

מעגלי RC , RL ופילטרים

מטרת הניסוי: בדיקת התופעה של טעינה ופריקה של קבל , בניה ודעיכה של זרם בסליל ושימוש בתופעות אלו לסינון תדרים (פילטרים).

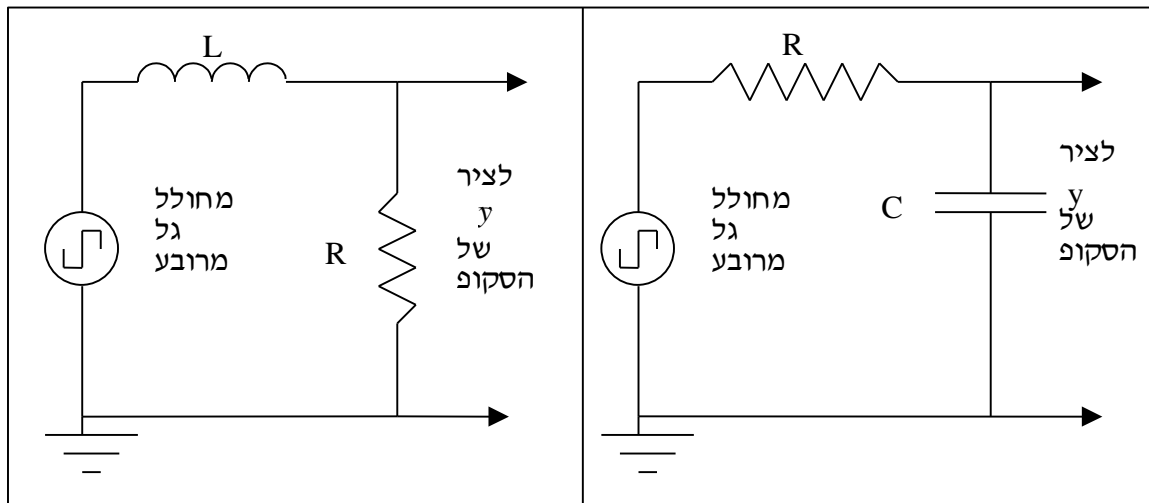
ספרות עזר:

Berkeley Physics Course, Vol. 2, p. 138, 252.
D. Halliday and R. Resnick, Physics, Part II, p.705, 798.

מכשור:

אוסצילוסקופ עם מחולל גלים מובנה, לוח רכיבים אלקטרוניים (קבלים עם דיוק של $\pm 20\%$, סלילים ונגדים עם דיוק של $\pm 10\%$), מולטימטר, כבלים בצבעים שונים.

טעינה ופריקה של קבל



ציור 1.

ציור 2.

במעגל של ציור 1 המטען Q על הקבל C מקיים את המשוואות

$$\frac{Q}{C} + R_T I = V_0 \quad -\frac{T}{2} < t < 0 \quad (1a)$$

$$\frac{Q}{C} + R_T I = -V_0 \quad 0 < t < \frac{T}{2} \quad (1b)$$

כאן R_T היא ההתנגדות הכללית של המעגל, כולל ההתנגדות הפנימית של המחולל. אם מציבים

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{מקבלים:}$$

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{R_T C} = \frac{V_0}{R_T} \quad -\frac{T}{2} < t < 0 \quad (2a)$$

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{R_T C} = -\frac{V_0}{R_T} \quad 0 < t < \frac{T}{2} \quad (2b)$$

נקרא לפתרונות הכללים של משוואות אלה בכל אחד מהתחומים $Q_a(t)$ ו- $Q_b(t)$, שהם:

$$Q_a(t) = CV_0 - A \exp(-t/\tau) \quad -\frac{T}{2} < t < 0 \quad (3a)$$

$$Q_b(t) = -CV_0 + B \exp(-t/\tau) \quad 0 < t < \frac{T}{2} \quad (3b)$$

כאן τ הוא קבוע הזמן של המעגל: $\tau = R_T C$, A ו- B הם קבועים שנקבעים על ידי תנאי ההתחלה. משוואות (3) מתארות טעינה ופריקה של קבל. כיוון שהמתח המאלץ הוא מחזורי, גם המטען המושרה יהיה מחזורי בזמן (לאחר דעיכת תופעות המעבר). כדי לקבוע את A ו- B , משווים את Q_a בזמן $-T/2$ ל- Q_b בזמן $T/2$; וכן משווים את שני הפונקציות בזמן $t=0$ התוצאה היא

$$A = \frac{2CV_0}{(e^{+T/2\tau} + 1)} \quad B = \frac{2CV_0}{(e^{-T/2\tau} + 1)} \quad (4)$$

בחלק הראשון של המעבדה נקבע את קבוע הזמן τ של המעגל.

בניה ודעיכה של זרם בסליל

במעגל של ציור 2 הזרם I מתואר על ידי המשוואות:

$$L \frac{dI}{dt} + R_T I = V_0 \quad -\frac{T}{2} < t < 0 \quad (5a)$$

$$L \frac{dI}{dt} + R_T I = -V_0 \quad 0 < t < \frac{T}{2} \quad (5b)$$

כאן R_T היא ההתנגדות הכללית של המעגל, כולל התנגדות הסליל וההתנגדות הפנימית של המחולל. הפתרונות הכלליים של משוואות אלה בכל אחד מהתחומים הם:

$$I_a(t) = \frac{V_0}{R_T} - a \exp(-t/\tau) \quad -\frac{T}{2} < t < 0 \quad (6a)$$

$$I_b(t) = -\frac{V_0}{R_T} + b \exp(-t/\tau) \quad 0 < t < \frac{T}{2} \quad (6b)$$

כאן $\tau = L/R_T$; a ו- b הם קבועים הנקבעים על ידי תנאי ההתחלה. משוואות 6 מתארות בניה ודעיכה של זרם במעגל. אם נשווה את $I_a(-T/2)$ ל- $I_b(T/2)$ ואת $I_a(0)$ ל- $I_b(0)$ נקבל

$$a = \frac{2V_0}{R_T(e^{T/2\tau} + 1)} : \quad b = \frac{2V_0}{R_T(e^{-T/2\tau} + 1)} \quad (7)$$

בחלק השני של המעבדה נמצא את קבוע הזמן τ של המעגל.

חייבים לעבור הדרכה על הסקופ הדיגיטלי לפני שממשיכים עם הניסוי.

מהלך הניסוי

הרכב את המעגל שבציור 5 כאשר R_i ההתנגדות הפנימית של המחולל. מדוד את מפל המתח על הנגד V_R עבור ערכי התנגדות שונים. מדוד את ההתנגדות של כל נגד בעזרת מולטימטר. מתוך התלות של $\frac{1}{V_R}$ לעומת $\frac{1}{R}$ חשב את ההתנגדות הפנימית של המחולל (ראה שאלת הכנה 8).

יש להשתמש במחולל אותות מובנה בתוך הסקופ, ראה סעיף I בתאור הסקופ הדיגיטלי. חבר כבל קואקסיאלי BNC ליציאה של המחולל האותות (Wave Gen OUT) ואת הצד השני של הכבל חבר ללוח רכיבים אלקטרוניים. אם המקש [Wave Gen] לא מואר לחץ עליו. בתפרית המחולל שמעל המקשים Softkeys בחר בצורת הגל (Waveform) - גל ריבועי. ניתן לשנות את צורת הגל בעזרת הכפתור העגול ENTRY. סובב את הכפתור ודחוף אותו לבחירת הפרמטרים. בחר בפרמטרים הבאים במחולל: מתח בין 0.5 ל-1.0 Volt (אל תשנה את המתח בהמשך הניסוי), תדירות בין 1000 ל-5000 Hz. בעזרת הסמנים מדדו את מפל המתח על הנגד V_R עבור ערכי התנגדות שונים. ראה הסבר על הסמנים בחוברת הסברה על הסקופ הדיגיטלי בניסוי 1. מדוד את ההתנגדות של כל נגד בעזרת מולטימטר. בדוק, עבור ערך התנגדות אחד, אם מפל המתח על הנגד משתנה עם התדירות בתחום התדירויות בין 100Hz ל-20kHz. האם ההתנגדות הפנימית של המחולל משתנה עם התדירות? מדוע לא ניתן להשתמש במולטימטר למדידת V_R ?

חלק א'. טעינה ופריקה של קבל

1. בחר רכיבים למעגל של טעינה ופריקה שבציור 1. מדוד את התנגדות הנגד במולטימטר. חשבו את $\tau = (R_i + R)C$.
2. הרכב את המעגל, התבונן על הצורה המתקבלת בצג. שנה את תדירות המחולל כך שתקבל תחומים שבהם $T \ll \tau$, $T \approx \tau$ ו- $T \gg \tau$. שמור את הצורות המתקבלות על הצג של הסקופ על דיסק און קי. הסבר את המשמעות של התוצאות. (לדוגמה, עבור $T \gg \tau$ הקבל אינו מספיק להיטען ולהתפרק עד שמתח הכניסה מתחלף, לכן מתקבל אות בעל משרעת נמוכה).

חלק ב'. בניה ודעיכה של זרם בסליל

1. בחר רכיבים לבניית המעגל בציור 2. מדוד את R במולטימטר. העריך את τ מתוך ערכי הרכיבים שבהם בחרתם, כאשר אתה לוקח בחשבון ההתנגדות הפנימית R_i ואת ההתנגדות האוהמית של הסליל.
2. הרכב את המעגל שבציור 2.
3. חזור על הסעיף 2 מחלק א' של הניסוי.

חלק ג'. פילטרים

לכל מעגל בעל כניסה ויציאה אחת ניתן להגדיר תגובת תדר – התלות בין יחס מתח היציאה למתח הכניסה, לבין תדר של אות סינוסואידלי בכניסה למעגל. תכונה זו חשובה מאוד בתכנון מעגלים חשמליים כגון פילטרים, מגברים וכדומה. במערכות רבות ישנו צורך להעביר רק אותות בתדר נמוך או בתדר גבוהה או רק אותות בתחום תדרים כלשהו. מעגלים אלו נקראים פילטרים. בחלק זה אנו נבנה את כל שלושת סוגי הפילטרים המבוססים על מעגלי RC.

על מנת לנתח מעגל זרם חילופין, יש לזכור את התכונות של רכיבי AC.

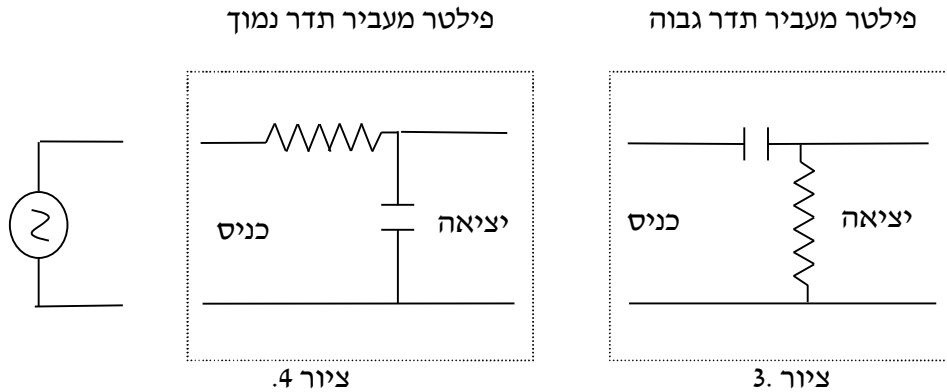
$$X_L = \omega L$$

$$X_C = 1 / \omega C$$

ניתן להתייחס לעקבה כאל התנגדות, לכן

עבור תדר נמוך סליל מהווה קצר וקבל נתק.
עבור תדר גבוהה קבל מהווה קצר וסליל נתק.

ננתח את המעגלים המתוארים בציורים 3 ו 4:



הקבל הוא נתק בתדר נמוך ולכן המעגל מעביר תדרים נמוכים בלבד. לעומת זאת בתדר גבוה הקבל "מקצר" את המעגל והמתח ביציאה נמוך. בדומה ניתן לנתח את הציור מס' 3.

נניח שהמתח בכניסה הוא גל סינוסואידלי בעל משרעת V_0 . האימפדנס השקול של ציור מס' 4 הוא:

$$Z = R - i / \omega C$$

לכן הזרם שזורם דרך הנגד:

$$I = V_0 e^{i\omega t} / (R - i / \omega C)$$

לכן מפל המתח על הקבל:

$$V_{out} = V_0 e^{i\omega t} - RI = V_0 e^{i\omega t} \left(1 - \frac{R}{R - i / \omega C}\right)$$

תגובת התדר של מעגל זה ניתנת ע"י:

$$|H(\omega)| = \left| \frac{V_{out}}{V_0} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}, \quad \tau = RC$$

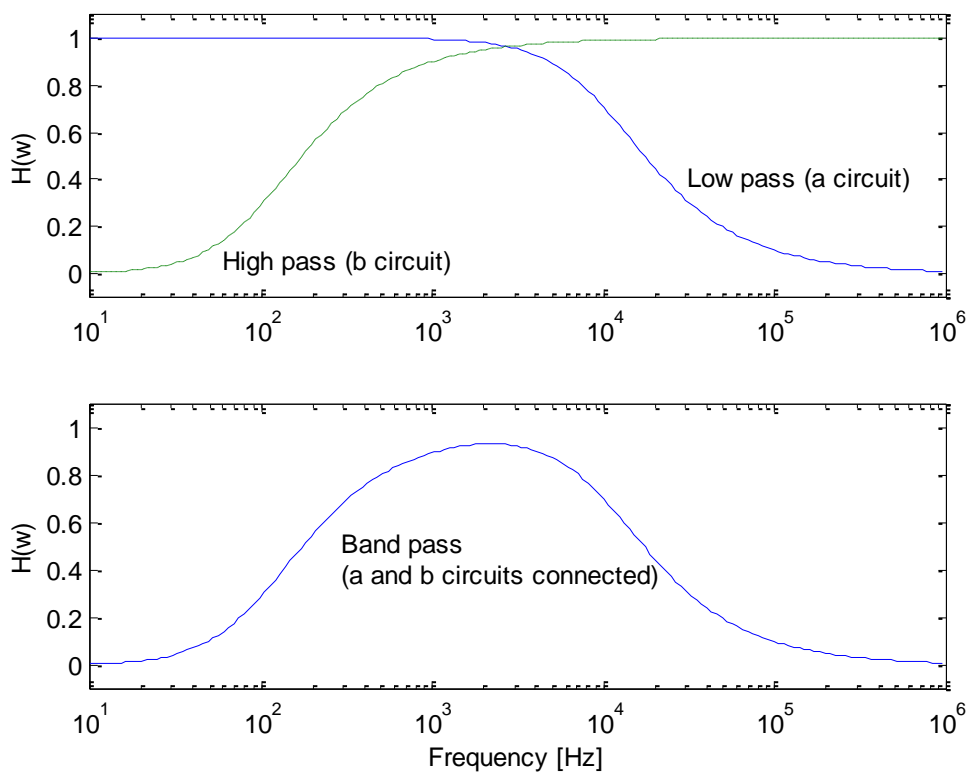
עבור ציור מס' 3 (פילטר לתדר גבוה) חישוב דומה (ראה שאלת הכנה 9) נותן:

$$|H(\omega)| = \left| \frac{V_{out}}{V_0} \right| = \frac{\omega \tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}, \quad \tau = RC$$

התדר שהחל ממנו הפילטר מתחיל להעביר (או לחסום) אות נתון ע"י: $\omega_0 = 1/RC$

ניתן לראות בגרף את פונקציות תגובת התדר של שני המעגלים:

ציור מס' 4	$R=100\Omega$	$C=1\mu F$
ציור מס' 3	$R=10000\Omega$	$C=1\mu F$



ניתן ליצור גם מעגל שיעביר רק תחום מסוים של תדירויות מ ω_1 עד ω_2 . לשם כך מתכננים:

- (1) פילטר מעביר תדר נמוך (ציור מס' 4 עם רכיבים שעבורם מתקיים: $RC=1/2\pi f_2$)
- (2) פילטר מעביר תדר גבוה (ציור מס' 3 עם רכיבים שעבורם מתקיים: $RC=1/2\pi f_1$)
- (3) מחברים את היציאה של האחד לכניסה של השני (חיבור טורי)

פונקציה תגובת התדר של שני המעגלים מחוברים בטור, ניתנת ע"י מכפלה של תגובות התדר של כל אחד מהם. התוצאה מתוארת גרף התחתון.

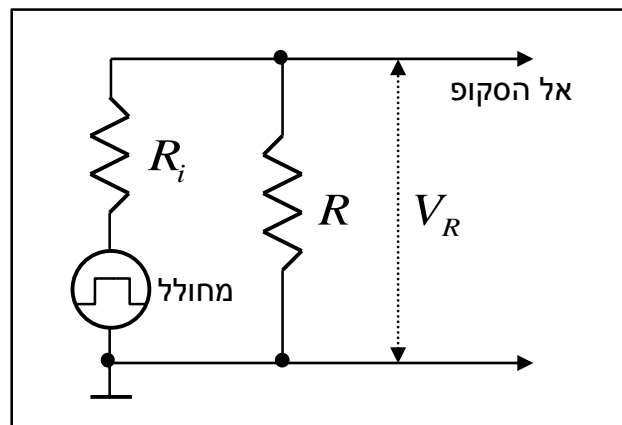
- (1) בחר את הרכיבים על מנת לקבל פילטר לתדר בעל תדר חסימה ~ 1 kHz והרכיב את המעגל המתאים.
- (2) חבר את המחולל ישירות לסקופ ותמדדו את משרעת המתח.
- (3) חבר לכניסה של המעגל מחולל וליציאה סקופ. (יש להימנע מלחבר את ההארקה של הסקופ לאות של המחולל).
- (4) מדוד את יחס המתחים ביציאה ובכניסה למעגל, עבור תדרים שונים (יש לשנות את התדרים באופן לוגריתמי: 1,5,10,50,100,500,1000,5000,10000,50000,100000). השוו את הגרף המתקבל לתוצאות החישוב של פונקציה תגובת התדר.
- (5) הרכיב את פילטר המעביר תדר נמוך בעל תדר חסימה גדול מ 10 kHz
- (6) חזור על המדידה בסעיף 4 עבור מעגל זה.
- (7) הרכיב מעגל משני הפילטרים מסעיפים 1 ו 5 המחוברים בטור.
- (8) חזור על המדידה בסעיף 4 עבור מעגל זה.
- (9) השוו את תוצאות המדידה לתוצאות החישוב ולמכפלה של התוצאות מסעיפים 4 ו 6.

שאלות הכנה

1. הוכח כי ל-RC ול-L/R יש מימד של זמן.
2. בטא בנוסחה ובשרטוט את המתח על ציר \hat{y} של האוסצילוסקופ כפונקציה של הזמן במעגל של ציור 1 בהנחה כי $T \gg \tau$.
3. שרטט איכותית את המתח על ציר \hat{y} כפונקציה של הזמן עבור $T \approx \tau$ ועבור $T \ll \tau$. איזה מבין שלושת הגרפים בשאלה זאת ובשאלה 2 נראה כמו שיני משור? איזה מתוך הגרפים נראה כמו גל מרובע?
4. נגדיר $T_{1/2}$ כזמן שבו המתח על הקבל שבציור 1 יורד למחצית ערכו המקסימלי (בהנחה ש- $T \gg \tau$). מה הקשר בין $T_{1/2}$ ל- τ ? כיצד אפשר למדוד את $T_{1/2}$? מדוע דרוש $T \gg \tau$?
5. שרטט איכותית את הזרם כפונקציה של הזמן במעגל שבציור 1 עבור $T \approx \tau$.
6. חזור על שאלות 2 ו-3 עבור המעגל שבציור 2.
7. שרטט איכותית את המתח על הסליל כפונקציה של הזמן במעגל 2, כאשר $T \approx \tau$. ציור 5.

8. כדי שנוכל להשוות את הערכים המדודים של הזמן האופייני לערך התאורטי, צריך למדוד את R_T , כולל ההתנגדות הפנימית R_i של המחולל. נשתמש במעגל שבציור 5 כדי למדוד את R_i . כתוב את המשוואות של המעגל. חלץ את הזרם מהמשוואות, והראה ש:

$$\frac{1}{V_R} = \frac{1}{V_0} + \frac{R_i}{V_0} \frac{1}{R}$$



ציור 5

9. חשב את תגובת התדר של פילטר מעביר תדר גבוה.