

Задача

Условие

Две плоскости взаимно перпендикулярны. Из одной точки проведены перпендикуляры к этим плоскостям. Докажите, что и они взаимно перпендикулярны. Сформулируйте и проверьте обратное утверждение.

Решение

Пусть прямая пересечения плоскостей α и β — m . Тогда рассмотрим плоскость $P \in \gamma, \gamma \perp m$. Поскольку

$$\gamma \perp m, m \subset \alpha, \quad (1)$$

верно, что

$$\gamma \perp \alpha, \beta. \quad (2)$$

Как следствие,

$$PA, PB \subset \gamma. \quad (3)$$

Также заметим, что

$$PA, BC \perp AC \Rightarrow PA \parallel BC. \quad (4)$$

Аналогично

$$BA \parallel PC. \quad (5)$$

Значит, $PABC$ — параллелограмм. $\angle APB = \angle ACB = \pi/2 \Rightarrow PA \perp PB$.

