Отчет по лабораторной работе №3

Модель боевых действий

Легиньких Галина Андреевна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Рассмотреть некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. Применить их на практике для решения задания лабораторной работы.

2 Теоретическое введение

Законы Ланчестера представляют собой математические формулы для расчета относительной численности вооруженных сил. Уравнения Ланчестера - это дифференциальные уравнения, описывающие зависимость численности двух армий A и B от времени, причем функция зависит только от A и B.

В 1915 и 1916 годах во время Первой мировой войны М. Осипов и Фредерик Ланчестер независимо разработали серию дифференциальных уравнений, чтобы продемонстрировать соотношение сил между противоборствующими силами. Среди них так называемый линейный закон Ланчестера (для древнего боя) и квадратный закон Ланчестера (для современного боя с применением оружия дальнего действия, такого как огнестрельное оружие). [1]

В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Рассмотривается три случая ведения боевых действий: 1. Боевые действия между регулярными войсками 2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов 3. Боевые действия между партизанскими отрядами

3 Задание

Между страной и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна имеет армию численностью 105000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 95000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывными функциями.

Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев на языках Julia и OpenModelica: 1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$$\frac{dx}{dt} = -0.35x(t) - 0.45y(t) + sin(t) * 2$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.69x(t) - 0.61y(t) + cos(t) + 1$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\frac{dx}{dt} = -0.35x(t) - 0.73y(t) + 2 * sin(2t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.45x(t)y(t) - 0.41y(t) + cos(t) + 1$$

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Модель боевых действий между регулярными войсками

Численность регулярных войск определяется тремя факторами: 1. Скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство); 2. Скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.); 3. Скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

4.2 Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

4.3 Julia [2]

Julia я скачала в прошлой лабораторной работе, поэтому вдаваться в подробности не буду.

Код программы:

```
using DifferentialEquations, Plots


# Начальные условия
x0 = 105000 # численность первой армии
y0 = 95000  # численность второй армии
t0 = 0      # начальный момент времени
tmax = 2    # предельный момент времени
dt = 0.05   # шаг изменения времени
t = t0:dt:tmax
v0 = [x0, y0] # Вектор начальных условий


#---------------------------------------------------------------------
------------------
```

```
a = 0.35   # константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери
b = 0.45    # эффективность боевых действий армии y
c = 0.69   # эффективность боевых действий армии x
h = 0.61   # константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери

# Возможность подхода подкрепления к армии x
function P(t)
    return sin(t) * 2
end

# Возможность подхода подкрепления к армии y
function Q(t)
    return cos(t) + 1
end

# Система дифференциальных уравнений
function syst(dy, y, p, t)
   dy[1] = -a * y[1] - b * y[2] + P(t) # изменение численности первой армии
   dy[2] = -c * y[1] - h * y[2] + Q(t) # изменение численности второй армии
end

# Решение системы для первой модели
y = solve(ODEProblem(syst, v0, (t0, tmax)), Tsit5(), saveat=t)

# Построение и сохранение графика для первой модели
plot(t, y[1,:], label="Армия x", lw=2, color=:red, xlabel="Время", ylabel="Численно
plot!(t, y[2,:], label="Армия y", lw=2, color=:blue, grid=true)
title!("Модель боевых действий № 1")
savefig("battle_model_1_julia.png")
```

```
#-------------------------------------------------------------------
------------------------

a_2 = 0.35
b_2 = 0.73
c_2 = 0.45
h_2 = 0.41

# Возможность подхода подкрепления к армии x
function P_2(t)
    return sin(2 * t) * 2
end

# Возможность подхода подкрепления к армии y
function Q_2(t)
    return cos(t) + 1
end

# Система дифференциальных уравнений
function syst_2(dy, y, p, t)
   dy[1] = -a_2 * y[1] - b_2 * y[2] + P_2(t) # изменение численности первой армии
   dy[2] = (-c_2 * y[1] - h_2) * y[2] + Q_2(t) # изменение численности второй армии
end

# Решение системы для второй модели
y_2 = solve(ODEProblem(syst_2, v0, (t0, tmax)), Tsit5(), saveat=t)

# Построение и сохранение графика для второй модели
```

```
plot(t, y_2[1,:], label="Армия x", lw=2, color=:red, xlabel="Время", ylabel="Числен
plot!(t, y_2[2,:], label="Армия y", lw=2, color=:blue, grid=true)
title!("Модель боевых действий № 2")
savefig("battle_model_2_julia.png")
```

Скомпилируем файл командной в PShell: (рис. 4.1)

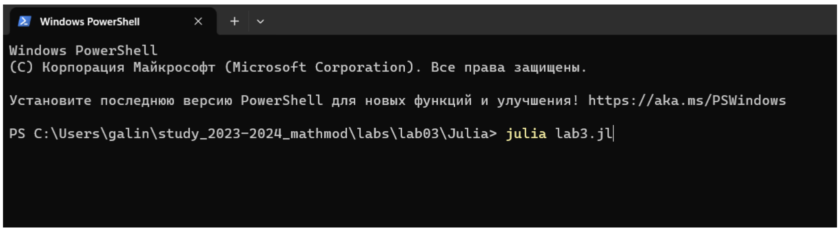

Рис. 4.1: PShell

Модель боевых действий между регулярными войсками: (рис. 4.2)

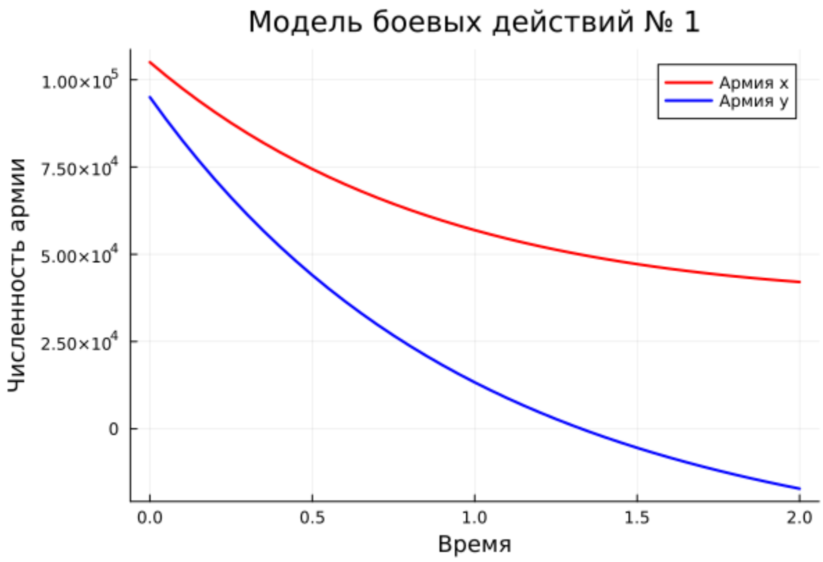

Рис. 4.2: Модель 1_jl

Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов: (рис. 4.3)

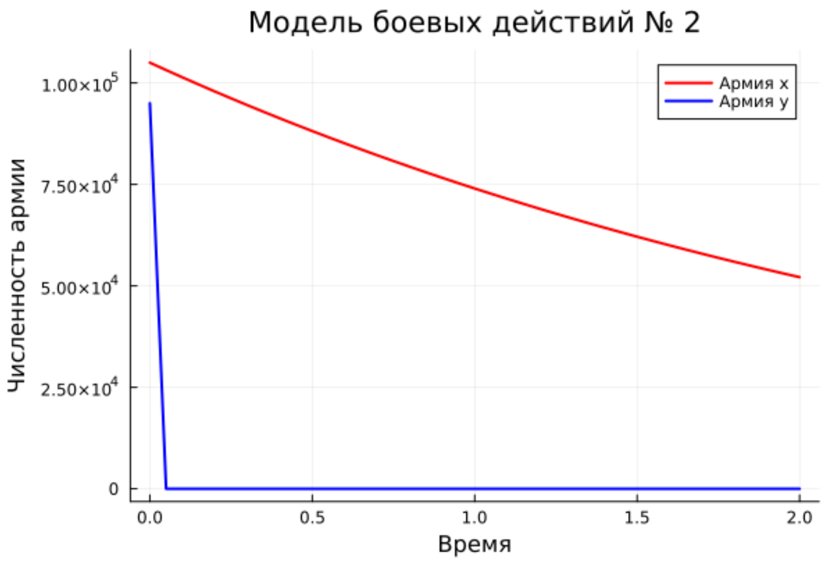

Рис. 4.3: Модель 2_jl

4.4 OpenModelica [3]

Установла OpenModelica: (рис. 4.4)

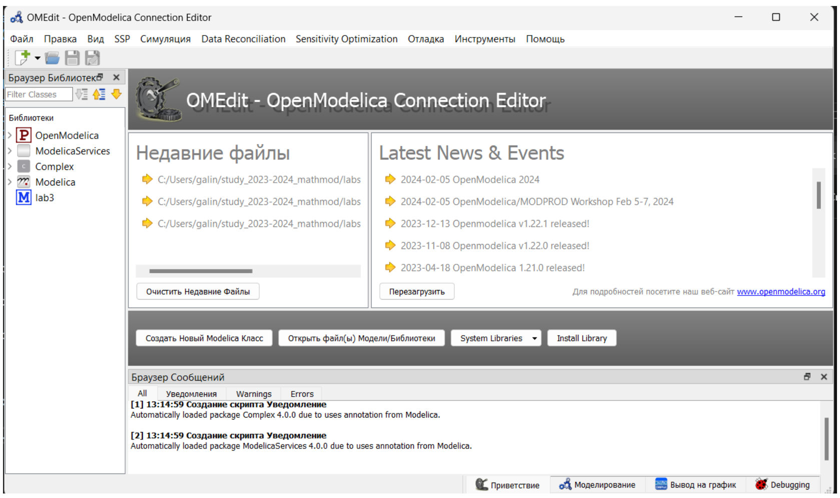

Рис. 4.4: OpenModelica

Код программы:

```
model lab3
Real x;
```

```
Real y;
Real a = 0.35;
Real b = 0.45;
Real c = 0.69;
Real d = 0.61;
Real t = time;
initial equation
x = 105000;
y = 95000;
equation
der(x) = -a*x - b*y + sin(t)*2;
der(y) = -c*x - d*y + cos(t)+1;
end lab3;
```

Модель боевых действий между регулярными войсками: (рис. 4.5)

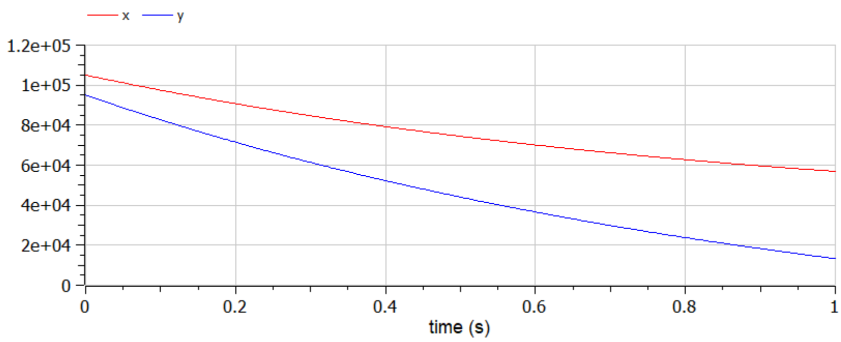

Рис. 4.5: Модель 1_om

Код программы:

```
model lab3_2
Real x;
Real y;
Real a = 0.35;
Real b = 0.73;
```

```
Real c = 0.45;
Real d = 0.41;
Real t = time;
initial equation
x = 105000;
y = 95000;
equation
der(x) = -a*x - b*y + sin(2*t) * 2;
der(y) = -c*x*y - d*y + cos(t) + 1;
end lab3_2;
```

Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов: (рис. 4.6)

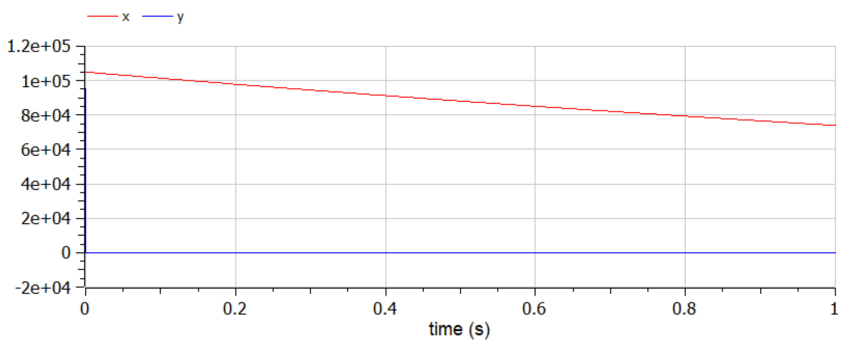

Рис. 4.6: Модель 2_om

5 Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

Как видно из графиков, для первой модели, то есть двух регулярных армий, противостоящих друг другу, графики на Julia и OpenModelica идентичны (с поправкой на использование разных графических ресурсов, разный масштаб и т.д.). Аналогичная ситуация верна и для графиков противостояния регулярной армии армии партизанов, которые рассматривались во второй модели.

6 Вывод

По итогам лабораторной работы я построила по две модели на языках Julia и OpenModelica. В ходе проделанной работы можно сделать вывод, что OpenModelica лучше приспособлен для моделирование процессов, протекающих во времени. Построение моделей боевых действий на языке OpenModelica занимает гораздо меньше строк и времени, чем аналогичное построение на языке Julia.

7 Список литературы. Библиография

[1] Законы Ланчестера: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%

[2] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[3] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/