Отчет по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва

Легиньких Галина Андреевна

Содержание

# 1 Цель работы

Изучить модель хищник-жертва и построить эту модель.

# 2 Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях: [3]

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

В этой модели – число жертв, - число хищников. Коэффициент описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены и в правой части уравнения).

Математический анализ этой (жёсткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени такая система вернётся в изначальное состояние.

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решения) будет находиться в точке . Если начальные значения задать в стационарном состоянии , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей . Колебания совершаются в противофазе.

# 3 Задание

**Мой вариант 18.**

Для модели «хищник-жертва»:

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: . Найдите стационарное состояние системы.

# 4 Выполнение лабораторной работы

## 4.1 Julia

Нестационарное состояние (рис. 1) (рис. 2):

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
x0 = 9  
y0 = 20  
a = 0.37  
b = 0.038  
c = 0.36  
d = 0.037  
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 x, y = u  
 du[1] = -a\*u[1] + b \* u[1] \* u[2]  
 du[2] = c \* u[2] - d \* u[1] \* u[2]  
end  
  
v0 = [x0, y0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax=0.05)  
X = [u[1] for u in sol.u]  
Y = [u[2] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(dpi=300, legend=false)  
plot!(plt, X, Y, label="Зависимость численности хищников от численности жертв", color=:blue)  
savefig(plt, "model\_1.png")  
  
  
plt2 = plot(dpi=300, legend=true)  
plot!(plt2, T, X, label="Численность жертв", color=:green)  
plot!(plt2, T, Y, label="Численность хищников", color=:red)  
savefig(plt2, "model\_2.png")

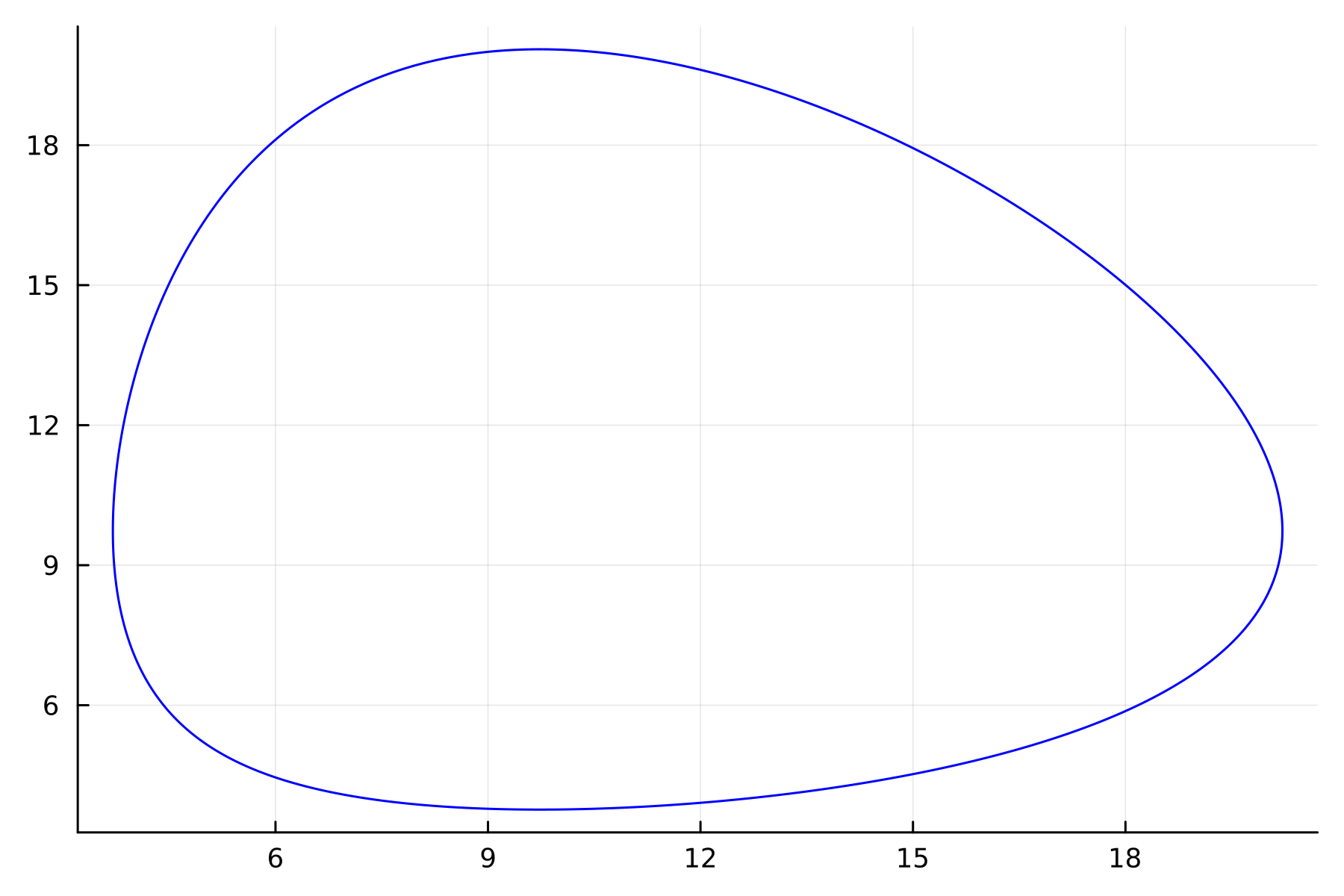


Рис. 1: График численности хищников от численности жертв

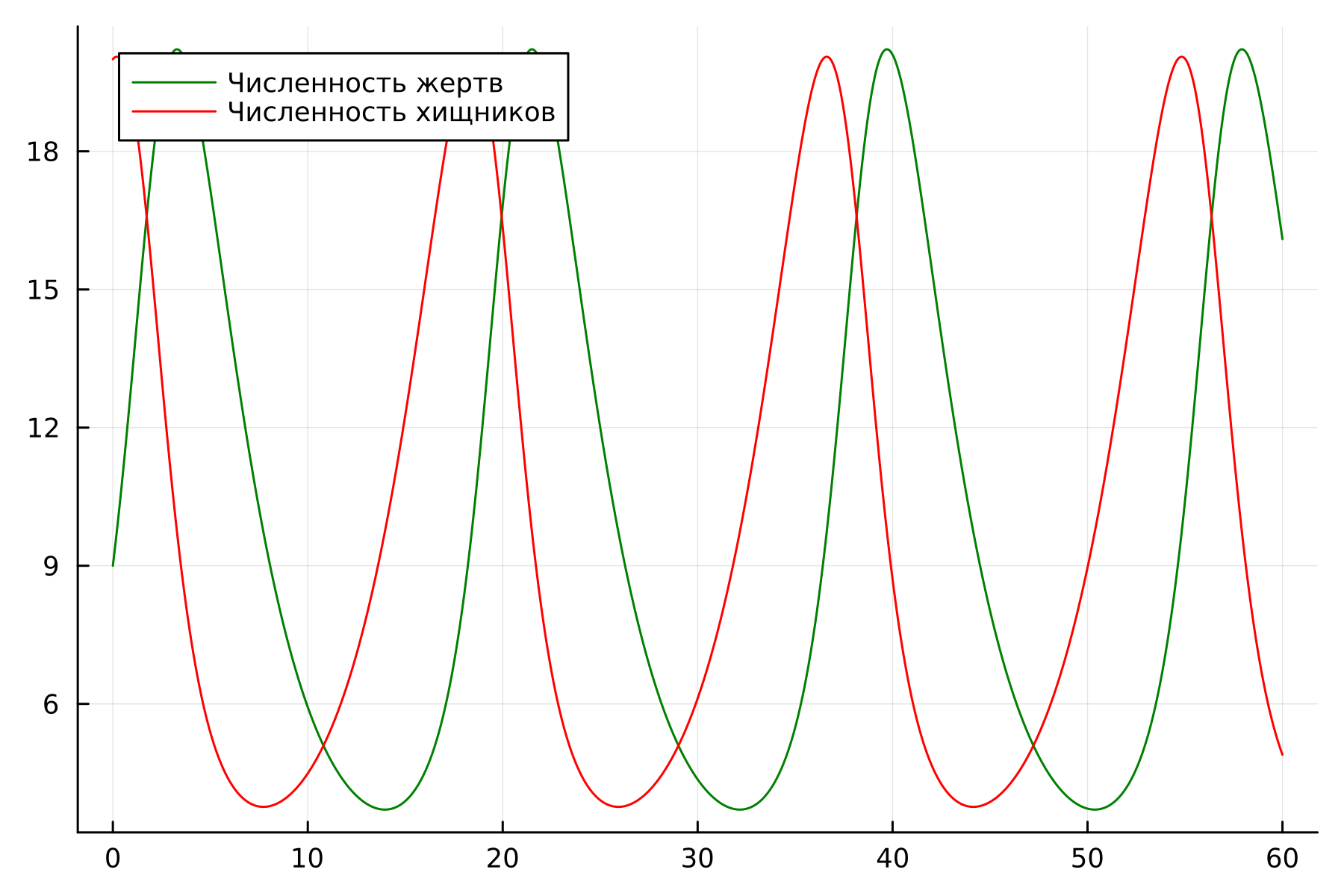


Рис. 2: График численности жертв и хищников от времени

Стационарное состояние (рис. 3):

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
a = 0.37  
b = 0.038  
c = 0.36  
d = 0.037  
x0 = c / d   
y0 = a / b  
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 x, y = u  
 du[1] = -a\*u[1] + b \* u[1] \* u[2]  
 du[2] = c \* u[2] - d \* u[1] \* u[2]  
end  
  
v0 = [x0, y0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax=0.05)  
X = [u[1] for u in sol.u]  
Y = [u[2] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(dpi=300, legend=true)  
plot!(plt, T, X, label="Численность жертв", color=:green)  
plot!(plt, T, Y, label="Численность хищников", color=:red)  
savefig(plt, "model\_3.png")

В стационарном состоянии решение вида будет представлять собой точку.

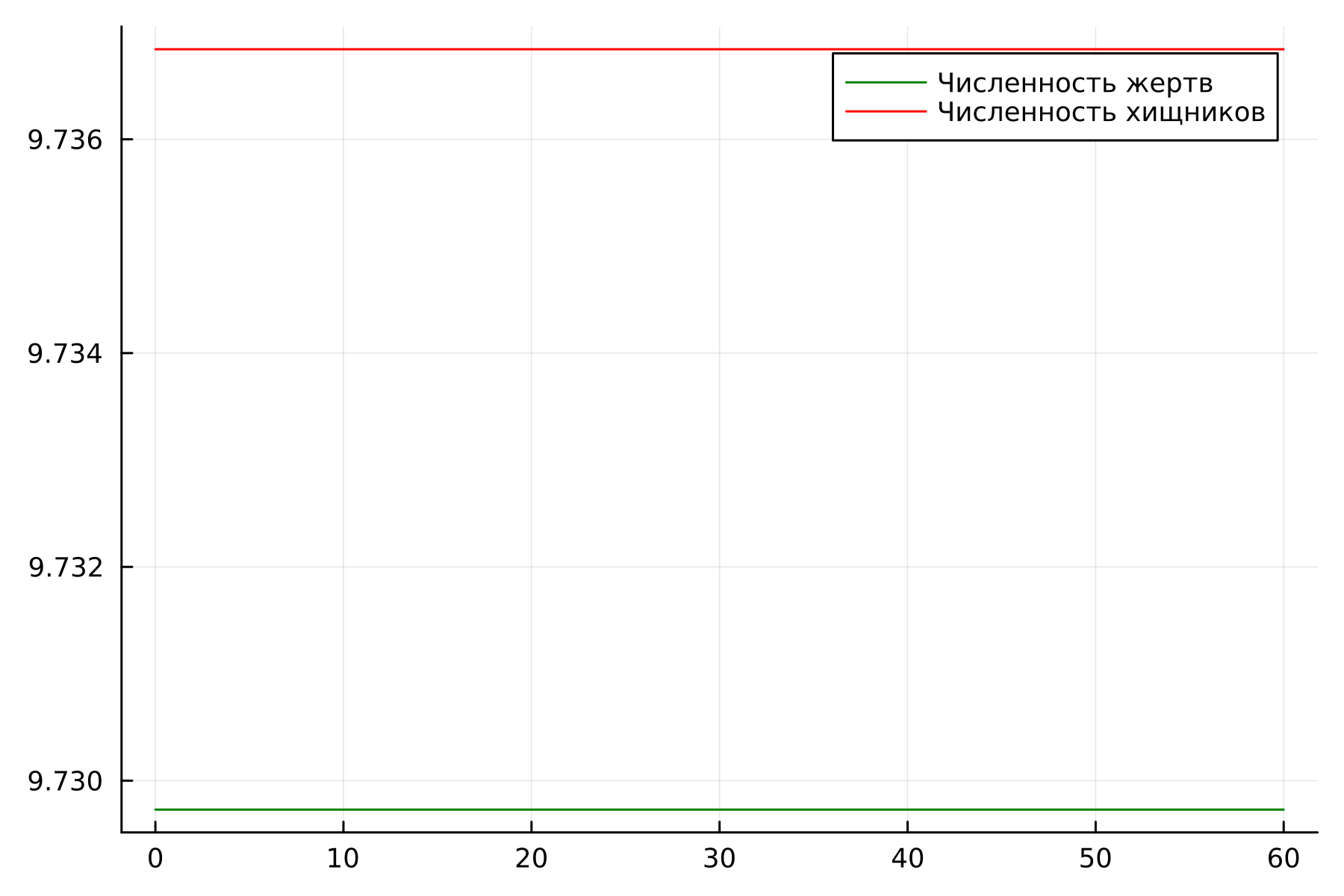


Рис. 3: Стационарное состояние

## 4.2 OpenModelica

Нестационарное состояние (рис. 4) (рис. 5):

model lab5  
Real a = 0.37;  
Real b = 0.038;  
Real c = 0.36;  
Real d = 0.037;  
Real x;  
Real y;  
initial equation  
x = 9;  
y = 20;  
equation  
der(x) = -a\*x + b\*x\*y;  
der(y) = c\*y - d\*x\*y;  
end lab5;

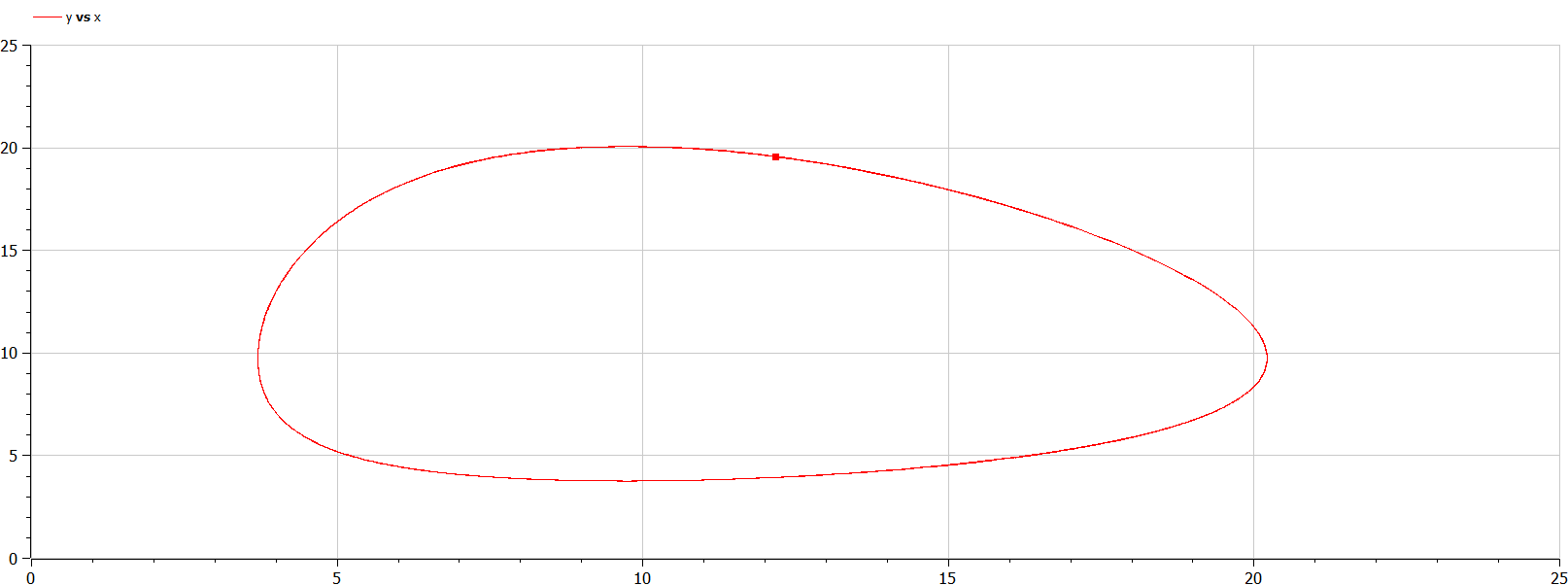


Рис. 4: График численности хищников от численности жертв

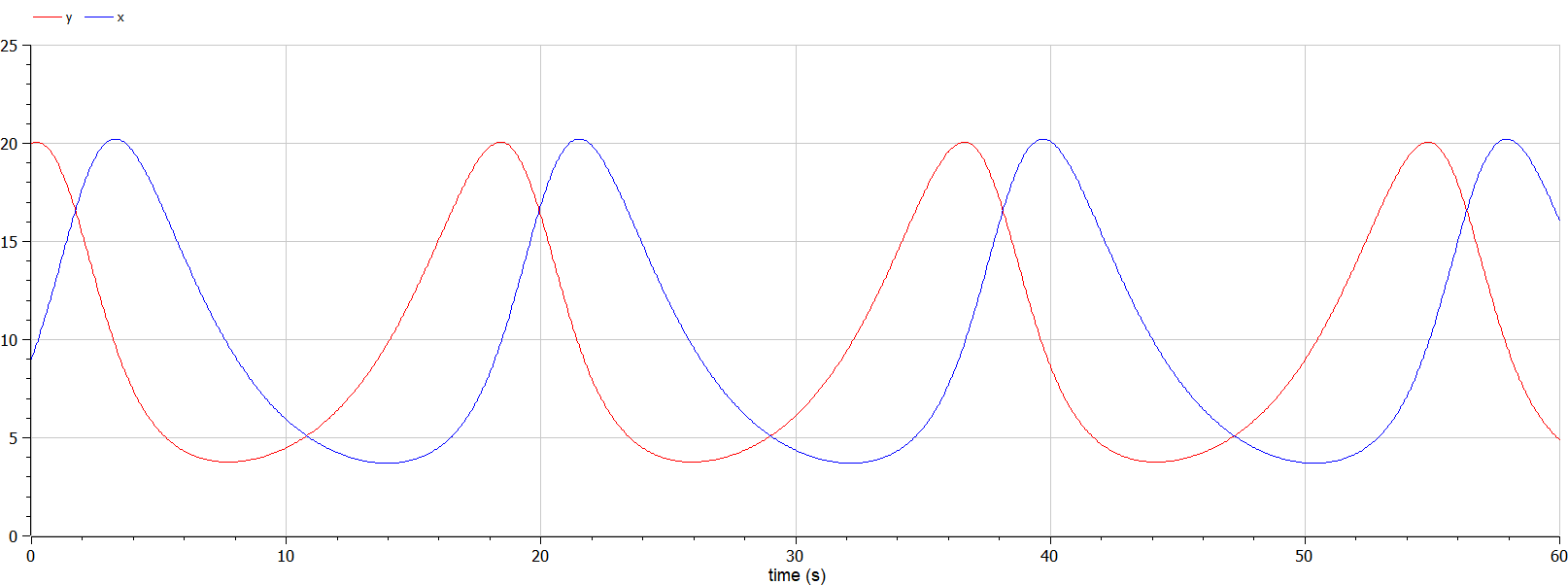


Рис. 5: График численности жертв и хищников от времени

Cтационарное состояние (рис. 6):

model lab5\_2  
Real a = 0.37;  
Real b = 0.038;  
Real c = 0.36;  
Real d = 0.037;  
Real x;  
Real y;  
initial equation  
x = c / d;  
y = a / b;  
equation  
der(x) = -a\*x + b\*x\*y;  
der(y) = c\*y - d\*x\*y;  
end lab5\_2;

В стационарном состоянии решение вида будет представлять собой точку.

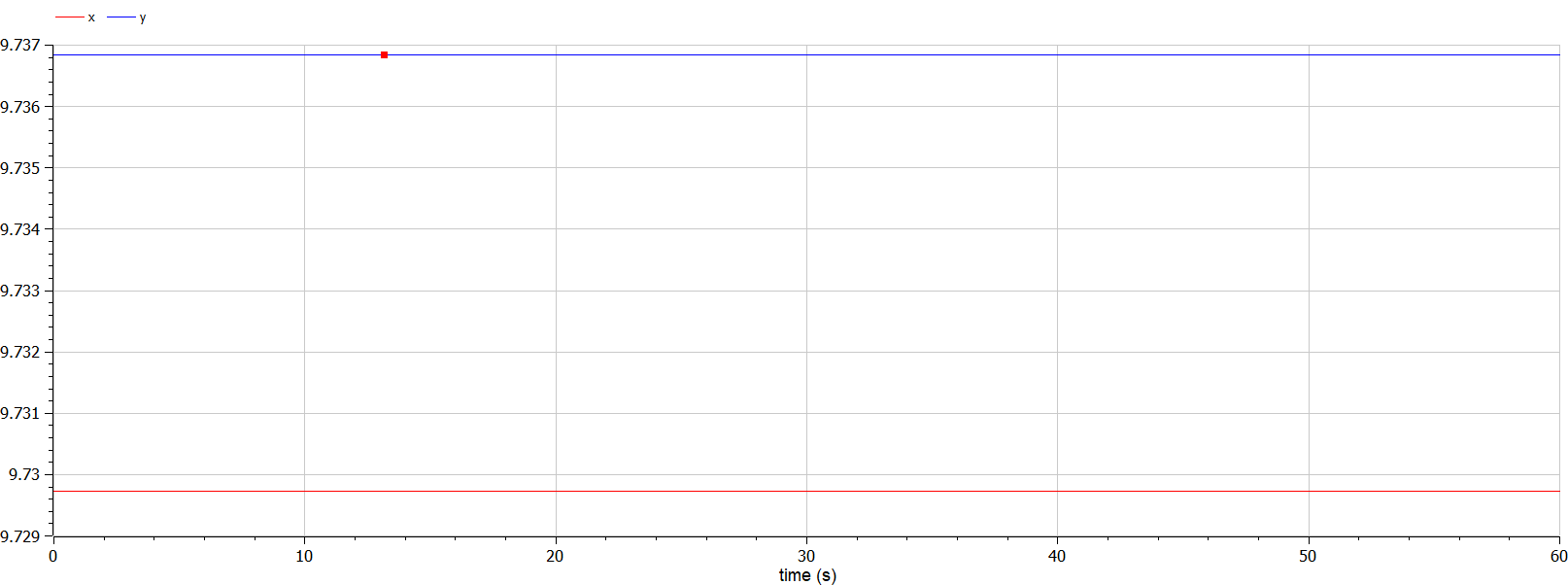


Рис. 6: Стационарное состояние

# 5 Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв на языках Julia и OpenModelica. Построение модели хищник-жертва на языке openModelica занимает меньше строк, чем аналогичное построение на Julia.

# 6 Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построена модель на языках Julia и Open Modelica.

# 7 Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Модель Лотки—Вольтерры: https://math-it.petrsu.ru/users/semenova/MathECO/Lections/Lotka\_Volterra.pdf