# Thomas Gallouët



### Position actuelle

Depuis Post-doctorant, CMLS, École polytechnique, Paris. septembre Sous la direction de Yann Brenier et Quentin Mérigot. 2015

## Parcours professionnel

- 2014–2015 **Post-doctorant**, Université Libre de Bruxelles et Equipe-projet MEPHYSTO, Inria Lille Nord Europe, Bruxelles, Belgique. Sous la direction d'Antoine Gloria.
- 2012–2014 **Post-doctorant**, Equipe-projet MEPHYSTO, Inria Lille Nord Europe, Villeneuve d'Ascq.
  Sous la direction de Claire Chainais-Hillairet.
- 2011 2012 **ATER**, *ENS Lyon*, UMPA.
- 2008 2011 Allocataire de Recherche et Moniteur, ENS Lyon, UMPA [2008-2009, ~10 mois d'arrêt de travail suite accident].
- 2009 2010 **Séjours à l'Australia's National University**, Canberra, Australie, 2x 3 mois.

  Sous la direction de Neil Trudinger.
- 2004 2008 Elève normalien de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon, ENS Lyon.

# Formation-Diplômes

Décembre **Doctorat de Mathématiques**, *ENS Lyon*, *UMPA*, Transport Op-2012 timal : Régularité et Applications. *Directeur : Cédric Villani*, thèse

réalisée et soutenue à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon. Jury : Vincent Calvez, Jose Antonio Carrillo, Lucilla Corrias, Ludovic

- Juillet 2007 Agrégation de Mathématiques, rang 70.
- Juillet 2007 Master 2 Recherche de Mathématiques, ENS Lyon, Mention Bien.

Rifford, Sylvia Serfaty, Cédric Villani, Hatem Zaag.

## Thèmes de recherche

- Transport optimal et flot gradient équations d'advection-diffusion homogène -Keller-Segel - Euler incompressible - définition et implémentation de schémas numériques adaptés.
- Analyse des équations aux dérivées partielles analyse numérique méthodes volumes finis.

— Régularité du transport optimal sur des variétés riemanniennes et ses contraintes géométriques.

# Responsabilités administratives et collectives

Reviewer, Communications in Partial Differential Equations, CPDE.

- 2015 Participation à l'organisation de la rencontre "Gradient flows in Paris", Supporté par l'ANR Geopor, Paris 6 juin 2015.
- 2010 2012 **Conseil du laboratoire**, Membre élu du conseil du Laboratoire de Mathématiques, représentant des doctorants, ENS Lyon, UMPA.

# Activités d'enseignement

J'ai deux expériences d'enseignement complémentaires. La première à l'ENS Lyon avec un public de mathématiciens. La deuxième à L'Université Libre de Bruxelles avec des élèves de Bio-ingénierie et de Chimie. Les pédagogies pour ces enseignements sont très différentes. Cette année je vais aussi donner des TD/tutorat pour le M2 Orsay/École polytechnique.

Le Syllabus du cours MATH-F214 ainsi que les feuilles de TD sont disponibles sur ma page web.

—À l'École polytechnique-Orsay

2015-2016 Transport Optimal, M2 Mathématique, Td/tutorat, 24h.

Enseignant : Yann Brenier Méthodes de transport optimal en analyse et en géométrie.

- À l'Université Libre de Bruxelles
- 2013-2014 Complément de Mathématiques F214, L2/BA2 Chimie et Bioingénierie, Cours, 24h.

Titulaire du cours. Analyse complexe ; Série de Fourier ; Opérateurs ; Transformée de Fourier ; Transformée de Laplace.

— À l'ENS Lyon

2011-2012 Equations aux Dérivées Partielles, L3 Math., TD, 36h.

Enseignant: Vincent Calvez.

Topologie/Calcul différentiel, L3 Math., TD, 36h.

Enseignant: Laurent Berger.

EDP elliptiques, Préparation à l'Agrégation de Math., Cours, 4h.

Préparation à l'Agrégation de Math., Oraux Blancs, 12h.

2010-2011 Calcul différentiel, L3 Math., TD, 36h.

Enseignant: Jean-Claude Sikorav.

Préparation à l'Agrégation de Math., Oraux Blancs, 12h.

2009-2010 **Topologie**, *L3 MATH*, TD, 36h.

Enseignant: Jean-Claude Sikorav.

Préparation à l'Agrégation de Math., Oraux Blancs, 12h.

2007-2008 Analyse complexe, L3 Math., TD, 36h.

Enseignant: Martin Deraux.

— Autres Activités d'enseignement

2011-2012 **Tutorat**, ENS Lyon, UMPA, 24h.

- 2010-2011 **Diffusion du savoir**, Exposés de mathématiques au collège et participation à MathALyon.
- 2008-2011 **Tutorat**, ENS Lyon, UMPA, 12h/an.

appliquer à des EDPs non linéaires.

2008-2011 Colles, Classe passerelle de l'ENS Lyon (MPSI) et Lycée du Parc (MP).

# Participation à des groupes de recherches

- 2014-2017 Membre de la proposition de projet ANR MAGA, porteur du projet : Q. Mérigot.

  L'ANR MAGA à pour but de developper des solvers numériques pour l'équation de Monge-Ampère (donc pour le transport optimal) et de les
- 2015-2016 **Transport Optimal et Théorie de l'information**, Participation à un groupe de travail sur le lien entre transport optimal et théorie de l'information à l'Université de Liège.

  Séances mensuelles.
- 2014-2017 Membre de l'ANR GeoPor, porteur du projet : C. Cancès.

  L'ANR GeoPor vise à réinterpréter sous forme de flots gradients les équations gouvernant les écoulements complexes en milieux poreux afin d'améliorer la compréhension des modèles et les performances des méthodes numériques associées.
- 2013-2014 **GT OT**, Animation d'un groupe de travail sur le transport optimal à l'Université Libre de Bruxelles.

  Sept séances : Existence du transport optimal; Transport optimal et approche flot gradient; Transport optimal et inégalités; Régularité du transport optimal.

## Invitations à des séminaires-conférences

- Août 2016 The cut locus: A bridge over differential geometry, optimal control and transport, Bangkok.
- Juillet 2016 Numerical Optimal Transportation, Montréal.
- Mars 2016 Laboratoire d'Analyse, Topologie, Probabilités, Marseille, Séminaire d'Analyse Appliquée.
- Mars 2016 **Tecnico Lisboa**, *Lisbonne*, Analysis, Geometry, and Dynamical Systems Seminar.
- Novembre **Mokalien Meeting**, *Université de Paris Dauphine*. 2015
- Septembre Workshop in Nonlinear PDEs, ULB, Bruxelles. 2015
- Août 2014 Université Libre de Bruxelles, Bruxelles, Brussels Summer School of Mathematics.
- Avr. 2014 Steklov Mathematical Institute, Russian Academy of Sciences, Moscou, International Youth Conference Geometry and Control.
- Nov. 2013 **Laboratoire Jean Kuntzmann**, *Grenoble*, Séminaire LJK-Géométrie-Images : Calcul des variations.

- Mai 2013 Institut Elie Cartan, Nancy, Séminaire de Géométrie.
- Mars 2013 Laboratoire d'Analyse, Topologie, Probabilités, Marseille, Séminaire d'Analyse Appliquée.
- Fév. 2013 Institut Fourier, Grenoble, Séminaire de Physique Mathématique.
- Janv. 2013 **Laboratoire J.A. Dieudonné**, *Nice*, Séminaire de Géométrie et Analyse.
- Nov. 2012 Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Chambéry, Journées EDP Rhones-Alpes Auvergne.
- Oct. 2012 Laboratoire Paul Painlevé Univ. Lille 1, Lille, Journée d'équipe Analyse numérique et EDP.
- Oct. 2012 Université Libre de Bruxelles, Bruxelles, Séminaire Analyse non linéaire et EDP.
  - 2011 Laboratoire Jean Kuntzmann, *Grenoble*, Séminaire pour le groupe de travail Transport Optimal.
  - 2010 Unité de Mathématiques Pures et Appliquées, Ecole Normale Supérieure de Lyon, Lyon, Sémin' ENS Lyon.
  - 2009 Unité de Mathématiques Pures et Appliquées, Ecole Normale Supérieure de Lyon, Lyon, Séminaire doctorant.

#### Activités de recherche

La thèse que j'ai réalisée sous la direction Cédric Villani porte sur différents aspects du transport optimal et se compose de deux parties distinctes. J'ai ensuite effectué un postdoctorat en analyse numérique et calcul scientifique, puis un autre sur Euler incompressible.

#### • Régularité du transport optimal sur une variété riemannienne

- Dans la première partie j'ai étudié le lien entre la théorie de la régularité du transport optimal sur une variété riemannienne donnée et la géométrie de cette variété. En collaboration avec Ludovic Rifford (Université de Nice-Sophia Antipolis, Labo. J.-A. Dieudonné), et Alessio Figalli (The University of Texas at Austin) nous démontrons une conjecture de Cédric Villani dans certains cas particuliers. La conjecture est la suivante : si le tenseur de Ma-Trundinger-Wang (outil clé de la régularité) associé à la distance géodésique quadratique d'une variété riemannienne est positif, alors les domaines d'injectivité de cette variété sont convexes. Notre contribution est de montrer ce résultat dans le cas non focal en toutes dimensions et dans le cas focal régulier en dimension 2.
- Au début de ma thèse, j'ai également calculé le tenseur de Ma-Trudinger-Wang pour des coûts donnés par un Lagrangien de type Tonelli. Des travaux similaires avaient été entrepris et publiés dans le même temps par Paul Lee et Robert McCann.

#### • Problème de quantification de la masse, équations d'advectiondiffusion

La deuxième partie de la thèse est liée aux équations aux dérivées partielles (EDP). Certaines EDP peuvent être considérées comme des flots gradients dans l'espace de Wasserstein  $W_2$ . C'est le cas de l'équation de Keller-Segel en

dimension 2. Pour cette équation je m'intéresse au problème de quantification de la masse lors de l'explosion des solutions; cette explosion apparaît si la masse initiale est supérieure à un seuil critique  $M_c$ . Nous cherchons alors à montrer qu'elle consiste en la formation d'un Dirac de masse  $M_c$ . En collaboration avec Vincent Calvez (UMPA, ENS Lyon) nous considérons un système discret particulaire en dimension 1 ayant le même comportement que l'équation de Keller-Segel. Pour ce modèle nous exhibons des bassins d'attractions à l'intérieur desquels l'explosion se produit avec seulement le nombre critique de particules. Finalement nous nous intéressons au profil d'explosion : à l'aide d'un changement d'échelle parabolique nous montrons que la structure de l'explosion correspond aux points critiques d'une certaine fonctionnelle. Notre apport principal est l'introduction et le contrôle de seconds moments localisés. Pour cette partie nous avons également développé un schéma numérique. Plus récemment nous avons utilisé l'approche 1D particulaire pour l'étude de l'explosion pour l'équation des milieux poreux avec une interaction homogène et équilibrée, d'énergie initiale positive. Notre principale contribution ici est de remarquer que la forte non-linéarité impose non plus de regarder seulement l'évolution du second moment mais en fait d'une puissance bien choisie de ce second moment puis d'étudier les inégalités fonctionnelle associées à cette dynamique.

#### Schémas volumes finis pour des modèles de corrosion

Lors de mon séjour post-doctoral à l'INRIA Lille (équipe MEPHYSTO), j'ai approfondi mes connaissances en analyse numérique et en calcul scientifique. En collaboration avec Claire Chainais Hillairet, nous avons introduit un schéma volumes finis, totalement implicite, permettant le calcul direct de l'état pseudo stationnaire du système d'EDP dit DPCM modélisant la corrosion. Les difficultés du système d'équations couplées DPCM sont triples : tout d'abord il est non linéaire. Ensuite c'est un problème à frontière libre, pour lequel la dynamique des points du bord est couplée avec les conditions aux bords. Enfin les conditions aux bords sont de type Robin. Même pris un par un ces phénomènes ne sont pas faciles à comprendre comprendre. Par exemple les conditions de Robin aux bords nous font perdre les estimations d'énergie. J'ai implémenté le schéma volumes finis dans le code industriel CALIPSO développé par l'ANDRA. À cette occasion j'ai appris à utiliser Fortran, Python, Matlab, script bash, et à traiter une EDP depuis son étude théorique jusqu'à sa résolution numérique effective. J'ai également prouvé l'existence de solutions pseudo-stationnaires pour deux versions simplifiées de DPCM. Plus récemment j'ai implémenté dans CALIPSO un schéma de type BDF2 afin de monter en ordre en temps sur le schéma évolutif déjà présent. Je détaille cet expérience dans le projet de recherche.

#### • Approche par flots gradients dans des métriques de type Wasserstein de certains problèmes dissipatifs

Avec Léonard Monsaingeon nous avons étudié des schémas de type Jordan-Kinderlherer-Otto JKO pour la métrique de Kantorovich-Fisher-Rao ( métrique définie sur les mesures de radon positives). Cette approche s'applique par exemple à des modèles de croissance de tumeur. En collaboration avec Clément Cancès et Léonard Monsaingeon nous avons mis en évidence le couple variété Riemannienne, énergie libre associé à des EDPs d'écoulements multiphasiques en milieux poreux.

#### • Équation d'Euler incompressible

Dans un travail encore en cours, avec Quentin Mérigot, nous approchons les solutions régulières d'Euler incompressible par des flots d'EDO à valeurs dans des espaces de dimension finie. Cette approche est basée sur l'interprétation d'Arnold de l'équation d'Euler en tant que géodésiques de l'espace des difféomorphismes qui préservent la mesure. À notre approche est naturellement associée un schéma numérique que nous implémentons et pour lequel nous montrons également la convergence vers des solutions régulières de l'équation d'Euler incompressible.

## Objectifs du projet de recherche

Mon projet de recherche est pour une partie en continuation de ma thèse, mais comporte aussi d'autres volets. Les sujets de recherche auxquels j'aimerais me consacrer dans les prochaines années sont les suivants.

• Une théorie générale pour la régularité du transport sur une variété riemannienne.

Une telle théorie est connue pour de nombreux coûts dans  $\mathbb{R}^n$ , l'étendre au cas riemannien serait une contribution majeure reliée à la conjecture de Villani. Les travaux que j'ai effectués pendant ma thèse et ensuite sont un premier pas dans cette direction.

• Phénomènes d'explosion pour des équations d'advection-diffusion homogènes.

C'est l'équation de Keller-Segel en dimension 2 qui nous a amenés à étudier un problème particulaire en dimension 1. Il est possible d'étendre certains outils introduits dans le cas particulaire à celui de la dimension 1 continue. De nouveaux arguments seront nécessaires pour la dimension 2. Nous proposons aussi de construire des schémas semi-discrets en espace, de type Lagrangien, pour étudier le phénomène d'explosion pour les équations d'advection-diffusion homogènes en dimension 2.

• Approche par flots gradients pour des métriques de type Wasserstein de certains problèmes dissipatifs.

Je souhaite prolonger l'étude des approches flots gradients effectuée en collaboration avec L. Monsaingeon et C. Cancès, que ce soit pour le modèle "dead-oil" ou la métrique KFR. Je souhaite également concevoir des schémas numériques adaptés à cette structure de flot gradient, en utilisant en particulier le schéma semi discret de Q. Mérigot.

• Équation d'Euler incompressible, de Camassa-Holm et approches par énergie modulée.

La méthode des géodésiques approchées "à la Brenier" que nous avons utilisée pour l'équation d'Euler incompressible repose sur la structure formelle de groupe de Lie des applications préservant la mesure. Il semble possible de prolonger cette construction à des groupes de Lie ou encore à de nombreuses variétés Riemannienne/sous-Riemannienne. Une autre question importante est la convergence des schémas particulaires utilisés dans la tâche ERD, une approche de type énergie modulé semble pertinente ici.

On peut interpreter l'équation de Camassa-Holm comme étant à la distance de Kantorovich-Fischer-Rao, ce que Euler incompressible est à la distance de Wasserstein. Suivant cette idée nous pouvons alors revisiter par exemple les résultats de Yann Brenier sur Euler incompressible pour cette nouvelle équation.

#### Ouverture.

Au cours de mes recherches j'ai eu l'opportunité d'approfondir mes connaissances dans plusieurs branches des mathématiques (analyse, géométrie, probabilités, analyse numérique) en lien avec le transport optimal. De plus, mon premier post-doctorat m'a permis de m'ouvrir à l'analyse numérique et au calcul scientifique. Il me semble que mes expériences passées démontrent mon goût pour la recherche en mathématiques et mathématiques appliquées, ma capacité à m'adapter rapidement à de nouvelles thématiques et à collaborer avec une nouvelle équipe de recherche.

#### Publications

#### Articles acceptés pour publication

- [1] Calvez V. et Gallouët T.O. Particle approximation of the one dimensional Keller-Segel equation, stability and rigidity of the blow-up. Discrete and Continuous Dynamical Systems Series A.
- [2] Figalli A., Gallouët T.O. et Rifford L. On the convexity of injectivity domains on nonfocal manifolds. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 47 (2015), no. 2, 969-1000.
- [3] Cancès C., Gallouët T.O., Monsaingeon L. The gradient flow structure for incompressible immiscible two-phase flows in porous media. C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I(353):985–989, 2015.
- [4] Chainais-Hillairet C., Gallouët T.O. Study of a pseudo-stationary state for a corrosion model: existence and numerical approximation. Nonlinear Analysis: Real World Applications (2016), pp. 38-56.

#### Preprint, Articles soumis pour publication

- [5] Calvez V. et Gallouët T.O. Blow-up phenomena for gradient flows of discrete homogeneous functionals.
- [6] Gallouët T.O. et Monsaingeon L. A JKO splitting scheme for Kantorovich-Fisher-Rao gradient flows. arXiv:1602.04457.
- [7] Gallouët T.O. et Mérigot Q. A Lagrangian scheme for the incompressible Euler equation using optimal transport.

#### Travaux en cours

- [8] Cancès C., Gallouët T.O. et Monsaingeon L. Variational approaches for multiphase incompressible flows in porous media.
- [9] Figalli A., Gallouët T.O. et Rifford L. On the convexity of injectivity domains on surfaces.
- [10] Gallouët T.O. et Vialard F.X. From unbalanced optimal transport to the Camassa-Holm equation.
- [11] Chainais-Hillairet C., Fuhrmann J., Gallouët T.O. Analysis and finite volume scheme for a free boundary heat equation.