HOMEWORK#3
PROBABILITY PROGRAMMING

TA：Chih-Yuan Chen(陳智圓)

Adviser：Chih-Wei Tang(唐之瑋)

Date：2019/4/10

Visual Communications Lab
Department of Communications Engineering
National Central University

References：

Probability and Stochastic Processes：A Friendly Introduction for Electrical and Computer Engineers (Paperback)

Authors：Roy D. Yates

Publisher：Wiley; 3rd edition, Jan. 2014

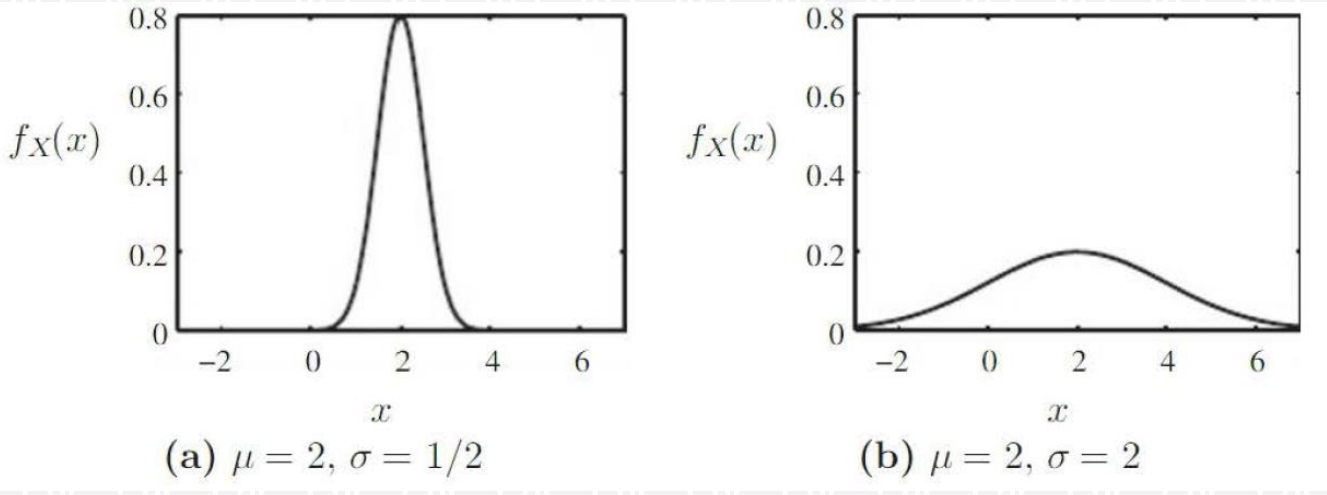
GAUSSIAN RANDOM VARIABLE

X is a $Gaussian(\mu, \sigma)$ $random\ variable$ if the PDF of X is

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

where μ : mean

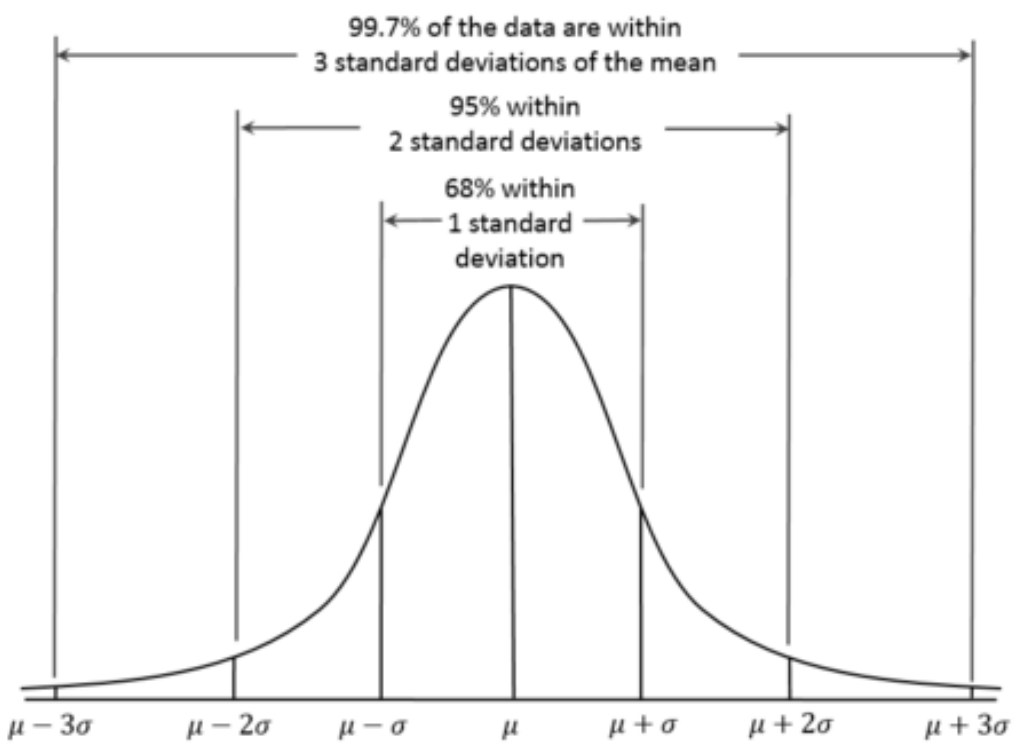
σ : standard deviation



GAUSSIAN RANDOM VARIABLE

統計學上，若 X 為常態(高斯)分布，則

$$\Pr(\mu - 1\sigma \leq X \leq \mu + 1\sigma) \approx 0.682689492137086$$
$$\Pr(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.954499736103642$$
$$\Pr(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.997300203936740$$



圖片來源：https://zh.wikipedia.org/wiki/68%E2%80%9395%E2%80%9399.7%E5%8E%9F%E5%89%87

GAUSSIAN RANDOM VARIABLE

If X is a $Gaussian(\mu, \sigma)$ $random\ variable$,

the CDF of X is

$$F_X(x) = \Phi(\frac{x-\mu}{\sigma}) .$$

The probability that X is in the interval $(a, b]$ is

$$P[a < X \leq b] = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

The standard normal random variable Z is the $Gaussian$(0,1) $rrandom\ variable.$

For a sample value x of a $Gaussian(\mu,\sigma)$ $random\ variable\ X$,

the corresponding sample value of Z is

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

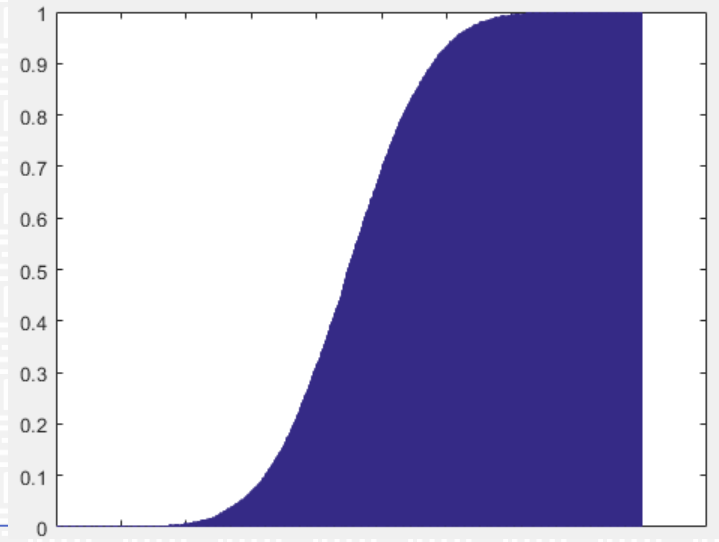
z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0.00	0.5000	0.50	0.6915	1.00	0.8413	1.50	0.9332	2.00	0.97725	2.50	0.99379
0.01	0.5040	0.51	0.6950	1.01	0.8438	1.51	0.9345	2.01	0.97778	2.51	0.99396
0.02	0.5080	0.52	0.6985	1.02	0.8461	1.52	0.9357	2.02	0.97831	2.52	0.99413
0.03	0.5120	0.53	0.7019	1.03	0.8485	1.53	0.9370	2.03	0.97882	2.53	0.99430
0.04	0.5160	0.54	0.7054	1.04	0.8508	1.54	0.9382	2.04	0.97932	2.54	0.99446
0.05	0.5199	0.55	0.7088	1.05	0.8531	1.55	0.9394	2.05	0.97982	2.55	0.99461
0.06	0.5239	0.56	0.7123	1.06	0.8554	1.56	0.9406	2.06	0.98030	2.56	0.99477
0.07	0.5279	0.57	0.7157	1.07	0.8577	1.57	0.9418	2.07	0.98077	2.57	0.99492
0.08	0.5319	0.58	0.7190	1.08	0.8599	1.58	0.9429	2.08	0.98124	2.58	0.99506
0.09	0.5359	0.59	0.7224	1.09	0.8621	1.59	0.9441	2.09	0.98169	2.59	0.99520
0.10	0.5398	0.60	0.7257	1.10	0.8643	1.60	0.9452	2.10	0.98214	2.60	0.99534
0.11	0.5438	0.61	0.7291	1.11	0.8665	1.61	0.9463	2.11	0.98257	2.61	0.99547
0.12	0.5478	0.62	0.7324	1.12	0.8686	1.62	0.9474	2.12	0.98300	2.62	0.99560
0.13	0.5517	0.63	0.7357	1.13	0.8708	1.63	0.9484	2.13	0.98341	2.63	0.99573
0.14	0.5557	0.64	0.7389	1.14	0.8729	1.64	0.9495	2.14	0.98382	2.64	0.99585
0.15	0.5596	0.65	0.7422	1.15	0.8749	1.65	0.9505	2.15	0.98422	2.65	0.99598
0.16	0.5636	0.66	0.7454	1.16	0.8770	1.66	0.9515	2.16	0.98461	2.66	0.99609
0.17	0.5675	0.67	0.7486	1.17	0.8790	1.67	0.9525	2.17	0.98500	2.67	0.99621
0.18	0.5714	0.68	0.7517	1.18	0.8810	1.68	0.9535	2.18	0.98537	2.68	0.99632
0.19	0.5753	0.69	0.7549	1.19	0.8830	1.69	0.9545	2.19	0.98574	2.69	0.99643
0.20	0.5793	0.70	0.7580	1.20	0.8849	1.70	0.9554	2.20	0.98610	2.70	0.99653
0.21	0.5832	0.71	0.7611	1.21	0.8869	1.71	0.9564	2.21	0.98645	2.71	0.99664
0.22	0.5871	0.72	0.7642	1.22	0.8888	1.72	0.9573	2.22	0.98679	2.72	0.99674
0.23	0.5910	0.73	0.7673	1.23	0.8907	1.73	0.9582	2.23	0.98713	2.73	0.99683
0.24	0.5948	0.74	0.7704	1.24	0.8925	1.74	0.9591	2.24	0.98745	2.74	0.99693
0.25	0.5987	0.75	0.7734	1.25	0.8944	1.75	0.9599	2.25	0.98778	2.75	0.99702
0.26	0.6026	0.76	0.7764	1.26	0.8962	1.76	0.9608	2.26	0.98809	2.76	0.99711
0.27	0.6064	0.77	0.7794	1.27	0.8980	1.77	0.9616	2.27	0.98840	2.77	0.99720
0.28	0.6103	0.78	0.7823	1.28	0.8997	1.78	0.9625	2.28	0.98870	2.78	0.99728
0.29	0.6141	0.79	0.7852	1.29	0.9015	1.79	0.9633	2.29	0.98899	2.79	0.99736
0.30	0.6179	0.80	0.7881	1.30	0.9032	1.80	0.9641	2.30	0.98928	2.80	0.99744
0.31	0.6217	0.81	0.7910	1.31	0.9049	1.81	0.9649	2.31	0.98956	2.81	0.99752
0.32	0.6255	0.82	0.7939	1.32	0.9066	1.82	0.9656	2.32	0.98983	2.82	0.99760
0.33	0.6293	0.83	0.7967	1.33	0.9082	1.83	0.9664	2.33	0.99010	2.83	0.99767
0.34	0.6331	0.84	0.7995	1.34	0.9099	1.84	0.9671	2.34	0.99036	2.84	0.99774
0.35	0.6368	0.85	0.8023	1.35	0.9115	1.85	0.9678	2.35	0.99061	2.85	0.99781
0.36	0.6406	0.86	0.8051	1.36	0.9131	1.86	0.9686	2.36	0.99086	2.86	0.99788
0.37	0.6443	0.87	0.8078	1.37	0.9147	1.87	0.9693	2.37	0.99111	2.87	0.99795
0.38	0.6480	0.88	0.8106	1.38	0.9162	1.88	0.9699	2.38	0.99134	2.88	0.99801
0.39	0.6517	0.89	0.8133	1.39	0.9177	1.89	0.9706	2.39	0.99158	2.89	0.99807
0.40	0.6554	0.90	0.8159	1.40	0.9192	1.90	0.9713	2.40	0.99180	2.90	0.99813
0.41	0.6591	0.91	0.8186	1.41	0.9207	1.91	0.9719	2.41	0.99202	2.91	0.99819
0.42	0.6628	0.92	0.8212	1.42	0.9222	1.92	0.9726	2.42	0.99224	2.92	0.99825
0.43	0.6664	0.93	0.8238	1.43	0.9236	1.93	0.9732	2.43	0.99245	2.93	0.99831
0.44	0.6700	0.94	0.8264	1.44	0.9251	1.94	0.9738	2.44	0.99266	2.94	0.99836
0.45	0.6736	0.95	0.8289	1.45	0.9265	1.95	0.9744	2.45	0.99286	2.95	0.99841
0.46	0.6772	0.96	0.8315	1.46	0.9279	1.96	0.9750	2.46	0.99305	2.96	0.99846
0.47	0.6808	0.97	0.8340	1.47	0.9292	1.97	0.9756	2.47	0.99324	2.97	0.99851
0.48	0.6844	0.98	0.8365	1.48	0.9306	1.98	0.9761	2.48	0.99343	2.98	0.99856
0.49	0.6879	0.99	0.8389	1.49	0.9319	1.99	0.9767	2.49	0.99361	2.99	0.99861

HW#3 (60%)

本題請以C/C++撰寫
輸出數據後以MATLAB繪製
MATLAB僅可用來繪製機率圖

假設有一通訊系統，只傳送0 (-5伏特)或1 (+5伏特)兩種訊號，而在傳輸的過程中可能會受雜訊的干擾，使得接收到得訊號不為+5或-5伏特。假設在傳0的情況下，收到的訊號 X會是一 μ為-5，σ為2的 Gaussian random variable。則：

(a) (20%) 請以程式模擬產生10000筆傳0時接收到的訊號電壓值，亦即10000個 $X \sim Gaussian(-5, 2)$之亂數，並以MATLAB繪製此10000筆資料的CDF(其橫軸以0.01伏特為step size，計算每個點之累計機率(除以10000使其值介於[0,1])。)



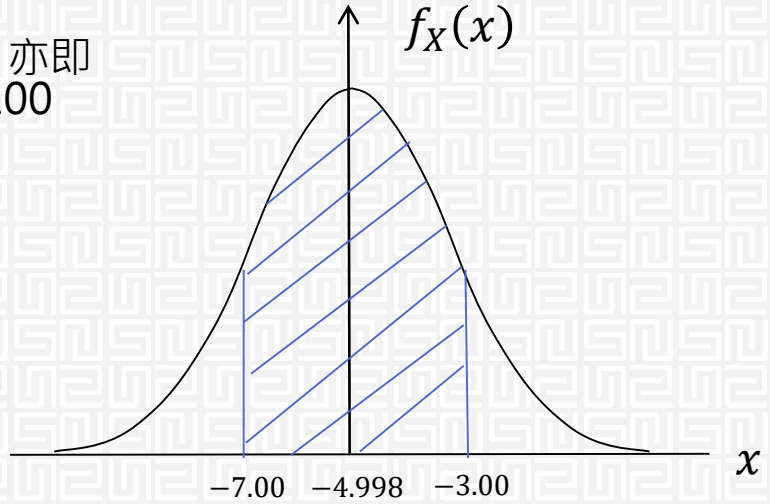
示意圖：橫軸單位為伏特(V)，縱軸為累計機率

HW#3 (60%)

本題請以C/C++撰寫
輸出數據後以MATLAB繪製
MATLAB僅可用來繪製機率圖

(b) (10%) 以(a)亂數產生結果計算位於其平均值(μ)正負一個標準差(σ)內所佔的比例(以產生之亂數計算μ, σ)，觀察其是否與常態分$N(-5,2)$之期望值(5)相距正負一個標準差(2)所占之比例接近?

例如：μ=-4.998, σ=2.003，則計算-4.998 ± 2.003 內所佔的比例，亦即
-7.001 ~ -2.995，並四捨五入至小數第二位 → -7.00 ~ -3.00



(c) (20%) 將(a)產生之亂數結果轉換為standard normal random variable - Z，並繪製 Z 之CDF。(以產生之亂數計算μ, σ)

(d) (10%) 假設當此通訊系統接收到的訊號電壓大於0時會判斷為傳送1，請以(a)模擬結果計算當傳送0的情況下判斷為1之機率(錯誤率)。

評分標準(占學期總分12%)

- HW#3程式(60%) ：(a)(20%) , (b)(10%) , (c)(20%) , (d)(10%)
- Word報告(40%)

NOTE :

- 程式皆須以C/C++完成模擬與計算，MATLAB僅用於讀取計算結果後繪製機率分布圖。
- Word報告須包含步驟or流程圖、實驗結果與分析、Code。
- 報告越詳細，分數越高。
- 禁止抄襲(假設有X份相同，則分數為$\frac{\text{分數}}{X}$)。

DEADLINE

- Due date: 2019.5.1(Wed.)23:55逾期不候，遲交一天*0.9。
- 2019.5.2(Thu.)公告尚未繳交名單，請各位務必確認是否有繳交成功，有問題的請寫信到:chsh910629@gmail.com
- Word報告、程式碼(.cpp)、執行檔(.exe)及其他檔案以壓縮檔格式一併上傳至LMS系統
- 檔名格式一律為: “學號_系級_姓名”(e.g. 100500100_通訊二_李小華.zip)
- 請提供操作說明(Readme.txt)
- NCU校內授權MATLAB下載: https://matlab.math.ncu.edu.tw/

REFERENCES

- Probability and Stochastic Processes：A Friendly Introduction for Electrical and Computer Engineers (Paperback)

  Authors：Roy D. Yates

  Publisher：Wiley; 3rd edition, Jan. 2014

- https://zh.wikipedia.org/wiki/68%E2%80%9395%E2%80%9399.7%E5%8E%9F%E5%89%87