

MATEMATICA BASICA

Virgilio Quispe Delgado

Universidad Nacional Micaela Bastidas

Fecha: 09 de Enero del 2026 Hora:17:45:07

Ejercicio 1.

Hallar A^{-1} para la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Solución

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 \\ \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 \\ & & \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 \\ \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & & & & \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 \\ & \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 \\ & & \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 \\ \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 10/3 & -1/3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 2/3 & & & \\ 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 2/3 & -4/3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 2/3 & -4/3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 10/3 & -4/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 2/3 & -4/3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 2/3 & -4/3 & 1 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 2/3 & -4/3 & 1 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 2/3 & -4/3 & 1 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 2/3 & -4/3 & 1 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 2/3 & -4/3 & 1 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A|I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 7/3 & 2/3 & -4/3 & 1 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 \\ & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 24/7 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 24/7 & -6/7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 24/7 & -6/7 & 1/7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 24/7 & -6/7 & 1/7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & -1/3 & 10/3 & -2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 24/7 & -6/7 & 1/7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & 0 & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 & 5/12 & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 & 5/12 & -1/12 \\ 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 & 5/12 & -1/12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 & 5/12 & -1/12 \\ 0 & 0 & 1 & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 & 5/12 & -1/12 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 & 5/12 & -1/12 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 & 5/12 & -1/12 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix} = (I|B).$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/7 & 5/7 & -2/7 & 0 \\ 0 & 1 & 2/7 & -4/7 & 3/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 & 5/12 & -1/12 \\ 0 & 0 & 1 & -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix} = (I|B).$$

Matriz inversa de A es:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3/4 & -7/24 & -1/24 \\ -1/2 & 5/12 & -1/12 \\ -1/4 & 1/24 & 7/24 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 2.

Hallar A^{-1} para la matriz, empleando el método de las transformaciones elementales

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Solución

3	3	-4	-3	1	0	0
0	6	1	1	0	1	0
5	4	2	1	0	0	1
2	3	3	2	0	0	0

1	1	$-4/3$	-1	$1/3$	0	0
0	6	1	1	0	1	0
5	4	2	1	0	0	1
2	3	3	2	0	0	0

1	1	$-4/3$	-1	$1/3$	0	0
0	6	1	1	0	1	0
0	-1	$26/3$	6	$-5/3$	0	1
0	1	$17/3$	4	$-2/3$	0	0

1	1	$-4/3$	-1	$1/3$	0	0
0	1	$1/6$	$1/6$	0	$1/6$	0
0	-1	$26/3$	6	$-5/3$	0	1
0	1	$17/3$	4	$-2/3$	0	0

1	0	$-3/2$	$-7/6$	$1/3$	$-1/6$	0
0	1	$1/6$	$1/6$	0	$1/6$	0
0	0	$53/6$	$37/6$	$-5/3$	$1/6$	1
0	0	$11/2$	$23/6$	$-2/3$	$-1/6$	0

1	0	$-3/2$	$-7/6$	$1/3$	$-1/6$	0
---	---	--------	--------	-------	--------	---

Matriz inversa de A es:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -7 & 5 & 12 & -19 \\ 3 & -2 & -5 & 8 \\ 41 & -30 & -69 & 1118 \\ -59 & 43 & 99 & -159 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 3.

Hallar la matriz X que cumple $(X - I)B + 3C = D$ donde:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 3 & 0 \\ 4 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -4 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 3 \\ -1 & 2 & -10 \\ 12 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

Solución

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1/2 & 5/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1/2 & 5/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 9/2 & 15/2 & 3/2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -6 & -2 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1/2 & 5/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5/3 & 1/3 & 2/9 & 0 \\ 0 & -4 & -6 & -2 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 5/3 & 1/3 & -1/9 & 0 \\ 0 & 1 & 5/3 & 1/3 & 2/9 & 0 \\ 0 & 0 & 2/3 & -2/3 & 8/9 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 5/3 & 1/3 & -1/9 & 0 \\ 0 & 1 & 5/3 & 1/3 & 2/9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 4/3 & 3/2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -7/3 & -5/2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -2 & -5/2 \end{array}$$

Matriz inversa de B es:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -7/3 & -5/2 \\ 2 & -2 & -5/2 \\ -1 & 4/3 & 3/2 \end{bmatrix}$$

Nos pide: Hallar la matriz X que cumple $(X - I)B + 3C = D$

$$X =$$

Sistemas lineales de ecuaciones

Un conjunto de ecuaciones que tienen la forma

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1,$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2,$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m.$$

Se llama un sistema de ecuaciones lineales en las incógnitas x_1, x_2, \dots, x_n . Si b_1, b_2, \dots, b_m son todos cero, el sistema se llama homogéneo. Si no son todos cero, se llama no homogéneo. Cualquier conjunto de números x_1, x_2, \dots, x_n , que satisface la ecuación, se llama una solución del sistema.

En forma de matriz, la Ecuación se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix},$$

esto es:

$$Ax = b.$$

Una matriz es simplemente un conjunto rectangular de números. Las matrices se usan para organizar información en categorías que corresponden a los renglones y columnas de la matriz. Por ejemplo, un científico podría organizar información sobre una población de ballenas en peligro

	Inmaduras	Juveniles	Adultos
Machos	12	52	18
Hembras	15	42	11

Cuadro 1: Distribución de Machos y Hembras por Etapa

como sigue:

$$A = \begin{bmatrix} 12 & 52 & 18 \\ 15 & 42 & 11 \end{bmatrix}$$

Ésta es una forma compacta de decir que hay 12 machos inmaduros, 15 hembras inmaduras, 18 machos adultos, etc.

Notación matricial de un Sistema. Soluciones

Aplicaremos matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} & \text{b)} & \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 5x - y + 3z = 3 \end{cases} & \text{c)} & \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 4x - 2y + z = 1 \\ x + y - 2z = 3 \end{cases} \end{array}$$

Encontrar soluciones a estos sistemas implica hallar valores de las variables que cumplan todas las ecuaciones a la vez.

Podemos representar los sistemas anteriores, como un producto matricial, con una matriz A llamada de los coeficientes, una matriz X , llamada matriz de las incógnitas y una matriz b , llamada matriz del término independiente:

$$AX = b$$

La matriz aumentada de un sistema lineal

En esta sección representamos un sistema lineal por medio de una matriz, llamada matriz aumentada del sistema:

Sistema lineal

$$\begin{cases} 2x - y = 5 & \text{(Ecuación 1)} \\ x + 4y = 7 & \text{(Ecuación 2)} \end{cases} \quad (1)$$

Matriz aumentada

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix} \quad (2)$$

La matriz aumentada contiene la misma información que el sistema, pero en una forma más sencilla. Las operaciones que aprendimos para solucionar sistemas de ecuaciones se pueden realizar ahora en la matriz aumentada

Ejercicio 1.

(La matriz aumentada de un sistema lineal) escribir un sistema de ecuaciones lineales como una matriz, llamada la matriz aumentada del sistema

Sistema lineal

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 5 & \text{(Ecuación 1)} \\ x + 3y - z = 0 & \text{(Ecuación 2)} \\ -x + 4z = 11 & \text{(Ecuación 3)} \end{cases} \quad (3)$$

Matriz aumentada

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 11 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Ejercicio 2.

Escriba la matriz aumentada del siguiente sistema de ecuaciones.

Sistema

$$\begin{cases} x + y - z = 1 & \text{(Ecuación 1)} \\ x + 2z = -3 & \text{(Ecuación 2)} \\ 2y - z = 3 & \text{(Ecuación 3)} \end{cases} \quad (5)$$

Matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{ccc|c} & & & \end{array} \right] \quad (6)$$

Ejemplo.

Resolver por transformaciones elementales el sistema:

$$2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2$$

$$4x_1 + 6x_2 - x_3 = 23$$

$$2x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 24$$

Solución

Matriz aumentada del sistema:

$$\begin{array}{cccc} 2 & -5 & 2 & -2 \\ 4 & 6 & -1 & 23 \\ 2 & 7 & 4 & 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & -5/2 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & -1 & 23 \\ 2 & 7 & 4 & 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & -5/2 & 1 & -1 \\ 0 & 16 & -5 & 27 \\ 0 & 12 & 2 & 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & -5/2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -5/16 & 27/16 \\ 0 & 12 & 2 & 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 7/32 & 103/32 \\ 0 & 1 & -5/16 & 27/16 \\ 0 & 0 & 23/4 & 23/4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 7/32 & 103/32 \\ 0 & 1 & -5/16 & 27/16 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Como la ultima matriz tiene la forma escalonada reducida, la solucion del sistema es:

$$\begin{aligned}x_1 &= 3, x_2 = 2, x_3 = 1 \\ \implies X &= (3, 2, 1)^t\end{aligned}$$

Ejercicio 2. (flata revisar)

Resolver por transformaciones elementales el sistema:

$$3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3$$

$$x_1 + x_2 + 0x_3 - 4x_4 = -3$$

$$x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22$$

Solución

Matriz aumentada del sistema:

3	-2	-5	1	3
2	-3	1	5	-3
1	1	0	-4	-3
1	-1	-4	9	22

1	$-2/3$	$-5/3$	$1/3$	1
2	-3	1	5	-3
1	1	0	-4	-3
1	-1	-4	9	22

1	$-2/3$	$-5/3$	$1/3$	1
0	$-5/3$	$13/3$	$13/3$	-5
0	$5/3$	$5/3$	$-13/3$	-4
0	$-1/3$	$-7/3$	$26/3$	21

1	$-2/3$	$-5/3$	$1/3$	1
0	1	$-13/5$	$-13/5$	3
0	$5/3$	$5/3$	$-13/3$	-4
0	$-1/3$	$-7/3$	$26/3$	21

1	0	$-17/5$	$-7/5$	3
0	1	$-13/5$	$-13/5$	3
0	0	6	0	-9
0	0	$-16/5$	$39/5$	22

1	0	$-17/5$	$-7/5$	3
---	---	---------	--------	---
