Отчет по лабораторной работе №8

Модель конкуренции двух фирм

Легиньких Галина Андреевна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Изучить и построить модель конкуренции двух фирм.

2 Теоретическое введение.

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют. Обозначим:

N - число потребителей производимого продукта.

S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

M – оборотные средства предприятия

τ - длительность производственного цикла

p - рыночная цена товара

$\tilde{p}$ - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

δ - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

k - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

$Q(S/p)$ – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k\frac{p}{S} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}})$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p = p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_{cr} = Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть, $Q(S/p) = 0$ при $p \geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}))$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ. При заданном М уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

равновесное значение цены p равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau}(\frac{p}{p_{cr}} - 1) - M^2(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}})^2\frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию $dM/dt = 0$

$$\widetilde{M_{1,2}} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}), b = kNq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае $a^2 < 4b$) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, $b << a^2$) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

При $b << a$ стационарные значения M равны

$$\widetilde{M_+} = Nq\frac{\tau}{\delta}(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}})\tilde{p}, \widetilde{M_-} = k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}$$

Первое состояние $\widetilde{M_+}$ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние \widetilde{M_{-} неустойчиво, так, что при $M < \widetilde{M_-}$ оборотные средства падают ($dM/dt < 0$), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу $\widetilde{M_-}$ соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ. Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: $\delta = 1$, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

3 Задание

Мой вариант 18.

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a1}{c1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \widetilde{p}_1^2 N q}$$

$$a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

$$b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$$

$$c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

также введена нормировка $t = c_1 \Theta$

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.0009) M_1 M_2 - \frac{a1}{c1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$M_0^1 = 4.2 \; M_0^2 = 3.8$$

$$p_{cr} = 11.4 \, N = 26 \, q = 1$$

$$\tau_1 = 14 \, \tau_2 = 22$$

$$\tilde{p}_1 = 6.6 \, \tilde{p}_2 = 4.5$$

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Julia

4.1.1 Код программы для первого случая (рис. 4.1):

```
using Plots
using DifferentialEquations

p_cr = 11.4
tau1 = 14
p1 = 6.6
tau2 = 22
p2 = 4.5
N = 26
q = 1

a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q)
a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N *q)
b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)
c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1)
c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2)
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
  M1, M2 = u
  du[1] = u[1] - b / c1*u[1] * u[2] - a1 / c1*u[1] * u[1]
  du[2] = c2 / c1*u[2] - b / c1*u[1] * u[2] - a2 / c1*u[2] * u[2]
end

v0 = [4.2, 3.8]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] for u in sol.u]
M2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi = 300, legend = true)

plot!(plt, T, M1, label = "Оборотные средства фирмы 1", color = :blue)

plot!(plt, T, M2, label = "Оборотные средства фирмы 2", color = :green)

savefig(plt, "model_1.png")
```

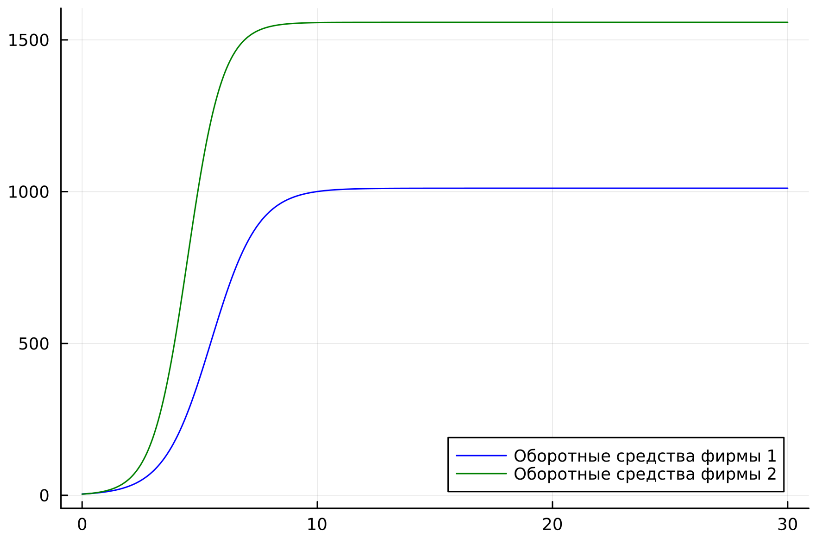

Рис. 4.1: График конкуренции двух фирм фирм для первого случая, построенный на языке Julia

4.1.2 Код программы для второго случая (рис. 4.2):

```
using Plots

using DifferentialEquations


p_cr = 11.4

tau1 = 14

p1 = 6.6

tau2 = 22

p2 = 4.5

N = 26

q = 1


a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q)

a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N *q)

b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)

c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1)
```

```
c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2)


function ode_fn(du, u, p, t)
  M1, M2 = u
  du[1] = u[1] - (b / c1 + 0.0009)*u[1] * u[2] - a1 / c1*u[1] * u[1]
  du[2] = c2 / c1*u[2] - b / c1*u[1] * u[2] - a2 / c1*u[2] * u[2]
end

v0 = [4.2, 3.8]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] for u in sol.u]
M2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi = 300, legend = :topright)

plot!(plt, T, M1, label = "Оборотные средства фирмы 1", color = :blue)

plot!(plt, T, M2, label = "Оборотные средства фирмы 2", color = :green)

savefig(plt, "model_2.png")
```

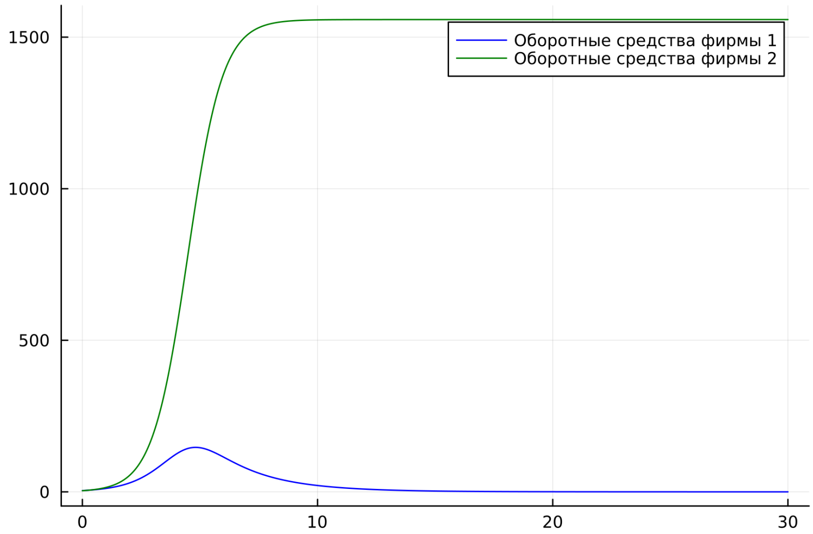

Рис. 4.2: График конкуренции двух фирм для второго случая, построенный на языке Julia

4.2 OpenModelica

4.2.1 Код программы для первого случая (рис. 4.3):

```
model lab8
  Real p_cr = 11.4;
  Real tau1 = 14;
  Real p1 = 6.6;
  Real tau2 = 22;
  Real p2 = 4.5;
  Real N = 26;
  Real q = 1;

  Real a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q);
  Real a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q);
 Real b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q);
  Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
```

```
  Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);


  Real M1;
  Real M2;
initial equation
  M1 = 4.2;
  M2 = 3.8;
equation
  der(M1) = M1 - b/c1*M1*M2 - a1/c1*M1*M1;
  der(M2) = c2/c1*M2 - b/c1*M1*M2 - a2/c1*M2*M2;
end lab8;
```

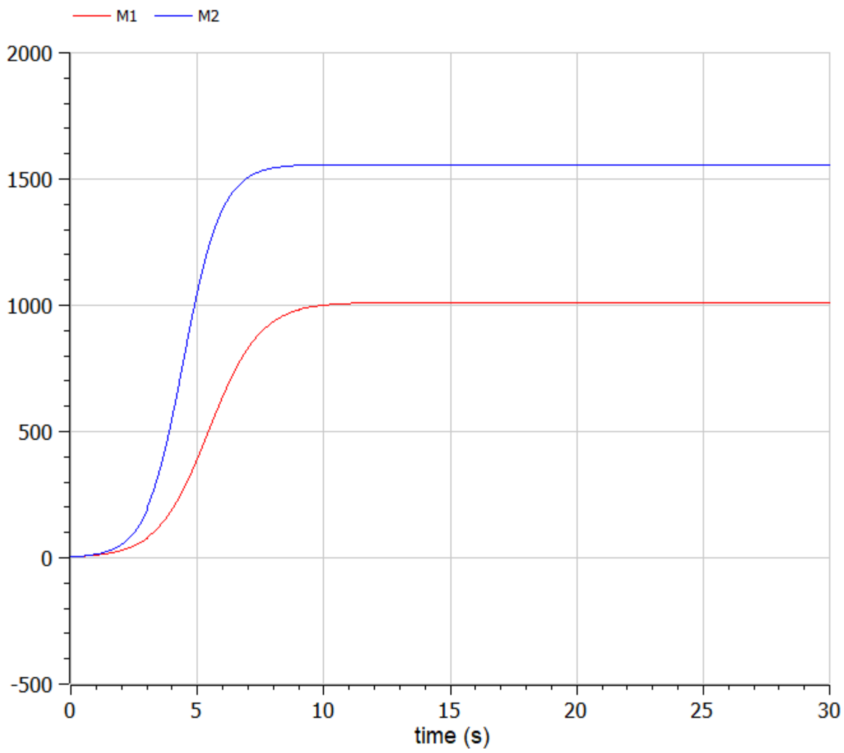

Рис. 4.3: График конкуренции двух фирм для первого случая, построенный с помощью OpenModelica

4.2.2 Код программы для второго случая (рис. 4.4):

```
model lab8_2
  Real p_cr = 11.4;
  Real tau1 = 14;
  Real p1 = 6.6;
  Real tau2 = 22;
  Real p2 = 4.5;
  Real N = 26;
  Real q = 1;

  Real a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q);
  Real a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q);
  Real b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q);
  Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
  Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);

  Real M1;
  Real M2;
initial equation
  M1 = 4.2;
  M2 = 3.8;

equation
  der(M1) = M1 - (b / c1 + 0.0009) * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 * M1;
  der(M2) = c2 / c1 * M2 - b / c1 * M1 * M2 - a2 / c1 * M2 * M2;
end lab8_2;
```

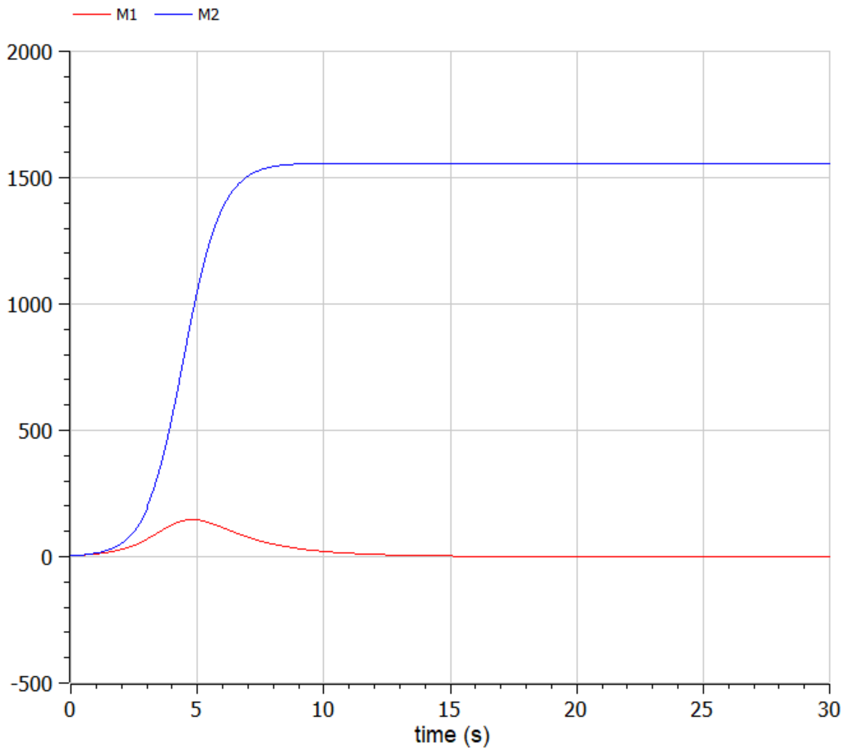

Рис. 4.4: График конкуренции двух фирм для второго случая, построенный с помощью OpenModelica

5 Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы на языках Julia и OpenModelica мы построили графики изменения оборотных средств для двух фирм для случаев, когда конкурентная борьба ведётся только рыночными методами и когда, помимо экономического фактора влияния, используются еще и социально-психологические факторы.

Построение модели конкуренции двух фирм на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк кода, чем аналогичное построение на Julia.

6 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель конкуренции двух фирм и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

7 Список литературы. Библиография.

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Математические модели конкурентной среды: https://dspace.spbu.ru/bitstream/11701/120