

Задача

Условие

В правильном тетраэдре с ребром 2 проводится сечение плоскостью, параллельной одной из граней. Выразите площадь этого сечения как $f(x)$, где x – расстояние между гранью и плоскостью сечения.

Решение

Заметим, что, поскольку $B_0B_1B_2 \parallel A_0A_1A_2$,

$$OA_0A_1 \sim OB_0B_1;$$

$$OA_1A_2 \sim OB_1B_2;$$

$$OA_2A_0 \sim OB_2B_0.$$

Причем эти три подобия имеют одинаковые коэффициенты, поскольку имеют общие стороны. Обозначим этот коэффициент подобия за α . Если P и Q – середины сторон B_0B_1 и A_0A_1 соответственно, то

$$OP = \alpha OQ, \tag{1}$$

как медианы подобных. А значит их высоты тоже относятся в α раз. Тогда, поскольку $B_0B_1B_2 \sim A_0A_1A_2$ тоже с коэффициентом α , $S_B = \alpha^2 S_A$. Известно, что высота правильного тетраэдра равна $\sqrt{2/3}a = 2\sqrt{2/3}$. А значит, что $S_B = (1 - \sqrt{3/8}x)^2 S_A = (1 - \sqrt{3/8}x)^2 \sqrt{3}$

