

Исследование и оптимизация конструкции вакуумной пушки

*Вопрос по выбору на экзамен по общей физике
(термодинамика и молекулярная физика)*

Захаров Алексей, Казиков Сергей, Луговцов Глеб

Содержание

1 Цель исследования	3
2 Экспериментальная установка	3
3 Теоретические подходы	5
3.1 Простейшая модель	5
3.2 Вклад других факторов	6
4 Экспериментальные данные	8
5 Сопоставление результатов и выводы	10
6 Приложение	11
6.1 Баллон с дополнительным давлением	11
6.2 Сопло Лаваля	13

1 Цель исследования

Целью исследования является нахождение теоретической зависимости скорости снаряда от его массы и длины пушки и сопоставление этой зависимости с экспериментальными данными для нахождения оптимальной длины пушки $l_{\text{опт.}}$.

2 Экспериментальная установка

Наша экспериментальная установка состоит из полипропиленовой трубы с начальной длиной 4м и внутренним радиусом 20.7мм, нескольких снарядов, массы которых равны 4.3, 5.7, 8.6грамм соответственно и вакуумного насоса.

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 1.

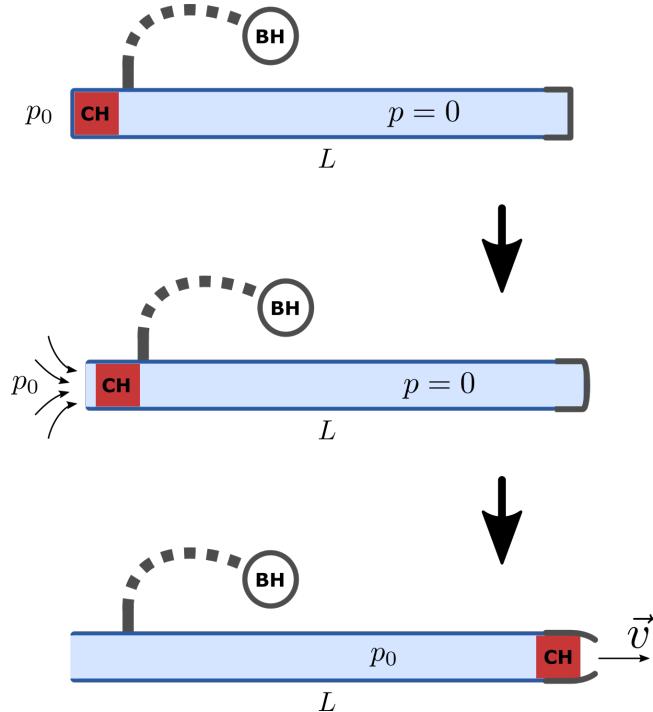


Рис. 1: Схема работы экспериментальной установки



Рис. 2: Фото установки

Каждый раз при выстреле будем откачивать трубку до возможного минимума давления. Найдём рэкспериментальным путём, подключив манометр к трубе и зафиксируем $t_{\text{уст}}$:

$$p_{\text{тр}} = 0.015p_0$$

где $t_{\text{уст}} = 60$ с – время установления давления.

Порядок действий и поведение пушки при выстреле:

1. Герметично заклеиваем скотчем оба конца трубы;
2. Начинаем откачку воздуха вакуумным насосом;

3. После истечения времени установления $t_{уст}$ производим резкую разгерметизацию того конца трубы, в котором находится снаряд;
4. В результате этого за счёт резкого перепада давления снаряд разгоняется входящим потоком воздуха до определённой скорости, зависимость которой от длины трубы мы и попытаемся найти далее.

3 Теоретические подходы

Для описания процессов, происходящих в пушке во время выстрела, мы будем использовать несколько теоретических подходов, которые отличаются приближённостью к реальным условиям. В результате мы сможем сравнить эти подходы с экспериментальными данными и найти оптимальный из них.

3.1 Простейшая модель

Рассмотрим простейшую модель движения снаряда в пушке. Силы, действующие на снаряд изображены на рис. 3.

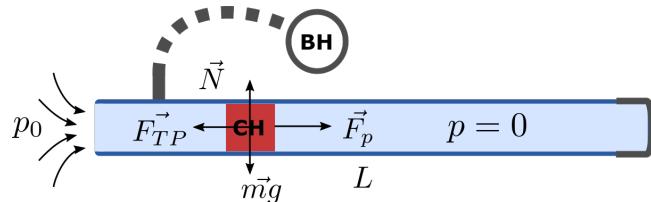


Рис. 3: Простейшая модель

Для определения коэффициента трения между снарядом и трубой проведём ряд опытов и определим угол, при котором снаряд начинает скатываться по пушке. Тогда:

$$\mu = \tan \alpha = 0.238$$

Из Второго закона Ньютона и формул кинематики:

$$(p_0 - p_{\text{tp}})S_{\text{ch}} - \mu mg = ma \quad (1)$$

$$v = \sqrt{2la} = \sqrt{2l \cdot \left(\frac{p_0 - p_{\text{tp}}}{m} S_{\text{ch}} - \mu g \right)} \quad (2)$$

получили зависимость скорости от длины трубы.

3.2 Вклад других факторов

В реальности же эта модель очень слабо приближает нас к эксперименту, так как мы не учитываем *давление, создаваемое воздухом, «забегающим» вперёд снаряда*, которое оказывает действительно значительный вклад в изменение скорости снаряда и *трение снаряда о воздух*. Экспериментально удалось выяснить, что в какой-то момент после выстрела давление перед снарядом оказывается настолько большим, что разрывает скотч на противоположном конце трубы:

$$p_{\text{kp}} = 1.8 \text{ atm}$$

– из эксперимента.

Рассмотрим вклад каждого из вышупомянутых параметров:

Давление забегающего вперёд воздуха

Для свободного перемещения снаряда по трубе, его диаметр немного отличается от внутреннего диаметра трубы. Из-за этого между снарядом и стенками трубы образуется небольшой зазор, площадь которого равна:

$$S_3 = S_{\text{тр}} - S_{\text{сн}} \approx 28.6 \text{ мм}^2$$

Из-за разности давлений между воздухом перед снарядом и после снаряда, часть воздуха будет «забегать» вперёд снаряда через эту площадь. Таким образом по мере движения снаряда в трубе, давление перед снарядом будет возрастать от $p_{\text{тр}}$ до $p_{\text{кр}} > p_0$. Значит, ускорение снаряда будет уменьшаться по некоторому закону $a = a(t)$, то есть реальная скорость будет меньше, чем мы получили в первой оценке.

Трение снаряда о воздух

Оценим трение снаряда о воздух, используя число Рейнольдса Re :

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta} \approx 4 \cdot 10^5$$

очевидно, течение турбулентное. Отсюда следует, что силы вязкого трения пренебрежимо малы, значит, в дальнеших оценках мы не будем их учитывать.

4 Экспериментальные данные

Проведём серию опытов по определению скорости вылета снаряда из трубы.

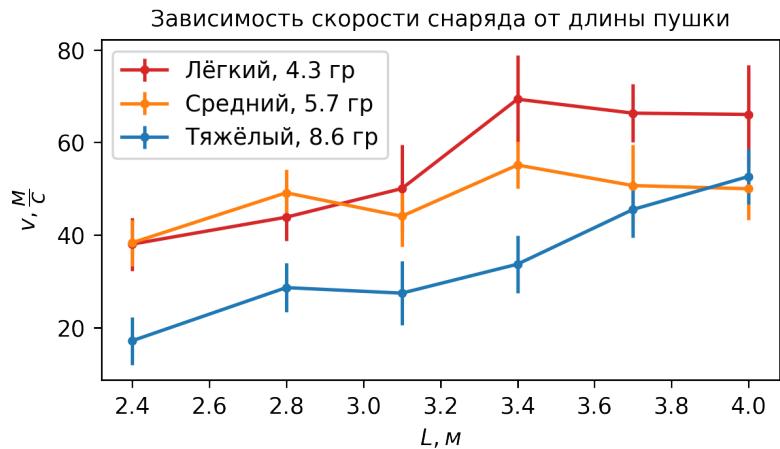
Установка для определения скорости изображена на рис. 4.



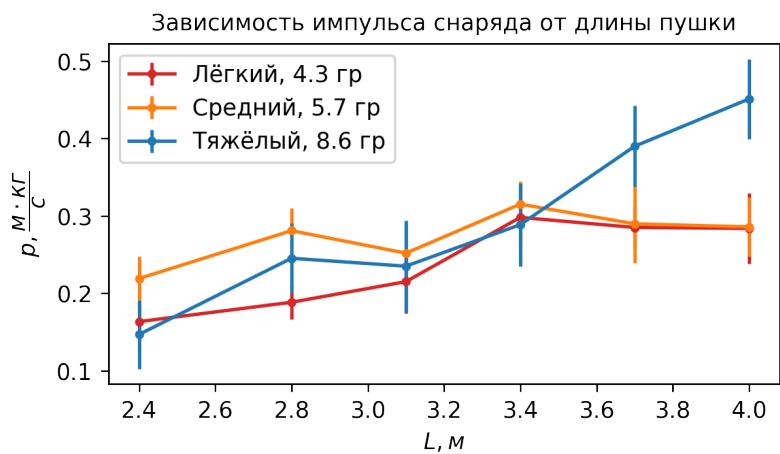
Рис. 4: Установка для определения скорости снаряда

Скорость будем измерять с помощью скоростной съёмки. В сумме нами было проведено около 100 измерений, которые мы поместили на график в зависимости от длины трубы, которую мы постепенно укорачивали, отрезая небольшие куски (рис. 5).

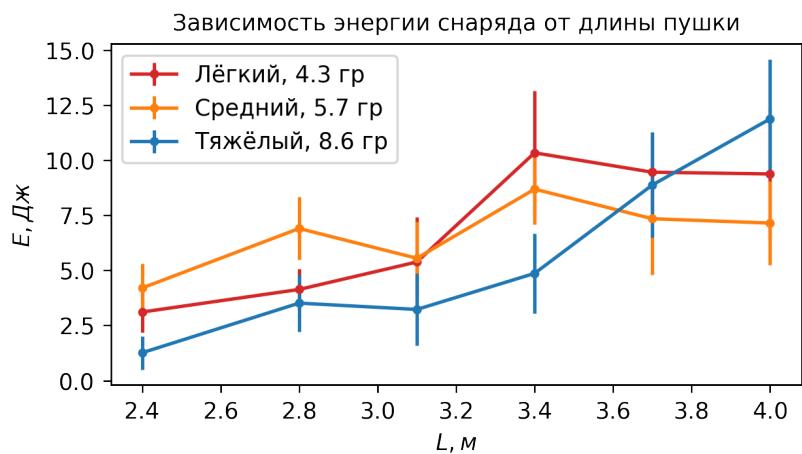
Так как количество измерений было невелико, а скорость измерялась с достаточно большой точностью, то основной вклад в погрешность составила случайная ошибка.



(а) Зависимость скорости от длины



(б) Зависимость импульса от длины



(с) Зависимость энергии от длины

Рис. 5: Зависимость характеристик снаряда на вылете от длины пушки

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2}{n(n - 1)}} \quad (3)$$

А погрешность измерения скорости составила около:

$$\Delta v \approx \frac{\Delta l}{t} \approx 5 \text{ м/с}$$

Так как время измерялось с точностью до микросекунд ($\Delta l \gg \Delta t$).

Высокую относительную погрешность мы объясняем малым количеством измерений и неровностью поверхности трубы, из-за чего снаряд при, казалось бы, одинаковых условиях вёл себя совершенно по-разному.

5 Сопоставление результатов и выводы

Сопоставим теоретические результаты простейшей модели с экспериментальными данными (рис. 6).

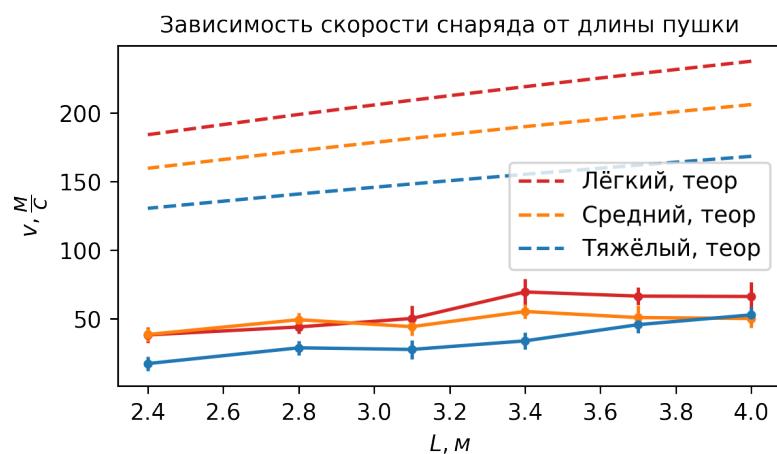


Рис. 6: Сравнение экспериментальной и теоретической кривых

Как и предполагалось, забегающий воздух значительно влияет на скорость вылетающего снаряда. Отсюда можно сделать вывод, что для оптимизации конструкции пушки нужно уменьшить зазор между снарядом и трубой, при этом не сильно увеличив силу трения.

Из графиков зависимости скорости, импульса и энергии для лёгкого и среднего снарядов $m_{\text{л}} = 4.3$ гр, $m_{\text{ср}} = 5.7$ гр можно сделать вывод, что начиная с длины $l_{max} \approx 3.4$ м эти величины выходят «на плато», то есть оптимальная длина пушки будет равна $l_{\text{опт}}^{\text{л+ср}} = l_{max} = 3.4$ м.

Для тяжёлого снаряда $m_{\text{т}} = 8.6$ гр можно предположить, что из-за большей инертности относительно других снарядов его скорость в среднем меньше, значит, перед ним успевает набежать больше воздуха и критическое давление достигается раньше. В связи с этим разрыв скотча происходит раньше, поэтому сила со стороны выхода будет меньше, и из-за чего ему удаётся потерять меньше импульса.

6 Приложение

Для увеличения скорости снаряда мы придумали несколько способов оптимизации конструкции пушки.

6.1 Баллон с дополнительным давлением

Как следует из простейшей модели, чем больше входное давление, тем большую скорость разовьёт снаряд. Поэтому мы подключили баллон, в который



Рис. 7: Заполнение баллона воздухом

накачали повышенное давление $p_6 = 5p_0$ и замерили выходную скорость снаряда массой $m = 10.4$ гр. Оказалось, что с дополнительным давлением скорость, энергия и импульс составили:

$$v_6 = 93.1 \frac{\text{М}}{\text{с}} = 1.77v_{max}$$

$$p_6 = 0.97 \frac{\text{КГ}\cdot\text{М}}{\text{с}} = 2.14p_{max}$$

$$E_6^{\text{кин}} = 45.07 \text{ Дж} = 3.78E_{max}^{\text{кин}}$$

Здесь же мы сравниваем полученные значения с максимальной скоростью, импульсом и энергией самого тяжёлого снаряда массой $m_t = 8.6$ гр. Видно, что дополнительное давление дало хороший результат.

6.2 Сопло Лаваля

Анализ течения газа по каналам переменного сечения показывает, что скорость газа больше скорости звука может быть получена в комбинированном сопле, состоящем из суживающейся и расширяющейся частей. Такое сопло и называется соплом Лаваля. Схема сопла изображена на рис. 8.

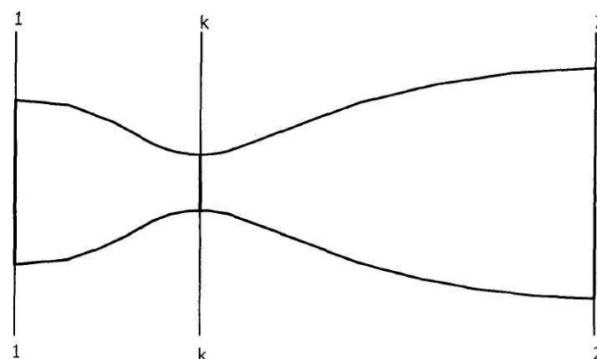


Рис. 8: Общий вид сопла Лаваля

Теоретический предел скорости снаряда равен скорости звука в воздухе. Для превышения этого предела, можно поставить на вход сопло Лаваля, на выходе которого воздух будет иметь скорость большее скорости звука, а значит, возрастёт и скорость снаряда.

Суживающаяся часть сопла Лаваля (между сечениями 1-1 и k-k) работает в области дозвуковых скоростей ($M < 1$), а расширяющаяся - в области

сверхзвуковых скоростей ($M > 1$), где M – число Маха. Переход потока из области дозвуковых скоростей в сверхзвуковой поток происходит в наименьшем (критическом) сечении сопла, в котором скорость потока равна местной скорости звука.

Закон изменения площади F канала с геометрическим воздействием на поток газа и связь его с законом изменения скорости потока W можно получить из уравнения адиабаты, закона сохранения массы и уравнения Бернулли. В этом случае уравнение имеет вид:

$$\frac{dF}{F} = \frac{dW}{W} \cdot (M^2 - 1) \quad (4)$$

где F – площадь поперечного канала, [м^2], W – скорость потока газа [$\frac{\text{м}}{\text{с}}$], M – число Маха. Если перепад давления недостаточен, то в минимальном сечении канала не будет достигаться критическая скорость $M = 1$. В этом случае поток, не достигая скорости звука в критическом сечении, не переходит в сверхзвуковой и расширяющаяся часть канала работает, как диффузор, то есть в ней происходит торможение потока вместо разгона. Что произошло и в нашем случае.

Список литературы

- [1] Д.В. Сивухин. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. Том II.
- [2] Б. А. Изотов. Расчёт и построение профиля сопла Лаваля. –
<http://elib.osu.ru/>
- [3] Н. А. Кириченко. Термодинамика, статистическая молекулярная физика.