

Задача

Условие

Пусть отрезок PA – перпендикуляр к плоскости α , $A \in \alpha$. В плоскости α лежит отрезок BC , причем $|AB| = |AC|$. Пусть известны $|PA|$, $|BC|$ и угол, под которым отрезок BC виден из точки A , т.е. $\angle BAC$. Как вычислить угол, под которым он виден из точки P , т.е. $\angle BPC$? Для этой же ситуации составьте задачу, обратную данной.

Решение

Пусть $BA = CA = r$, $BC = x$, $AP = h$, $BP = CP = l$, $\angle BAC = \beta$ и $\angle BPC = \alpha$. Заметим, что, поскольку $\triangle BAC$ и $\triangle BPC$ – равнобедренные треугольники, $x = 2r \sin(\beta/2) = 2l \sin(\alpha/2)$. Из этого следует, что $\alpha = 2 \arcsin\left(\frac{r}{l} \sin(\beta/2)\right)$. Из теоремы Пифагора

$$\alpha = 2 \arcsin\left(\frac{r}{\sqrt{a^2 + h^2}} \sin(\beta/2)\right) = 2 \arcsin\left(\frac{\frac{x}{2 \sin(\beta/2)}}{\sqrt{\left(\frac{x}{2 \sin(\beta/2)}\right)^2 + h^2}} \sin(\beta/2)\right). \quad (1)$$

Обратная задача: Известны x , α и β . Найти h .

