# SACCDMM - Curs 05
# Sisteme de codare bazate pe transformari

JPEG

# Topicul cursului

- Transformări de imagini
- Transformări ortogonale
- Transformări 2D
- DCT, IDCT

# Schema-bloc tipica a unui sistem de compresie a imaginilor bazat pe transformări

- **Compresie -** o imagine poate fi comprimată dacă prezintă redundanță
  - utilizare **transformări pentru a decorela intensitățile pixelilor**
- **Compresia cu pierderi**
  - se realizează prin **transformare urmată de cuantizare**

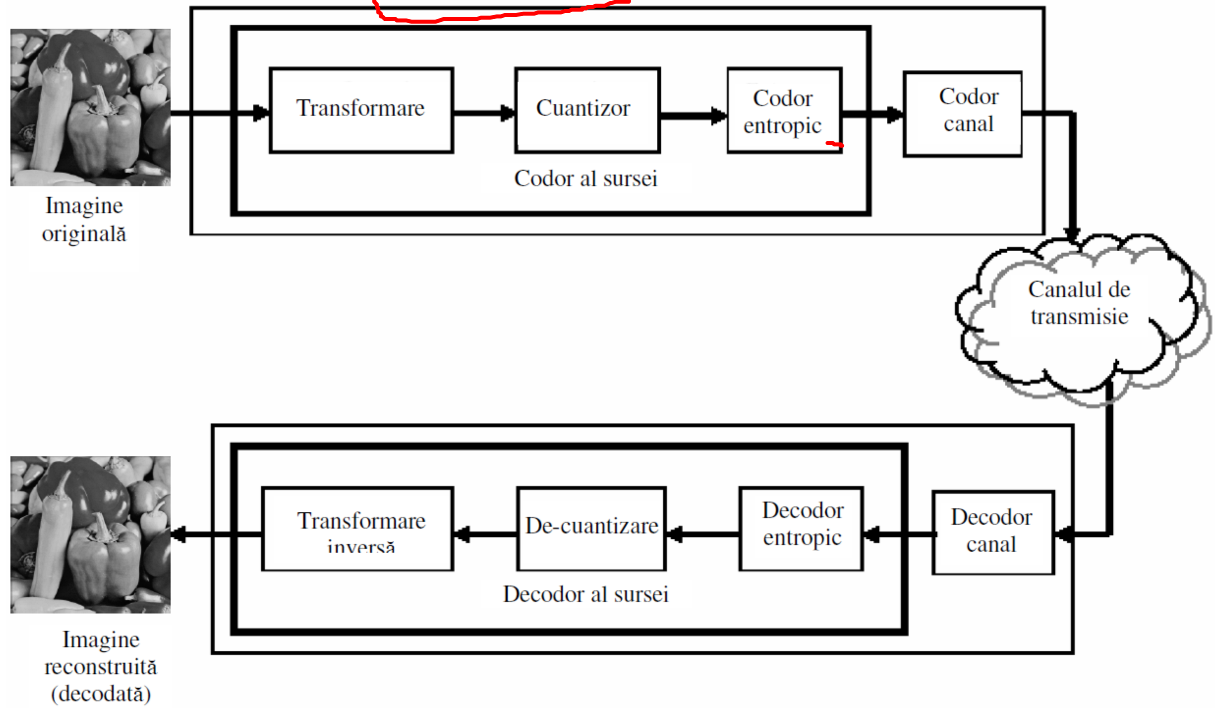
- ***Blocul de codare a sursei***

  exploatează redundanta datelor

- ***Blocul de codare a canalului***,

  - trebuie sa asigure fiabilitate la erori a transmisiei

  - el trebuie sa adauge redundanta datelor codate furnizate de codorul sursei




Dar, compresia realizata de blocul de codare a sursei (datorata în principal codării prin transformări) este semnificativa fata de redundanta introdusa de blocul de codare a canalului, încât efectul ultimului în micșorarea ratei de compresie poate fi neglijata.

# Compresia prin transformări de imagini

- Compresia imaginilor prin transformări:
  - exploatează principiul **redundanței spatiale**
    - adică: valoarea luminantei fiecărui pixel aduce o cantitate mica de informatie vizuala suplimentara fata de vecinii săi
  - NU vom pierde din informație - transformarea este reversibila (prin aplicarea inversei)
    - vom **reprezenta aceeași informație** (completă) **într-un mod mai compact** (prin mai puține valori)

=> transformarea intensităților pixelilor - care sunt valori ***corelate*** - într-o reprezentare în care acestea sunt ***decorelate***

- **Decorelare**
  - valorile după transformare sunt (ideal) independente una de alta
  - media noilor valori este mai mica decât a valorilor inițiale
  - entropia noilor valori este redusă (mai mică)

    ⇔ reducerea numărului de biți necesar pentru reprezentarea

# Compresia prin transformări de imagini

- Există mai multe transformări de imagini
  - cu cât o transformare de imagine ***decorelează*** mai mult coeficientii în imaginea transformata si
  - ***compacteaz***a mai bine energia într-un numar mai mic de coeficienti (date-imagine),

  => transformare mai buna din punctul de vedere al ratei de compresie a imaginii rezultate

- IMPORTANT: ***complexitatea de calcul a transform***arii
  - în implementarile practice - trebuie sa fie cât mai mica
  - altfel, exista riscul imposibilitatii transmisiei si receptiei imaginilor/secventelor video în timp real.

- Transformările tratate
  - Ortogonale (Hadamard, DCT)
  - Sub-banda (Wavelet)

# Transformări de imagini – exemplu [Salomon, 2007]

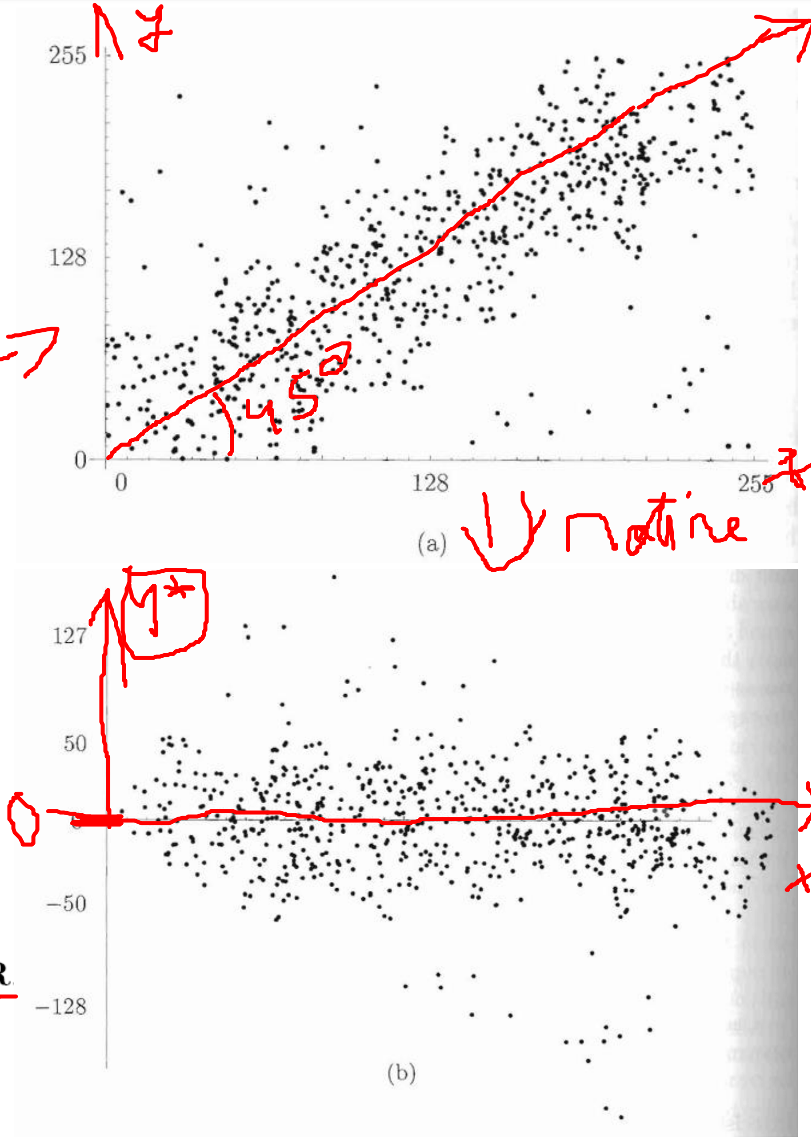
**Scanare imagine**
– extragere perechi de intensități adiacente (x, y)

| x | y | x | y | ... | x | y |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | ... | | |
| | | | | ... | | |
| | | | | ... | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | | | | ... | | |
| | | | | ... | | |

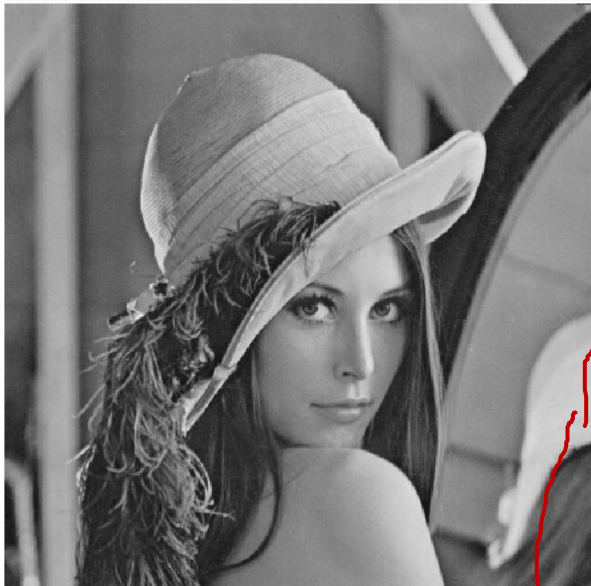
- o pereche va fi un punct in reprezentarea grafica x vs. y (vezi fig. a)
- în general, valorile x, y, sunt aproximativ egale pentru pixelii adiacenţi
  - y=x → punctul e pe axa de 45º
  - y≈x → punctul e in jurul axei de 45º
- *aplicarea unei transformări*
  - rotire cu 45º (vezi fig. b)
    - y devine aproape 0,
    - x nu se schimbă mult

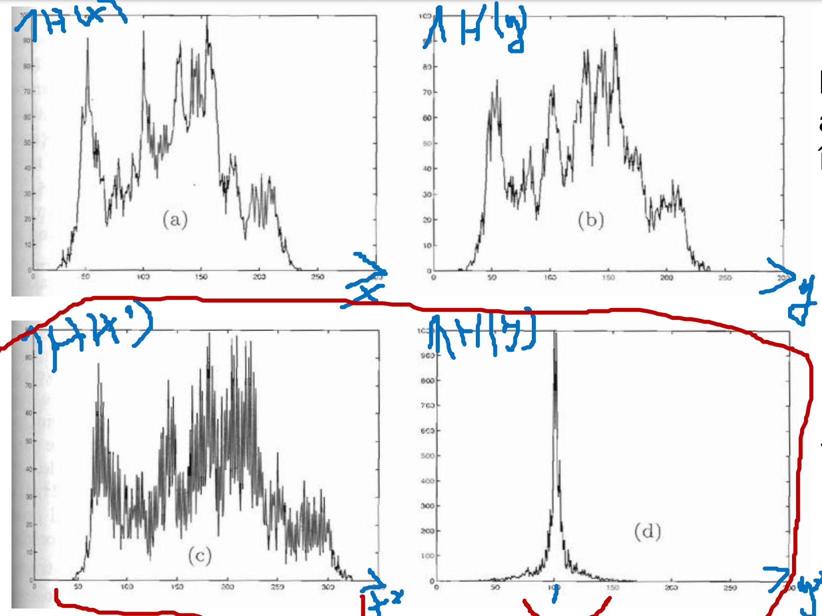
$$(x^*, y^*) = (x, y)\begin{pmatrix}\cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ\end{pmatrix} = (x, y)\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & -1 \\ 1 & 1\end{pmatrix} = (x, y)\mathbf{R}$$

$$(x, y) = (x^*, y^*)\mathbf{R}^{-1} = (x^*, y^*)\mathbf{R}^T = (x^*, y^*)\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1 \\ -1 & 1\end{pmatrix}$$



# Transformări de imagini – exemplificare






Distribuţiile pe x, y sunt aproximativ asemănătoare înainte de transformare

Distribuţiile pe $x'$, $y'$ sunt DIFERITE după transformare – $y'$ aproximativ 0, scalare pe 101; $x'$ nu se modifică substanţial

- Compresie:
  - se transmit valorile obținute după transformare = coeficienții transformării
    - se pot transmite sub forma a doi vectori X, Y → rezultă şiruri lungi de zero
      - X – vectorul transformării intensităților de pe pozițiile impare
      - Y – vectorul transformării intensităților de pe pozițiile pare
  - după transformare - se pot adăuga alte metode de compresie
  - dacă se acceptă ***compresie cu pierderi*** – transformarea este urmata de cuantizare => valori mai mici
- Concentrarea energie într-o componenta
  - Face posibila cuantizarea mai fină a vectorului X si mai puternica a lui Y

# Transformări de imagini 1D/2D

- Majoritatea transformărilor de imagini = “generalizări” ale transformatei Fourier

  => reprezintă imaginea printr-o componenta de c.c. și mai multe componente de c.a.

- Semnal 1D → poate fi reprezentat prin serii de funcții ortogonale,
- O imagine → poate fi reprezentă printr-o serie de ***funcții de bază*** ortogonale,
  - numite ***imagine de bază*** - set generat cu ajutorul unor matrici unitare.

- O transformare unitară a imaginii **U**[M×N] = o rotație a spațiului MN-dimensional,
  - definita de o matrice unitară de rotație **A** (de dimensiune MN×MN)

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{*T}$$

1D → 2D

$\mathbf{v} = \mathbf{A}\,\mathbf{u}$ sau $v(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a(k,n)u(n), \quad 0 \le k \le N-1$

1D

$\mathbf{u} = \mathbf{A}^{*T}\mathbf{v}$ sau $u(n) = \sum_{k=0}^{N-1} a^*(n,k)v(k), \quad 0 \le n \le N-1$

1D

$\mathbf{V} = \mathbf{A}\,\mathbf{U}\,\mathbf{A}^{T}$ sau $v(k,l) = \sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} a_{k,l}(m,n) \cdot u(m,n), \quad 0 \le k,l \le N-1$

$\mathbf{U} = \mathbf{A}^{*T}\,\mathbf{V}\,\mathbf{A}^{*}$ sau $u(m,n) = \sum_{k=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{N-1} a^*_{k,l}(m,n) \cdot v(k,l), \quad 0 \le k,l \le N-1$

2D

# Transformări de imagini 1D/2D

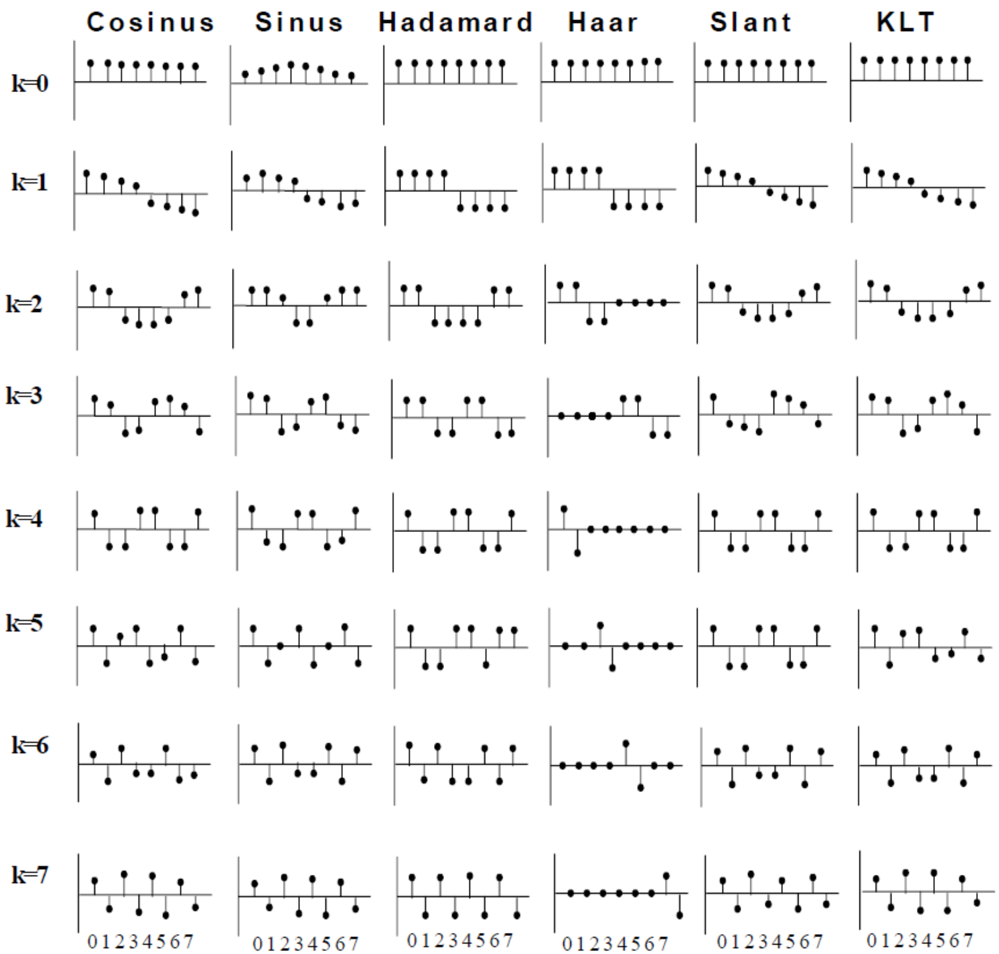
- **Conservarea energiei**
  - **1-D** $\|\mathrm{v}\|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} |\mathrm{v}(\mathrm{k})|^2 = \sum_{n=0}^{N-1} |u(n)|^2 = \|\mathrm{u}\|^2$
  - **2-D** $\|\mathrm{V}\|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} |\mathrm{v}(\mathrm{k},l)|^2 = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} |u(m,n)|^2 = \|\mathrm{U}\|^2$
- **Compactarea energiei și varianța coeficienților**
  - Transformările unitare au tendința de împachetare (compactare) a unei importante părţi a energiei imaginii într-un număr relativ mic de coeficienți ai transformatei imaginii.
  - Energia secvenței de intrare **U** este egal distribuită - energia coeficienților **V** tinde să fie inegal distribuită
  - Energia totală se conservă,
    - rezultă că o mare parte a coeficienților vor conține o cantitate foarte mică de energie.

# Funcții și imagini de bază

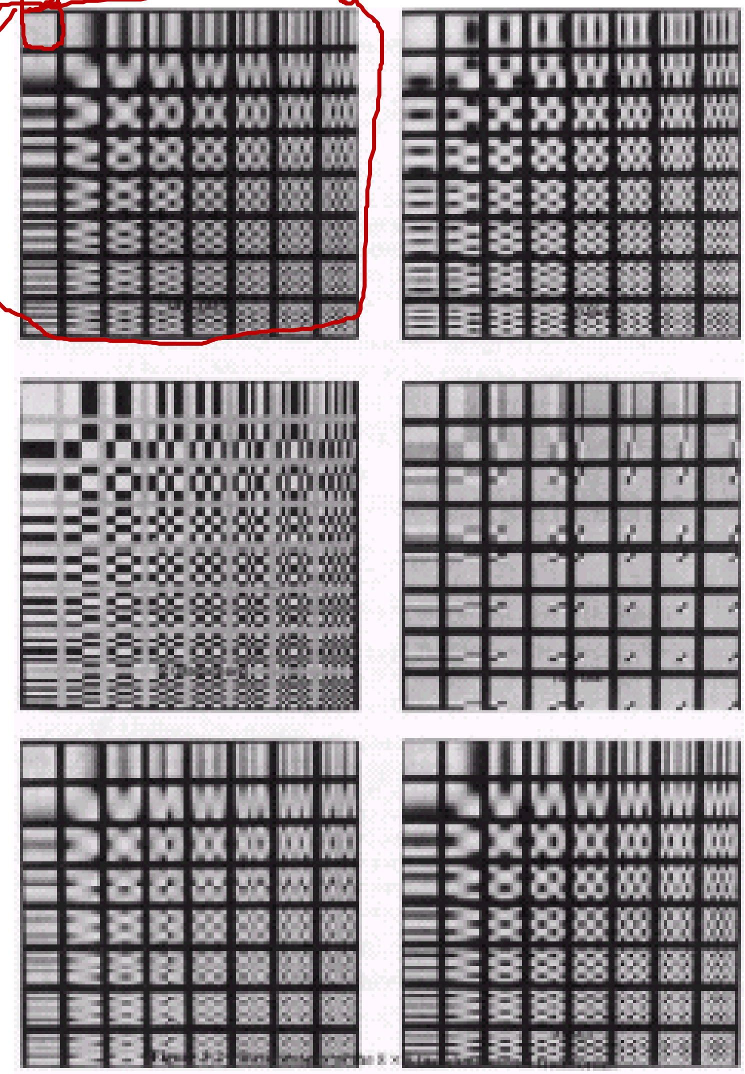
2D

8x8

1D



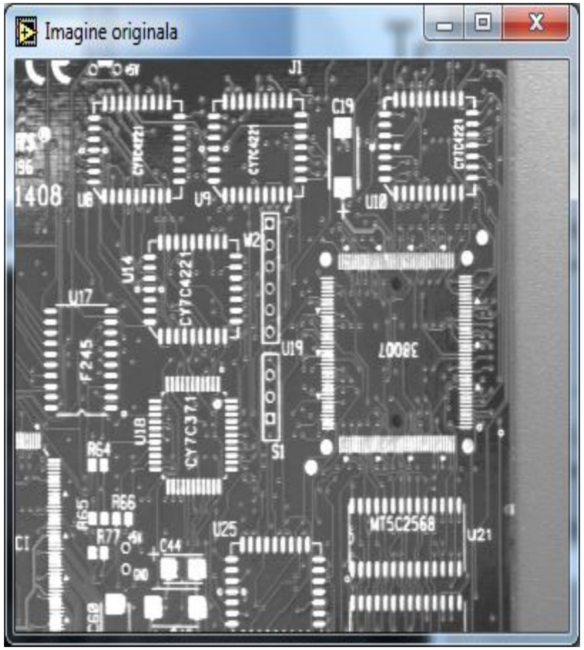

Functii de baza (vectori de baza)



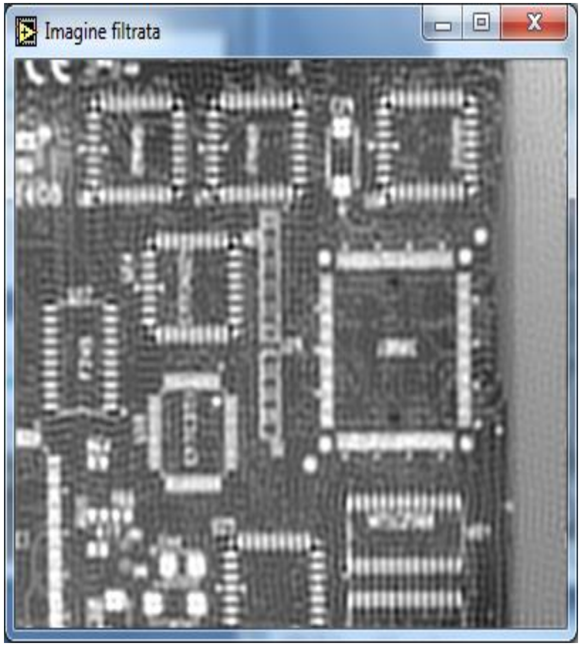
Imagini de baza (ex.): DCT, Haar, ….

# Transformări ortogonale

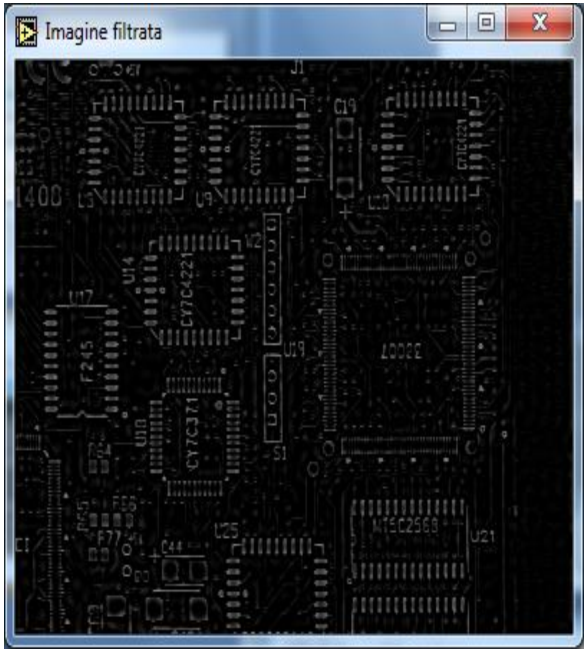
- Frecvenţa
  - Joase – caracteristicile importante din imagine
  - Înalte – detalii mai puţin importante




Original



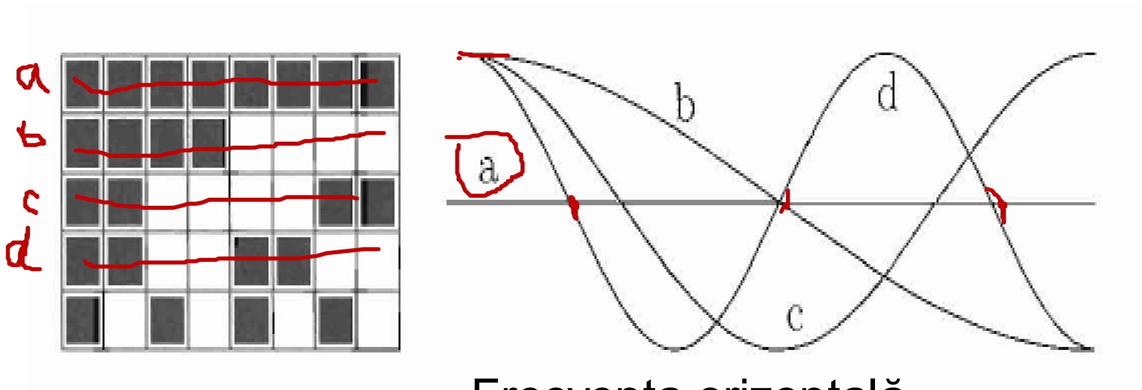

FTJ




FTS

# Transformări ortogonale

- Reducerea redundanței imaginii
- Izolarea frecvențelor
  - Identificarea părților mai puțin importante din imagine prin izolarea diferitelor frecvențe (benzi de frecvență) din imagine
  - Se pot aplica grade de cuantizare diferită pentru diversele benzi de frecvență
- Transformările implementate practic
  - Rapide
  - Uşor de implementat
  - În general se folosesc transformările *liniare*




Frecvenţa orizontală

# Transformări ortogonale

- Transformări liniare:

$$\begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

$u$

- Forma matricială:

$$\boxed{\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{u},} \quad \textit{sau} \quad v(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a(k,n)u(n), \quad 0 \le k \le N-1$$

- $a_{kn}$ (fiecare rând-vector de bază) se calculează în funcţie de tipul transformatei şi trebuie să:
  - reducă redundanţa
  - izoleze frecvenţele
- $u_n$ = sunt valori pozitive şi corelate (intensităţi)
- $v_k$ = suma ponderată a tuturor intensităților $u_n$ (care sunt transformate)
  - primul $v_k$ va avea o valoare mai mare, $a_{kn}$ având doar valori pozitive
  - ceilalți coeficienți $v_k$ vor avea valori mai mici dacă $a_{kn}$ vor fi pozitivi și negativi

# Transformări ortogonale

- Pentru a putea izola diferitele frecvenţe
  - vectorii de bază trebuie să fie ortogonali adică matricea A este ortogonală (Ortogonală ↔ inversa ei = cu transpusa)

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{*T}$$

- Exemplu de **A**: număr egal de 1, -1
  - Primul rând va fi numai de 1
  - Rândul 2 va avea o singură schimbare de semn
  - Rândul 3 va avea 2 schimbări de semn ş.a.m.d.

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

=> Transformarea Walsh-Hadamard:

- Pentru conservarea energiei
  - necesar factorul de scală ½

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}$$

# Transformări ortogonale – conservarea energie

- Conservarea energiei

$$\mathbf{E}(\mathbf{v}) = \|\mathbf{v}\|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} |v(k)|^2 = \sum_{n=0}^{N-1} |u(n)|^2 = \|\mathbf{u}\|^2 = \mathbf{E}(\mathbf{u})$$

$E(u) = 5^2+6^2+7^2+8^2 = 174$

$E(v) = 13^2+(-2)^2+0^2+(-1)^2 = 174$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- Exemplu 1: $\mathbf{u} = [5 \quad 6 \quad 7 \quad 8]^T \Rightarrow \mathbf{v} = [13 \quad -2 \quad 0 \quad -1]^T$

  $\mathbf{E}(\mathbf{v}) = \mathbf{E}(\mathbf{u}) = 174$

  compactare energie in **v**, prima valoare 97% din energie !!!

  - in **u** primul element 14% din energie

$5+6+7+8 = 26 \Rightarrow v(0) = 13$

$(5+6-7-8) = -2$

- Exemplu 2:

$3 \cdot 187^2 + 2(190)^2 + \dots$

$$\mathbf{u} = [186 \quad 184 \quad 187 \quad 187 \quad 189 \quad 187 \quad 190 \quad 190]^T$$

$$\mathbf{v} = [530{,}33 \quad -4{,}24 \quad 0 \quad -2{,}83 \quad 1{,}41 \quad 0 \quad 0 \quad 1{,}41]^T$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{v}) = \mathbf{E}(\mathbf{u}) = 281280$$

# Transformări ortogonale

- Doar prin transformare NU obținem compresie!!!

⇒ este necesară **cuantizarea** pentru a avea **compresie**

  - rezultatul transformarii inverse va fi diferit de original
  - chiar dacă sunt diferite, matricile sunt foarte apropiate de original

    => **compresie cu pierderi**

- Pentru a obţine un raport de compresie ridicat
  - algoritmi succesivi, transformări complexe

# Cuantizare, exemplificare

$$\mathbf{u} = [186 \quad 184 \quad 187 \quad 187 \quad 189 \quad 187 \quad 190 \quad 190]^T$$

- Fie rotunjirea la valori întregi

$$\mathbf{v} = [530 \quad -4 \quad 0 \quad -3 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$$

$$\Rightarrow \mathbf{u'} = [185{,}62 \quad 184{,}2 \quad 187{,}03 \quad 187{,}03 \quad 188{,}44 \quad 187{,}03 \quad 189{,}86 \quad 189{,}86]^T$$

$$\Rightarrow \mathbf{u'} = [186 \quad 184 \quad 187 \quad 187 \quad 188 \quad 187 \quad 190 \quad 190]^T$$

- Fie trunchierea ($|v_i|<2$ atunci zero)

$$\mathbf{v} = [530{,}33 \quad -4{,}24 \quad 0 \quad -2{,}83 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\Rightarrow \mathbf{u'} = [185 \quad 185 \quad 187 \quad 187 \quad 187{,}99 \quad 187{,}99 \quad 189{,}99 \quad 189{,}99]^T$$

$$\Rightarrow \mathbf{u'} = [185 \quad 185 \quad 187 \quad 187 \quad 188 \quad 188 \quad 190 \quad 190]^T$$

# Transformări bidimensionale

2D

- Se aplică 1D pe linii

4x4

$$U = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 4 \\ 6 & 5 & 7 & 5 \\ 7 & 7 & 6 & 6 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}; \qquad \boxed{V_1 = A \cdot U} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 4 \\ 6 & 5 & 7 & 5 \\ 7 & 7 & 6 & 6 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 26 & 28 & 23 \\ -4 & -4 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

- Mai avem corelaţie între elementele de pe linii
  - se aplică 1D pe coloane, W- simetrică deci

$A^T = A$

$$V = V_1 \cdot A^T = A \cdot U \cdot A^T = A \cdot U \cdot A$$

Dc

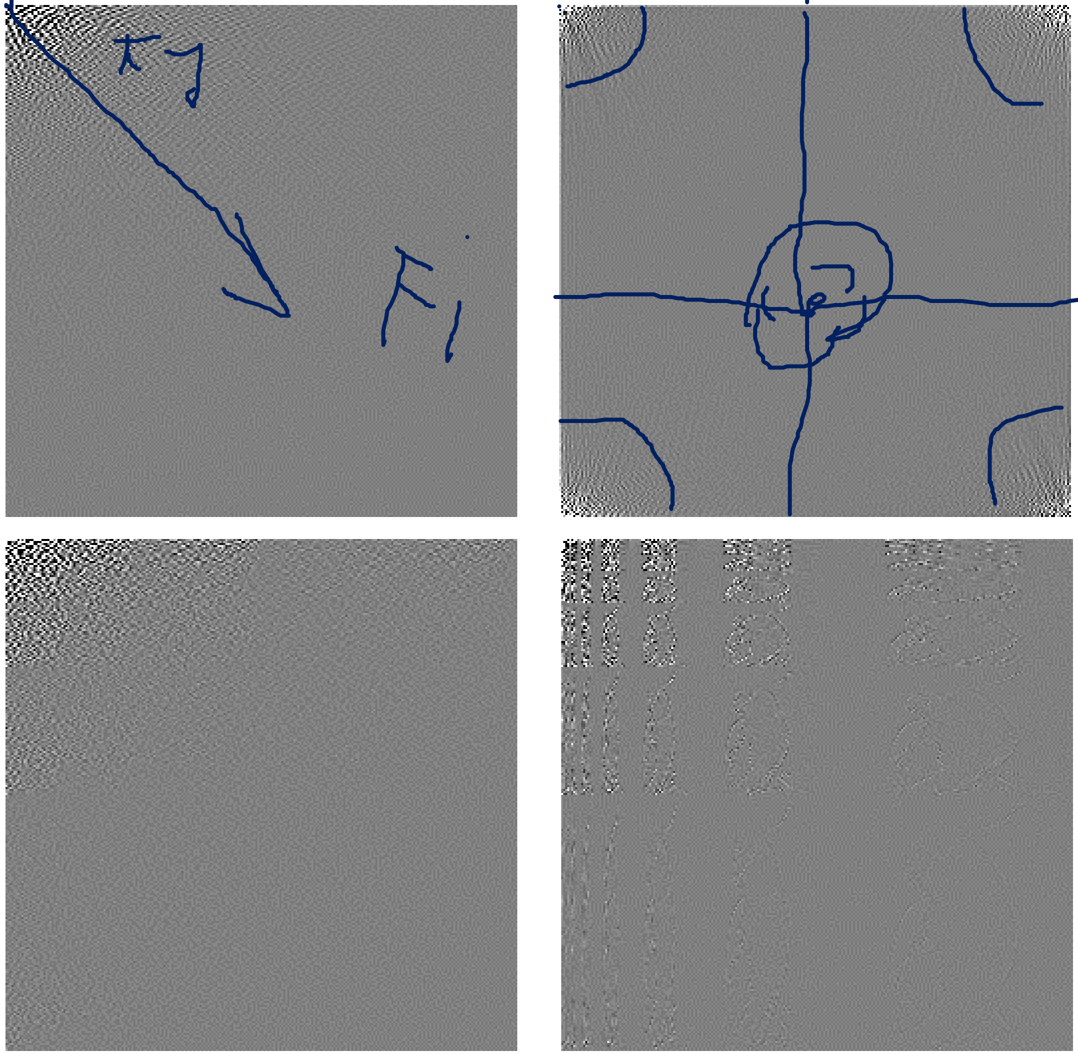
$$V = V_1 \cdot A^T = \begin{pmatrix} 26 & 26 & 28 & 23 \\ -4 & -4 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 103 & 1 & -5 & 5 \\ -13 & -3 & -5 & 5 \\ 5 & -1 & -3 & -1 \\ -7 & 3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

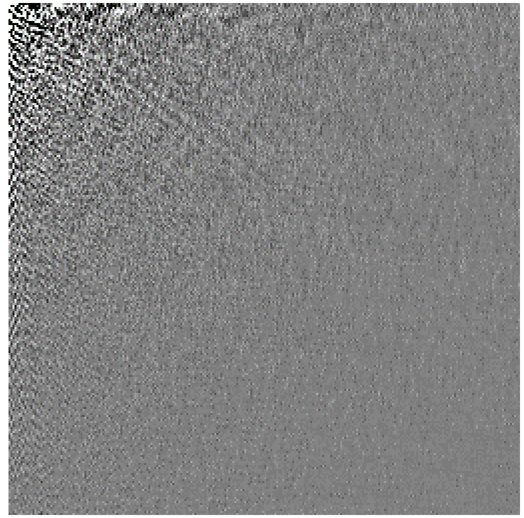
- **V** este decorelată și elementul din stânga sus – este dominant
- Colţul din stânga sus conţin elemente importante
- Compresie – dacă se aplică cuantizare
- Se pot elimina în special elementele din dreapta-jos – elementele de înaltă frecvenţă

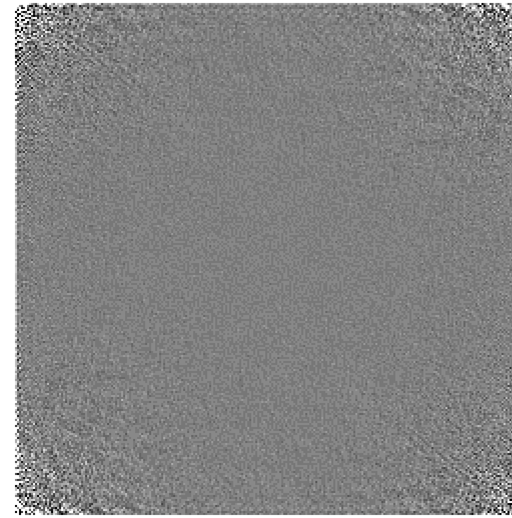
# Transformări bidimensionale

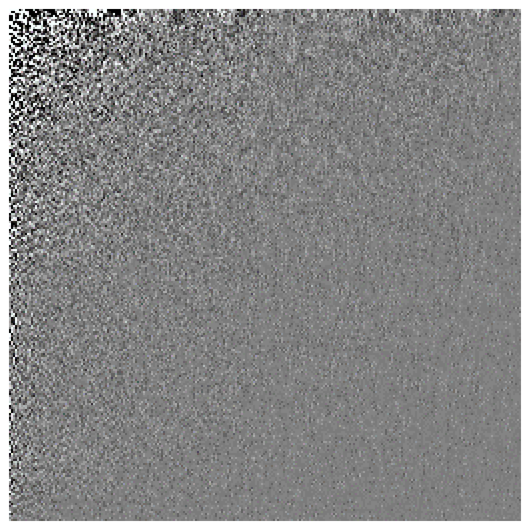
- Transformarea **DFT**
  - rapida, foarte utilizata in prelucrarea digitala a semnalelor, convolutie, filtrare digitala, analiza
  - foarte buna împachetare a energiei, dar necesita calcule cu valori complexe
- Transformata **Walsh-Hadamard**
  - este mai rapida decat transformarile sinusoidale (nu necesita inmultiri)
  - se foloseste pentru implementarea hard a algoritmilor de PDI
  - usor de simulat dar dificil de implementat
  - se aplica in compresia de imagini, filtrare si proiectarea de codoare
  - prezinta o bună compactare de energie
- Transformata **Haar**
  - transformare foarte rapida (cea mai simplă dintre transformatele Wavelet)
  - se foloseste in extragerea de caracteristici, codarea de imagini si in aplicatii de analiza a imaginilor
  - compactarea de energie este medie.
- Transformata **Karhunen-Loeve**
  - Cea mai bună variantă teoretică – compactarea energiei
  - Coeficienţii nu sunt ficşi – depind de datele de la intrare; calcule complicate; coeficienţii trebuie incluşi în şirul codat (necesari la decodare)
  - nu prezinta un algoritm rapid
  - se foloseste mai ales in cazul vectorilor de dimensiuni mici si pentru evaluarea performantelor altor transformari
- Transformata **Cosinus Discretă** (DCT)
  - Aproape la fel de eficientă ca şi KLT
  - Foloseşte vectori de bază ficşi
  - transformare rapida, necesita operatiuni reale
  - alternativa optimala a transformarii K-L pentru imagini inalt corelate
  - utilizata in proiectarea codoarelor prin transformari si a filtrelor Wiener.
  - o compactare a energiei excelenta

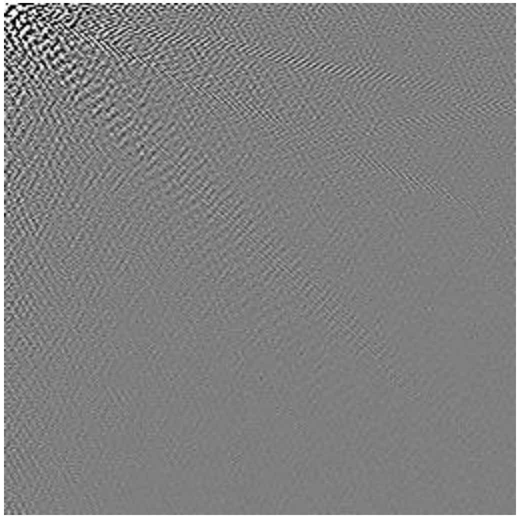
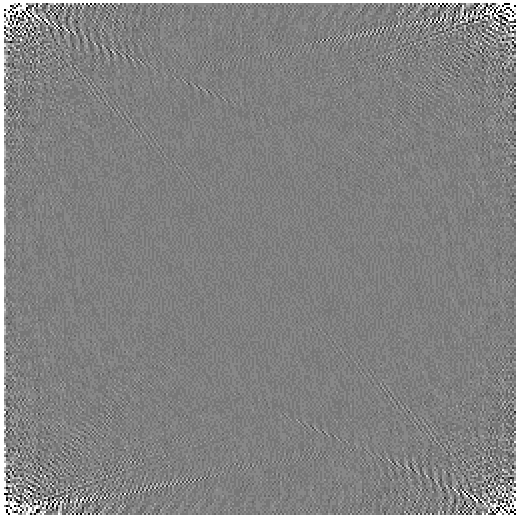
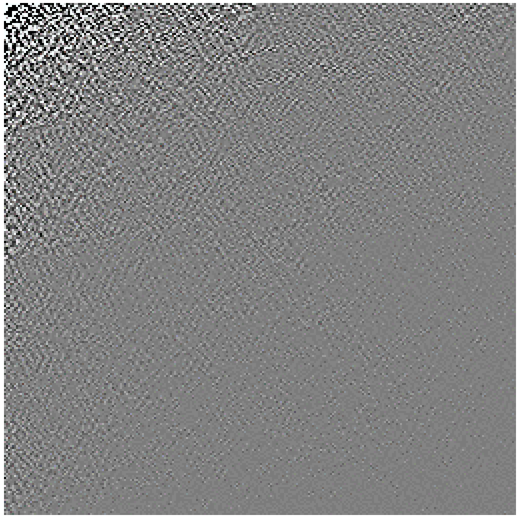
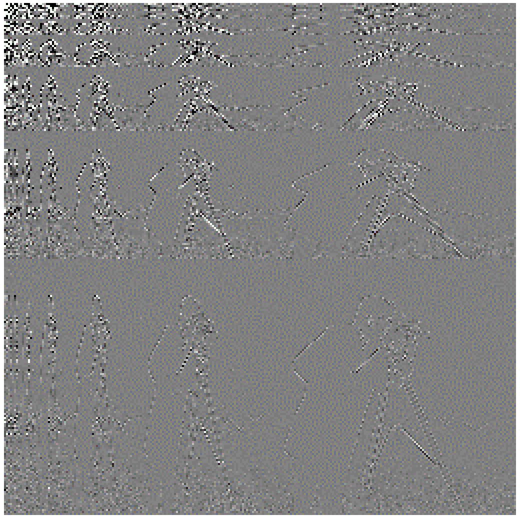
DCT F









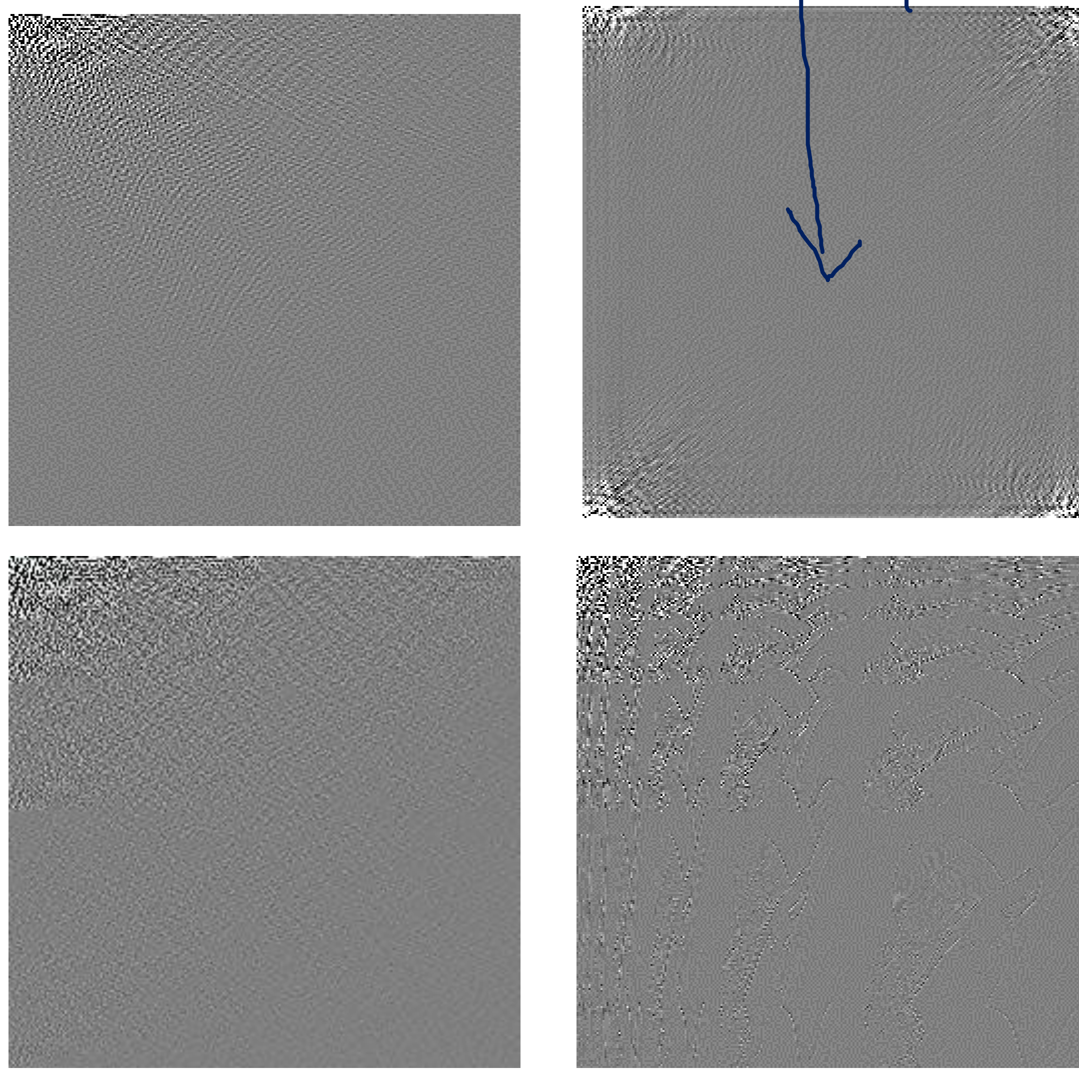
$[-X, X] \to [0, 255]$

0 $\leftarrow$ 128

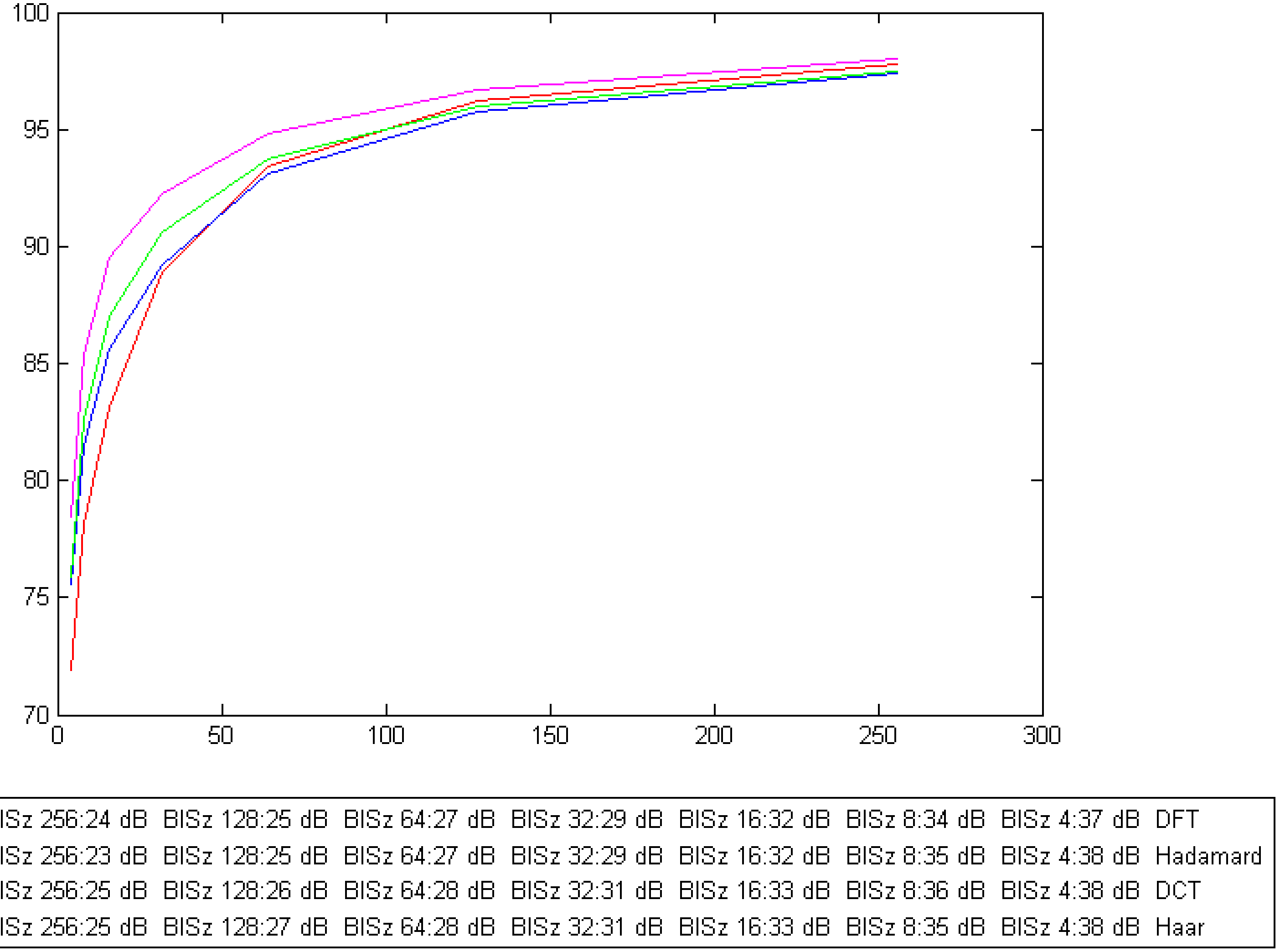
$(0, 255)$

$\downarrow$

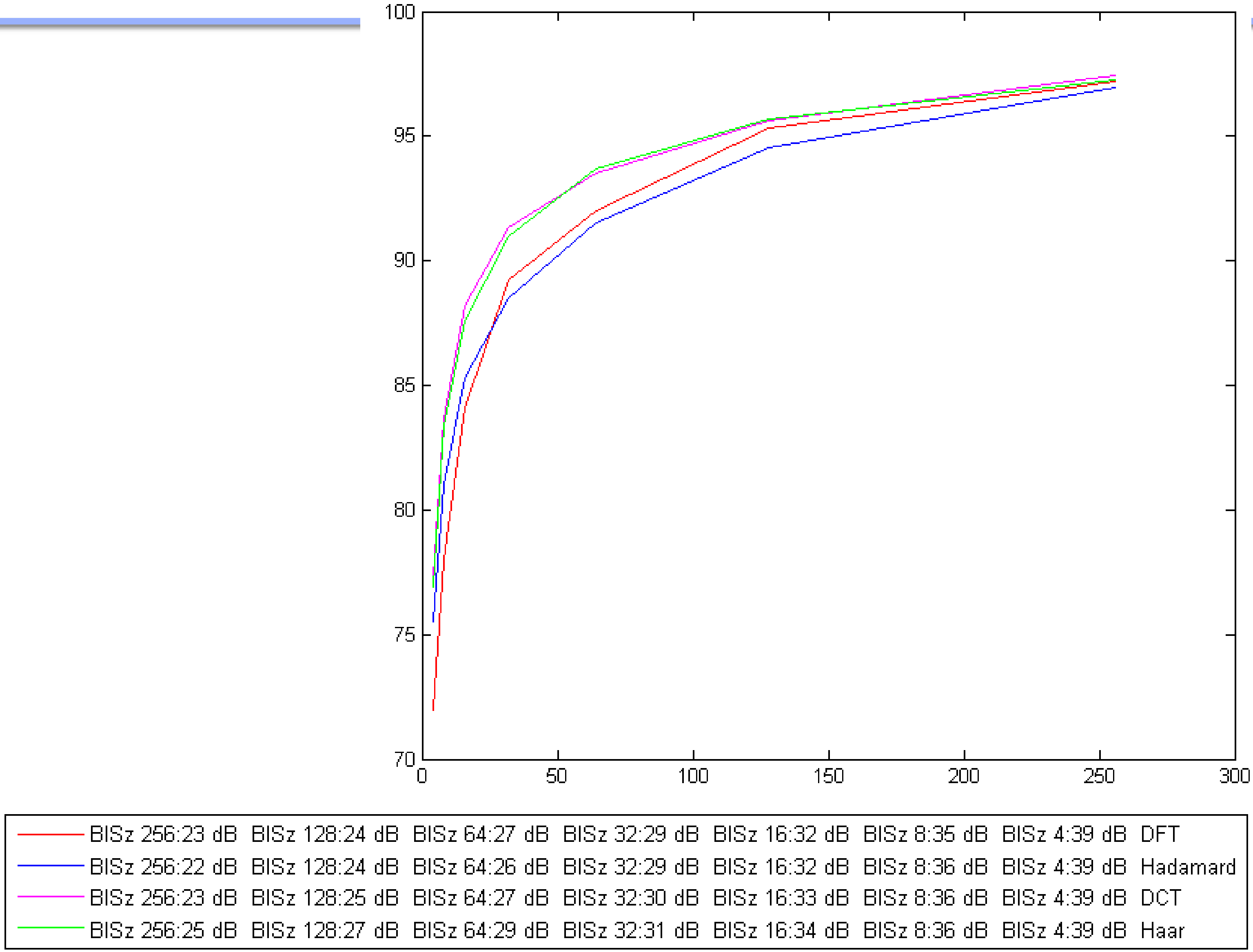
$[-X, +X]$



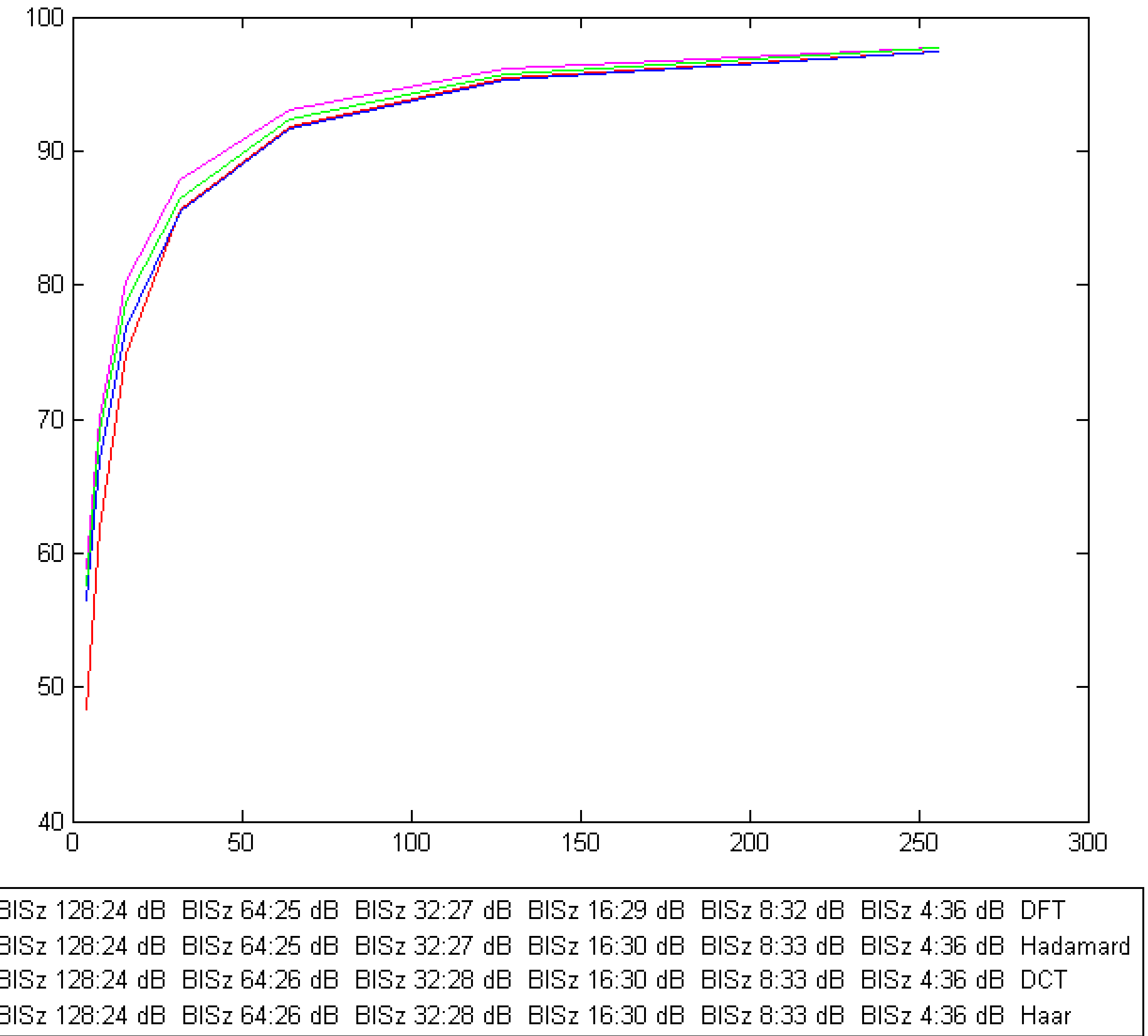
# Lena - dimensiune bloc/ compactare energie



# Cameraman


100
95
90
85
80
75
70
0
50
100
150
200
250
300
BlSz 256:23 dB BlSz 128:24 dB BlSz 64:27 dB BlSz 32:29 dB BlSz 16:32 dB BlSz 8:35 dB BlSz 4:39 dB DFT
BlSz 256:22 dB BlSz 128:24 dB BlSz 64:26 dB BlSz 32:29 dB BlSz 16:32 dB BlSz 8:36 dB BlSz 4:39 dB Hadamard
BlSz 256:23 dB BlSz 128:25 dB BlSz 64:27 dB BlSz 32:30 dB BlSz 16:33 dB BlSz 8:36 dB BlSz 4:39 dB DCT
BlSz 256:25 dB BlSz 128:27 dB BlSz 64:29 dB BlSz 32:31 dB BlSz 16:34 dB BlSz 8:36 dB BlSz 4:39 dB Haar

# Bridge

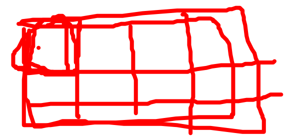

100
90
80
70
60
50
40
0
50
100
150
200
250
300
BlSz 256:22 dB BlSz 128:24 dB BlSz 64:25 dB BlSz 32:27 dB BlSz 16:29 dB BlSz 8:32 dB BlSz 4:36 dB DFT
BlSz 256:22 dB BlSz 128:24 dB BlSz 64:25 dB BlSz 32:27 dB BlSz 16:30 dB BlSz 8:33 dB BlSz 4:36 dB Hadamard
BlSz 256:23 dB BlSz 128:24 dB BlSz 64:26 dB BlSz 32:28 dB BlSz 16:30 dB BlSz 8:33 dB BlSz 4:36 dB DCT
BlSz 256:23 dB BlSz 128:24 dB BlSz 64:26 dB BlSz 32:28 dB BlSz 16:30 dB BlSz 8:33 dB BlSz 4:36 dB Haar

# Transformata Cosinus Discreta (DCT)

- DCT – Discrete Cosine Transform
- **intrările** – pixeli, eșantioane audio, etc.,
  - valori întregi
- **ieșirile** - sunt coeficienții DCT
  - primul coeficientul DC, +
  - restul sunt coeficienții AC
  - *valori reale pozitive și negative*

$$v(k,l) = \alpha(k)\cdot\alpha(l)\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} u(m,n)\cdot cos\left[\frac{(2m+1)k\pi}{2N}\right] cos\left[\frac{(2n+1)l\pi}{2N}\right]$$

$$u(m,n) = \sum_{k=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{N-1} \alpha(k)\cdot\alpha(l)\cdot v(k,l)\cdot cos\left[\frac{(2m+1)k\pi}{2N}\right] cos\left[\frac{(2n+1)l\pi}{2N}\right]$$



$$\mathbf{V} = \mathbf{C}\,\mathbf{U}\,\mathbf{C}^{\mathbf{T}}$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{C}^{\mathbf{T}}\,\mathbf{V}\,\mathbf{C}$$

- Calcule greoaie – timpi de calcul mari – necesitatea alegerii DCT rapide

$$\mathbf{c}_{k,m} = \alpha(k)\cdot cos\left[\frac{(2m+1)k\pi}{2N}\right]$$

- Avantaj - concentrează energia într-un număr mic de coeficienți
  - cei mai mulți coeficienți sunt zero sau foarte apropiați de zero

$$\alpha(0) = \sqrt{\frac{1}{N}} \quad si$$

$$\alpha(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \quad pentru \quad 1 \le k \le N$$

- În aplicații practice datele sunt împărțite în seturi de *n* valori
  - **în general n=8**

# Obţinerea matricei DCT

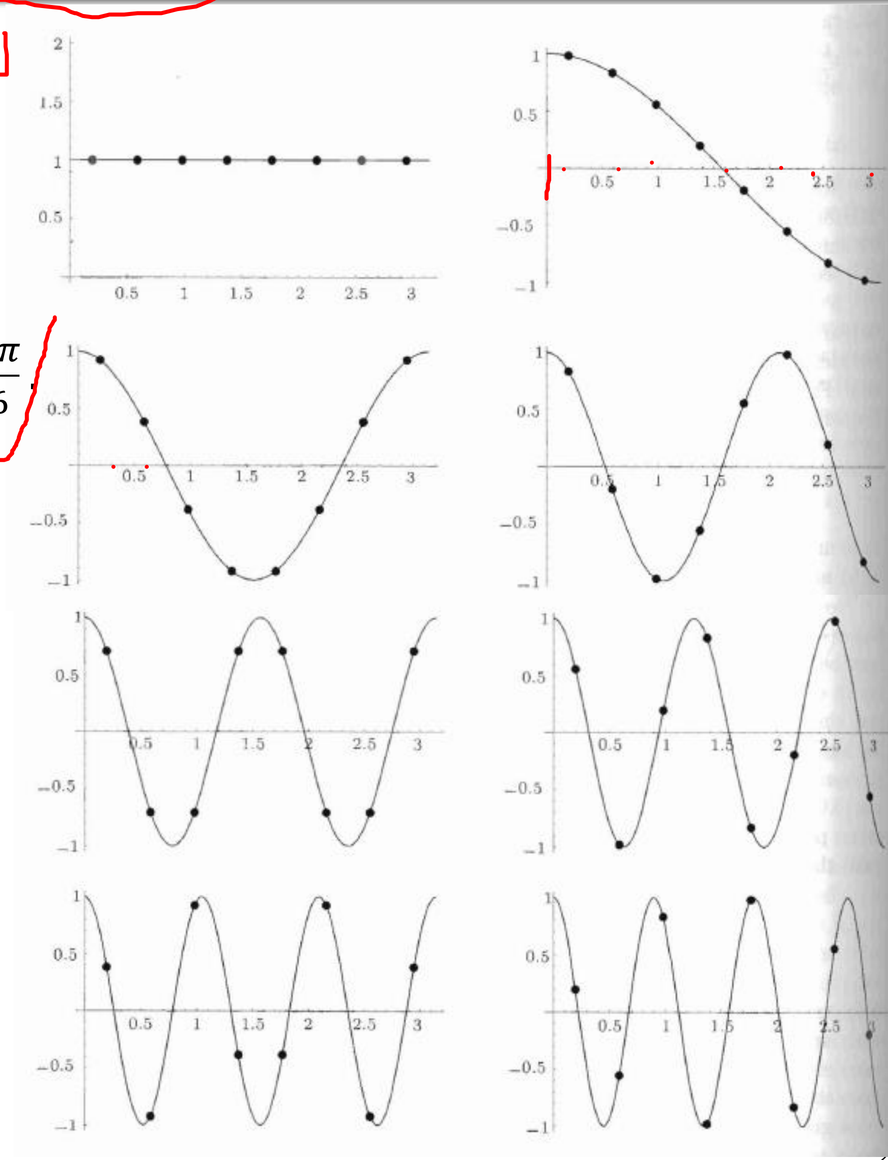
1D → C

- Se selectează N unghiuri     m = 0, N

$$\theta_m = \frac{(2m+1)\pi}{2\text{N}}$$

N=8:

$$\theta_m = \boxed{\frac{\pi}{16}, \quad \frac{3\pi}{16}, \quad \frac{5\pi}{16}, \quad \frac{7\pi}{16}, \quad \frac{9\pi}{16}, \quad \frac{11\pi}{16}, \quad \frac{13\pi}{16}, \quad \frac{15\pi}{16}},$$



0

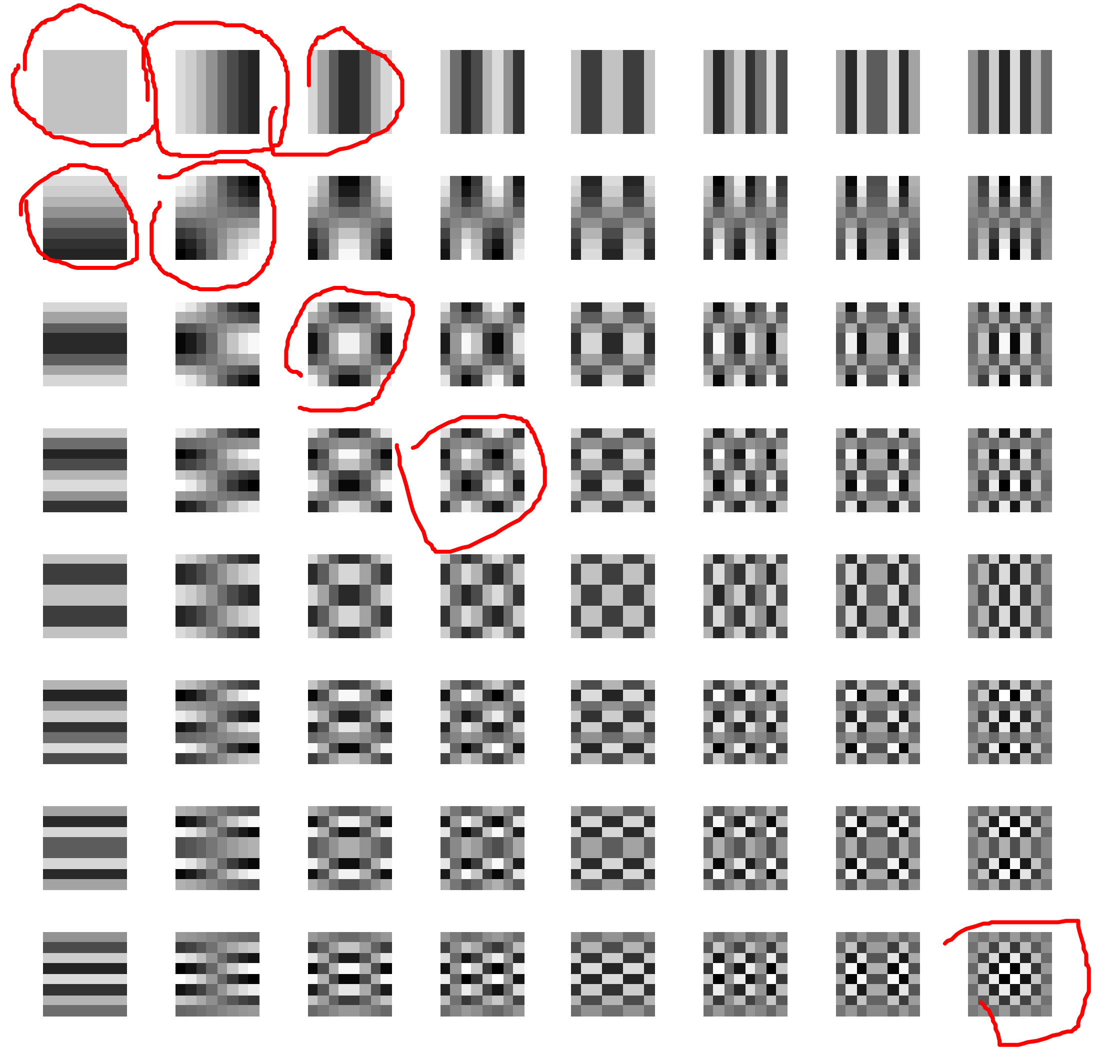
- Se calculează vectorii $\cos(k\theta_m)$

- Se normalizează fiecare vector şi se creează **C** matricea coeficienților DCT

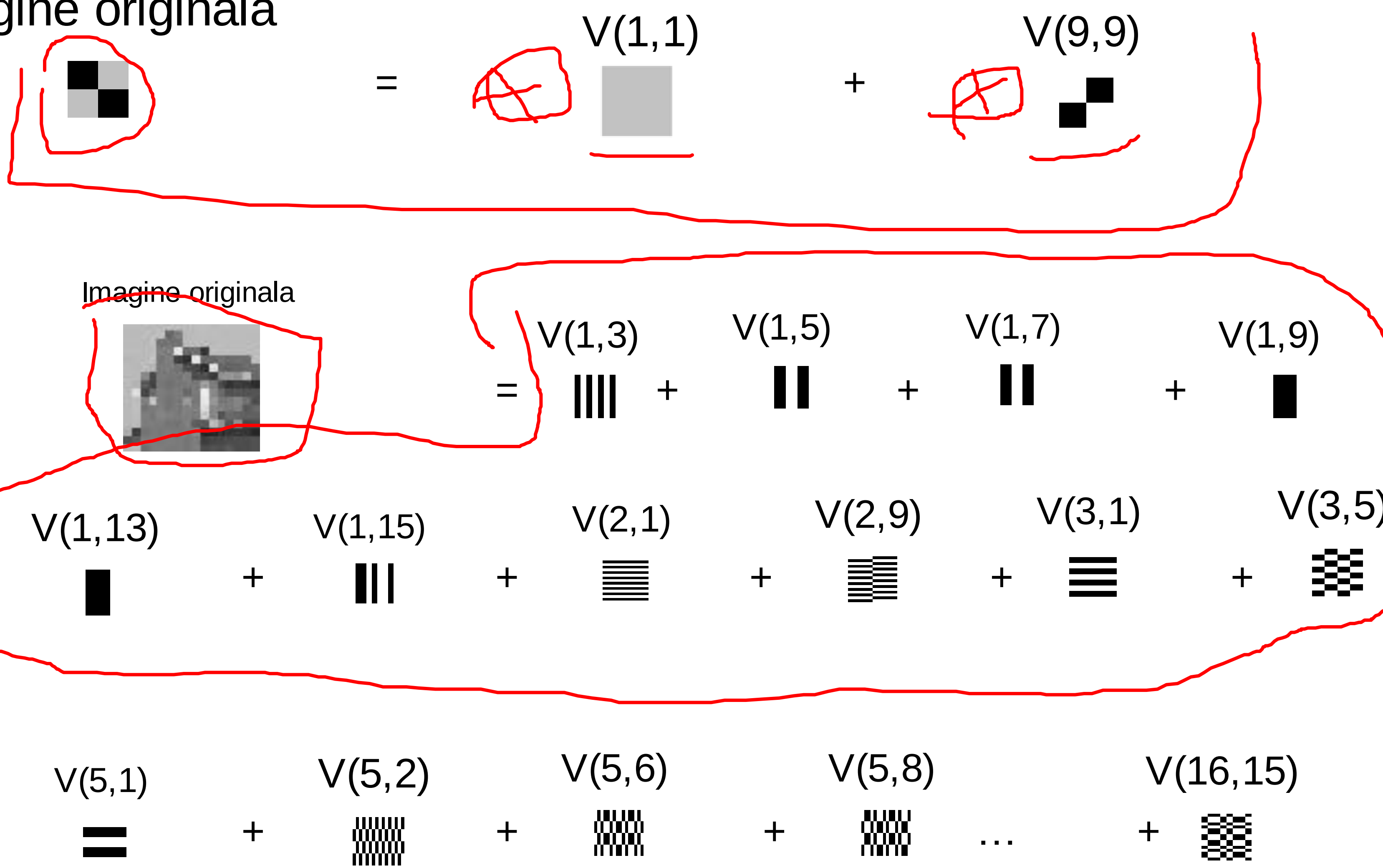
$$\text{c}_{\text{k,m}} = \alpha(\text{k}) \cdot \cos(k\theta_m)$$

$$\alpha(0) = \sqrt{\frac{1}{\text{N}}} \qquad \text{si} \quad \alpha(\text{k}) = \sqrt{\frac{2}{\text{N}}} \quad \text{pentru} \qquad 1 \le \text{k} \le \text{N}$$

# Imagini de baza DCT



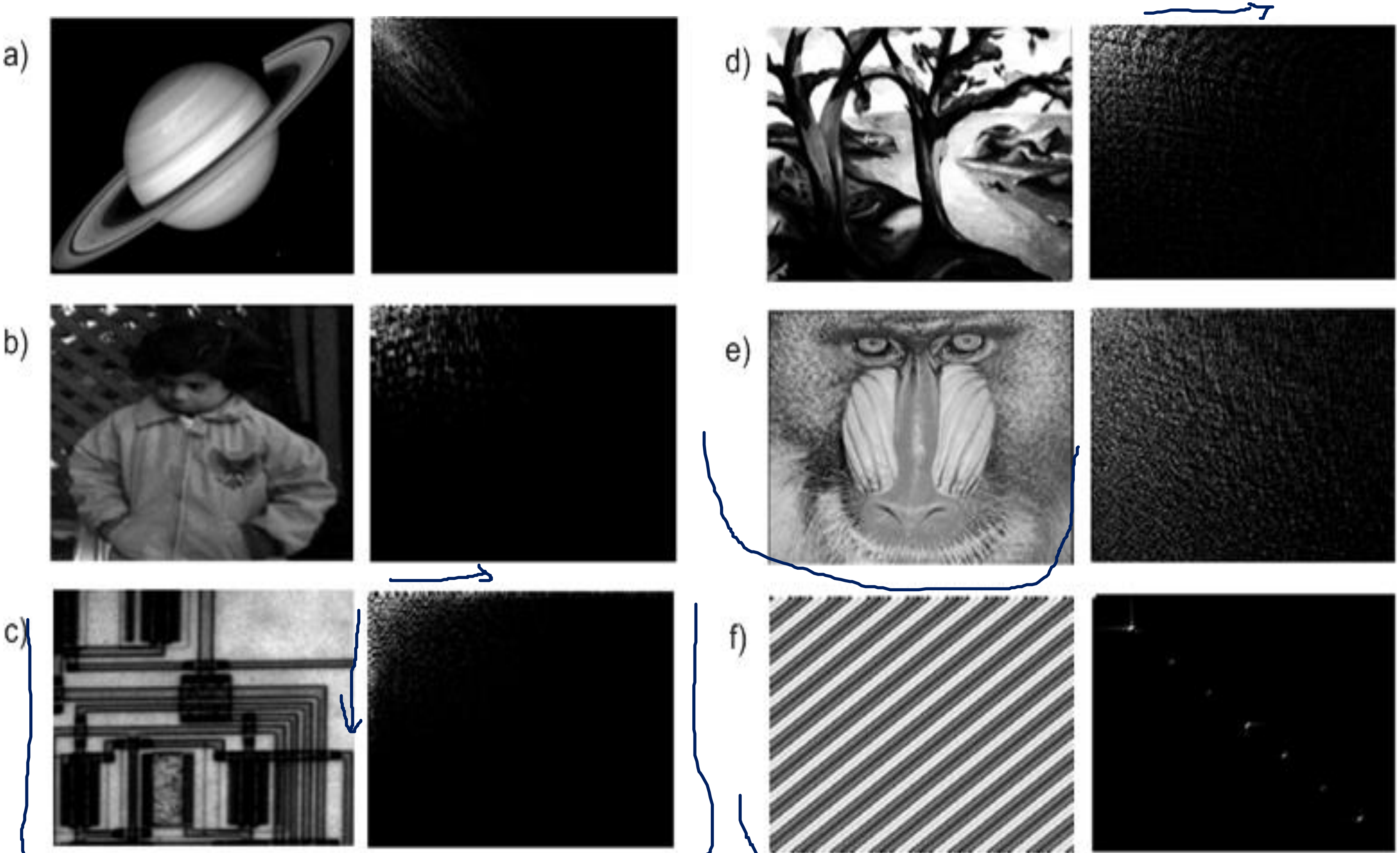
# Imagine originala




Daca se retin doar 50% din coeficienti

Imagine aproximata

# DCT - Exemple cu privire la proprietatea de compactare a energiei pentru imagini standard



# Exemplu DCT şi IDCT … cuantizarea!

- Imagine:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix}186 & 184 & 187 & 187 & 189 & 187 & 190 & 190\end{bmatrix}^T$$

- Coeficienții DCT:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix}530.33 & -4.65 & 0 & -0.52 & 1.14 & 0.99 & 0 & 2.25\end{bmatrix}^T$$

- Dacă se păstrează toți coeficienții se poate reface perfect setul de date inițial (fără erori)

| | | | | | | | | | Imagine refăcută | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Coeficienții Hadamard | 530,33 | -4,24 | 0 | -2,83 | 1,41 | 0 | 0 | 1,41 | | | | | | | | |
| Coeficienții DCT | 530,33 | -4,65 | 0 | -0,52 | 1,41 | 1 | 0 | 2,26 | 186 | 184 | 187 | 187 | 189 | 187 | 190 | 190 |
| Hadamard Cuantizare 1 | 530 | -4 | 0 | -3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 186 | 184 | 187 | 187 | 188 | 187 | 190 | 190 |
| Hadamard Cuantizare 2 | 530 | -4 | 0 | -3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 185 | 185 | 187 | 187 | 188 | 188 | 190 | 190 |
| DCT Cuantizare 1 | 530 | -5 | 0 | -1 | 1 | 1 | 0 | 2 | 185 | 184 | 187 | 187 | 189 | 187 | 190 | 190 |
| DCT Cuantizare 2 | 530 | -5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 185 | 185 | 187 | 186 | 189 | 188 | 190 | 190 |

# Exemple DCT-2D corelat

U=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 159 | 163 | 161 | 161 | 162 | 159 | 161 | 161 |
| 159 | 161 | 161 | 159 | 161 | 159 | 161 | 161 |
| 162 | 162 | 159 | 158 | 159 | 162 | 162 | 158 |
| 159 | 161 | 158 | 156 | 161 | 162 | 162 | 161 |
| 156 | 159 | 161 | 158 | 161 | 162 | 162 | 161 |
| 161 | 159 | 162 | 158 | 158 | 161 | 161 | 159 |
| 162 | 159 | 161 | 158 | 158 | 158 | 161 | 158 |
| 158 | 158 | 159 | 159 | 158 | 159 | 161 | 158 |

V=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1279 | -1,88 | 1,915 | 1,244 | -4,87 | -0,15 | -0,93 | 2,757 |
| 4,271 | -0,07 | -0,35 | -0,44 | 0,638 | -3,74 | -2,33 | -0,6 |
| -0,76 | 2,946 | -0,87 | -2,71 | 2,146 | 1,652 | -1,67 | -0,05 |
| 1,737 | 0,208 | -1,23 | -2,83 | 0,383 | -0,21 | 1,213 | 1,05 |
| -0,12 | -3,86 | -2,08 | -0,93 | 0,125 | -2,44 | -1,44 | -0,5 |
| 0,559 | 2,261 | 2,14 | 1,882 | 0,381 | 0,093 | -0,74 | -0,02 |
| 0,45 | 1,282 | 0,08 | 1,485 | -1,02 | 1,141 | 0,369 | -1,65 |
| 0,34 | 0,486 | -0,89 | -0,03 | -0,49 | 0,75 | -0,4 | -0,2 |

Vc=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1279 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Ur=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 |
| 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 |
| 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 |
| 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 |
| 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 |
| 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 |
| 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 |
| 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 | 160 |

D=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| 1 | 0 | 2 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 |
| 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 |

Vc'=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1279 | 0 | 0 | 0 | -5 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Ur'=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 160 | 161 | 161 | 160 | 160 | 161 | 161 | 160 |
| 160 | 161 | 161 | 160 | 160 | 161 | 161 | 160 |
| 160 | 161 | 161 | 160 | 160 | 161 | 161 | 160 |
| 159 | 161 | 161 | 159 | 159 | 161 | 161 | 159 |
| 159 | 160 | 160 | 159 | 159 | 160 | 160 | 159 |
| 159 | 160 | 160 | 159 | 159 | 160 | 160 | 159 |
| 159 | 160 | 160 | 159 | 159 | 160 | 160 | 159 |
| 159 | 160 | 160 | 159 | 159 | 160 | 160 | 159 |

D'=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| 0 | 0 | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

# Bloc cu energie mare

U=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 116 | 121 | 120 | 133 | 159 | 172 | 182 | 186 |
| 114 | 107 | 103 | 130 | 156 | 168 | 182 | 187 |
| 106 | 99 | 93 | 114 | 141 | 158 | 175 | 176 |
| 106 | 99 | 91 | 98 | 126 | 144 | 162 | 161 |
| 103 | 98 | 91 | 88 | 109 | 131 | 142 | 142 |
| 110 | 107 | 99 | 81 | 88 | 119 | 120 | 113 |
| 137 | 137 | 124 | 98 | 81 | 100 | 107 | 99 |
| 142 | 126 | 109 | 103 | 91 | 92 | 109 | 109 |

V=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 986,3 | -112 | 61,55 | 29,15 | -10,5 | 1,60 | -4,93 | 0,79 |
| 117,2 | -127 | -23,8 | 14,67 | 16,93 | -8,82 | -5,84 | 2,52 |
| 38,1 | 43,9 | -5,61 | -12,8 | 6,40 | 3,07 | -3,19 | -2,78 |
| -11 | 10,01 | -3,91 | -1,98 | -17 | -4,77 | 8,36 | -1,08 |
| 4 | -7,37 | 2,10 | -0,48 | 6,25 | -2,32 | -2,76 | 4,05 |
| 4,44 | 17,39 | 1,17 | -5,06 | -10,4 | -0,44 | 0,87 | 0,17 |
| -9,29 | -9,73 | -0,69 | 3,92 | -0,22 | -0,71 | 1,10 | 0,19 |
| 3,375 | 4,23 | -0,74 | -3,84 | -1,25 | -0,13 | -0,42 | -0,52 |

Vc=

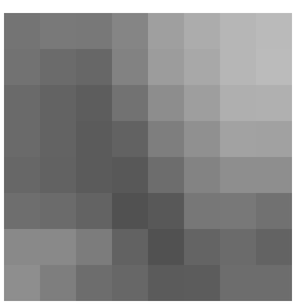
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 986 | -112 | 62 | 29 | -10 | 0 | 0 | 0 |
| 117 | -127 | -24 | 15 | 17 | 0 | 0 | 0 |
| 38 | 44 | 0 | -13 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -11 | 10 | 0 | 0 | -17 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 17 | 0 | 0 | -10 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

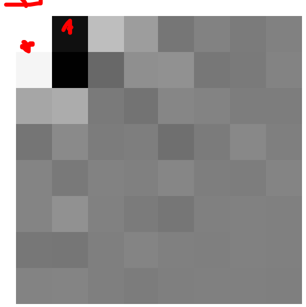
Ur=

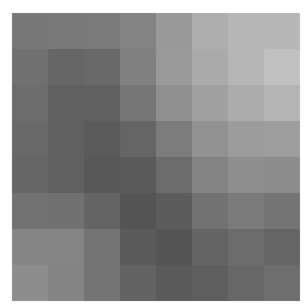
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 120 | 121 | 122 | 131 | 152 | 174 | 183 | 182 |
| 113 | 102 | 105 | 128 | 154 | 170 | 182 | 192 |
| 109 | 96 | 96 | 117 | 143 | 160 | 172 | 180 |
| 105 | 96 | 91 | 101 | 124 | 146 | 156 | 157 |
| 102 | 96 | 88 | 90 | 108 | 131 | 142 | 140 |
| 114 | 113 | 100 | 85 | 92 | 114 | 123 | 116 |
| 133 | 133 | 116 | 90 | 85 | 100 | 108 | 101 |
| 141 | 132 | 116 | 99 | 90 | 94 | 103 | 110 |

D=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 5 |
| 3 | 0 | 3 | 3 | 2 | 2 | 0 | 4 |
| 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 6 | 1 | 4 | 4 | 0 | 3 | 3 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 1 | 2 |
| 0 | 6 | 7 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 |

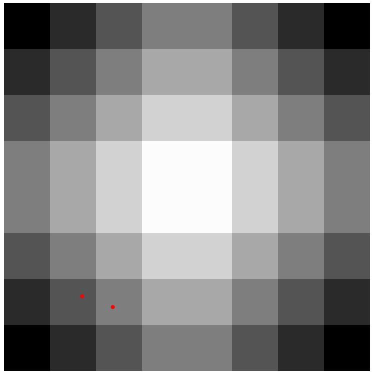

Imagine originală


Imagine DCT

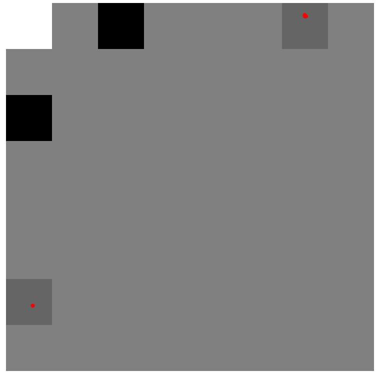

Imagine refăcută


DCT Cuantizați

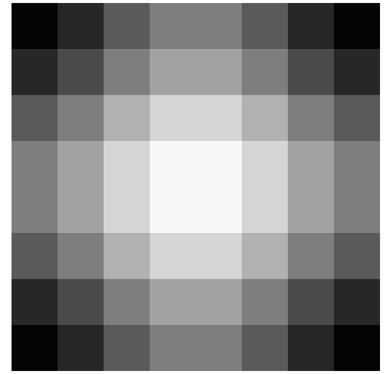
# Exemple DCT-2D nivele de gri-binare



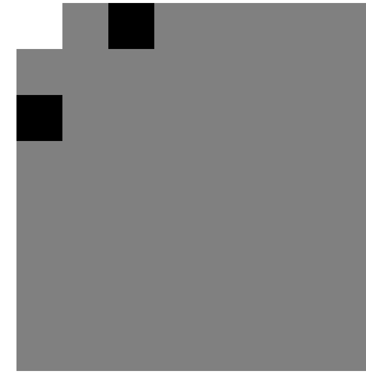
Imagine originală



Imagine DCT



Imagine refăcută



DCT Cuantizați

V=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 240 | 0 | -89,22 | 0 | 0 | 0 | -6,34 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -89,22 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -6,34 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Vc=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2400 | 0 | -89 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -89 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

U=

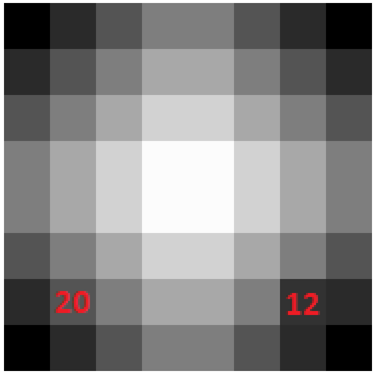
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 10 | 20 | 30 | 30 | 20 | 10 | 0 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 40 | 30 | 20 | 10 |
| 20 | 30 | 40 | 50 | 50 | 40 | 30 | 20 |
| 30 | 40 | 50 | 60 | 60 | 50 | 40 | 30 |
| 30 | 40 | 50 | 60 | 60 | 50 | 40 | 30 |
| 20 | 30 | 40 | 50 | 50 | 40 | 30 | 20 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 40 | 30 | 20 | 10 |
| 0 | 10 | 20 | 30 | 30 | 20 | 10 | 0 |

Ur=

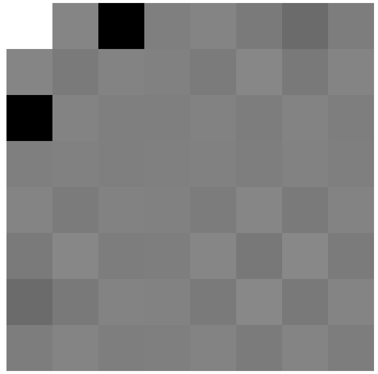
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 9 | 21 | 30 | 30 | 21 | 9 | 1 |
| 9 | 18 | 30 | 39 | 39 | 30 | 18 | 9 |
| 21 | 30 | 42 | 51 | 51 | 42 | 30 | 21 |
| 30 | 39 | 51 | 59 | 59 | 51 | 39 | 30 |
| 30 | 39 | 51 | 59 | 59 | 51 | 39 | 30 |
| 21 | 30 | 42 | 51 | 51 | 42 | 30 | 21 |
| 9 | 18 | 30 | 39 | 39 | 30 | 18 | 9 |
| 1 | 9 | 21 | 30 | 30 | 21 | 9 | 1 |

D=

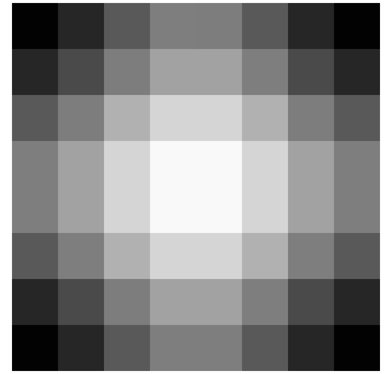
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |



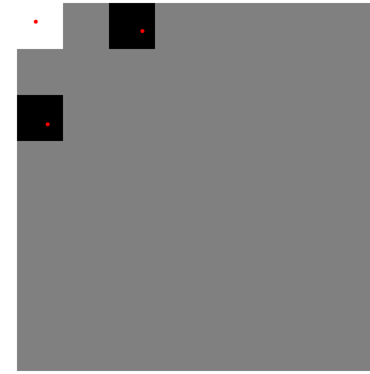

Imagine originală



Imagine DCT



Imagine refăcută



DCT Cuantizați

V=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 239,00 | 1,18 | -89,76 | -0,28 | 1,00 | -1,39 | -5,03 | -0,79 |
| 1,18 | -1,38 | 0,64 | 0,32 | -1,18 | 1,63 | -1,54 | 0,92 |
| -89,76 | 0,64 | -0,29 | -0,15 | 0,54 | -0,75 | 0,71 | -0,43 |
| -0,28 | 0,32 | -0,15 | -0,08 | 0,28 | -0,38 | 0,36 | -0,22 |
| 1,00 | -1,18 | 0,54 | 0,28 | -1,00 | 1,39 | -1,31 | 0,79 |
| -1,39 | 1,63 | -0,75 | -0,38 | 1,39 | -1,92 | 1,81 | -1,09 |
| -5,03 | -1,54 | 0,71 | 0,36 | -1,31 | 1,81 | -1,71 | 1,03 |
| -0,79 | 0,92 | -0,43 | -0,22 | 0,79 | -1,09 | 1,03 | -0,62 |

Vc=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 239 | 0 | -90 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -90 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

U=

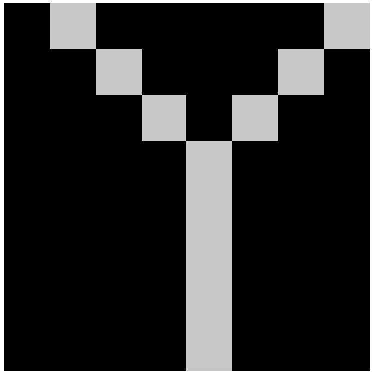
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 10 | 20 | 30 | 30 | 20 | 10 | 0 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 40 | 30 | 20 | 10 |
| 20 | 30 | 40 | 50 | 50 | 40 | 30 | 20 |
| 30 | 40 | 50 | 60 | 60 | 50 | 40 | 30 |
| 30 | 40 | 50 | 60 | 60 | 50 | 40 | 30 |
| 20 | 30 | 40 | 50 | 50 | 40 | 30 | 20 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 40 | 30 | 12 | 10 |
| 0 | 10 | 20 | 30 | 30 | 20 | 10 | 0 |

Ur=

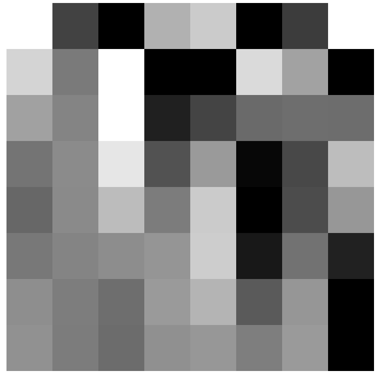
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 9 | 21 | 30 | 30 | 21 | 9 | 0 |
| 9 | 18 | 30 | 38 | 38 | 30 | 18 | 9 |
| 21 | 30 | 42 | 51 | 51 | 42 | 30 | 21 |
| 30 | 38 | 51 | 59 | 59 | 51 | 38 | 30 |
| 30 | 38 | 51 | 59 | 59 | 51 | 38 | 30 |
| 21 | 30 | 42 | 51 | 51 | 42 | 30 | 21 |
| 9 | 18 | 30 | 38 | 38 | 30 | 18 | 9 |
| 0 | 9 | 21 | 30 | 30 | 21 | 9 | 0 |

D=

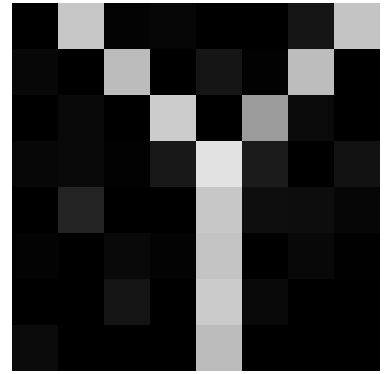
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |



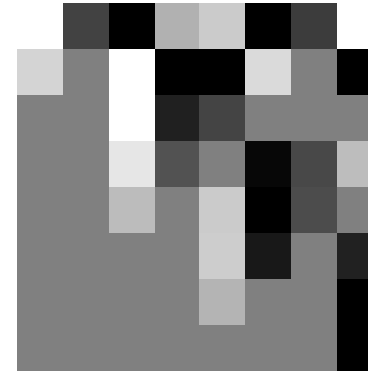
Imagine originală



Imagine DCT



Imagine refăcută



DCT Cuantizați

V=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 275 | -62,27 | -163,3 | 49,173 | 75 | -137,2 | -67,65 | 131,81 |
| 83,715 | -5,709 | 137,16 | -137 | -142,5 | 89,66 | 33,8 | -145,6 |
| 32,664 | 3,7329 | 128,03 | -96,25 | -59,72 | -22,24 | -17,68 | -18,77 |
| -12,18 | 10,802 | 102,48 | -46,3 | 25,972 | -120,9 | -55,63 | 61,024 |
| -25 | 10,323 | 59,724 | -3,907 | 75 | -147,8 | -51,8 | 23,17 |
| -8,136 | 3,6211 | 12,919 | 20,554 | 77,488 | -103,7 | -14,16 | -95,26 |
| 13,53 | -3,031 | -17,68 | 25,664 | 51,798 | -38,41 | 21,967 | -180,9 |
| 16,652 | -4,185 | -19,82 | 16,406 | 22,633 | -1,613 | 26,232 | -144,3 |

Vc=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 275 | -62 | -163 | 49 | 75 | -137 | -68 | 132 |
| 84 | 0 | 137 | -137 | -143 | 90 | 0 | -146 |
| 0 | 0 | 128 | -96 | -60 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 102 | -46 | 0 | -121 | -56 | 61 |
| 0 | 0 | 60 | 0 | 75 | -148 | -52 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 77 | -104 | 0 | -95 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 52 | 0 | 0 | -181 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -144 |

U=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 200 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 200 |
| 0 | 0 | 200 | 0 | 0 | 0 | 200 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 200 | 0 | 200 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 200 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 200 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 200 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 200 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 200 | 0 | 0 | 0 |

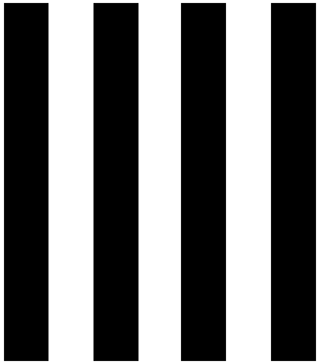
Ur=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 199 | 3 | 5 | 0 | 0 | 20 | 196 |
| 7 | 0 | 188 | 0 | 21 | 2 | 189 | 0 |
| 0 | 9 | 0 | 204 | 0 | 155 | 10 | 0 |
| 7 | 9 | 2 | 24 | 226 | 27 | 0 | 18 |
| 0 | 35 | 0 | 0 | 199 | 14 | 13 | 6 |
| 3 | 0 | 9 | 3 | 195 | 0 | 8 | 1 |
| 0 | 0 | 20 | 0 | 203 | 9 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 188 | 0 | 0 | 0 |

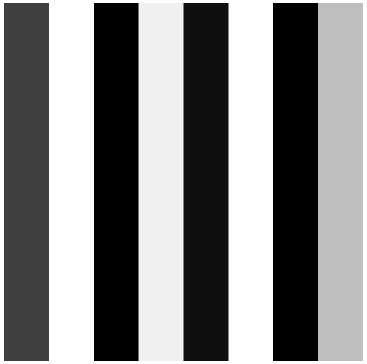
D=

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 3 | 5 | 0 | 0 | 20 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 21 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 9 | 0 | 4 | 0 | 0 | 10 | 0 |
| 7 | 9 | 2 | 24 | 26 | 27 | 0 | 18 |
| 0 | 35 | 0 | 0 | 0 | 14 | 13 | 6 |
| 3 | 0 | 9 | 3 | 0 | 0 | 8 | 1 |
| 0 | 0 | 20 | 0 | 3 | 9 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

# Coeficienții DCT-2D


Imagine originală


Imagine DCT

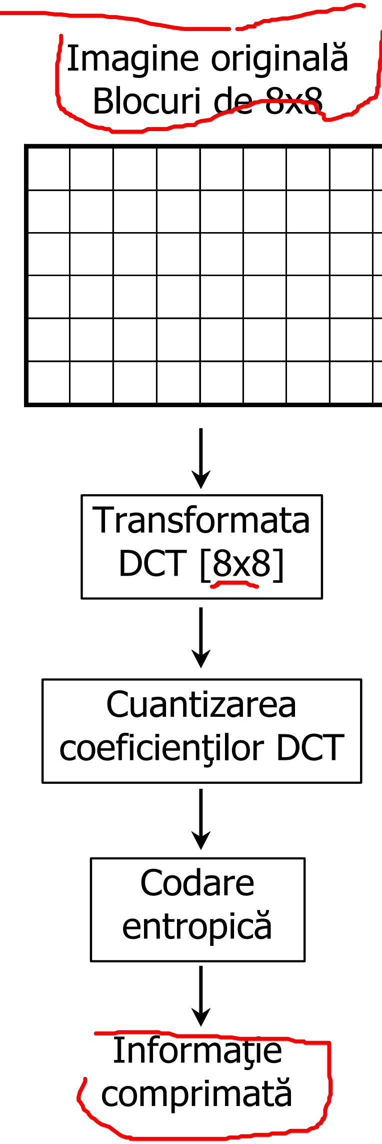

Imagine refăcută


DCT Cuantizați

# Sistem pentru compresia imaginilor prin transformări - DCT

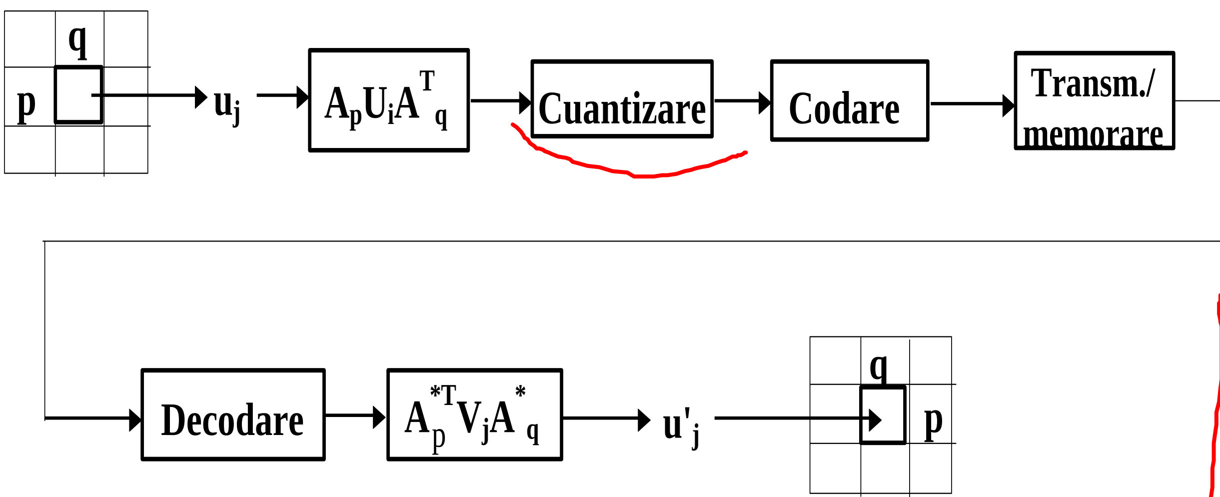
- exploatează capacitatea de compactare a energiei într-un număr mic de coeficienți semnificativi (neneglijabili)
  - **DCT 2-D** este varianta optimala pentru imagini naturale
    - ca timp de calcul si eficienta compactarii energiei

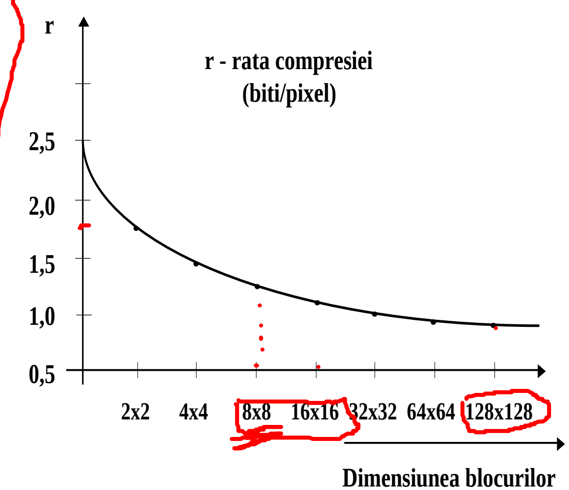
- **Sistem de compresie prin transformări**,
  - aplicare transformare asupra întregii imagini
    - dezavantaj - timp de calcul si memorii ocupate mari (dat de dimensiunea imaginilor)
  - divizare imagine in blocuri de N×N pixeli (tipic, 8×8 sau 16×16 pixeli) și **aplica transformata asupra fiecărui bloc**
    - necesar mic de memorie si viteza de calcul mare
    - un oarecare dezavantaj este o *diminuare a compactării energiei* per ansamblu fata de cazul aplicării transformatei asupra întregii imagini



# Codarea prin transformare bidimensionala

- **divizarea imaginii de intrare**
  - HxW → rezulta HW/pq blocuri de dimensiune pxq
  - se reduce numărul de operatii necesare pentru calculul transformatei (inclusiv prin implementarea algoritmilor rapizi de calcul)



# Codarea prin transformare bidimensională

- alocarea bitilor
- alegerea cuantizorului (coef. CC, CA)
- codarea ieşirii cuantizorului
- reproducerea coeficienţilor (canal fără zgomot)

**Tabelul 3.1**

| Mărimea blocului | Rata de compresie Biți/pixel | Raport Semnal-zgomot | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | KL | Cosinus | Sinus | Fourier | Hadamard |
| 8x8 | 0.5 | 13.82 | 13.76 | 11.69 | 12.27 | 12.65 |
| | 1 | 16.24 | 16.19 | 14.82 | 14.99 | 15.19 |
| | 2 | 20.95 | 20.89 | 19.53 | 19.73 | 19.86 |
| 16x16 | 0.5 | - | 14.25 | 12.82 | 12.87 | 12.78 |
| | 1 | - | 16.58 | 15.65 | 15.52 | 15.27 |
| | 2 | - | 21.26 | 20.37 | 20.24 | 20.01 |

# Cuantizarea coeficienților transformatei

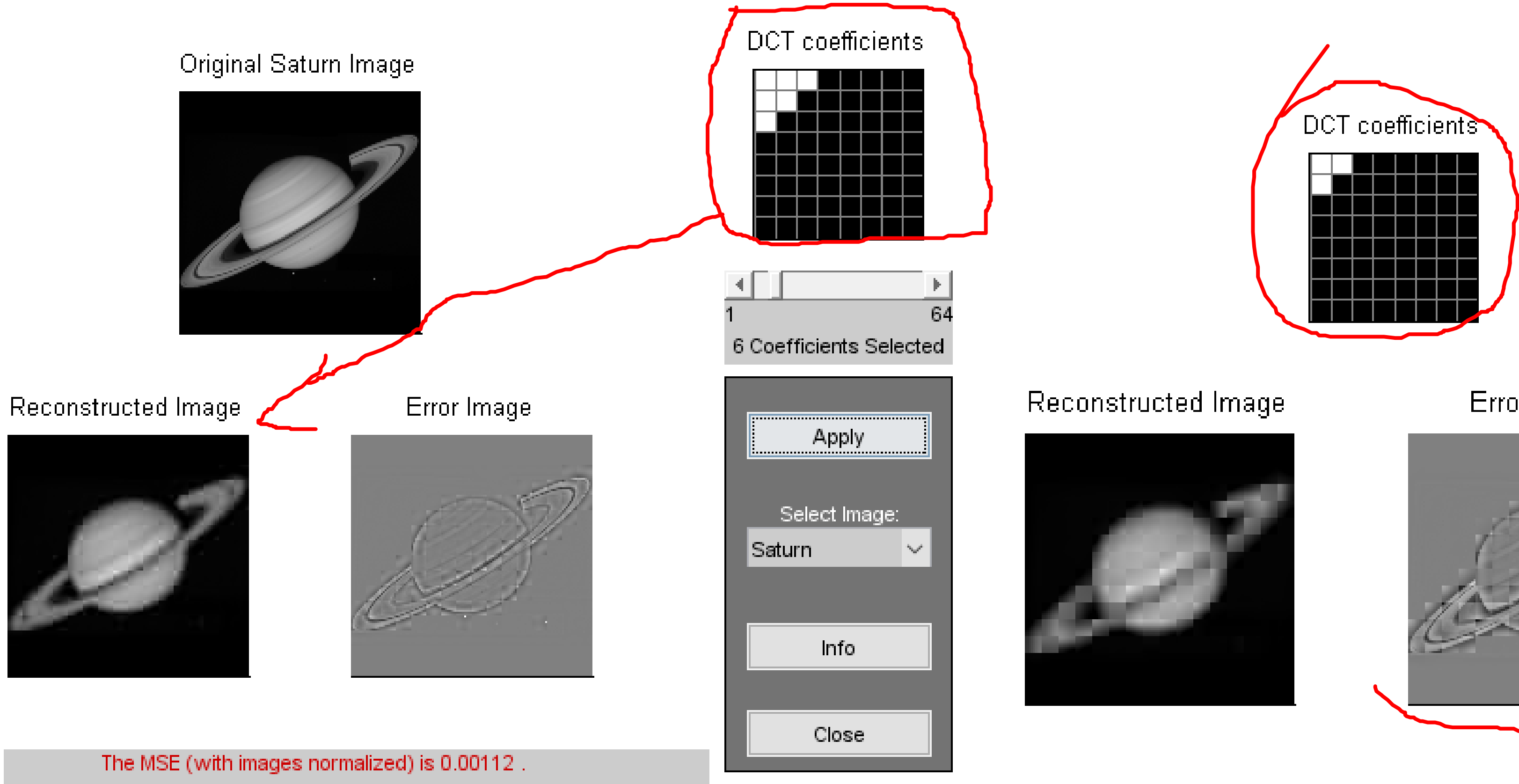
- Cuantizarea coeficienților transformatei
  - proces implicit cu **pierdere** de informație

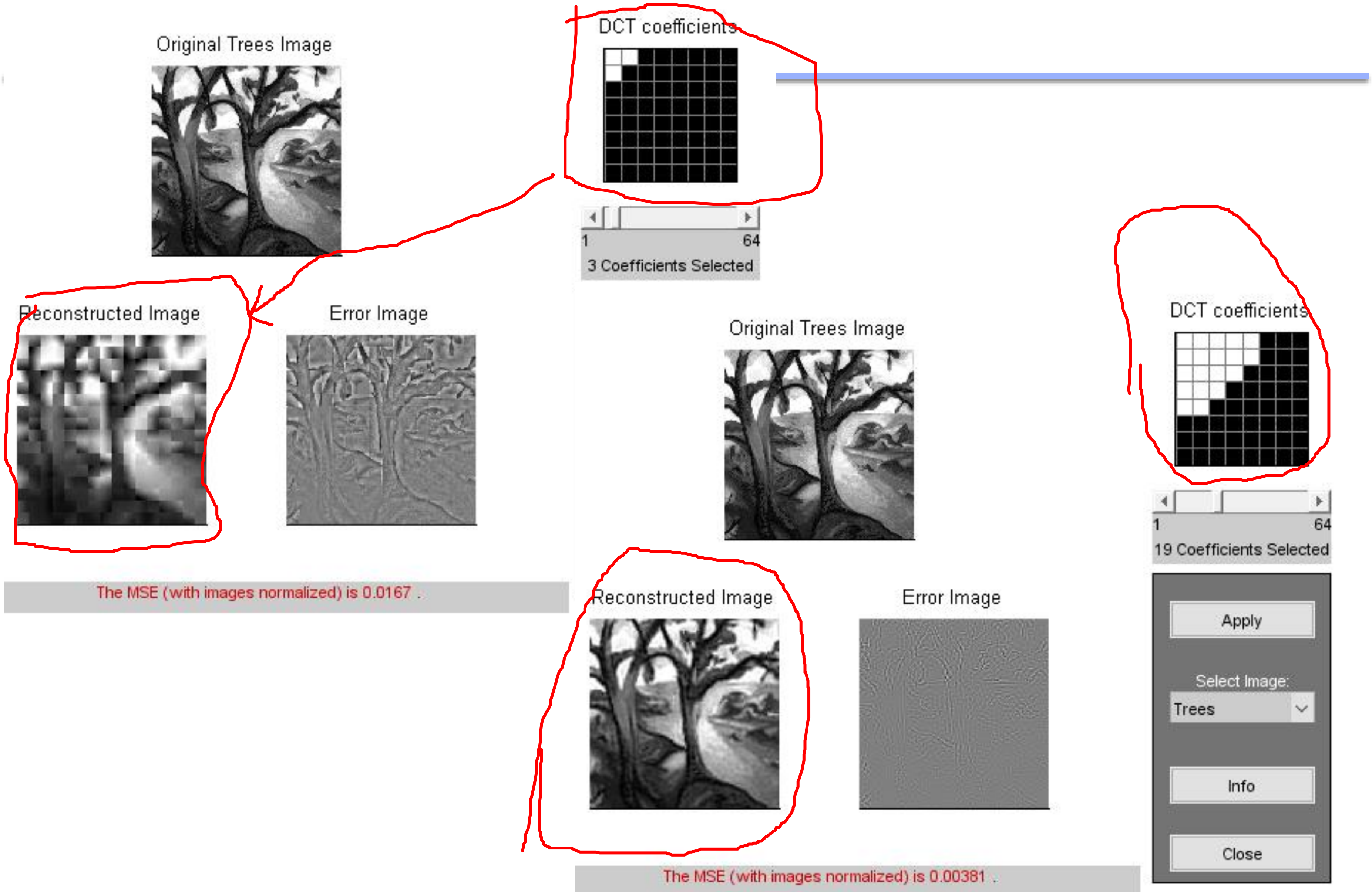
- trebuie ales cu atentie numarul de biti pe care se reprezinta/cuantizeaza în special coeficientii de înalta frecventa din domeniul transformat:
  - daca acest numar este prea mic, atunci eroarea introdusa poate cauza aparitia efectului "de bloc",

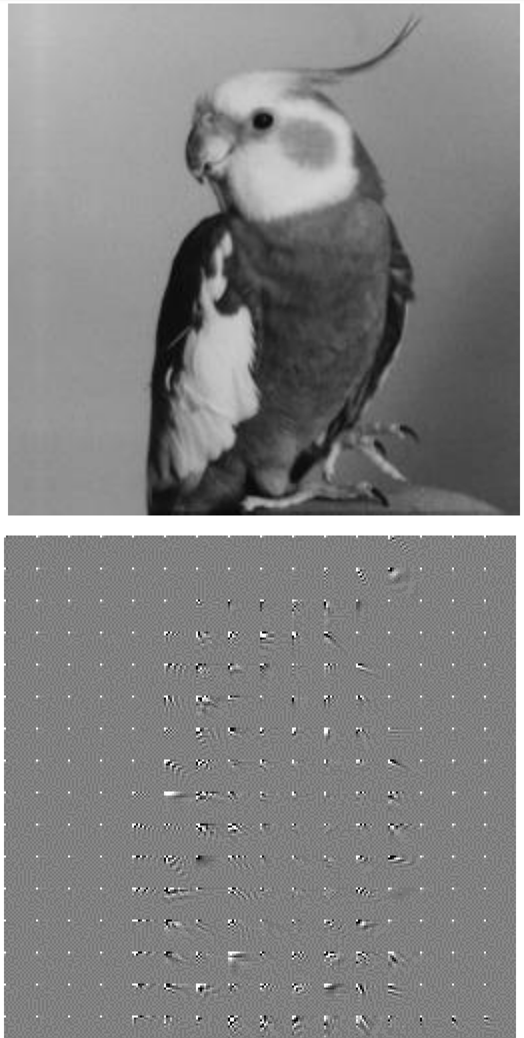
- efectului "de bloc"
  - la reconstructia blocurilor de 8×8 sau 16×16 pixeli prin invers cuantizare si IDCT 2-D, lipsesc detaliile din aceste blocuri si se observa "patratele" pe nivele de gri în locul unei zone continue de nivele de gri din imagine.

# Efectului "de bloc„

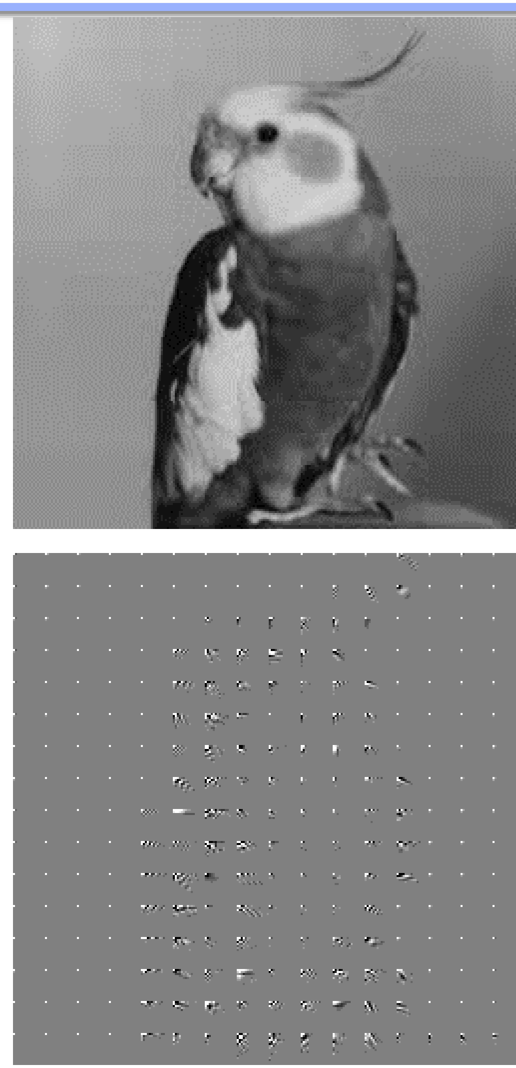
- Efectului "de bloc "
  - se poate observa cu aplicatia DCTDemo, din Matlab, pentru diferiti coeficienti ai transformatei setati la 0 (echivalent cu cuantizarea grosiera a diferitelor frecvente din domeniul transformat).



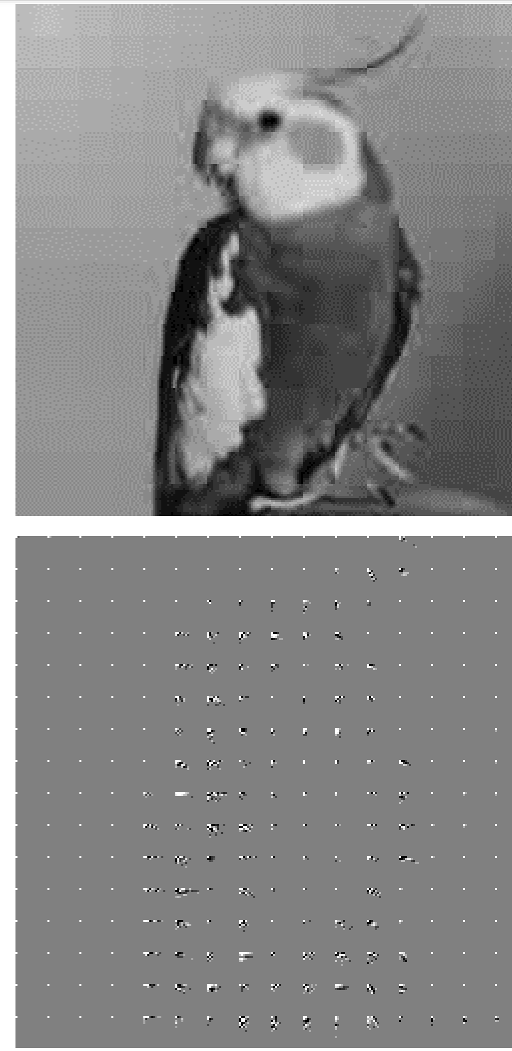

Original Trees Image
DCT coefficients
1
64
3 Coefficients Selected
Reconstructed Image
Error Image
The MSE (with images normalized) is 0.0167 .
Original Trees Image
DCT coefficients
1
64
19 Coefficients Selected
Reconstructed Image
Error Image
Apply
Select Image:
Trees
Info
Close
The MSE (with images normalized) is 0.00381 .



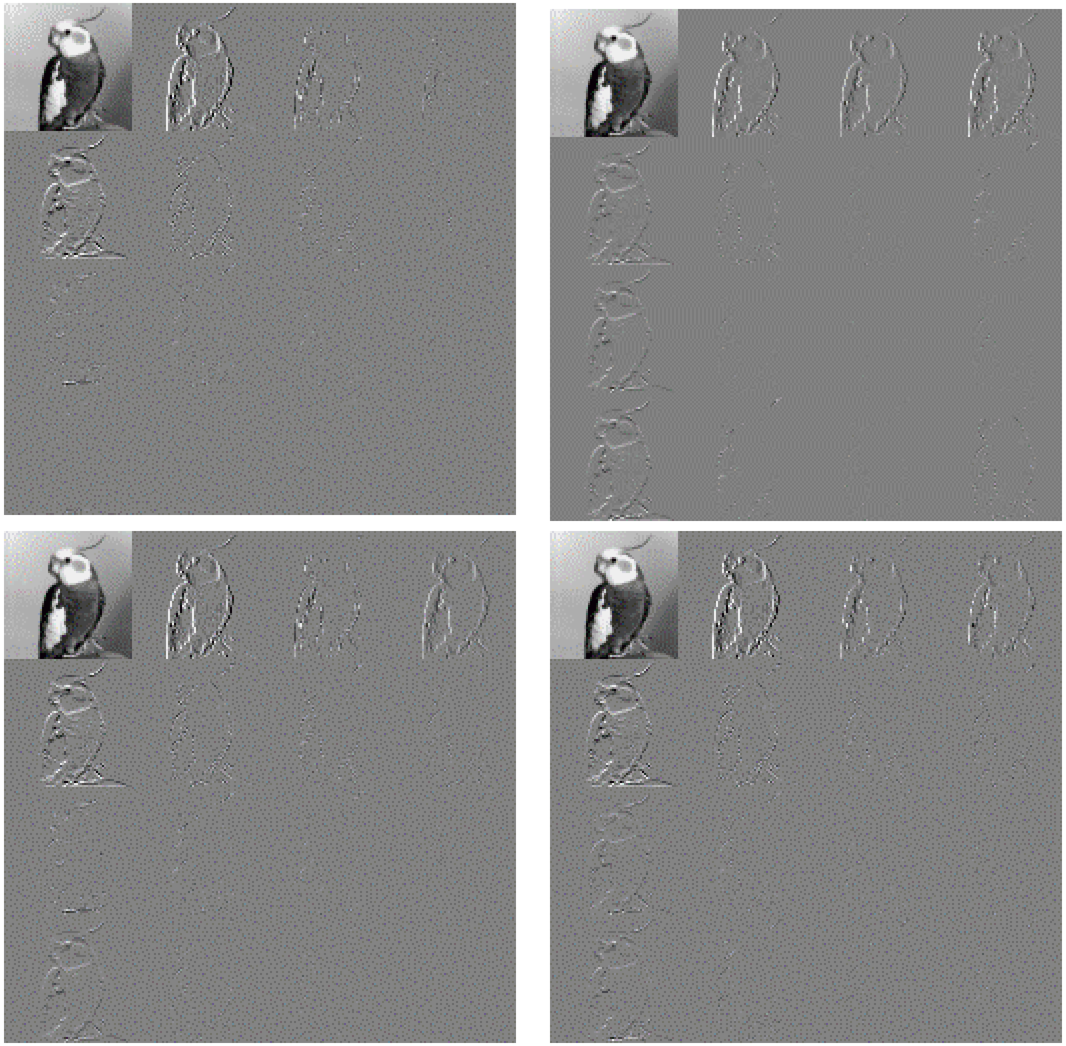
85% zero-uri



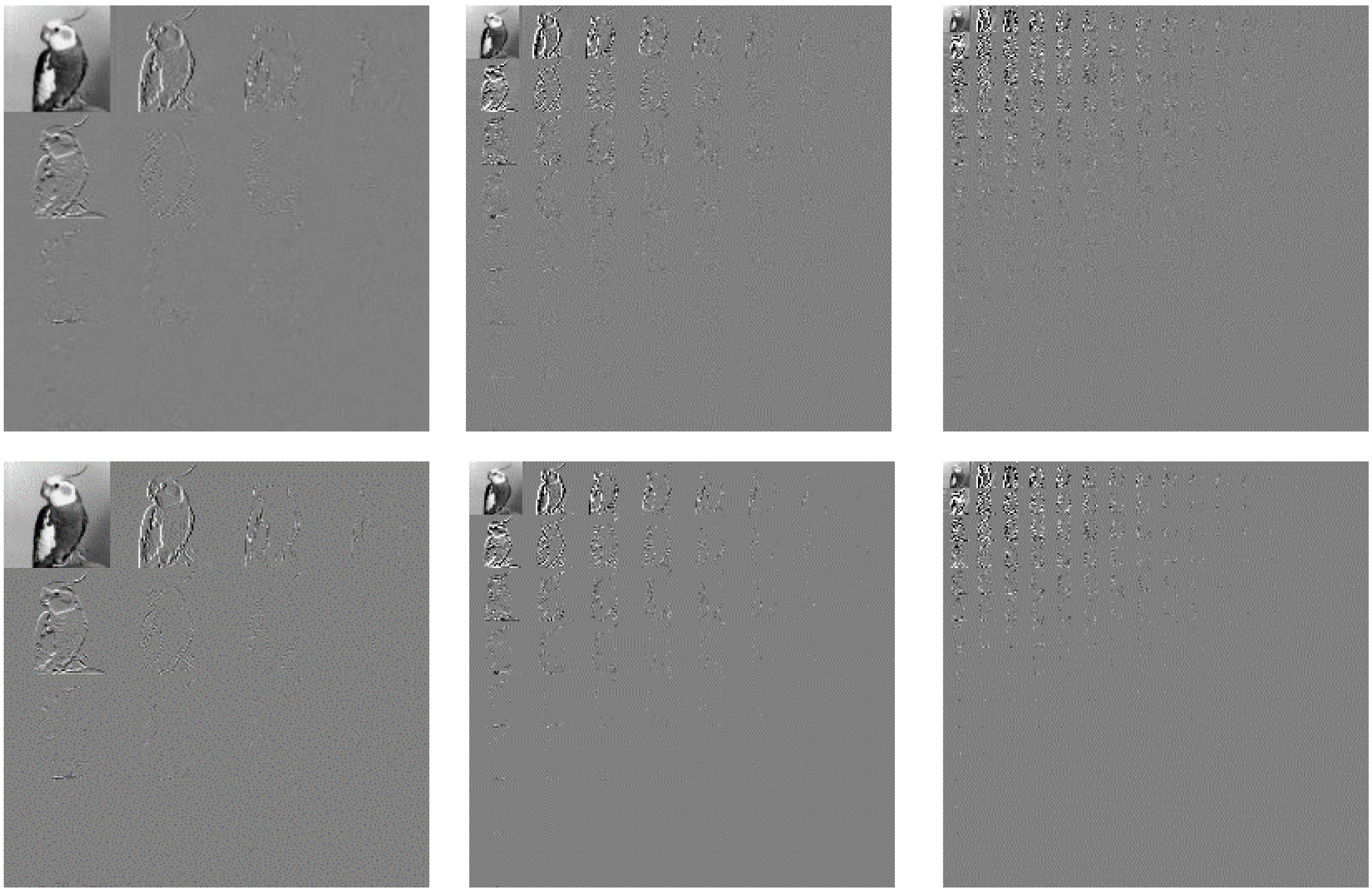
96% zero-uri

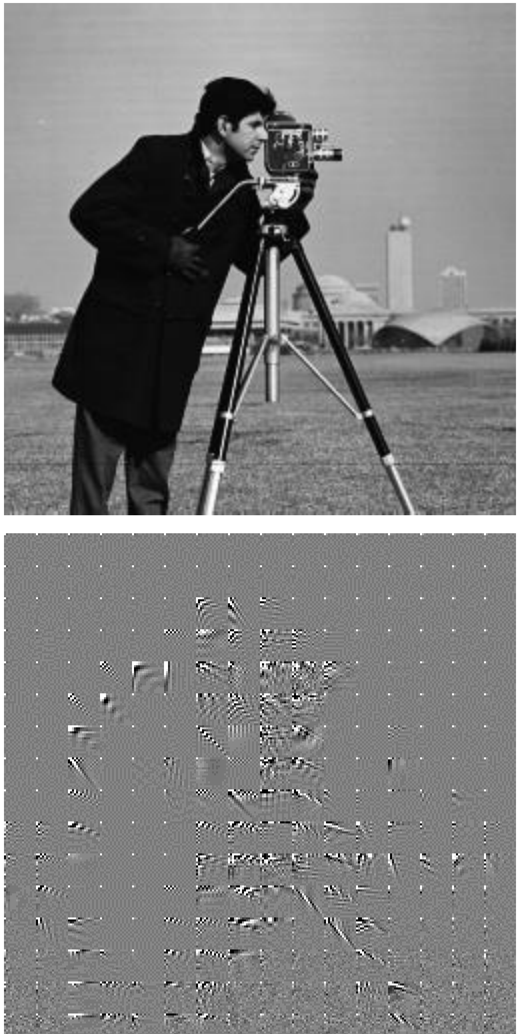


98%

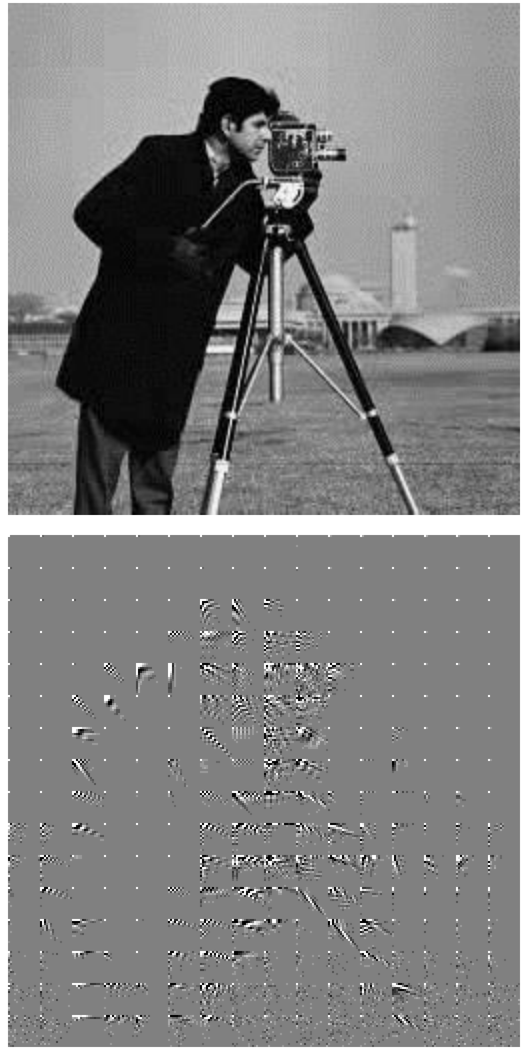


4x4 8x8 16x16

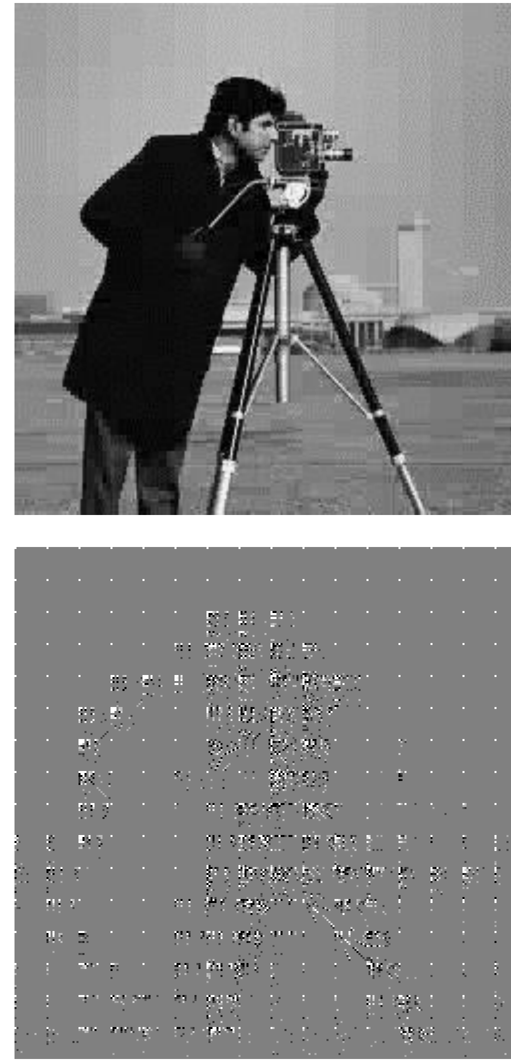




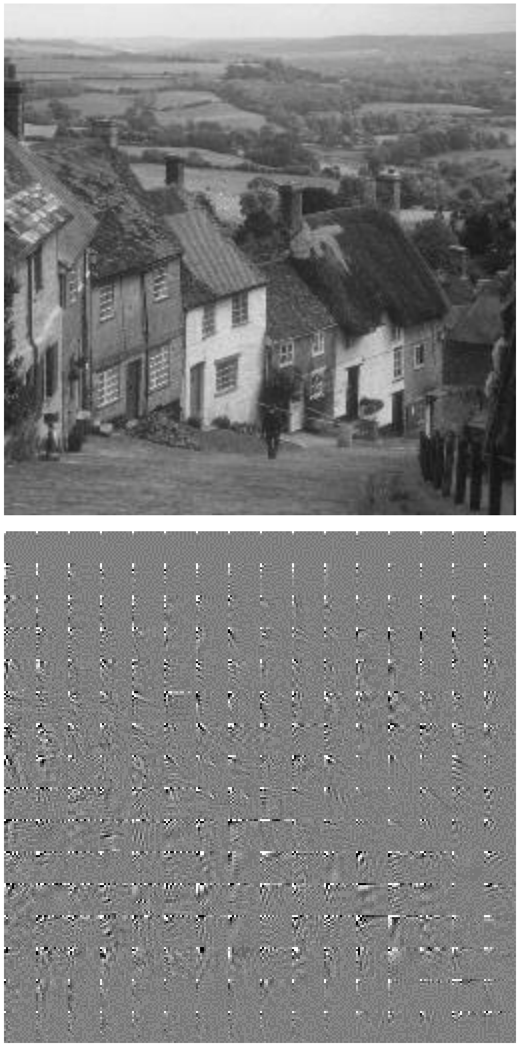
63% zero-uri



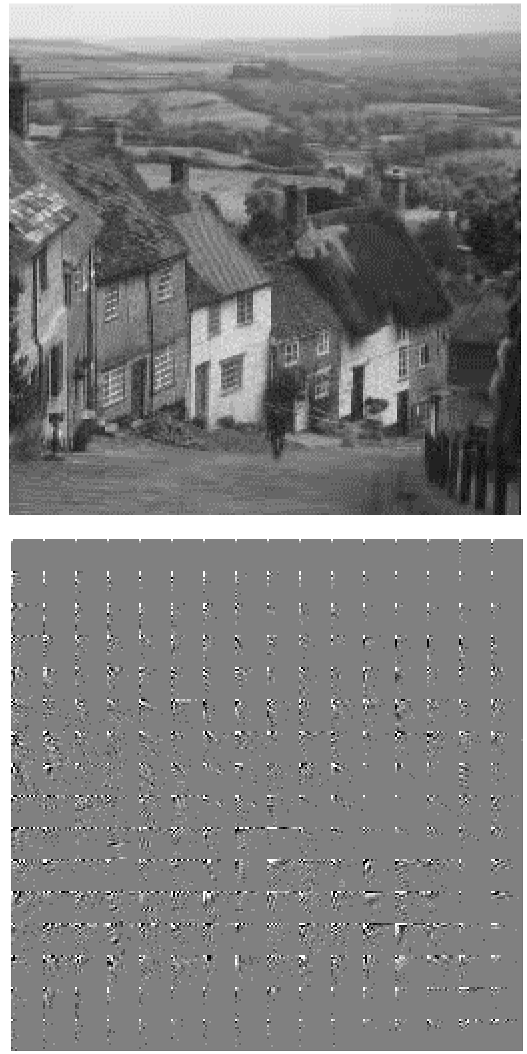
88% zero-uri



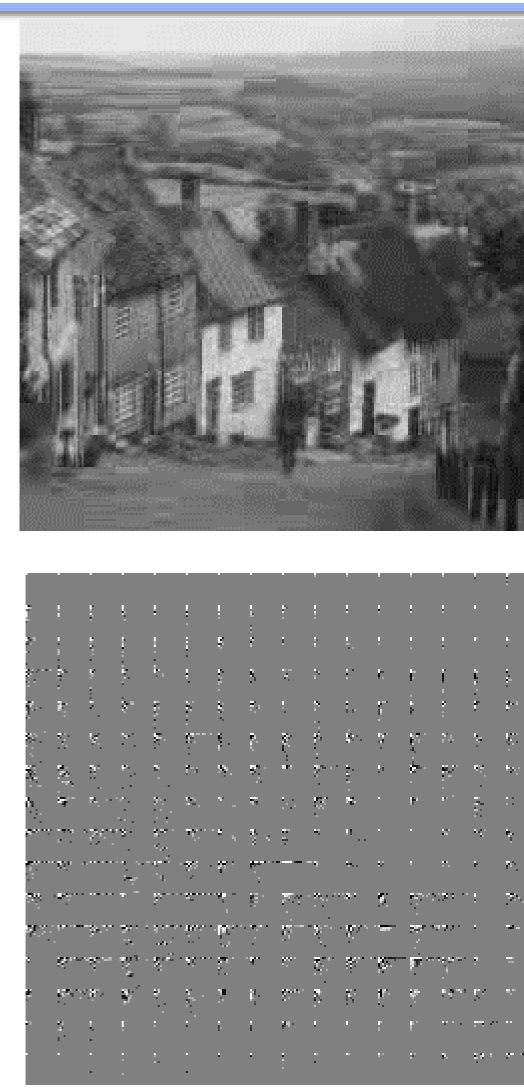
95%



44% zero-uri



87% zero-uri



95%

# Codarea zonală şi codarea cu prag

- doar o mica zonă din imaginea transformată se transmite (alocarea biţilor)

- **codarea zonala**
  - masca zonala

$$m(k,l) = \begin{cases} 1, & k,l \in I_t \\ 0, & in \quad rest \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

a Mască zonală

- **codarea cu prag**
  - pragul

$$I'_t = \{k,l : |v(k,l)| > \eta\}$$

  - masca cu prag

$$m_\eta(k,l) = \begin{cases} 1, & k,l \in I'_t \\ 0, & in \quad rest \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

b Mască cu prag

- **Cuantizoare uniforme**

***- ordonarea "zig-zag" a coeficienților***

# Cuantizoarele din schemele de compresie bazate pe transformari

- Cuantizoare uniforme
  - definite în mod unic prin numarul de biti alocat fiecarui coeficient din domeniul transformat
  - pentru un bloc de dimensiune $p \times p$, cu $p$ – oarecare (în general 8 sau 16), cuantizoarele pot fi specificate printr-o ***matrice de cuantizare*** **Q** de aceeasi dimensiune $p \times p$, unde elementele din matrice reprezinta ***intervalul de cuantizare*** alocat cuantizorului coeficientului respectiv al transformatei (coeficientul de c.c. sau unul din coeficientii de c.a.).
  - procesul de cuantizare consta pur si simplu în divizarea valorilor coeficientilor transformatei imaginii la valoarea corespunzatoare din matricea de cuantizare (adica, la intervalul de cuantizare = pasul de cuantizare)

- Alegerea numărului de nivele de cuantizare (intervalului de cuantizare pentru fiecare cuantizor în parte),
  - se realizeaza în functie de varianta fiecarui coeficient al transformatei imaginii, estimat pentru/dintr-un set de imagini tipice pentru aplicatia de codare considerata:
    - cu cât varianta unui coeficient este mai mare, cu atât numarul de nivele de cuantizare necesar pentru reprezentarea fidela a coeficientului si ca urmare si a imaginii reconstruite (decodate) este mai mare.

  => procedura poarta numele de determinarea alocarii bitilor.

- În general, exista obtinute, din date experimentale, seturi de matrici de cuantizare recomandate pentru diferite categorii de imagini, pentru dimensiuni ale blocurilor de imagine de 8×8 sau 16×16 pixeli.
- Valorile coeficientilor acestor matrici se pot însa ajusta în schemele de compresie pentru aplicatii practice la specificul imaginilor comprimate în aplicatia respectiva.

$$\mathbf{Q}_{3(niv.calit.50\%)} = \begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{Q}_{4(niv.calit.10\%)} = \begin{bmatrix} 80 & 60 & 50 & 80 & 120 & 200 & 255 & 255 \\ 55 & 60 & 70 & 95 & 130 & 255 & 255 & 255 \\ 70 & 65 & 80 & 120 & 200 & 255 & 255 & 255 \\ 70 & 85 & 110 & 145 & 255 & 255 & 255 & 255 \\ 90 & 110 & 185 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 \\ 120 & 175 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 \\ 245 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 \\ 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 & 255 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} 8 & 36 & 36 & 36 & 39 & 45 & 52 & 65 \\ 36 & 36 & 36 & 37 & 41 & 47 & 56 & 58 \\ 36 & 36 & 38 & 42 & 47 & 54 & 64 & 78 \\ 36 & 37 & 42 & 50 & 59 & 69 & 81 & 98 \\ 39 & 41 & 47 & 54 & 73 & 89 & 108 & 130 \\ 45 & 47 & 54 & 69 & 89 & 115 & 144 & 178 \\ 53 & 56 & 64 & 81 & 108 & 144 & 190 & 243 \\ 65 & 68 & 78 & 98 & 130 & 178 & 243 & 255 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 & 9 & 11 & 13 & 15 & 17 \\ 5 & 7 & 9 & 11 & 13 & 15 & 17 & 19 \\ 7 & 9 & 11 & 13 & 15 & 17 & 19 & 21 \\ 9 & 11 & 13 & 15 & 17 & 19 & 21 & 23 \\ 11 & 13 & 15 & 17 & 19 & 21 & 23 & 25 \\ 13 & 15 & 17 & 19 & 21 & 23 & 25 & 27 \\ 15 & 17 & 19 & 21 & 23 & 25 & 27 & 29 \\ 17 & 19 & 21 & 23 & 25 & 27 & 29 & 31 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{Q}_{5(niv.calit.90\%)} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 3 & 5 & 8 & 10 & 12 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 & 12 & 12 & 11 \\ 3 & 3 & 3 & 5 & 8 & 11 & 14 & 11 \\ 3 & 3 & 4 & 6 & 10 & 17 & 16 & 12 \\ 4 & 4 & 7 & 11 & 14 & 22 & 21 & 15 \\ 5 & 7 & 11 & 13 & 16 & 12 & 23 & 18 \\ 10 & 13 & 16 & 17 & 21 & 24 & 24 & 21 \\ 14 & 18 & 19 & 20 & 22 & 20 & 20 & 20 \end{bmatrix}.$$

# Alocarea bitilor

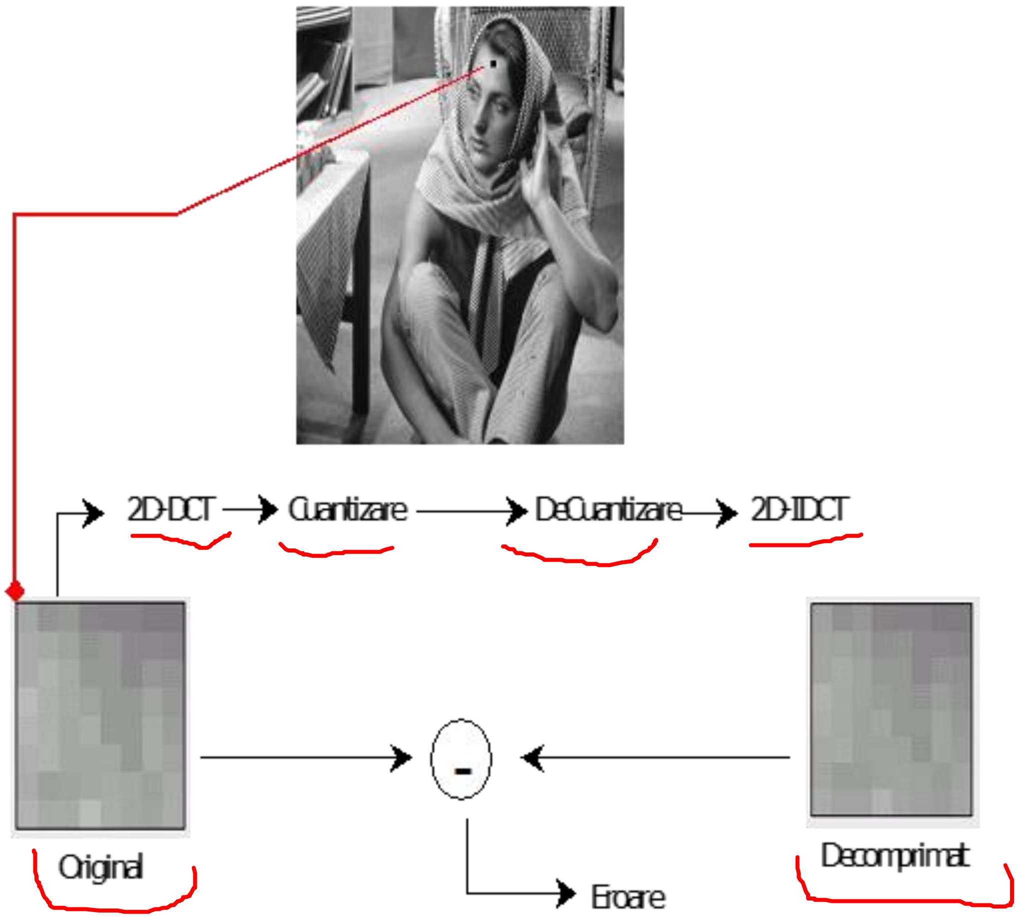
- dispersia coeficienţilor nu este uniformă
- cuantizare cu număr diferit de biţi
- numărul biţilor de cuantizare este $n_k$ întreg

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | 6 | 5 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 4 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

alocarea bitilor pentru DCT pe fereastra de 16x16 pixeli pentru o rata medie de 1bit/pixel

- Ultima etapa din schemele de codare prin transformari consta în:
  - (1) ordonarea coeficientilor cuantizati ai transformatei dupa o regula prestabilita (scopul fiind în general gruparea coeficientilor cuantizati care au valoarea 0 într-un sir cât mai compact, deoarece acesta poate fi omis la transmisie/stocare) (ex. pt. transformata DCT 2-D, se foloseste ordonarea în zig-zag);
  - (2) codarea entropica (Huffman, codare aritmetica) a coeficientilor cuantizati nenuli, care urmeaza a fi transmisi/stocati – realizata în standardul JPEG pe baza unor tabele de codare prestabilite în urma experimentelor pe un numar mare de imagini – tabele standardizate de codare.

# Schemă codare DCT



# Codarea DCT

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 161 | 155 | 157 | 152 | 151 | 151 | 149 | 149 |
| 163 | 162 | 160 | 155 | 156 | 153 | 153 | 152 |
| 163 | 165 | 162 | 157 | 157 | 153 | 156 | 155 |
| 168 | 164 | 162 | 160 | 157 | 156 | 160 | 156 |
| 166 | 164 | 161 | 163 | 157 | 157 | 162 | 158 |
| 164 | 165 | 161 | 161 | 161 | 156 | 162 | 160 |
| 163 | 159 | 160 | 161 | 162 | 161 | 159 | 162 |
| 165 | 162 | 162 | 168 | 163 | 161 | 160 | 163 |

initiala

-128

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 33 | 27 | 29 | 24 | 23 | 23 | 21 | 21 |
| 35 | 34 | 32 | 27 | 28 | 25 | 25 | 24 |
| 35 | 37 | 34 | 29 | 29 | 25 | 28 | 27 |
| 40 | 36 | 34 | 32 | 29 | 28 | 32 | 28 |
| 38 | 36 | 33 | 35 | 29 | 29 | 34 | 30 |
| 36 | 37 | 33 | 33 | 33 | 28 | 34 | 32 |
| 35 | 31 | 32 | 33 | 34 | 33 | 31 | 34 |
| 37 | 34 | 34 | 40 | 35 | 33 | 32 | 35 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 251 | 19 | 6 | 0 | 2 | 3 | -2 | 2 |
| -21 | 10 | 3 | 1 | -4 | -1 | 2 | 3 |
| -8 | -2 | -4 | 1 | 3 | -2 | 5 | -1 |
| -6 | -1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 5 | 1 | -2 |
| -4 | -1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | -2 | 0 | -1 | -2 | 1 |
| -2 | -1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 |

Coef. DCT

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 11 | 10 | 16 | 24 | 40 | 51 | 61 |
| 12 | 12 | 14 | 19 | 26 | 58 | 60 | 55 |
| 14 | 13 | 16 | 24 | 40 | 57 | 69 | 56 |
| 14 | 17 | 22 | 29 | 51 | 87 | 80 | 62 |
| 18 | 22 | 37 | 56 | 68 | 109 | 103 | 77 |
| 24 | 35 | 55 | 64 | 81 | 104 | 113 | 92 |
| 49 | 64 | 78 | 87 | 103 | 121 | 120 | 101 |
| 72 | 92 | 95 | 98 | 112 | 100 | 103 | 99 |

Matrice de cuantizare

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Coef. DCT cuantizati

# Codarea DCT

$$\begin{bmatrix} 256 & 22 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{IDCT; +128}} \begin{bmatrix} 162 & 160 & 157 & 153 & 151 & 149 & 149 & 148 \\ 163 & 162 & 158 & 155 & 153 & 151 & 151 & 151 \\ 166 & 164 & 161 & 158 & 156 & 155 & 155 & 155 \\ 167 & 166 & 163 & 161 & 159 & 158 & 158 & 159 \\ 168 & 167 & 164 & 162 & 161 & 161 & 161 & 162 \\ 167 & 166 & 164 & 162 & 161 & 161 & 162 & 163 \\ 166 & 164 & 163 & 161 & 161 & 161 & 162 & 163 \\ 164 & 163 & 162 & 160 & 160 & 161 & 162 & 163 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -3 & -2 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & 1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & -1 & 4 & 4 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 3 & 1 & 0 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & 5 & 3 & 0 & -1 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$eroarea = 20\log_{10}\left(\frac{255}{\sqrt{\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\left[X(x,y)-\hat{X}(x,y)\right]^2}}\right)$$

40.67 dB

# Algoritmi de calcul rapid al DCT

| Metoda DCT sau IDCT | Înmulţiri | | Adunări | |
|---|---|---|---|---|
| | 1D | 2D | 1D | 2D |
| 1D Chen | 16 | 256 | 26 | 416 |
| 1D Lee | 12 | 192 | 29 | 464 |
| 1D Loeffler | 11 | 176 | 29 | 464 |
| 2D Kamangar | | 128 | | 430 |
| 2D Cho, Lee | | 96 | | 466 |

- DCT 2D 8x8 pixeli clasic avem 1024 înmulţiri şi 896 adunări

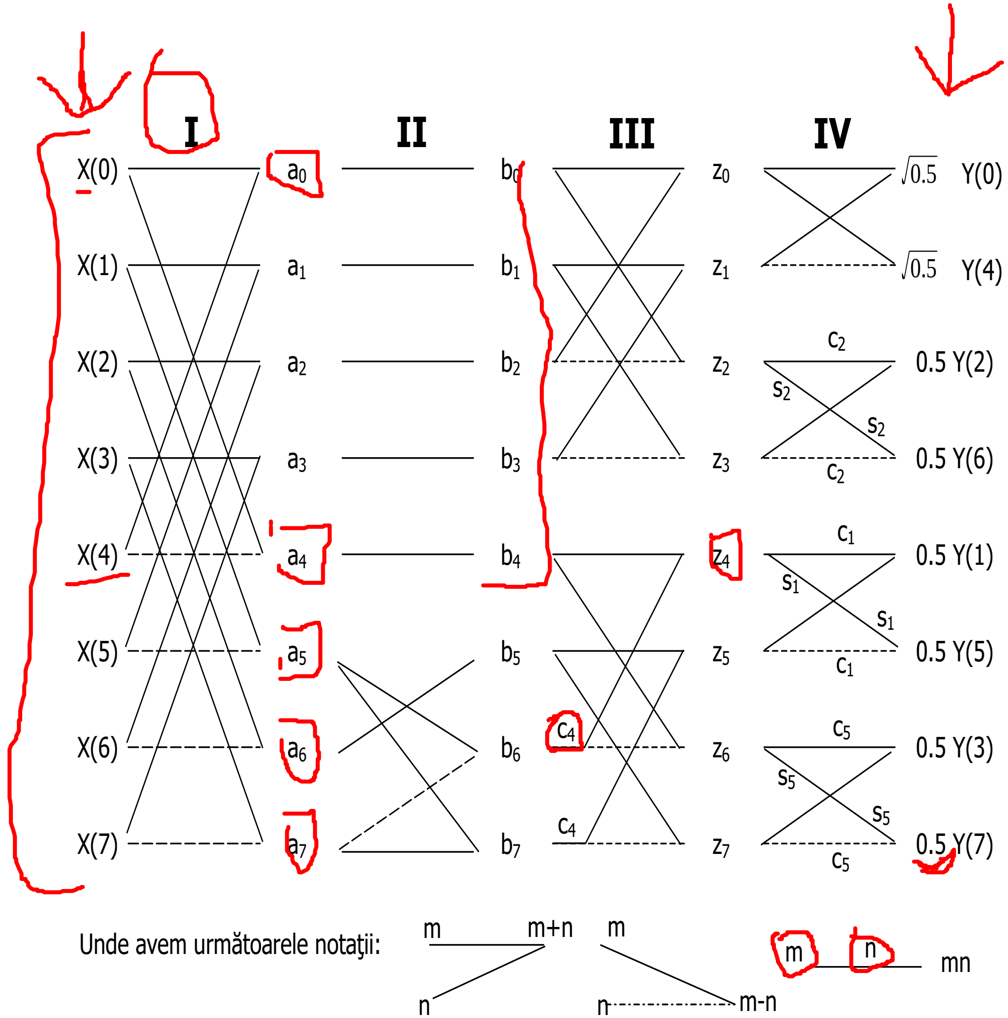
# Algoritmi de calcul rapid al DCT

- Algoritmul II – CHEN
- Pasul 1

$$a_0 = X(0) + X(4) \qquad a_4 = X(0) - X(4)$$
$$a_1 = X(1) + X(5) \qquad a_5 = X(1) - X(5)$$
$$a_2 = X(2) + X(6) \qquad a_6 = X(2) - X(6)$$
$$a_3 = X(3) + X(7) \qquad a_7 = X(3) - X(7)$$

- Pasul 2

$$b_0 = a_0 \qquad b_4 = a_4$$
$$b_1 = a_1 \qquad b_5 = a_6$$
$$b_2 = a_2 \qquad b_6 = a_5 - a_7$$
$$b_3 = a_3 \qquad b_7 = a_5 + a_7$$



# Algoritmi de calcul rapid al DCT

- Algoritmul II – CHEN … rezultă 16 înmulţiri şi 26 adunări
- Pasul 3

$$z_0 = b_0 + b_2 \qquad z_4 = b_4 + c_4 b_6$$
$$z_1 = b_1 + b_3 \qquad z_5 = b_5 + c_4 b_7$$
$$z_2 = b_0 - b_2 \qquad z_6 = b_4 - c_4 b_6$$
$$z_3 = b_1 - b_3 \qquad z_7 = b_5 - c_4 b_7$$

- Pasul 4

$$\sqrt{0.5} \cdot Y(0) = z_0 + z_1 \qquad 0.5 \cdot Y(1) = z_4 c_1 + z_5 s_1$$
$$\sqrt{0.5} \cdot Y(4) = z_0 - z_1 \qquad 0.5 \cdot Y(5) = z_4 s_1 - z_5 c_1$$
$$0.5 \cdot Y(2) = z_2 c_2 + z_3 s_2 \qquad 0.5 \cdot Y(3) = z_6 c_5 + z_7 s_5$$
$$0.5 \cdot Y(6) = z_2 s_2 - z_3 c_2 \qquad 0.5 \cdot Y(7) = z_6 s_5 - z_7 c_5$$

# Algoritmi de calcul rapid al DCT

- 1D DCT pe 8 puncte – 64 înmulţiri; 56 adunări
- Algoritmul I – simetric

$$s_k = \sin\frac{k\pi}{16}; \quad \text{respectiv} \quad c_k = \cos\frac{\boxed{k}\pi}{16}$$

$$c_1 = s_7 = 0.9808$$
$$c_2 = s_6 = 0.9239$$
$$c_3 = s_5 = 0.8315$$
$$c_4 = s_4 = 0.7071$$
$$c_5 = s_3 = 0.5556$$
$$c_6 = s_2 = 0.3827$$
$$c_7 = s_1 = 0.1951$$

$$\boxed{s_{jk}} = s(j) + s(k)$$
$$s_{07} = s(0) + s(7)$$
$$s_{16} = s(1) + s(6)$$
$$s_{25} = s(2) + s(5)$$
$$s_{34} = s(3) + s(4)$$
$$s_{0734} = s_{07} + s_{34}$$
$$s_{1625} = s_{16} + s_{25}$$

# Algoritmi de calcul rapid al DCT

- Algoritmul I – simetric

$$d_{jk} = s(j) - s(k)$$
$$d_{07} = s(0) - s(7)$$
$$d_{16} = s(1) - s(6)$$
$$d_{25} = s(2) - s(5)$$
$$d_{34} = s(3) - s(4)$$
$$d_{0734} = s_{07} - s_{34}$$
$$d_{1625} = s_{16} - s_{25}$$

$$2S(0) = c_4(s_{0734} + s_{1625})$$
$$2S(1) = c_1 d_{07} + c_3 d_{16} + c_5 d_{25} + c_7 d_{34}$$
$$2S(2) = c_2 d_{0734} + c_6 d_{1625}$$
$$2S(3) = c_3 d_{07} - c_7 d_{16} - c_1 d_{25} - c_5 d_{34}$$
$$2S(4) = c_4(s_{0734} - s_{1625})$$
$$2S(5) = c_5 d_{07} - c_1 d_{16} + c_7 d_{25} + c_3 d_{34}$$
$$2S(6) = c_6 d_{0734} - c_2 d_{1625}$$
$$2S(7) = c_7 d_{07} - c_5 d_{16} + c_3 d_{25} - c_1 d_{34}$$

- 22 înmulţiri şi 28 (6+6+16) adunări

# Problema

$V = A \cdot U \cdot A^T \mid V_H = H \cdot U \cdot H$

Fie blocul de imagine **U** de dimensiune 4×4 pixeli de mai jos, care reprezintă o porţiune dintr-o imagine tip tablă de şah, în care fiecare pixel este reprezentat prin luminanţa sa. Dorim să aplicăm o transformare unitară asupra blocului **U** astfel încât să se conserve, în urma transformării, în totalitate energia blocului, dar în acelaşi timp, să se compacteze într-un număr mult mai mic de coeficienţi nenuli decât numărul coeficienţilor nenuli din blocul **U** reprezentat în domeniul spaţial.

a) Dacă matricile transformărilor pe care le avem la dispoziţie sunt: matricea transformării Hadamard unitară ordonată, $\mathbf{H_4}[4\times4]$ ; matricea transformării cosinus discrete, $\mathbf{C_4}[4\times4]$; matricea transformării Fourier discrete unitare, $\mathbf{F_4}[4\times4]$, pe care dintre ele aţi alege-o pentru a asigura atât conservarea cât şi compactarea energiei? Justificaţi răspunsul.

b) Cum arată blocul de imagine $\mathbf{V}[4\times4]$ în domeniul transformat, folosind matricea transformării aleasă? (Se va realiza o transformare bidimensională a imaginii). Demonstraţi conservarea energiei blocului în urma transformării şi estimaţi compactarea energiei blocului obţinută prin transformare.

$\{U - 8/16;\ V - 2/16$

$E_U = 8 \cdot 100^2 = 80.000$

$E_V = 2 \cdot 200^2 = 80.000$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 0 & 0 \end{bmatrix};\quad \mathbf{H}_4 = \frac{1}{2}\cdot\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix};\ \mathbf{C}_4 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.65 & 0.27 & -0.27 & -0.65 \\ 0.5 & -0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0.27 & -0.65 & 0.65 & -0.27 \end{bmatrix};\ \mathbf{F}_4 = \frac{1}{2}\cdot\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix}.$$

$H^T = H \qquad C^T \neq C \qquad F^T = F$

## DCT

| | | | |
|---|---|---|---|
| 510.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | -180.31 | 0.00 | 74.69 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | -435.31 | 0.00 | 180.31 |

## Hadamard

| | | | |
|---|---|---|---|
| 510.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | -510.00 | 0.00 | 0.00 |

## Fourier

| | | | |
|---|---|---|---|
| 510 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | -255 + 255i | 0 | -255 + 255i |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

## Haar

| | | | |
|---|---|---|---|
| 510.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | -360.62 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | -360.62 | 0.00 | 0.00 |