Ecuaciones Diferenciales

Curso Dirigido

Escuela Profesional de Ingeniería Informática y Sistemas

Apellidos y nombres:

Examen de Ecuaciones Diferenciales

Problema 01

Determine si cada una de las siguientes ecuaciones es una ecuación diferencial ordinaria o una ecuación diferencial parcial. Si la ecuación es una ecuación diferencial ordinaria, determine (a) el orden de la ecuación diferencial ordinaria y (b) si la ecuación es lineal o no lineal.

1. $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} - 2y = x^3$
2. $y\dfrac{dy}{dx} + y^4 = senx$
3. $\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad c > 0$ (constante)
4. $y''' - 2y'' + 5y' + y = e^x$
5. $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 + y = 0$

Problema 02

Resolver: $(y^2cosx - 3x^2y - 2x)dx + (2ysenx - x^3 + lny)dy = 0$

Problema 03

Verificar que la función dada $u(x,y) = e^{-(y-2x)}cos(y-2x)$ es solución de la ecuación diferencial $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 4\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 4\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$

Problema 04

Resuelva la siguiente ecuación diferencial ordinaria no homogénea de segundo orden utilizando el **método de variación de parámetros**:

$$y'' - y = e^x$$

1. Determine la solución general de la ecuación diferencial homogénea asociada.
2. Aplique el método de variación de parámetros para hallar una solución particular.
3. Escriba la solución general de la ecuación diferencial dada.

Solución

Problema 05

Un sistema mecánico masa–resorte se utiliza para modelar la vibración de un equipo de transporte de productos. El sistema está compuesto por una masa de $m = 2\,\text{kg}$ unida a un resorte con constante elástica $k = 8\,\text{N/m}$ y un amortiguador con coeficiente de amortiguamiento $c = 4\,\text{N·s/m}$.

La masa se desplaza sobre una superficie horizontal sin fricción y se mide el desplazamiento $x(t)$ desde la posición de equilibrio. Sobre el sistema no actúan fuerzas externas.

1. Plantee la ecuación diferencial que modela el movimiento del sistema.
2. Determine la ecuación diferencial explícita del sistema.
3. Halle la solución general de la ecuación diferencial.
4. Clasifique el tipo de movimiento del sistema (subamortiguado, críticamente amortiguado o sobreamortiguado).
5. Interprete físicamente el comportamiento del sistema en función del tiempo.

Solución

Problema 06

Resuelva la siguiente ecuación diferencial ordinaria utilizando la **transformada de Laplace**:

$$y'' + 3y' + 2y = e^{-t}, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0$$

1. Aplique la transformada de Laplace a la ecuación diferencial.
2. Determine la función $Y(s)$.
3. Calcule la transformada inversa de Laplace y obtenga la solución $y(t)$.

Problema 07

Utilice *Python* para resolver numéricamente la siguiente ecuación diferencial ordinaria empleando el método de Euler:

$$\frac{dy}{dx} = x - y, \quad y(0) = 1$$

en el intervalo $0 \leq x \leq 2$, con paso $h = 0.2$. En caso que contenga error debe corregir.

```
import numpy as np

# Definición de la ecuación diferencial
def f(x, y):
    return x - y

# Parámetros iniciales
x0 = 0
y0 = 1
h = 0.2
xf = 2

# Inicialización
x = x0
y = y0

# Método de Euler
while x <= xf:
    print(f"x = {x:.1f}, y = {y:.4f}")
    y = y + h * f(x, y)
    x = x + h
```

a) Ejecute el código y complete la tabla de valores.

b) Interprete el comportamiento de la solución obtenida.

c) Ejecute el código para otra ecuación diferencial que Ud considere.