

# Задача

## Условие

В правильном тетраэдре с ребром 2 проводится сечение плоскостью, параллельной одной из граней. Выразите площадь этого сечения как  $f(x)$ , где  $x$  – расстояние между гранью и плоскостью сечения.

## Решение

Заметим, что, поскольку  $B_0B_1B_2 \parallel A_0A_1A_2$ ,

$$OA_0A_1 \sim OB_0B_1;$$

$$OA_1A_2 \sim OB_1B_2;$$

$$OA_2A_0 \sim OB_2B_0.$$

Причем эти три подобия имеют одинаковые коэффициенты подобия, поскольку имеют общие стороны. Обозначим этот коэффициент подобия за  $\alpha$ . Если  $P$  и  $Q$  – середины сторон  $B_0B_1$  и  $A_0A_1$  соответственно, то

$$OP = \alpha OQ, \tag{1}$$

как медианы подобных. А значит их высоты тоже относятся в  $\alpha$  раз. Тогда, поскольку  $B_0B_1B_2 \sim A_0A_1A_2$  тоже с коэффициентом  $\alpha$ ,  $S_B = \alpha^2 S_A$ . Известно, что высота правильного тетраэдра равна  $\sqrt{2/3}a = 2\sqrt{2/3}$ . А значит, что  $S_B = (1 - \sqrt{3/8}x)^2 S_A = (1 - \sqrt{3/8}x)^2 \sqrt{3}$

