

Задача

Условие

Докажите, что существует точка, равноудаленная от всех вершин правильного тетраэдра. Обобщите это утверждение.

Решение

Пусть H – основание тетраэдра. Тогда рассмотрим такие точки X , что $X \in PH$. Заметим, что из равенства треугольников $АНХ$, $ВНХ$ и $СНХ$ по 2 сторонам и углу следует, что $ХА = ХВ = ХС$. Пусть $ХН = h$. Рассмотрим функцию $f(h) = 3РХ - АХ - ХВ - ХС$. Она непрерывно зависит от h . Причем $f(0) > 0$, а $f(h_1) < 0$, где $h_1 = PH$. Значит, что существует h_x , при котором $f(h_x) = 0$. Значит, что при h_x $ХА = ХВ = ХС = ХР$.

