

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

Progetto Controlli Automatici

PROFESSORE:
Ing.
Lorenzo Marconi

AUTORE:
Paolo Galeone

TUTOR:
Ing. Michele Furci

Anno Accademico 2013/2014

Indice

- Specifiche del problema
- Operazioni preliminari
- Analisi sistema
- Analisi dei diagrammi di bode di $G(s)$
- Posizione singolarità di $G(s)$
- Analisi del luogo delle radici di $G(s)$
- Analisi sistema: scelta del regolatore
- 1. Specifiche statiche
- 1.1. Soluzione:
- 2. Specifiche dinamiche
- 2.1. Soluzione:
- 2.1.2. Analisi di $G_e(s)$
- Progetto
- 3.1 Progetto Rete Anticipatrice Doppia
- 3.1.2 Diagrammi di sfasamento e amplificazione
- 3.1.3. Ricerca della coppia soddisfacente le specifiche.
- 3.2. Rete anticipatrice tripla
- 3.2.1 Ricerca della coppia soddisfacente
- 3.2.2. Verifica risultati
- 3.2.3. Analisi del luogo delle radici
- 3.2.4. Ricalibrazione
- Rumore di misura ad alta frequenza
- 4. Simulink
- 4. Funzioni di sensitività
- 4.1 Schema di simulazione
- 4.1 Simulazione

Specifiche del problema

Si consideri il sistema descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{18000}{(s + 200)(s^2 + 2s + 60)}$$

Si richiede di progettare un regolatore che soddisfi le seguenti specifiche:

- 1) Errore a regime nullo in presenza di ingresso di riferimento a gradino di ampiezza massima pari a 2.0 e disturbo sull'uscita a gradino di ampiezza massima pari a 0.2.
- 2) Massima sovraelongazione della risposta al riferimento a gradino inferiore al 5
- 3) Tempo di assestamento al 1
- 4) Margine di fase superiore a 45 gradi, per garantire robustezza.

Sulla misura è sovrapposto un rumore di misura sinusoidale a frequenza 2500rad/s e ampiezza massima 0.02. La soluzione proposta non deve presentare marcate code di assestamento.

Dimensionare l'attuatore al fine di garantire il funzionamento a regime (in presenza contemporanea del riferimento, dei disturbi e del rumore) e valutare di quanto deve essere sovradimensionato per gestire il transitorio.

Operazioni preliminari

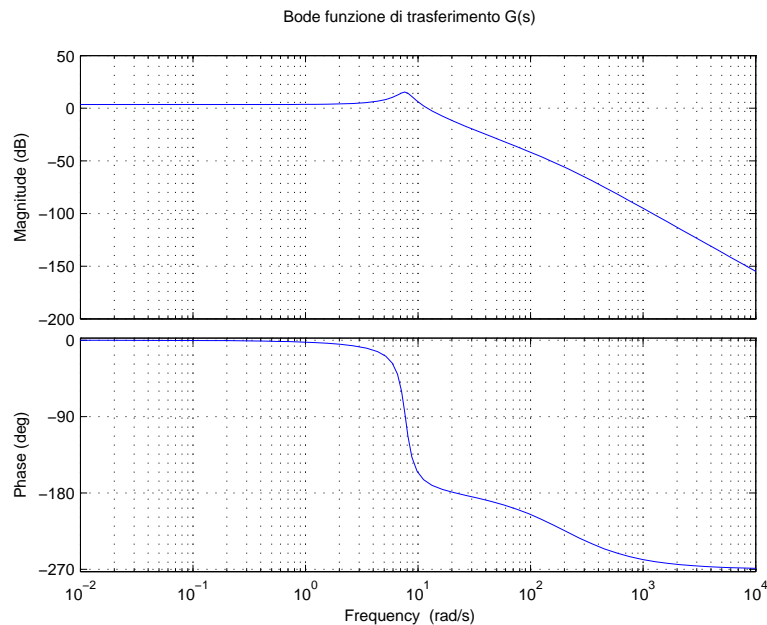
```
% pulisco lo schermo
clc
% elimino variabili presenti in memoria
clear all
% chiudo ogni cosa
close all
% imposto s come variabile complessa della funzione di trasferimento
s = tf('s');
% definisco la funzione di trasferimento
G = 18000 / ((s+200)*(s^2 + 2*s + 60));

% guadagno statico
u_stat = dcgain(G);
disp('Guadagno statico del sistema: ');
disp(u_stat);
```

```
Guadagno statico del sistema:
    1.5000
```

Analisi sistema

```
P = bodeoptions; % Definisco P come diagramma di Bode, attivando le opzioni di default
P.Xlim = [0.01 10000]; % Imposto i limiti dell'asse delle ascisse
figure(1); % Creo un oggetto grafico
bode(G, P); % Traccio i diagrammi di Bode della funzione G sul diagramma P
grid on; % Attivo la visualizzazione della griglia
title('Bode funzione di trasferimento G(s)'); % Do un titolo alla figura
```



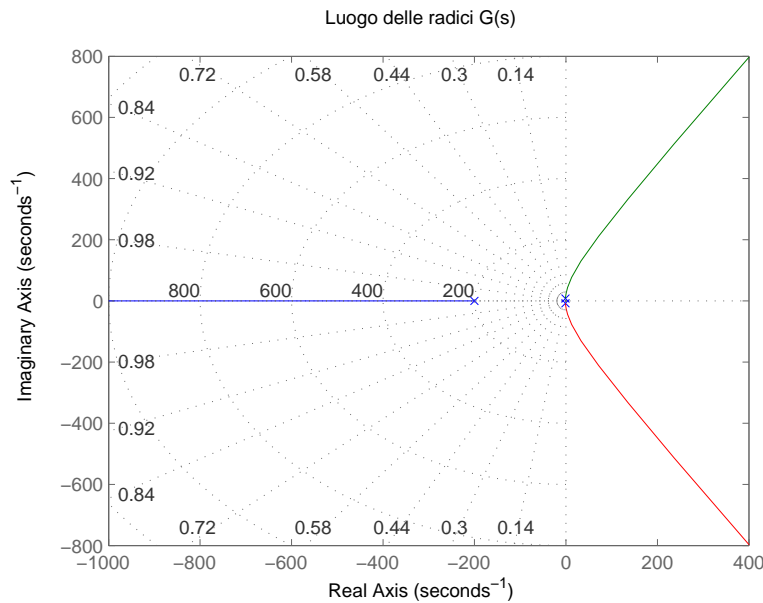
Analisi dei diagrammi di bode di $G(s)$

Dal grafico della fase, si evince come piccole variazioni di frequenza causino ampie variazioni di fase, a causa della pendenza elevata. Quindi è meglio scegliere una pulsazione critica per il regolatore che sia al di fuori dell'intervallo in cui si ha questa pendenza: cioè fuori dall'intervallo $[4, 11] \frac{rad}{s}$, in particolare $\omega_c > 11$

Posizione singolarità di $G(s)$

```
figure(2); % Creo un altro oggetto grafico
rlocus(G); % Traccio il luogo delle radici della funzione G
grid on; % Attivo la visualizzazione della griglia
title('Luogo delle radici G(s)'); % Do un titolo alla nuova figura

pole(G); % Stampo la rappresentazione testuale dei poli
```



Analisi del luogo delle radici di $G(s)$

Il luogo delle radici evidenzia le posizioni dei poli della funzione. In particolare mostra che esiste un polo a parte reale negativa in $-200 \frac{rad}{s}$. Ed inoltre mostra come vi siano due poli complessi e coniugati molto vicini allo zero, che cioè domineranno l'andamento del sistema.

Analisi sistema: scelta del regolatore

Il regolatore sarà formato da due parti (oltre a quella che annulla il sistema): Una, $RegS(s)$, relativa al soddisfacimento delle specifiche statiche. L'altra, $RegD(s)$, relativa al soddisfacimento delle specifiche dinamiche.

1. Specifiche statiche

Errore a regime nullo in presenza di ingresso di riferimento a gradino di ampiezza massima pari a 2 e disturbo sull'uscita a gradino di ampiezza massima pari a 0.2.

1.1. Soluzione:

Dall'analisi della funzione di sensitività $S(s) = \frac{1}{1+L}$, è noto che per avere errore a regime nullo, in risposta ad un ingresso a scalino di ampiezza A è necessario

che la funzione d'anello abbia almeno un polo nell'origine. Cioè vale la relazione:

$$e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s S(s) \frac{A}{s} = A \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^g}{s^g + \mu} = 0, g > 0$$

Questo risultato è valido in virtù del fatto che $S(s)$ rappresenta la funzione di trasferimento tra il riferimento e l'errore. Inoltre, dato che la funzione di sensitività, rappresenta anche la funzione di trasferimento, cambiata di segno, tra l'errore ed il disturbo, ed in questo caso cerchiamo errore a regime nullo, allora imporre la condizione in cui $RegS(s) = \frac{\mu_s}{s}$ risolve entrambi i problemi. μ_s può essere un qualsiasi parametro libero, in quanto $RegS(s)$ ha un polo nell'origine indipendentemente dal valore dell'ampiezza dell'ingresso di riferimento

```
us = 1; % 1 a default
RegS = us/s;
disp('RegS');
RegS
```

```
% Allora definisco il sistema esteso G_e(s) = G(s) RegS(s)
Ge = G * RegS;
```

```
% Che sarà la funzione che verrà considerata per il progetto del regolatore dinamico
```

```
RegS
```

```
RegS =
```

```
1
-
s
```

```
Continuous-time transfer function.
```

2. Specifiche dinamiche

- 2) Massima sovraelongazione della risposta al riferimento a gradino inferiore al 5
- 3) Tempo di assestamento al 1
- 4) Margine di fase superiore a 45 gradi, per garantire robustezza.

2.1. Soluzione:

Dall'analisi delle posizioni delle singolarità di G , notiamo che esiste un polo a parte reale negativa in $-200\frac{rad}{s}$ e vi siano due poli complessi e coniugati molto vicini allo zero, che domineranno l'andamento del sistema.

Per questo motivo, è possibile approssimare la risposta allo scalino, con quella di un sistema $Ga(s)$, la cui funzione di trasferimento possiede soltanto questi poli dominanti ed un guadagno statico pari a quello del sistema di partenza.

Ricordando che l'approssimazione a poli dominanti è valida solo se le due funzioni hanno pari guadagno statico

Definisco $Ga(s)$, facendo in modo che il guadagno statico sia lo stesso di $G(s)$

```
Ga = (60 * u_stat) / (s^2 + 2*s + 60);  
disp('Guadagno statico di Ga: ');  
disp(dcgain(Ga));
```

Quindi il sistema in esame (per quanto riguarda la risposta allo scalino) diventa un sistema con poli complessi coniugati, del quale sono note formule che possono semplificare il progetto.

```
figure(4); % Creo un altro oggetto grafico
```

```
% Mostro la risposta allo scalino di ampiezza 2 del sistema originario e  
% del sistema approssimante.
```

```
% In giallo rosso l'originario, in nero tratteggiato l'approssimazione
```

```
step(2*G, 'r:', 2*Ga, 'b--');
```

```
grid on; % Attivo la visualizzazione della griglia
```

```
title('Risposta al gradino di ampiezza 2 -> G(s) (red) e Ga(s) (black dashed)');
```

Quindi utilizzando il sistema $Ga(s)$, approssimante di $G(s)$, è noto che per un sistema con poli complessi coniugati la sovraelevazione percentuale è data da:

$$S_{\%} = 100e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

dove ξ indica lo smorzamento dei poli. Quindi, per soddisfare il requisito, è necessario che: $S_{\%} \leq 5$ Per cui è necessario che $\xi \geq 0.69 \approx 0.7$ Dato che lo smorzamento è legato al margine di fase dalla relazione: $\xi = \frac{Mf\pi}{2 \times 180} \approx \frac{Mf}{100}$ la specifica sulla sovraelevazione richiede quindi un margine di fase minimo. In particolare vogliamo che il margine di fase sia $\approx 100\xi \geq 70grad$ Quindi, soddisfacendo questo vincolo, riusciamo anche a soddisfare il punto 4

```
xi = 0.7;  
Mf_min = 70;
```

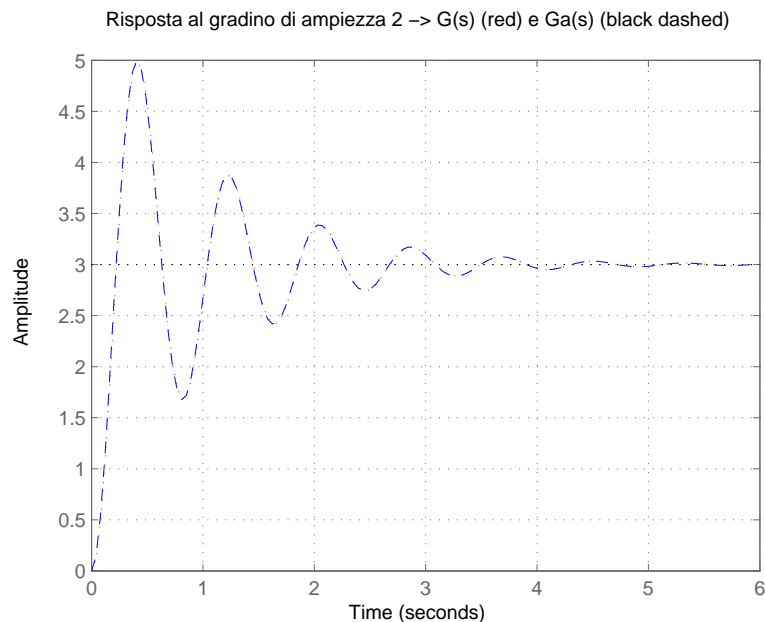

Il tempo di assistamento richiesto offre indicazioni sulla pulsazione critica:

$$\xi\omega_n \geq \frac{4.6}{T_{as}} \Rightarrow \omega_n \geq \frac{4.6}{\xi \times 1} = 6,57$$

Cioè la specifica ci chiede che il diagramma delle ampiezze di della funzione d'anello intersechi l'asse a 0db, a pulsazioni superiori a $6,6 \frac{rad}{s}$. Ma dall'analisi del grafico di $G(s)$ sappiamo che è consigliabile scegliere una pulsazione critica per valori superiori o uguali a 11, quindi

$\omega_c = 11$;

Guadagno statico di G_a :
1.5000



2.1.2. Analisi di $G_e(s)$

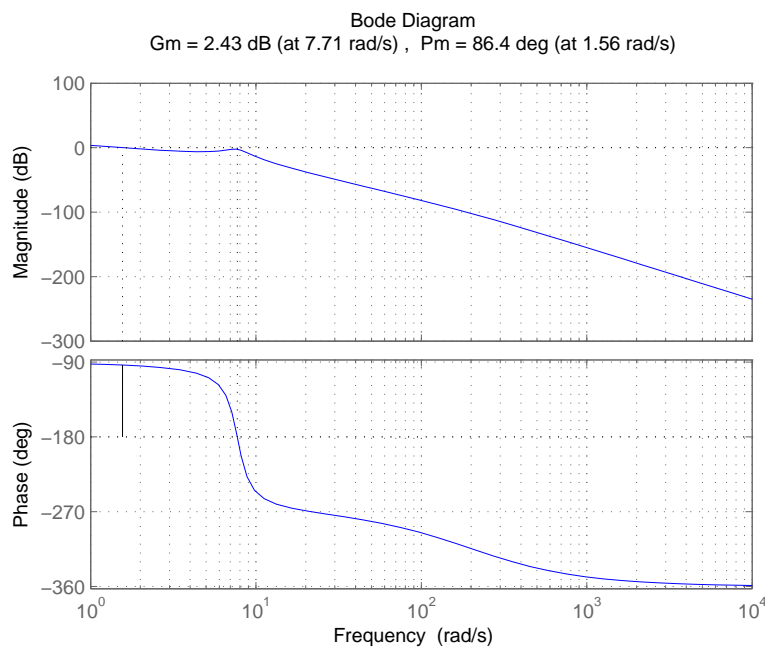
```
figure(4);
[GeGm, GePm] = margin(Ge);
disp('Margine di guadagno: '); disp(GeGm);
disp('Margine di fase: '); disp(GePm);
margin(Ge);
grid on;
```

Dall'analisi si evince che nelle vicinanze di ω_c abbiamo una fase pessima (circa -250).

Per migliorare il margine di fase, è naturale pensare ad una rete anticipatrice. In questo caso, dato che dal grafico di $Ge(s)$ è noto che $Arg(Ge(j\omega_c^*)) = -256$ la rete anticipatrice dovrà avere un anticipo di almeno $256 - (180 - 70) = 146grad$, che con una singola rete anticipatrice non è possibile.

Margine di guadagno:
1.3221

Margine di fase:
86.4480



Progetto

3.1 Progetto Rete Anticipatrice Doppia

Allora si potrebbe progettare una rete anticipatrice doppia, in modo da ottenere questo anticipo.

Si richiederebbe che ogni rete anticipatrice debba anticipare di almeno 73 gradi. Inoltre è necessaria un'amplificazione del modulo di $Ge(s)$ tale da permettere l'attraversamento dello zero in ω_c . Quindi ogni rete amplificatrice dovrà amplificare di $\approx 9_{db}$.

Anziché procedere per tentativi, utilizzo un algoritmo evoluto basato sui diagrammi di sfasamento e amplificazione.

Uso le coppie di poli e zeri, rispettivamente coincidenti per comodità. Quindi ricerco un regolatore nella forma:

$$RegD(s) = \frac{(1 + \tau s)^2}{(1 + \alpha \tau s)^2}, 0 < \alpha < 1$$

3.1.2 Diagrammi di sfasamento e amplificazione

```
% plottiamo i diagrammi di amplificazione e sfasamento utili

de=logspace(-2,0); % definisco asse x con le pulsazioni normalizzate

% livello di amplificazione:

% alpha per cui tracciare il grafico
alpha_a=[0.001 0.005 0.008 0.01 0.05 0.15 0.25 0.35 0.45 0.55 0.65 0.75 0.85];

figure(7)

for i = 1:length(alpha_a)
    mod_R=10*log10((1+de.^2/alpha_a(i))./(1+de.^2*alpha_a(i)));
    loglog(de,mod_R);
    hold on;
end

grid on
title('Livello Amplificazione')
xlabel('deltà')
ylabel('dB')

% entità sfasamento positivo:

alpha_int=0.05;

for i = 2:18
    alpha_int(i)=alpha_int(i-1)+0.05;
end

alpha_s=[0.001 0.005 0.008 0.01 alpha_int]; % alpha per cui tracciare il grafico

figure(8)

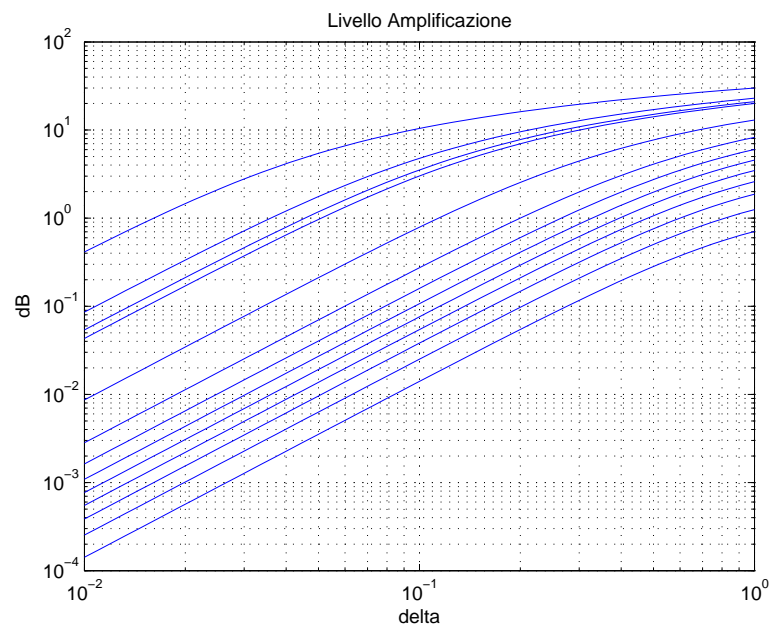
for i = 1:length(alpha_s)
    gr_R_rad=atan(de./sqrt(alpha_s(i)))-atan(de.*sqrt(alpha_s(i)));
    gr_R_gradi=gr_R_rad.*(180/pi);
```

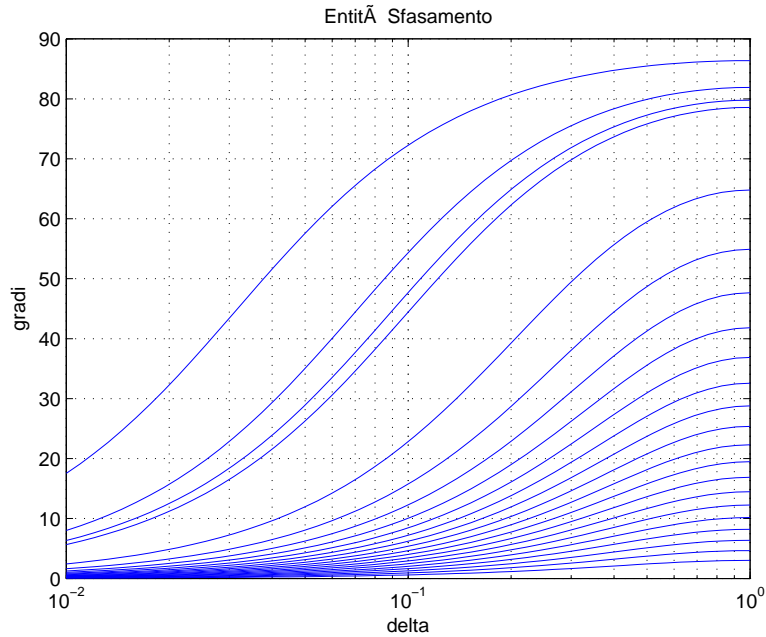
```

        semilogx(de,gr_R_gradi);
        hold on;
end

grid on
title('Entità Sfasamentò)
xlabel('delta)
ylabel('gradi)

```





3.1.3. Ricerca della coppia soddisfacente le specifiche.

Dall'analisi del grafico risulta che non esiste una coppia (α^*, δ^*) che soddisfi le condizioni.

3.2. Rete anticipatrice tripla

Decido quindi di creare una rete d'antico tripla, in cui sono stati scelti poli e zeri complessi coniugati coincidenti, per comodità.

Supponiamo che ogni rete debba recuperare 50 gradi e 6 db. Allora uso i diagrammi di amplificazione e sfasamento per trovare la coppia (α^*, δ^*) soddisfacente le condizioni. Quindi cerco un regolatore nella forma:

$$RegD(s) = \frac{(1 + \tau s)^3}{(1 + \alpha \tau s)^3}, 0 < \alpha < 1$$

3.2.1 Ricerca della coppia soddisfacente

Dall'analisi del grafico del livello di amplificazione, noto che i punti che intersecano l'asse a 6db, sono:

$$\alpha : [0.0010.0050.010.050.15]$$

$$\alpha = 0.001 \rightarrow \delta = 0.055$$

$$\alpha = 0.005 \rightarrow \delta = 0.12$$

$$\alpha = 0.01 \rightarrow \delta = 0.17$$

$$\alpha = 0.05 \rightarrow \delta = 0.39$$

$$\alpha = 0.15 \rightarrow \delta = 0.69$$

$$\alpha = 0.25 \rightarrow \delta = 1$$

Ora controllo nel grafico dell'entità di sfasamento se esiste una coppia (α^*, δ^*) che fornire lo sfasamento da noi desiderato ≈ 50

Quindi,

Per $\delta = 0.087$ si ha uno sfasamento di circa 50 grad Per $\delta = 0.12$ si ha uno sfasamento di circa 50 grad

Qui mi fermo, dato che ho trovato una coppia che soddisfa amplificazione e sfasamento necessario.

```
alpha = 0.005;
```

```
delta = 0.12;
```

```
% Allora, si ha
```

```
tau = delta / (wc * sqrt(alpha));
```

```
us = 1; % il guadagno è ancora libero
```

```
RegD = us*( ( ((1+tau*s)^3) ) / (( (1+ alpha*tau*s)^3) ));
```

```
R = RegS * RegD;
```

```
L = R * G;
```

3.2.2. Verifica risultati

Controllo i margini della nuova funzione di retroazione

```
figure(3);
```

```
margin(L);
```

```
[GeGm, GePm, Wgm, Wpm] = margin(L);
```

```
if GePm > Mf_min
```

```
    disp ('[OK] Margine di fase valido: ');
```

```
else
```

```
    disp ('[!] Specifica relativa allo smorazamento NON rispettata: ');
```

```
end
```

```
disp(GePm);
```

```

if Wpm > wc
    disp(' [OK] Frequenza a guadagno unitario: ');
    disp(Wpm);
else
    disp(' [!] Vincolo sulla pulsazione critica non rispettato: ');
end

disp (Wpm);

% Con questi valori, si ha un anomalo doppio attraversamento dello zero,
% quindi calcolo un guadagno appropriato, dopo alcuni tentativi ottengo:

us = 10^(7.7/20);

% Quindi il regolatore dinamico diventa

RegD = us*( ( ((1+tau*s)^3) ) / (( (1+ alpha*tau*s)^3) ));

R = RegS * RegD;

L = R * G;

% Controllo nuovamente
figure(31);
margin(L);
[GeGm, GePm, Wgm, Wpm] = margin(L);

if GePm > Mf_min
    disp(' [OK] Margine di fase valido: ');
else
    disp(' [!] Specifica relativa allo smorzamento NON rispettata: ');
end
disp(GePm);

if Wpm > wc
    disp(' [OK] Frequenza a guadagno unitario: ');
    disp(Wpm);
else
    disp(' [!] Vincolo sulla pulsazione critica non rispettato: ');
end

disp (Wpm);

% Mostro la risposta al gradino del sistema retroazionato

```

```

figure(9);
title('Risposta al gradino di riferimento del sistema retroazionato');

% Quindi il sistema è dato dalla funzione feedback, dove il primo termine
% rappresenta la funzione di trasferimento del sistema in catena diretta, il
% secondo quello in retroazione

step(2 * feedback(L,1));

disp('L'); L

[OK] Margine di fase valido:
    103.4742

[!] Vincolo sulla pulsazione critica non rispettato:
    10.8310

[OK] Margine di fase valido:
    128.9249

[OK] Frequenza a guadagno unitario:
    23.1217

    23.1217

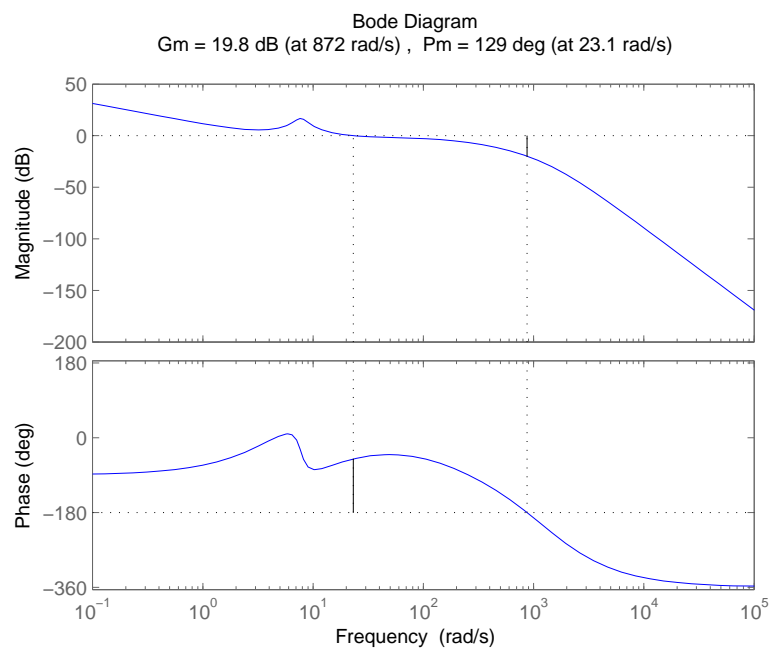
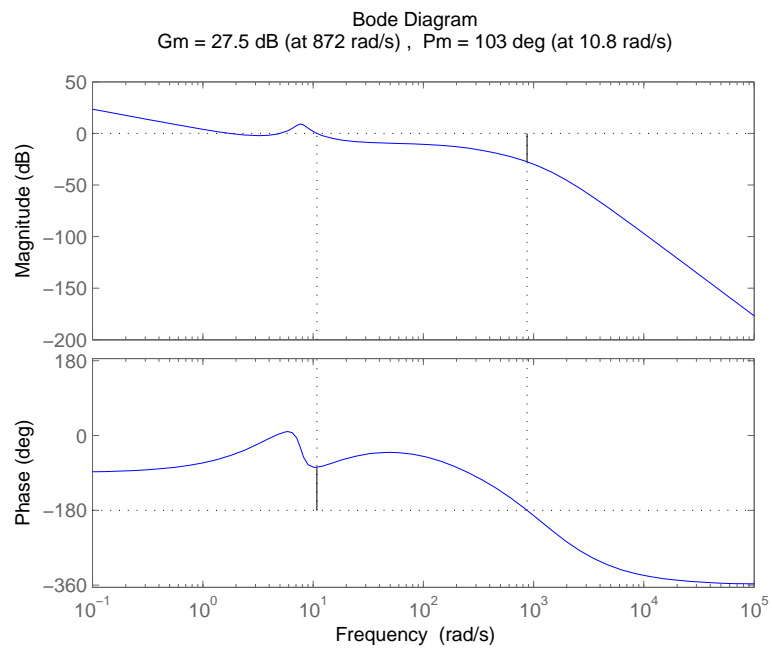
L

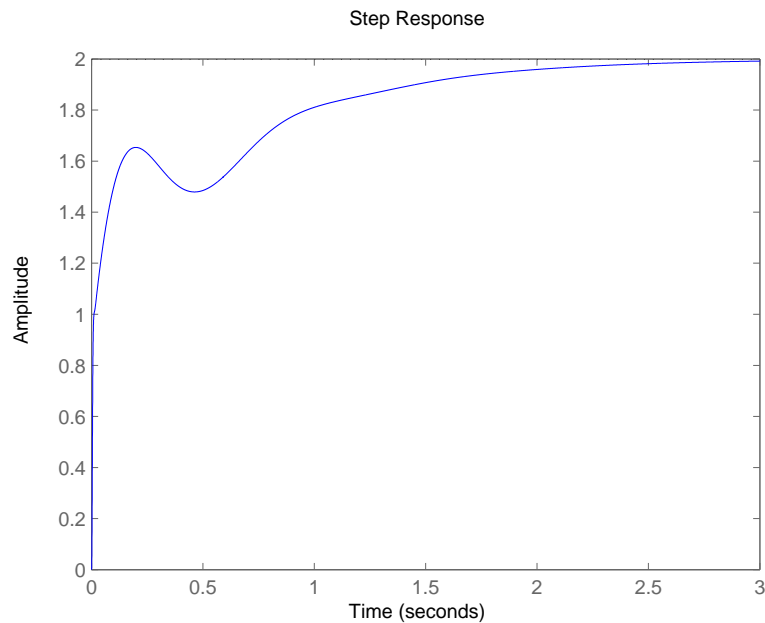
L =

          160.4 s^3 + 3119 s^2 + 2.022e04 s + 4.368e04
-----
4.59e-10 s^7 + 1.878e-06 s^6 + 0.002675 s^5 + 1.468 s^4 + 203.1 s^3
+ 487.8 s^2 + 12000 s

Continuous-time transfer function.

```



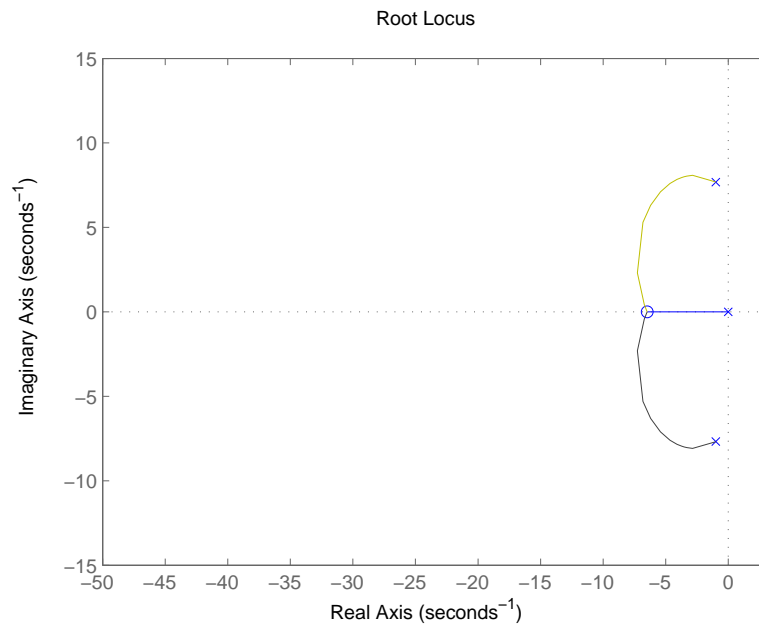
Avendo scelto questo guadagno, si ha $\omega_c \approx 23.1 \frac{rad}{s}$ ed il margine di fase corretto. Tutte le specifiche frequenziali sono state rispettate. L'unica cosa che non si rispetta è il tempo di assestamento (che è attorno ai 4 secondi).

3.2.3. Analisi del luogo delle radici

Analizziamo il luogo delle radici della funzione d'anello.

```
figure(11);
rlocus(L);
axis([-50 3 -15 15]);
```

Per ridurre il tempo di assestamento provo a ricalibrare la rete di ritardo creata, in modo da allontanare ulteriormente gli zeri dall'origine. I quali, probabilmente, vengono attratti dal polo posto nel regolatore statico e fanno sì che si crei l'esponenziale lento che genera la coda di assestamento.



3.2.4. Ricalibrazione

Dato che il guadagno del sistema è libero, è facile imporre una pulsazione di attraversamento variando opportunamente il valore del guadagno.

Visto che non ho vincoli (al momento), relativi al limite superiore della pulsazione critica e che questa figura all'interno del calcolo dei coefficienti della rete di anticipo, scelgo di imporre una pulsazione di attraversamento maggiore, $\omega_c = 21$, successivamente, agendo sul guadagno, potrò fissare la pulsazione di taglio desiderata.

```
wc = 21;
```

```
tau = delta / (wc * sqrt(alpha));
```

```
% Dopo alcuni tentativi, trovo che il guadagno ideale è
```

```
us = 10^(22.6/20);
```

```
RegD = us*( ( ((1+tau*s)^3) ) / (( (1+ alpha*tau*s)^3)));
```

```
R = RegS * RegD;
```

```
L = R * G;
```

```
figure(99);
```

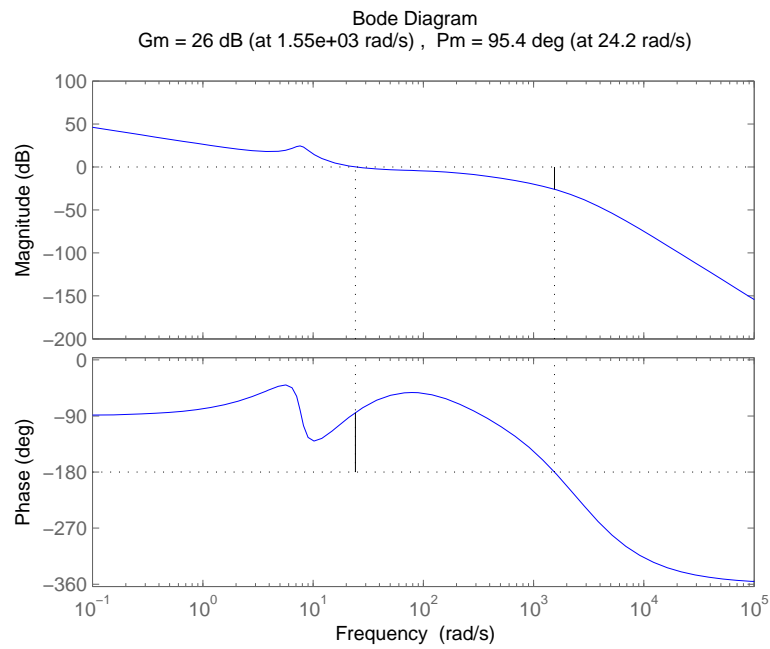
```
margin(L);
```

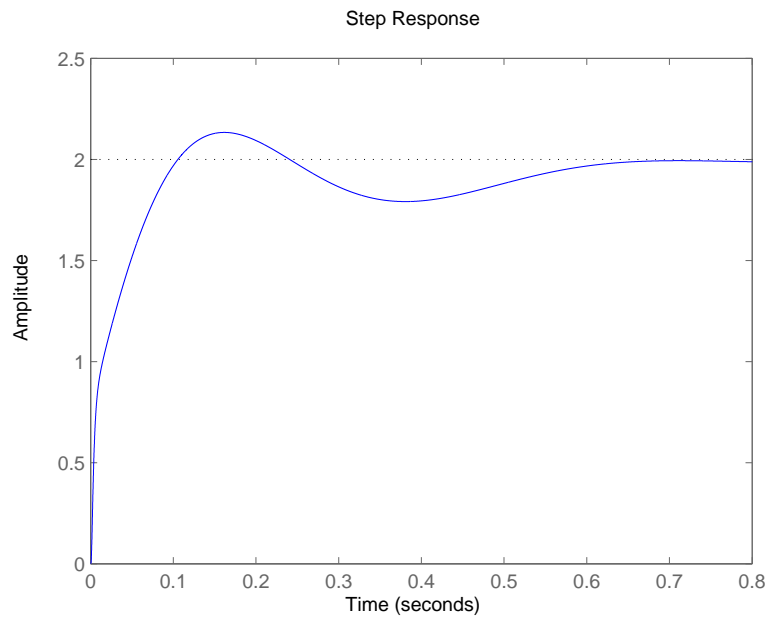
```
% mostro la risposta al gradino
```

```
figure(888);
```

```
step(2 * feedback(L,1));
```

La risposta è buona, ora rispetta il tempo di assestamento. Il vincolo sulla sovraelongazione non è più rispettato, ma ovvierò a questo inconveniente mediante una rete di compensazione (vedi dopo).





Rumore di misura ad alta frequenza

Per tenere in conto del rumore di misura ad alte frequenze, introduco nel regolatore dinamico 3 poli ad alta frequenza che eliminano dall'uscita l'influenza del rumore. Li posiziono tatticamente una decade prima del rumore di misura.

```
RegD = RegD / (((1 + 0.004*s)^3));

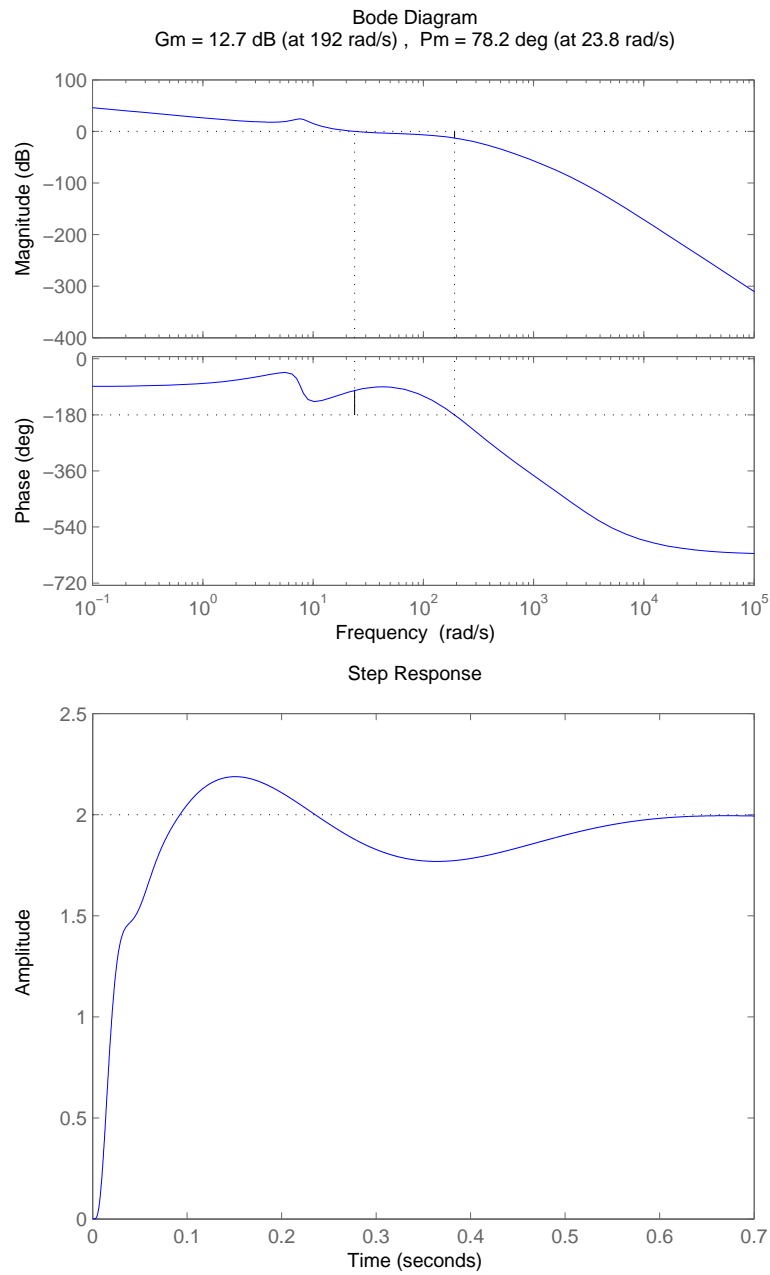
R = RegS * RegD; % Ridefinisco il regolatore

L = R * G; % Ridefinisco R

[LGm, LPm, Wgm, Wpm] = margin(L);
figure(666);
margin(L);

figure(999);
step(2 * feedback(L,1));
```

L'introduzione dei poli non ha modificato moltissimo le specifiche frequenziali, che risultano tutt'ora rispettate.



4. Simulink

Inserisco un pre-filtro, in modo da eseguire un'operazione di pre-fitraggio del segnale di riferimento, cioè in modo da alterare le componenti frequenziali di

questo che sono iniettate nel sistema in retroazione.
Ricordando che

$$Y(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} C(s)W(s) = F(s)C(s)W(s)$$

e che

$$U(s) = \frac{R(s)}{1 + R(s)G(s)} C(s)W(s) = Q(s)C(s)W(s)$$

Allora con il compensatore C (definito PF in Matlab) posso modificare: 1. La funzione di trasferimento fra il riferimento e l'uscita 2. La funzione di trasferimento tra il riferimento e la variabile di controllo
Scegliendo un compensatore nella forma:

$$C(s) = \frac{\omega_a}{\omega_a + s}$$

Dove ω_a è scelta in modo da far agire il polo del compensatore lievemente in anticipo rispetto alla pulsazione critica del regolatore, in modo da attenuare le componenti spettrali in ingresso, riducendo la sovraelongazione. Questo a discapito del tempo di assestamento, nel quale, però, eravamo già ampiamente in specifica.

Scegliendo $\omega_a = \frac{\omega_c}{1.1}$ riesco a rispettare tutte le specifiche di progetto.

```
wc = Wpm;
wa = wc / 1.1;
```

```
PF = wa / ( wa + s );
```

4. Funzioni di sensitività

```
% Funzione di sensitività complementare
F = minreal(L/(1+L));
figure(5);
bode(F, P);
grid on;
title('Funzione di sensitività' complementarè);
```

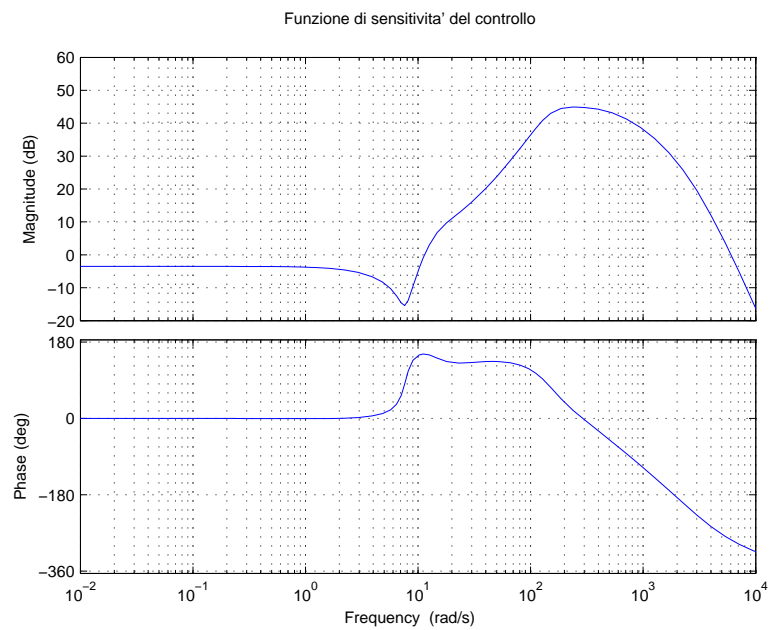
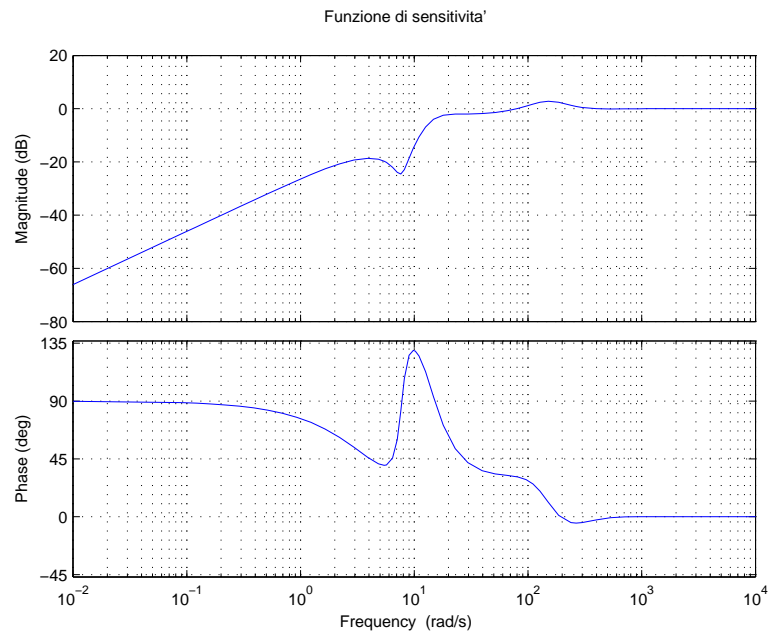
```
% Funzione di sensitività
S = minreal(1/(1+L));
figure(5);
bode(S, P);
grid on;
title('Funzione di sensitività'');
```

```
% Funzione di sensitività del controllo
Q = minreal(R/(1+L));
figure(6);
```

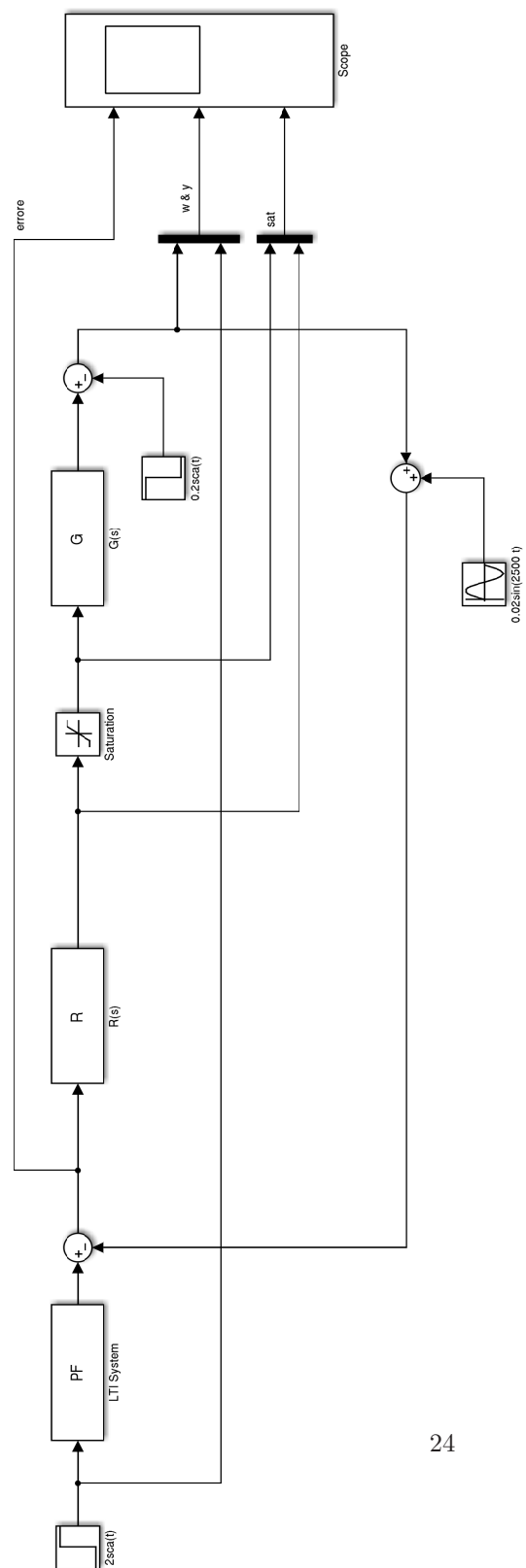
```

bode(Q, P);
grid on;
title('Funzione di sensitività' del controllò);

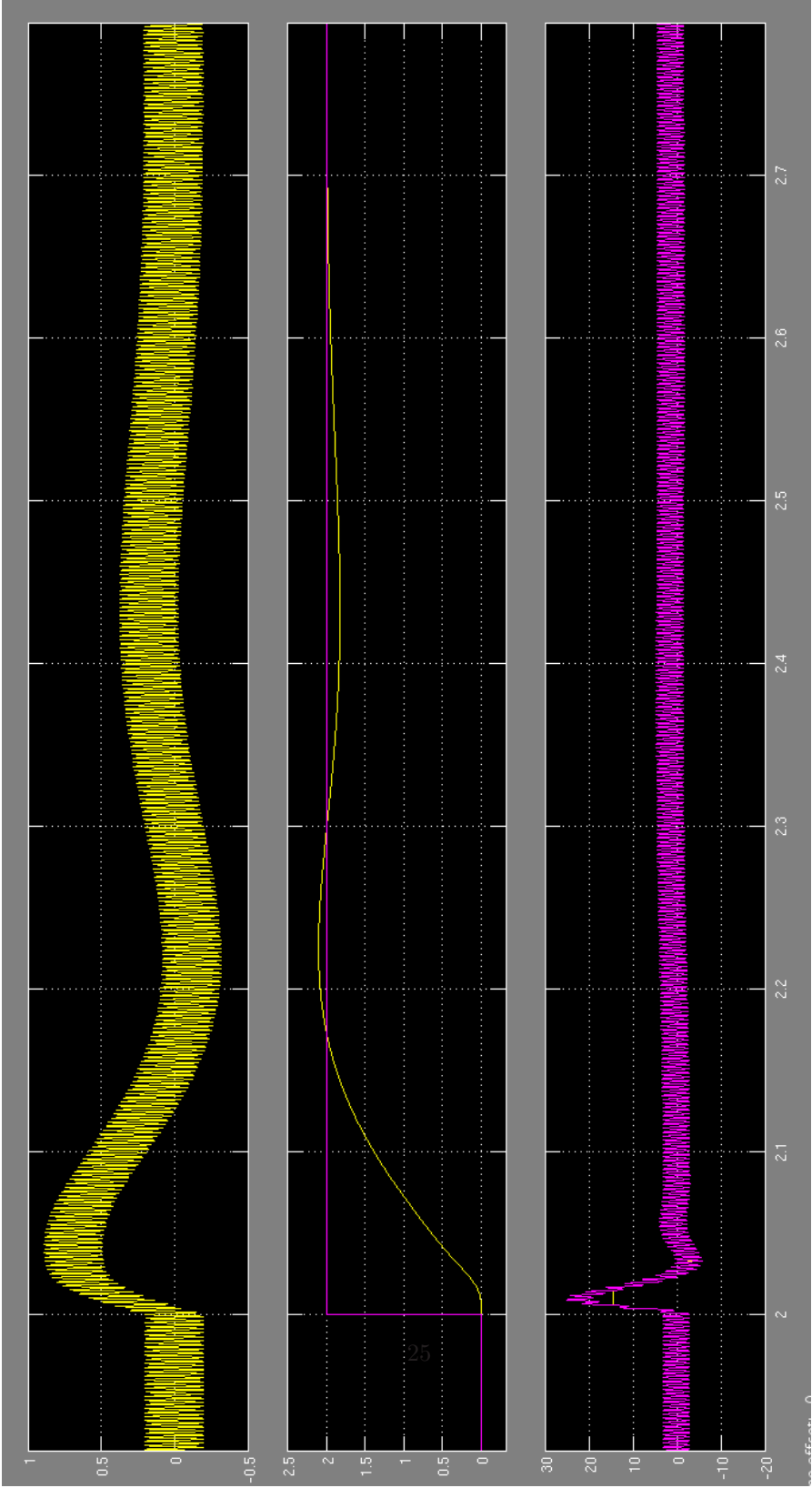
```

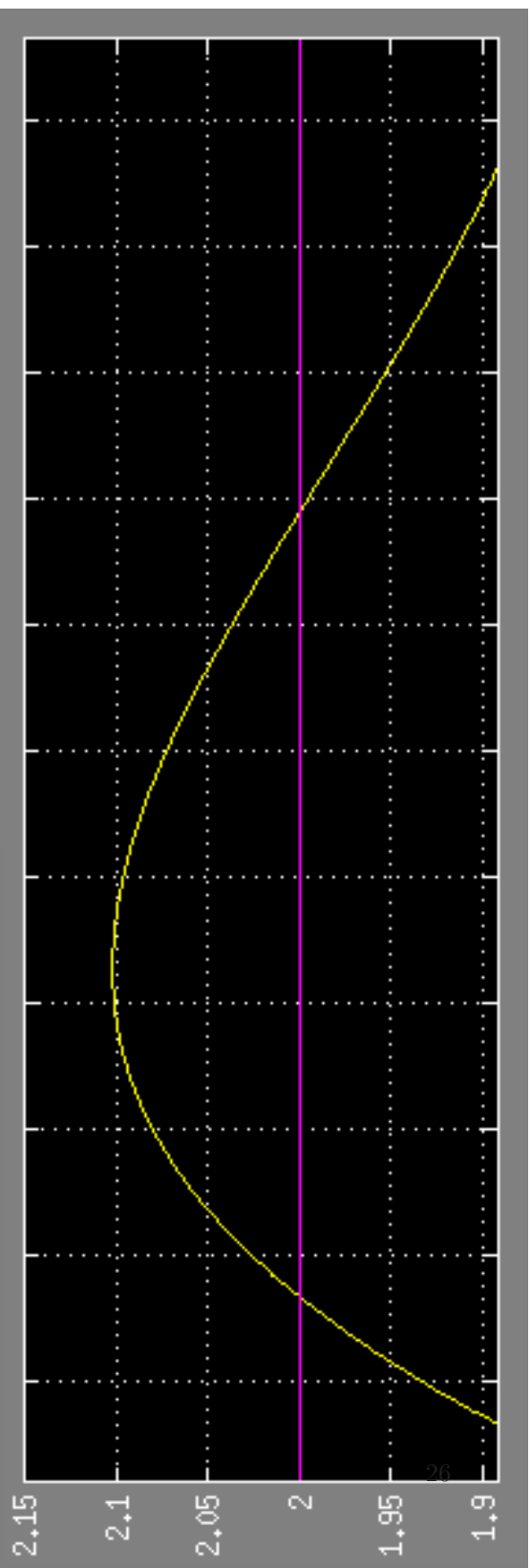


4.1 Schema di simulazione



4.1 Simulazione





Osservando attentamente la simulazione si nota come tutti i parametri e le specifiche di progetto vengano rispettate correttamente. Come intervallo della saturazione dell'attuatore vengono scelti i valori $[-4.5, 14.5]$ al fine di garantire la corretta gestione del transitorio.