Отчет по лабораторной работе №3

Задача управления оборудованием. Решение задачи итерационным методом. Решение задачи методом линейного программирования.

Легинькиx Галина Андреевна

Содержание

1 Задача управления оборудованием относительно критерия средних потерь

1.1 Исходные данные

Параметры системы:

- Вероятности отказов:
  $p_1 = 0.2$ (нормальный режим), $p_2 = 0.5$ (усиленный режим)
- Вероятности ремонта:
  $q_1 = 0.4$ (своими силами), $q_2 = 0.9$ (специалисты)
- Доходы от эксплуатации:
  $r_1 = 2$ (нормальный режим), $r_2 = 6$ (усиленный режим)
- Затраты на ремонт:
  $c_1 = 3$ (своими силами), $c_2 = 5$ (специалисты)

1.2 Решение итерационным методом

1.2.1 Шаг 1: Начальная политика

Выбираем начальную политику: $f_0 = (u_1^2, u_2^1)$

1.2.2 Шаг 2: Вычисление относительной оценки

Полагая $v_0(1) = 0$, найдем относительную оценку $v_0(2)$:

$$
\begin{aligned}
v_0(2) &= \frac{l(2, u_2^1) - l(1, u_1^2)}{1 - (p_{22}(u_2^1) - p_{12}(u_1^2))} \\
&= \frac{-3 - 6}{1 - (0.6 - 0.5)} = \frac{-9}{1 - 0.1} = \frac{-9}{0.9} = -10
\end{aligned}
$$

1.2.3 Шаг 3: Процедура улучшения политики

В состоянии 1:

$$
\begin{aligned}
u^*(1) &= \max[2 - 0.2 \cdot 10; 6 - 0.5 \cdot 10] \\
&= \max[2 - 2; 6 - 5] = \max[0; 1] = 1
\end{aligned}
$$

В состоянии 2:

$$
\begin{aligned}
u^*(2) &= \max[-3 - 0.4 \cdot 10; -5 - 0.1 \cdot 10] \\
&= \max[-3 - 4; -5 - 1] = \max[-7; -6] = -6
\end{aligned}
$$

Новая политика: $f_1 = \arg\max u^*(x) = (u_1^2, u_2^2)$

1.2.4 Шаг 4: Повторение процедуры

Полагая $v_1(1) = 0$, найдем:

$$
\begin{aligned}
v_1(2) &= \frac{l(2, u_2^2) - l(1, u_1^2)}{1 - (p_{22}(u_2^2) - p_{12}(u_1^2))} \\
&= \frac{-5 - 6}{1 - (0.1 - 0.5)} = \frac{-11}{1 - (-0.4)} = \frac{-11}{1.4} = -7.8571
\end{aligned}
$$

В состоянии 1:

$$
\begin{aligned}
u^*(1) &= \max[2 - 0.2 \cdot 7.8571; 6 - 0.5 \cdot 7.8571] \\
&= \max[2 - 1.5714; 6 - 3.9286] = \max[0.4286; 2.0714] = 2.0714
\end{aligned}
$$

В состоянии 2:

$$
\begin{aligned}
u^*(2) &= \max[-3 - 0.4 \cdot 7.8571; -5 - 0.1 \cdot 7.8571] \\
&= \max[-3 - 3.1429; -5 - 0.7857] = \max[-6.1429; -5.7857] = -5.7857
\end{aligned}
$$

Политика: $f_2 = \arg\max u^*(x) = (u_1^2, u_2^2) = f_1$

1.3 Решение методом линейного программирования

1.3.1 Постановка задачи

Целевая функция:

$$z = 2\xi_{1,1} + 6\xi_{1,2} - 3\xi_{2,1} - 5\xi_{2,2} \to \max$$

Ограничения:

$$\begin{aligned} (1-0.8)\xi_{1,1} + (1-0.5)\xi_{1,2} - 0.4\xi_{2,1} - 0.9\xi_{2,2} = 0 \\ -0.2\xi_{1,1} - 0.5\xi_{1,2} + (1-0.6)\xi_{2,1} + (1-0.1)\xi_{2,2} = 0 \\ \xi_{1,1} + \xi_{1,2} + \xi_{2,1} + \xi_{2,2} = 1 \\ \xi_{1,1}, \xi_{1,2}, \xi_{2,1}, \xi_{2,2} \geq 0 \end{aligned}$$

Упрощенные ограничения:

$$\begin{aligned} 0.2\xi_{1,1} + 0.5\xi_{1,2} - 0.4\xi_{2,1} - 0.9\xi_{2,2} = 0 \\ -0.2\xi_{1,1} - 0.5\xi_{1,2} + 0.4\xi_{2,1} + 0.9\xi_{2,2} = 0 \\ \xi_{1,1} + \xi_{1,2} + \xi_{2,1} + \xi_{2,2} = 1 \end{aligned}$$

1.3.2 Решение симплекс-методом

1.3.2.1 Таблица 1: Начальная симплекс-таблица

$\xi_{1,1}$	$\xi_{1,2}$	$\xi_{2,1}$	$\xi_{2,2}$	z
-0.2	-0.5	0.4	0.9	0
1	1	1	1	1

1.3.2.2 Таблица 2: Первая итерация (базис $\xi_{1,1}$)

Базис	$\xi_{1,1}$	$\xi_{1,2}$	$\xi_{2,1}$	$\xi_{2,2}$	z
$\xi_{1,1}$	1	2.5	-2	-4.5	0
	0	-1.5	3	5.5	1

1.3.2.3 Таблица 3: Вторая итерация (базис $\xi_{2,1}$)

Базис	$\xi_{1,1}$	$\xi_{1,2}$	$\xi_{2,1}$	$\xi_{2,2}$	z
$\xi_{1,1}$	1	0.8333	0	1.1667	0.6667
$\xi_{2,1}$	0	-0.5	1	1.8333	0.3333

1.3.2.4 Таблица 4: Проверка оптимальности

Базис	$\xi_{1,1}$	$\xi_{1,2}$	$\xi_{2,1}$	$\xi_{2,2}$	z
$\xi_{1,1}$	1	0.8333	0	1.1667	0.6667
$\xi_{2,1}$	0	-0.5	1	1.8333	0.3333
Δ_i	0	-1.1667	0	-1.8333	3.6667

1.3.2.5 Таблица 5: Третья итерация (базис $\xi_{1,2}$)

Базис	$\xi_{1,1}$	$\xi_{1,2}$	$\xi_{2,1}$	$\xi_{2,2}$	z
$\xi_{1,2}$	1.2	1	0	1.4	0.8
$\xi_{2,1}$	0.6	0	1	2.5	0.7333
Δ_i	1.4	0	0	-0.2	4.5333

1.3.2.6 Таблица 6: Четвертая итерация (базис $\xi_{2,2}$)

Базис	$\xi_{1,1}$	$\xi_{1,2}$	$\xi_{2,1}$	$\xi_{2,2}$	z
$\xi_{1,2}$	1.08	1	-0.56	0	0.6267
$\xi_{2,2}$	0.24	0	0.4	1	0.2933
Δ_i	1.44	0	0.08	0	4.5733

1.4 Результат

1.4.1 Оптимальное решение

$$\xi = (0; 0.6267; 0; 0.2933)$$

1.4.2 Значение целевой функции

$$z = 6 \cdot 0.6267 + (-5) \cdot 0.2933 = 3.7602 - 1.4665 = 2.2937$$

1.4.3 Оптимальная стратегия

- В состоянии 1: $\xi_{1,2} > 0$ => u_1^2 (усиленный режим)
- В состоянии 2: $\xi_{2,2} > 0$ => u_2^2 (ремонт специалистами)

Оптимальная стратегия: $f^{(2,2)} = (u_1^2, u_2^2)$

1.5 Вывод

Оба метода - итерационный и линейного программирования - дали одинаковый результат: оптимальная стратегия состоит в использовании усиленного режима эксплуатации исправного оборудования и ремонта неисправного оборудования с привлечением специалистов.