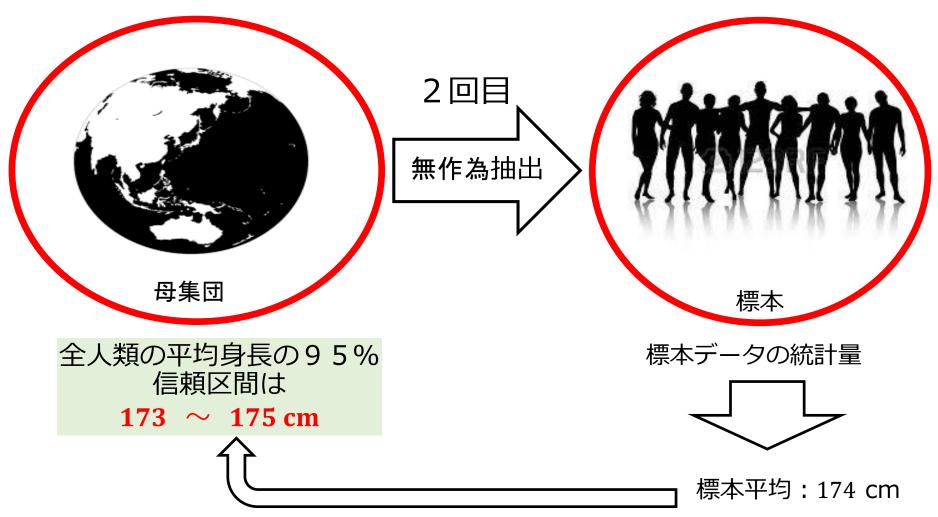
正しさの度合い

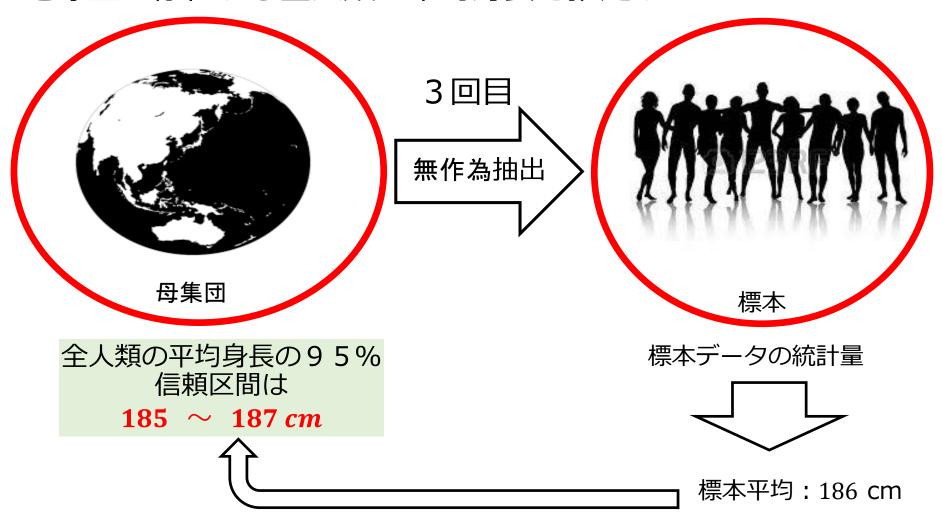
用語		記号
有意水準	危険率とも呼ばれるもので、間違った答えを出す確率	α
信頼区間	推定する区間の幅を決める基準	$1-\alpha$

- ✓有意水準5%、信頼区間95%が使われる
- 有意水準 a=0.05
- 信頼区間(1-a) =0.95

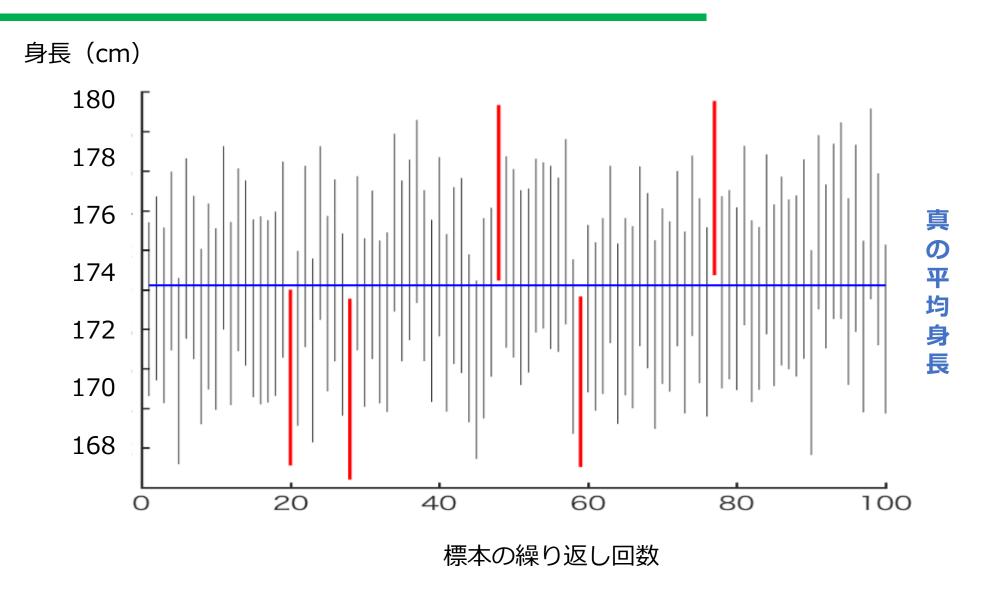




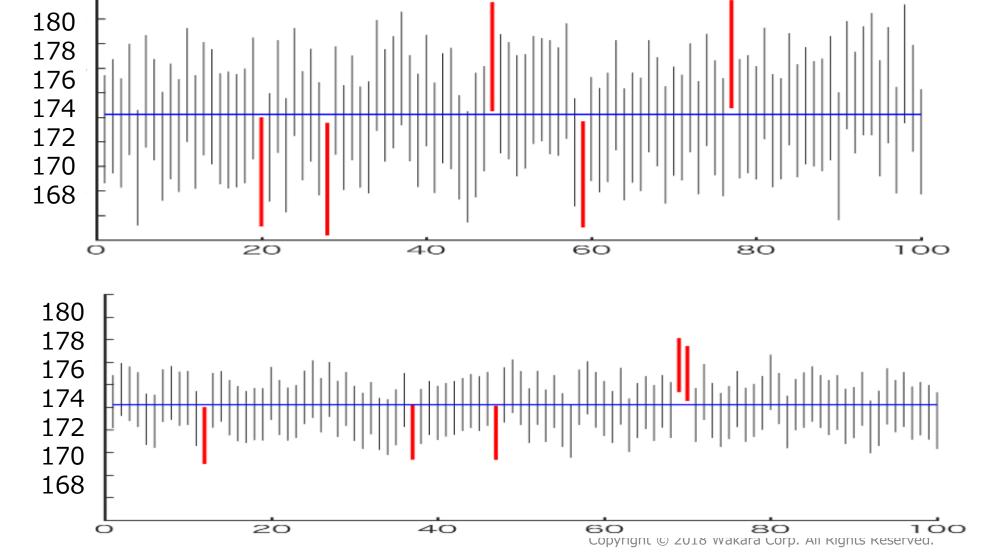




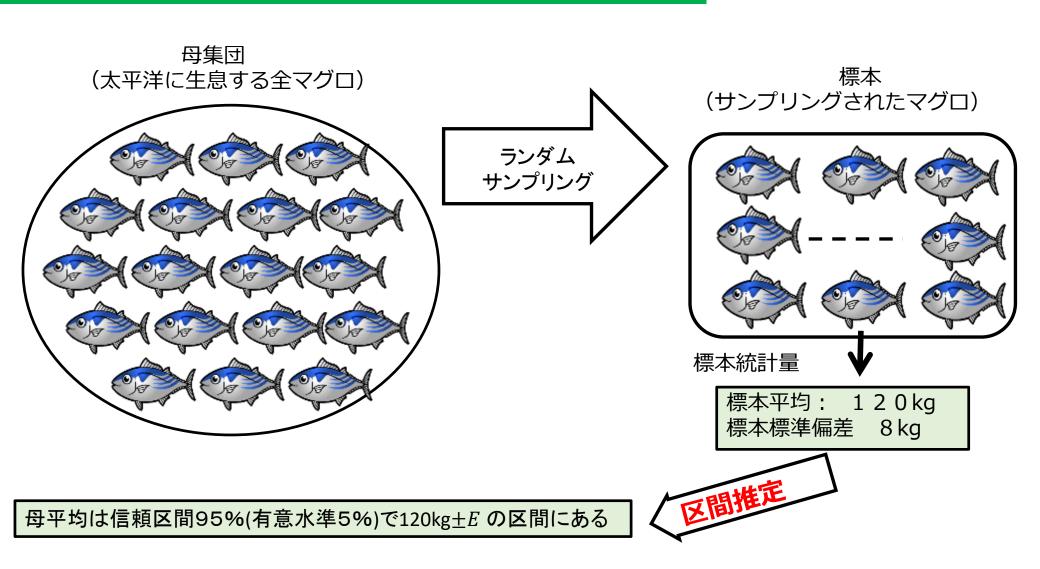
信頼区間95%

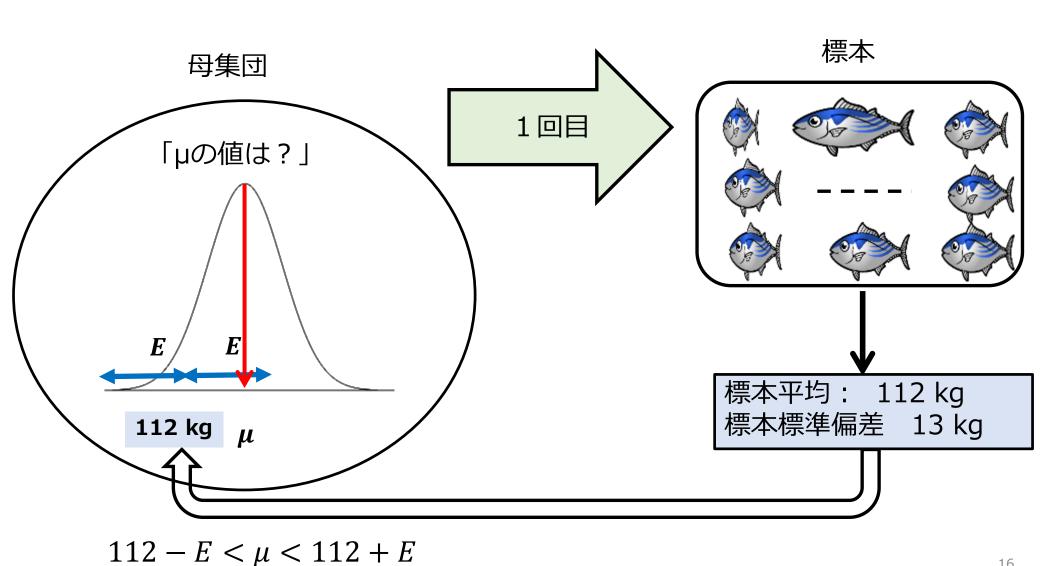


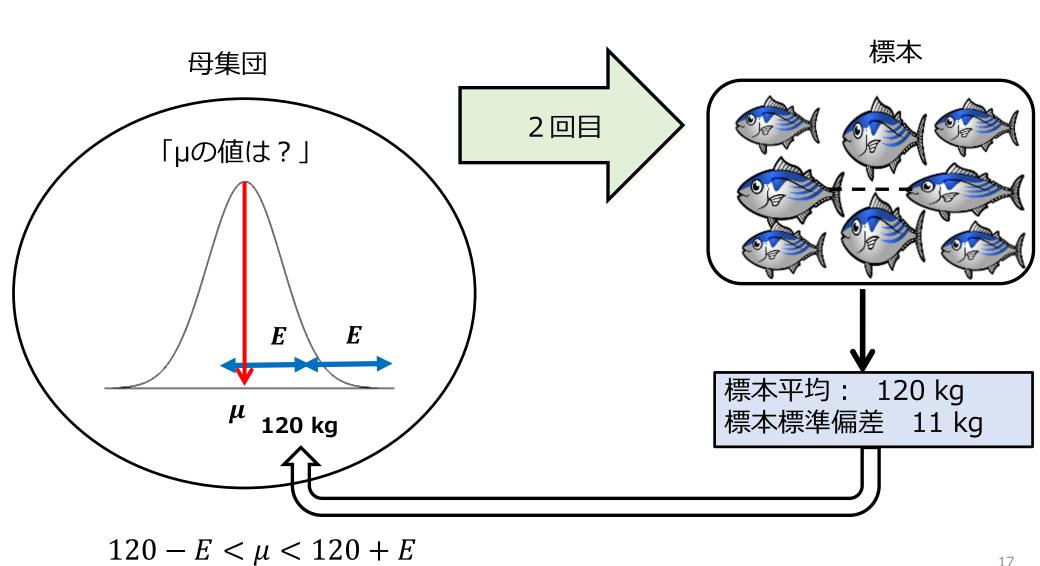
信頼区間95% (n=200 vs 800)

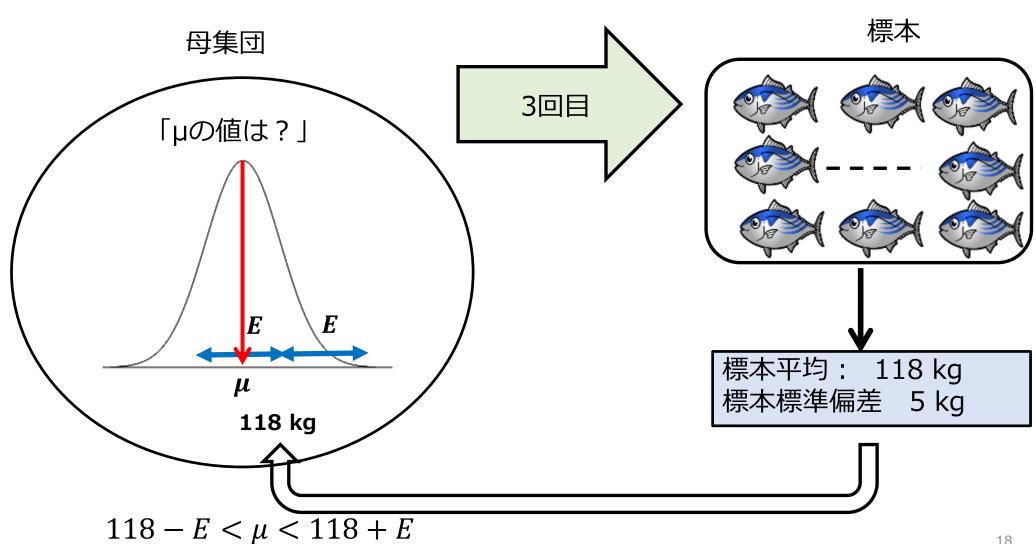


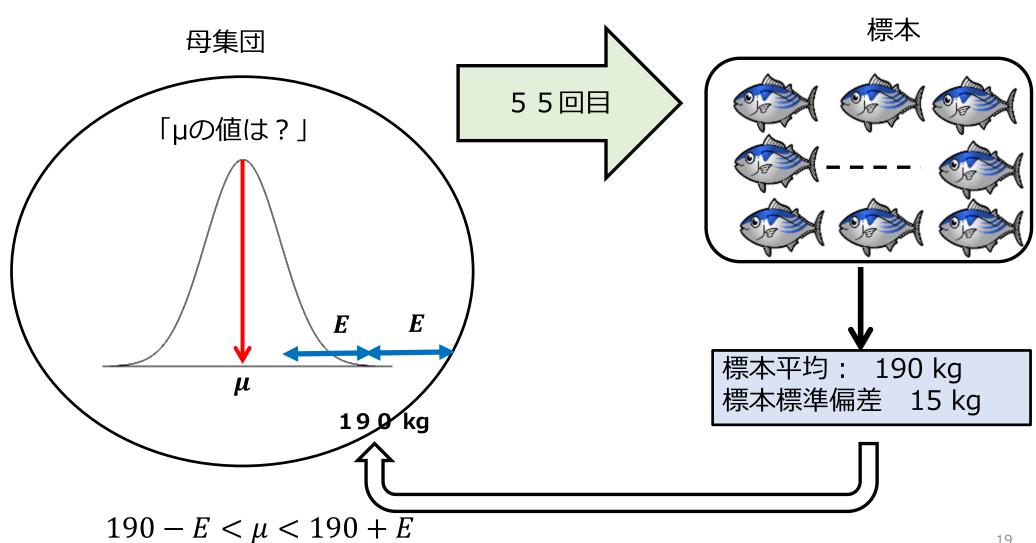
太平洋に生息するマグロの平均体重は?



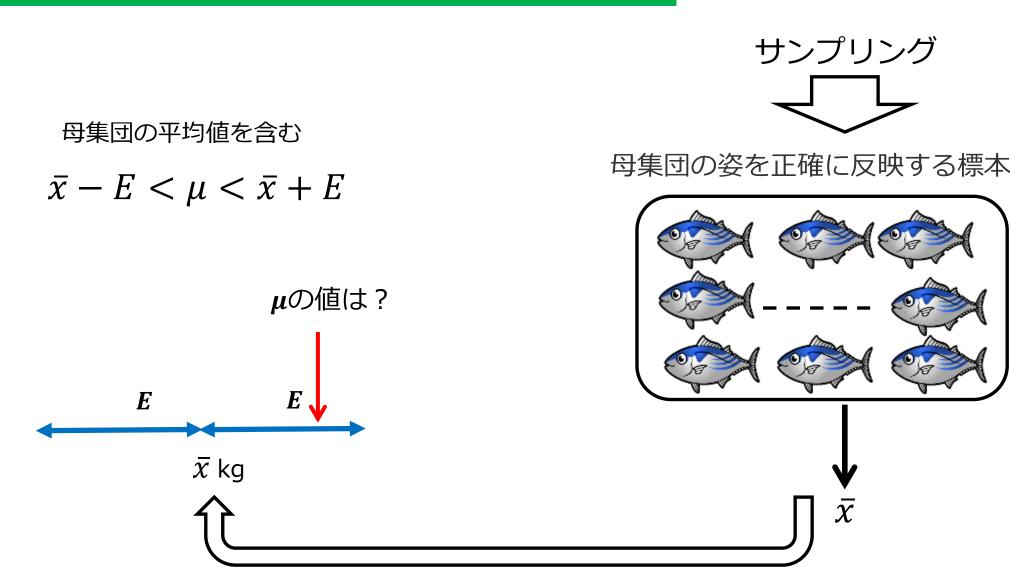




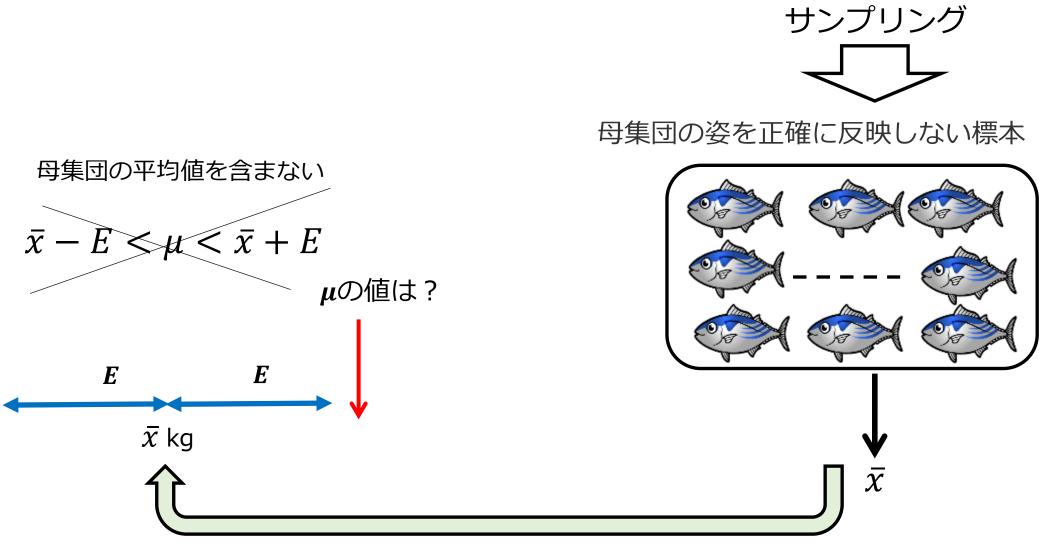




信頼区間95%(100回に95回は真の平均値が含まれるだろう区間)

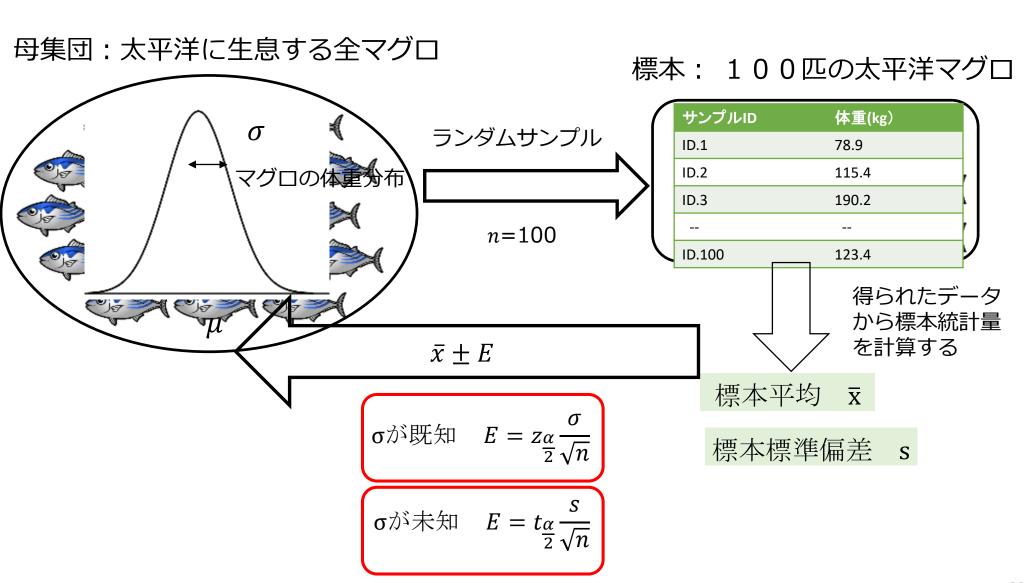


有意水準 5% (100回に5回、間違える危険性がある)



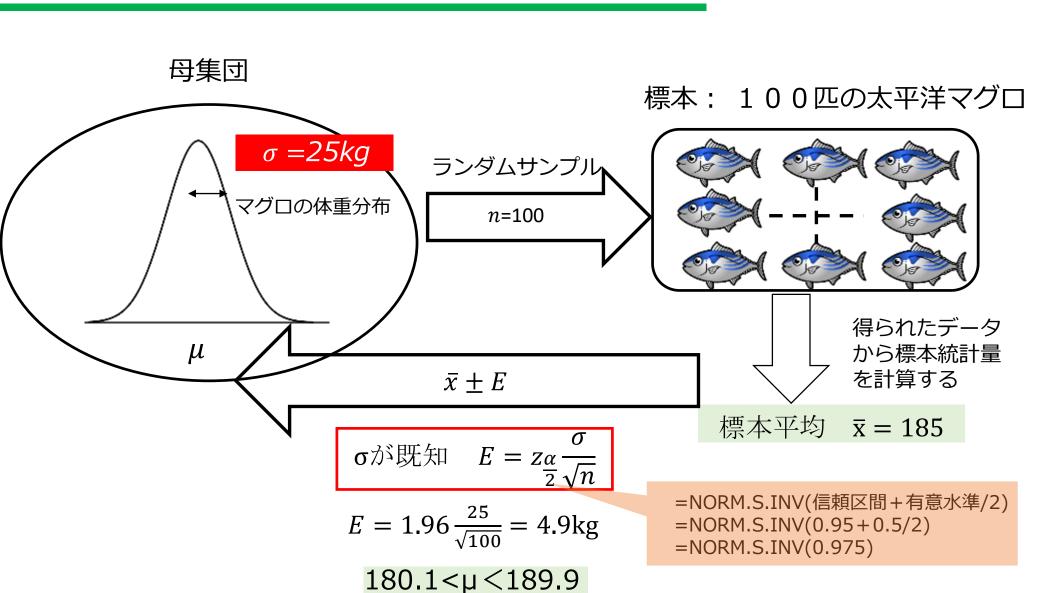
区間推定の求め方

信頼水準95%で太平洋に生息する全マグロの体重の平均を推定する



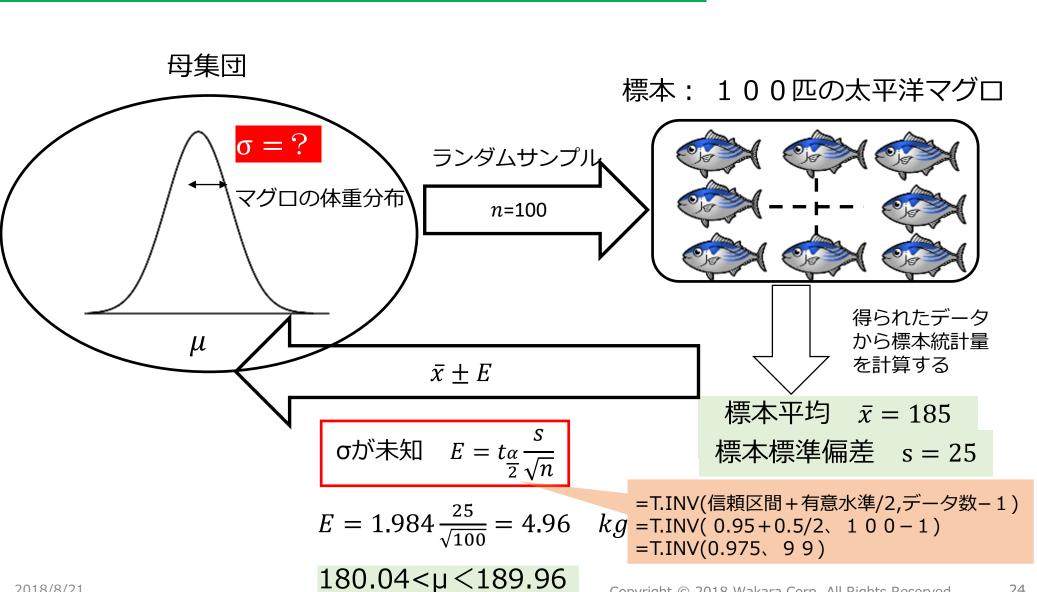
σが既知の場合

信頼水準95%で太平洋に生息する全マグロの体重の平均を推定する



σが未知の場合

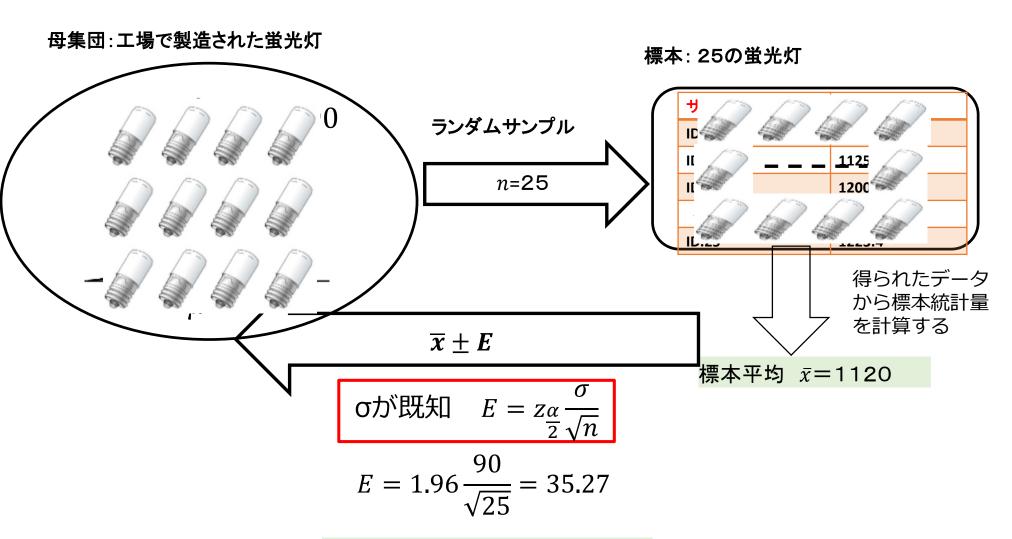
信頼水準95%で太平洋に生息する全マグロの体重の平均を推定する



問題1

ある工場で製造した電球の寿命には約90時間の標準偏差があることわかっている。この工場で製造された蛍光灯が規格を満たすのかチェックするために、25個の蛍光灯を無作為抽出し、品質寿命の調査を行った。その結果、25個の平均寿命は1120時間だった。この工場で製造された蛍光灯の平均寿命を推定せよ。

区間推定の求め方 信頼水準95%で工場で製造される蛍光灯の寿命の平均を推定する

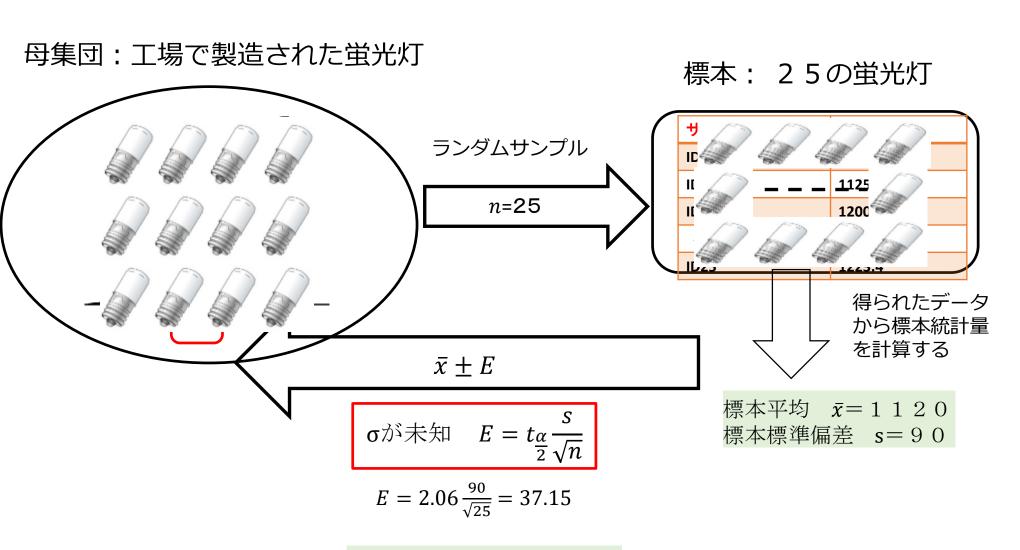


1084.721<µ<1155.279

問題2

ある工場で製造された蛍光灯が規格を満たすのかチェックするために、25個の蛍光灯を無作為抽出し、品質寿命の調査を行った。その結果、25個の平均寿命は1120時間,標準偏差は90時間だった。この工場で製造された蛍光灯の平均寿命を推定せよ。

区間推定の求め方 信頼水準95%で工場で製造される蛍光灯の寿命の平均を推定する



 $1082.84 < \mu \le 1157.15$

検定

- 統計検定がビジネス現場でどのように応用されているか?
- 検定のメカニズム
- P値を理解する

Join ABCSPORTS	
Username:	
Email:	
Password:	
I accept the Terms and Condition	ns
Sign up +	

Type A

Join ABCSPORTS Username: **Email:** Password: I accept the Terms and Conditions 100% privacy. We will never spam you! Sign up +

Type B

Type A

6/1	6/2	6/3	6/4	 6/29	6/30
250	333	560	521	 390	430

1日平均 445

Type B (100% privacy. We will never spam you!)

6/1	6/2	6/3	6/4	 6/29	6/30
159	253	462	412	 350	320

1日平均 405

タイプAとBのサインアップ数の間に違いがあるかのか?

Join ABCSPORTS Username: Email: Password: I accept the Terms and Conditions Sign up +

	Join ABCSPORTS
_	Username:
Г	Email:
	Password:
	I accept the Terms and Conditions
00)% privacy. We will never spam you!

Type A



18 % less signups

Sign up +

Type B

Join ABCESPORTS Username: Email: Password: I accept the Terms and Conditions Sign up +

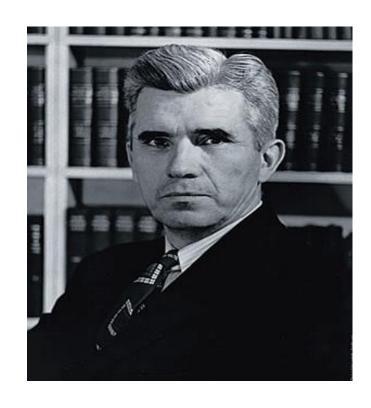
Join ABCSPORTS	
Username:	
E	
Email:	
Password:	
I accept the Terms and Conditions	
We guarantee 100% privacy. Your information will not be shared.	
Sign up +	

16 % more signups

目標

統計検定の仕組みを理解する

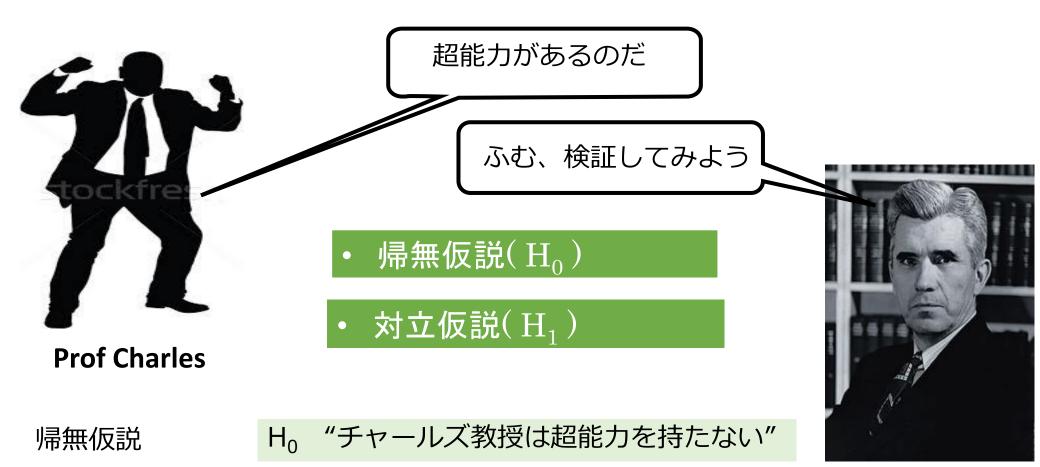
Joseph Banks Rhine(1895-1980)



J.B.ラインはデューク大学の教授 超心理学(テレパシー、超能力など)の分 野を築いた

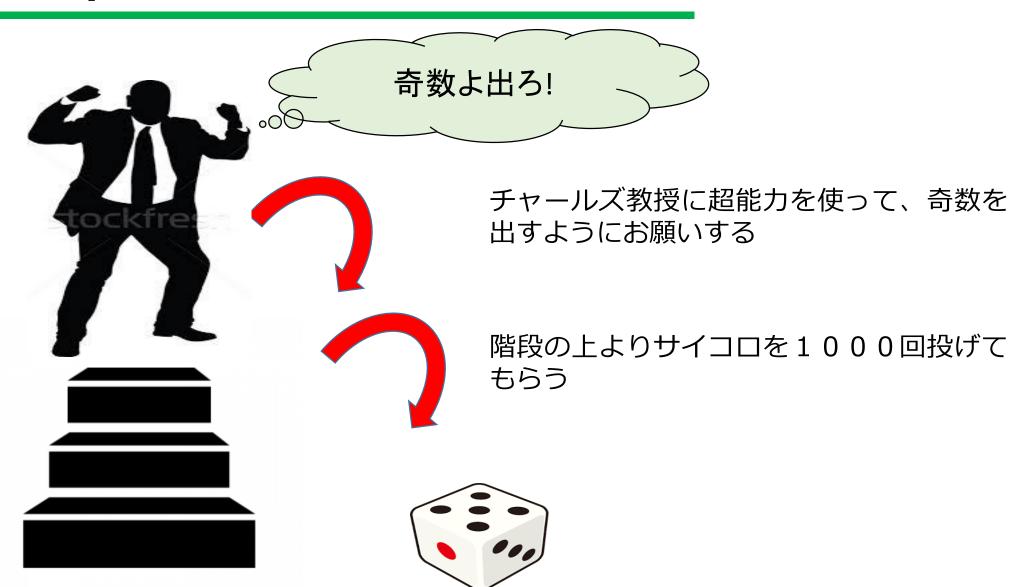
ライン教授は科学者として初めて、統計検定を使って、超能力の存在を証明しようと 試みた。

Step1: 仮説の設定

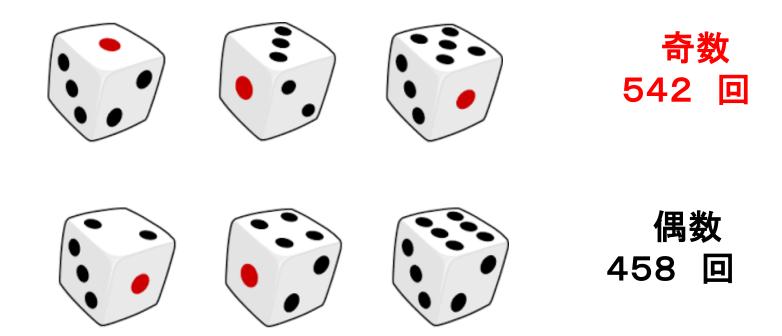


対立仮説 H_1 "チャールズ教授は超能力を持つ"

Step2:実験の設計



Step 3 データの収集



このデータはチャールズ教授に超能力があることを証明するに 十分な根拠となるのか?

Step 4: 結果の分析



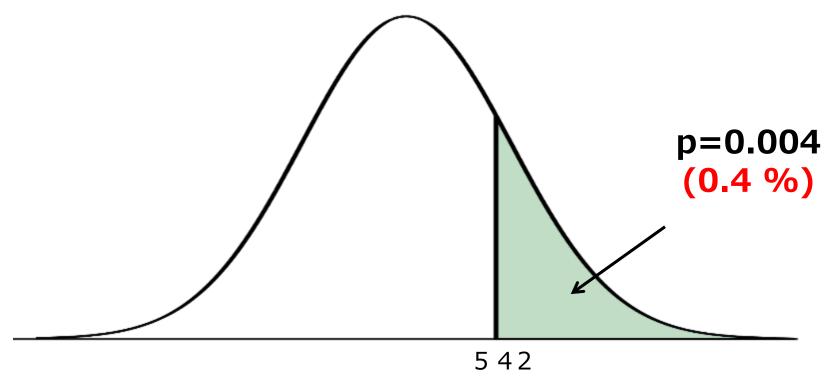
- ←→ チャールズ教授に超能力がないと仮定してるのと同じ
- → 奇数と偶数の出る確率が同じと仮定してるのと同じ

結果の分析 (二項分布・確率)

P値 = 542回以上奇数が出る確率は?

P値「帰無仮説が正しい場合に、それよりも極端なデータが観測される確率」

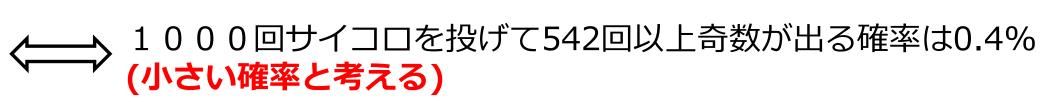
EXCEL =1-binomdist(541,1000,0.5,TRUE)



Step 4:結論 [1]

チャールズ教授は542回奇数を出した





← 通常では起こりえないことが起こった



対立仮説 H_1 "チャールズ教授は超能力を持つ"

(背理法)

Step 4:結論 [2]

チャールズ教授は542回奇数を出した



(大きい確率と考える)







有意水準(判断基準)

有意水準(α)は検定において帰無仮説を設定した時にその帰無仮説を棄却する基準となる確率

 α =5% が一般的には使われる

P value =
$$0.4\%$$
 < $\alpha = 5\%$ (奇数が 5 4 2 回以上出る確率)



対立仮説 H_1 "チャールズ教授は超能力を持つ"

有意水準(判断基準)

有意水準(α)は検定において帰無仮説を設定した時にその帰無仮説を棄却する基準となる確率

 α =5% が一般的には使われる

P value = 9% α =5% (奇数が520回以上出る確率)

帰無仮説 H_0 "チャールズ教授は超能力を持たない"

刈 工 (水 が) では で 持つ"

統計検定の手順

```
✓Step 1:仮説の設定(帰無仮説と対立仮説)
```

✓Step 2:実験の設定とデータ収集

✓ Step 3:帰無仮説が正しいと仮定し、統計量からp値を求める

✓Step 4:結論を下す(p値と有意水準αの比較)

case 1 p-値 <有意水準(a)

対立仮説 H₁

case 2 p-値 >有意水準(a)

帰無仮説 H₀

検定に基づく意思決定

板谷君は井上さんのことが気になっている

しかし、板谷君はシャイで。。



帰無仮説 "井上さんに好かれていない" 対立仮説 "井上さんに好かれている"

帰無仮説が正しいと仮定し、井上さんの行動を観察する







もし井上さんが板谷君のことを好きでないのに、お弁当を作る確率は? P=0.1% < a=5%

対立仮説"井上さんに好かれている"

統計検定に潜む2つの誤り

裁判システムにおける2つの誤り

・ 無罪なのに刑務所に送られる (第一種過誤)

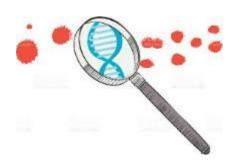
・ 有罪なのに無罪放免してしまう(第二種過誤)

第一種過誤(冤罪)

チャールズ教授は罪を犯してないのに逮捕された



全ての証拠 がP=3 %



帰無仮説(Ho)

「チャールズ教授は罪を犯してない」

対立仮説(H₁)

「チャールズ教授は罪を犯した」

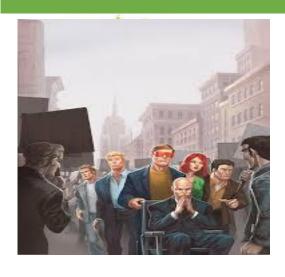
検察は捕まった人間を 無罪だとは考えない

判断基準 "a reasonable doubt " (α =5%)

第二種過誤(犯罪者が無罪放免)

チャールズ教授は罪を犯 し、逮捕された

裁判システムにおいて疑 わしきは罰せず.



帰無仮説(Ho)

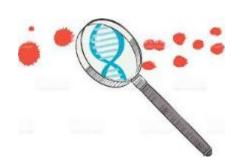
「チャールズ教授は罪を犯してない」

対立仮説(H₁)

「チャールズ教授は罪を犯した」

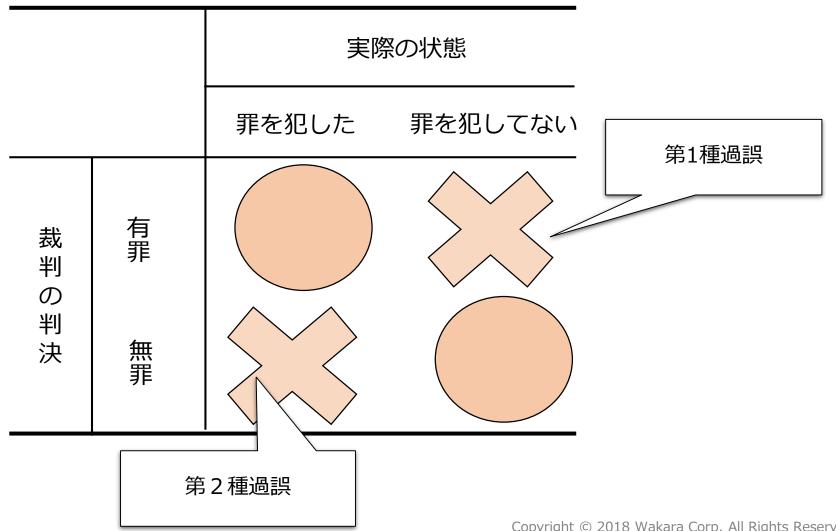
検察は捕まった人間 を無罪だとは考えな い

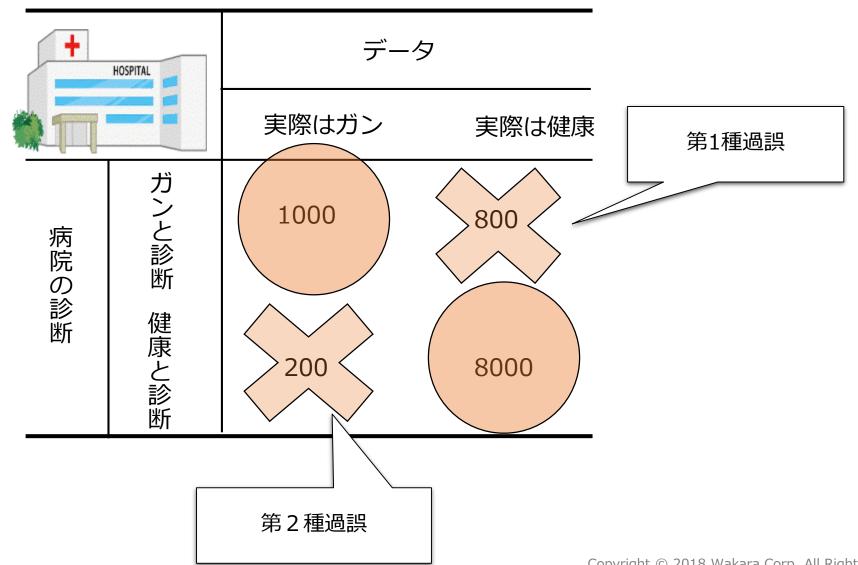
全ての証拠 P=8 %

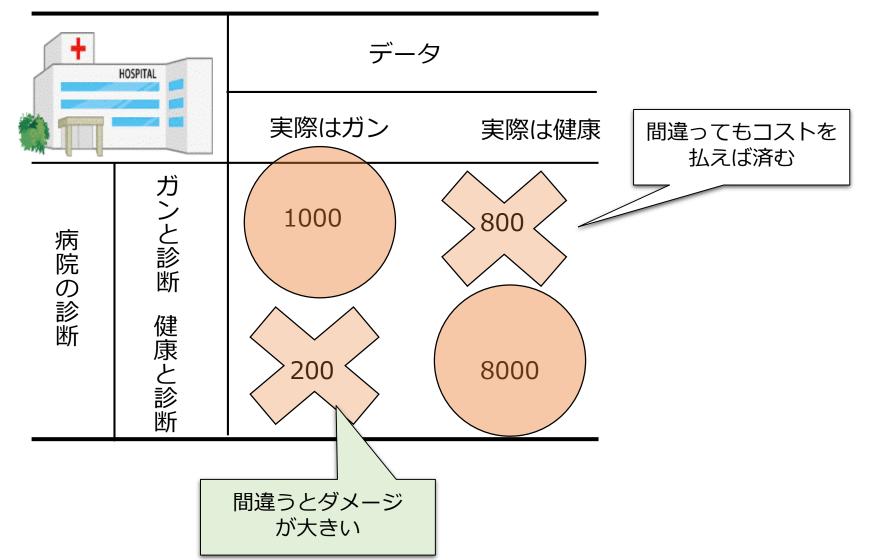


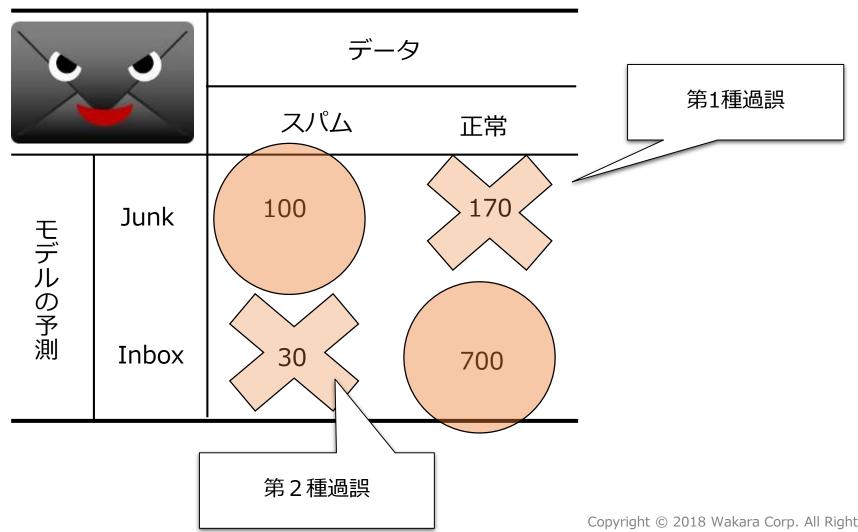
> 判断基準 "a reasonable doubt "

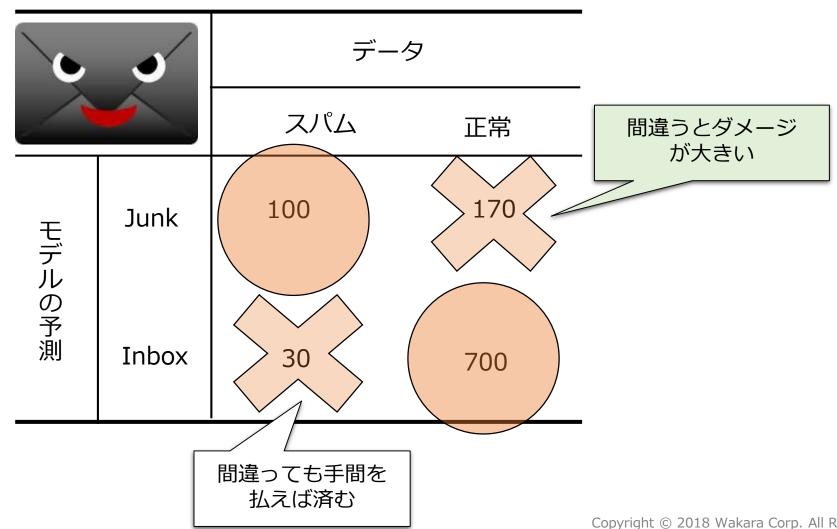
 $(\alpha = 5\%)$











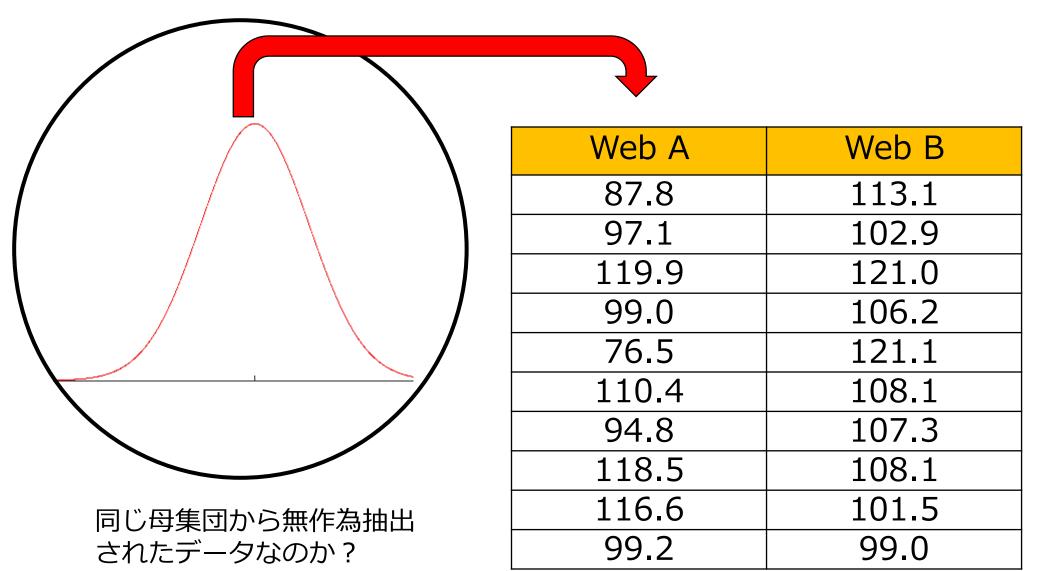
問題演習・エクセル演習

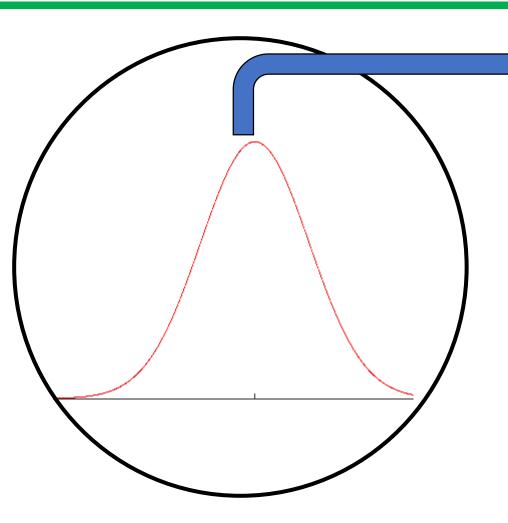
Web A	Web B
87.8	113.1
97.1	102.9
119.9	121.0
99.0	106.2
76.5	121.1
110.4	108.1
94.8	107.3
118.5	108.1
116.6	101.5
99.2	99.0

検証したいこと

母集団の平均値に差があるのかどうか?

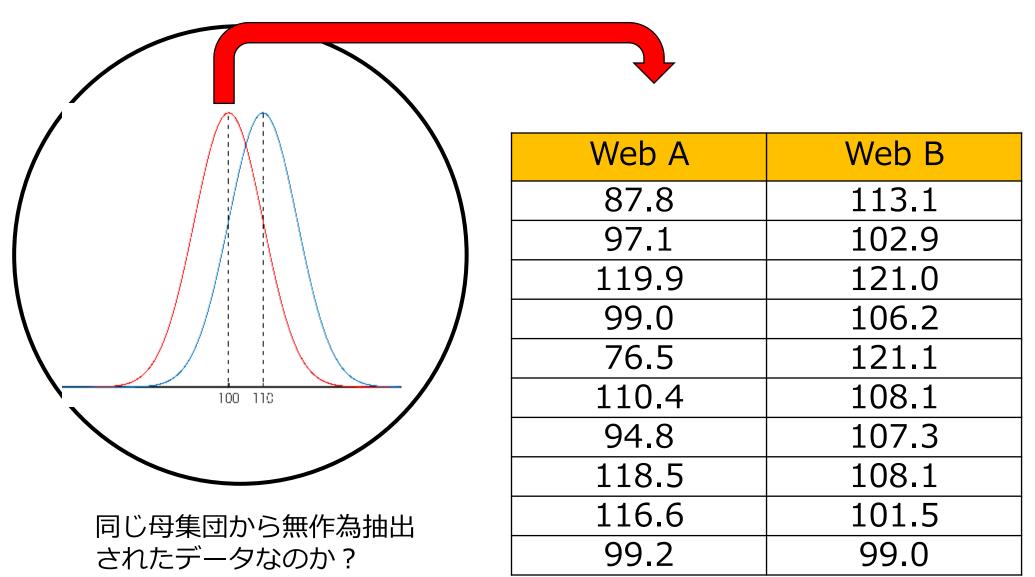
平均值

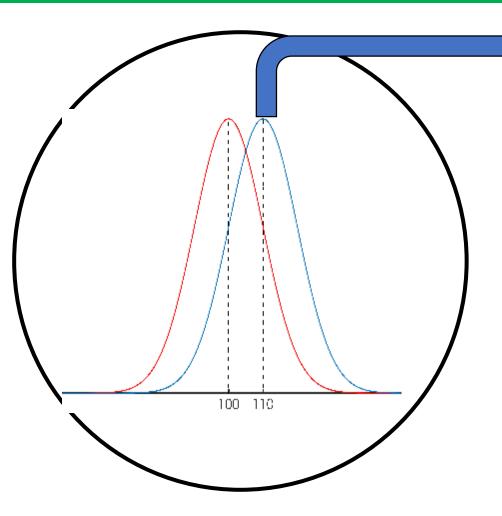




同じ母集団から無作為抽出されたデータなのか?

Web A	Web B
87.8	113.1
97.1	102.9
119.9	121.0
99.0	106.2
76.5	121.1
110.4	108.1
94.8	107.3
118.5	108.1
116.6	101.5
99.2	99.0





同じ母集団から無作為抽出されたデータなのか?

Web A	Web B
87.8	113.1
97.1	102.9
119.9	121.0
99.0	106.2
76.5	121.1
110.4	108.1
94.8	107.3
118.5	108.1
116.6	101.5
99.2	99.0

カイ二乗検定

適合度の検定

• 実測度数がある特定の分布に適合(一致)するかどうかを検定することを適合度の検定といい、カイ二乗分布を用いて検定を行う。

問題

日本人の血液型の分布はA型が40%、O型が30%、B型が20%、AB型が10%であると言われています。ランダムに選ばれた100人の血液型について次のようなデータが得られた時、このデータは日本人の血液型の分布と同じといえるでしょうか。

血液型	Α	0	В	AB	合計
度数	55	22	16	7	100

カイ二乗検定の手順

Step1: データをクロス集計表にまとめる

Step2: 仮説を立てる

Step3: 期待度数を求める

Step4: データと期待度数との差を求める

Step5: カイ二乗値を求める

Step6: カイ二乗値をp値に変換する

Step7.: P値を解釈する

Step2: 仮説を立てる

- 帰無仮説「調査した血液型は日本人の血液型の分布と一致する」
- ・ 対立仮説「調査した血液型は日本人の血液型の分布と一致しない」

Step3: 期待度数を求める

期待度数:

「帰無仮説が正しいとき、きっとこうなるだろうという回数」

血液型	А	0	В	AB	合計
度数	55	22	16	7	100
期待度数					

Step3: 期待度数を求める

期待度数:

「帰無仮説が正しいとき、きっとこうなるだろうという回数」

血液型	А	0	В	AB	合計
度数	55	22	16	7	100
期待度数	40	30	20	10	100

Step5: カイ二乗値を求める

(観測データー期待度数) ² 期待度数

血液型	Α	0	В	AB	合計
度数	55	22	16	7	100
期待度数	40	30	20	10	100
(観測データー期待度数) ² 期待度数	5.625	4.8	0.8	0.9	

Step5: カイ二乗値を求める

(観測データー期待度数) ² 期待度数

血液型	А	0	В	AB	合計	
度数	55	22	16	7	100	
期待度数	40	30	20	10	100	
(観測データー期待度数) ² 期待度数	5.625	4.8	0.8	0.9	12.125	

Step6: カイ二乗値をp値に変換する



Step7: P値を解釈する

- 帰無仮説:「調査した血液型は日本人の血液型の分布と一致する」
- 対立仮説:「調査した血液型は日本人の血液型の分布と一致しない」

結論を下す(p値と有意水準αの比較)

P値:0.00697 < 有意水準: 0.05

カイ二乗検定「独立性の検定」

• 独立とは?

AとBが独立 AとBは関係がない

AとBが独立出ない --- AとBには関係性がある

問題:次のデータから「Web Aの購買力が強い」と判断していいか?

	購買した
Web A	50
Web B	20

なぜ独立性の検定?

データの欠陥 「購買しなかった人数に関するデータが欠陥している」

	購買した	購買しなかった	合計
Web A	50	450	500
Web B	20	180	200
合計	70	630	700

Web AでYesと返信する確率 = 50/500 = 0.1

Web BでYesと返信する確率 = 20/200 = 0.1

クロス集計表

部署における男性と女性の採用人数に差があるかを検証るため に次のデータを得ました。

	女性	男性	合計
部署A	70	180	250
部署B	30	120	150
合計	100	300	400



部署により、男女の採用人数の差があるのか?

部署A(女性28%) vs 部署B(女性20%)

カイニ乗検定

Step1: データをクロス集計表にまとめる

Step2: 仮説をたてる

Step3: 期待度数を求める

Step4: データと期待度数との差を求める

Step5: カイ二乗値を求める

Step6: カイ二乗値をp値に変換する

Step7.: P値を解釈する

Step1: データをクロス集計表にまとめる

観測データ

	女性	男性	合計
部署A	70	180	250
部署B	30	120	150
合計	100	300	400

Step2: 仮説を立てる

- 帰無仮説「部署による性別の採用率差はない」
- 対立仮説「部署による性別の採用率差がある」

期待度数:

「もし関係が無かったら、きっとこうなるだろうという回数」

		女性	男性	合計
部署A		K		250
部署B	L			150
合計		100	300	400

400人のうち100人が女性である

もし部署と性別に関係がないとしたら?

部署Aにおける女性の採用者の数 = $250 \times \frac{100}{400} = 62.5$

期待度数:

「もし関係が無かったら、きっとこうなるだろうという回数」

	女性	男性	合計
部署A	62.5		250
部署B		1	150
合計	100	300	400

400人のうち100人が女性である

もし部署と性別に関係がないとしたら?

部署Bにおける女性の採用者の数 = $150 \times \frac{100}{400}$ = 37.5

期待度数:

「もし関係が無かったら、きっとこうなるだろうという回数」

	女性	男性	合計
部署A	62.5		250
部署B	37.5		150
合計	100	300	400

400人のうち300人が男性である

もし部署と性別に関係がないとしたら?

部署Aにおける男性の採用者の数 = $250 \times \frac{300}{400} = 187.5$

期待度数:

「もし関係が無かったら、きっとこうなるだろうという回数」

107 5	
187.5	250
	150
300	400

400人のうち300人が男性である

もし部署と性別に関係がないとしたら?

部署Bにおける男性の採用者の数 = $150 \times \frac{300}{400} = 112.5$

期待度数:

「もし関係が無かったら、きっとこうなるだろうという回数」

	女性	男性	合計
部署A	62.5	187.5	250
部署B	37.5	112.5	150
合計	100	300	400

Step4: データと期待度数との差を求める

観測データ	女性
部署A	70

期待度数	女性
部署A	62.5

$$\frac{(70-62.5)}{62.5} = 0.9$$

	女性	男性
部署A	0.9	
部署B		

Step4: データと期待度数との差を求める

	女性	男性
部署A	0.9	0.3
部署B	1.5	0.5

Step5: カイ二乗値を求める

	女性	男性
部署A	0.9	0.3
部署B	1.5	0.5



$$\chi^2 = 0.9 + 0.3 + 1.5 + 0.5 = 3.2$$

Step6: カイ二乗値をp値に変換する



Step7: P値を解釈する

• 帰無仮説:「部署による性別の採用率差はない」

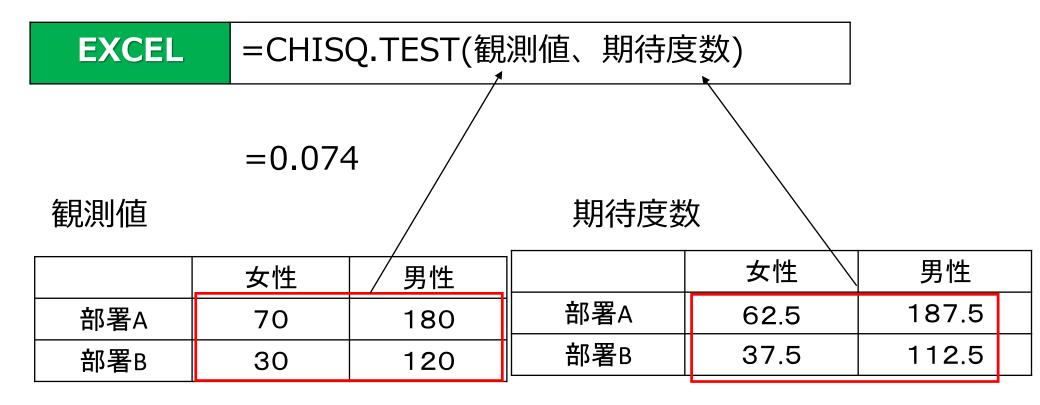
• 対立仮説:「部署による性別の採用率差がある」

✓Step 4:結論を下す(p値と有意水準αの比較)

P値:0.074 > 有意水準: 0.05

帰無仮説:「部署による性別の採用率差はない」

P値の求め方2



クロス集計表の例

問題:部署による離職率の差があるのか検証せよ?

	退職	在職	合計
人事	215	91	306
管理部署	524	539	1063
合計	739	630	1369

期待度数を求める

・期待度数の計算

	退職	在職	合計
人事	$c \times \frac{a}{e}$	$c \times \frac{b}{e}$	С
管理部署	$d \times \frac{a}{e}$	$d \times \frac{b}{e}$	d
合計	а	b	е

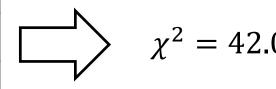
期待度数を求める

・期待度数の計算

	退職	在職	合計
人事	165.2	140.8	306
管理部署	573.8	489.2	1063
合計	739	630	1369

(観測データー期待度数) ² 期待度数

	退職	在職
人事	15.02	17.62
管理部署	4.33	5.07



カイ二乗値をp値に変換する

EXCEL

=CHISQ.DIST.RT(カイ二乗値、自由度)



=CHISQ.DIST.RT(42.05 \, 1)

=8.89E-11

P値を解釈する

• 帰無仮説:「部署による離職率の違いはない」

• 対立仮説:「部署による離職率の違いはある」

✓Step 4:結論を下す(p値と有意水準αの比較)

P値:8.89E-11 < 有意水準: 0.05

対立仮説:「部署による離職率の違いはある」

問題

どちらのサイトを採用すべきか?

	購買しなかった	購買した
Web A	552	46
Web B	603	72