



# **Preview dari Kalkulus: Fungsi dan pemodelan**

## **Topik 2**

# Apakah fungsi itu?

- Jika diketahui panjang sisi persegi, maka kita dapat menentukan luasnya:

$$\text{Luas} = \text{sisi} \times \text{sisi}$$

- Harga tiket sepak bola tergantung pada tempat duduk yang dipilih.
- Hukum Boyle menyatakan bahwa pada suhu tetap, tekanan  $P$  berbanding terbalik dengan volume:

$$P = \frac{k}{V}$$

- Populasi suatu bakteri tumbuh secara eksponensial :

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

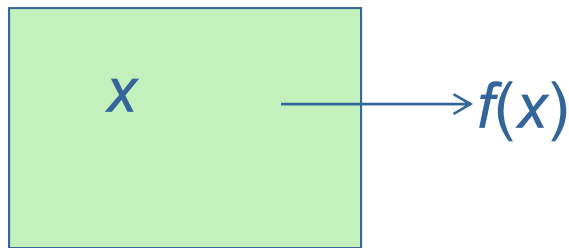
# Peranan fungsi



- ❖ Fungsi mempunyai peranan amat mendasar dalam matematika dan dalam kehidupan sehari-hari
- ❖ Fungsi menjelaskan bahwa pengetahuan kita tentang suatu fakta/ kejadian menentukan fakta yang lain
- ❖ Fungsi menyajikan hubungan besaran-besaran (variabel-variabel)

# Fungsi sebagai operator

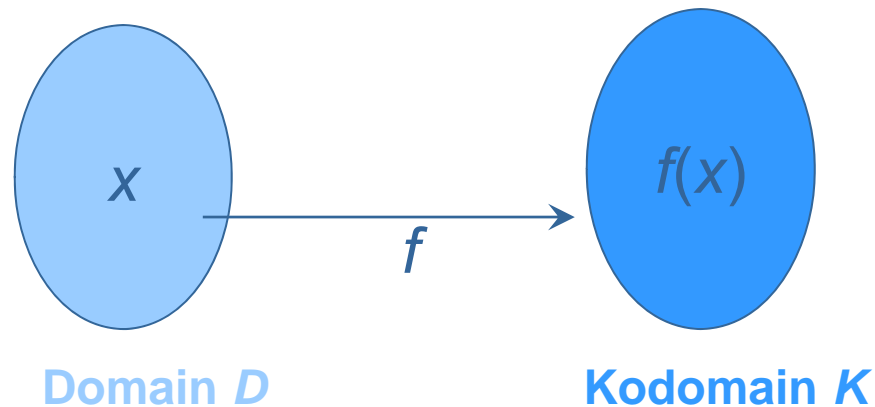
- Fungsi mengambil setiap elemen  $x$  pada domain sebagai input dan menghasilkan output  $f(x)$  pada kodomain



# Definisi fungsi

*Definisi:*

Fungsi adalah **aturan** pengawanan dari **daerah asal**  $D$  ke **daerah hasil**  $K$  sedemikian hingga setiap elemen di daerah asal memiliki tepat satu kawan di daerah hasil



**Notasi:**  $f : D \rightarrow C$

$f : D \mapsto C$

# Komponen-komponen fungsi

■ Domain : daerah asal

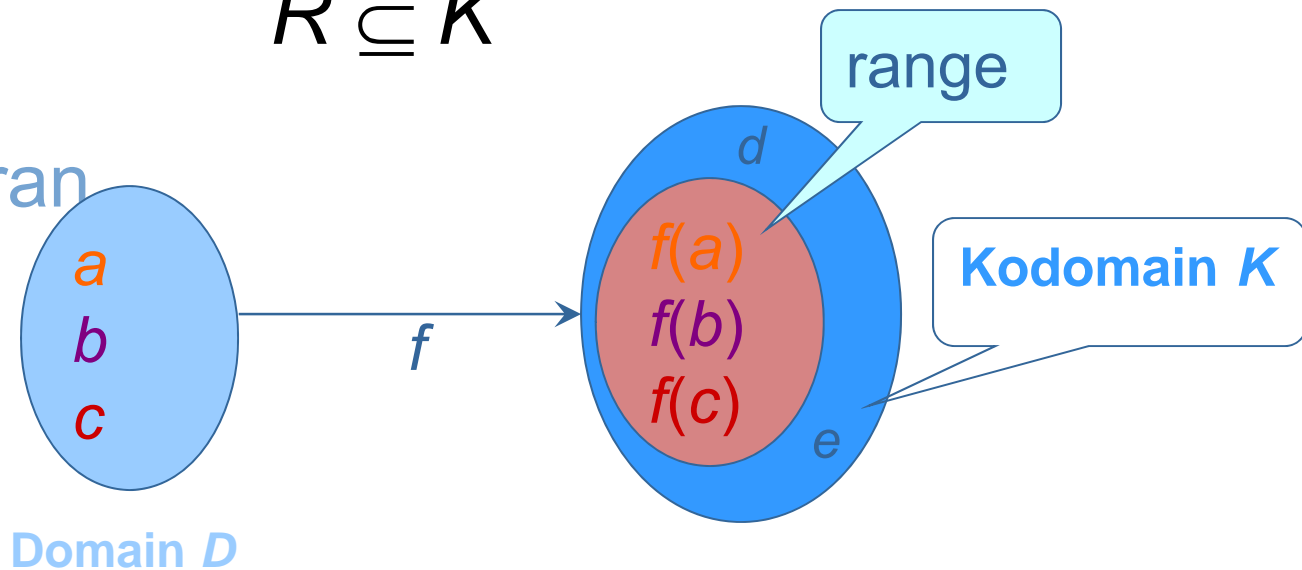
■ Kodomain : daerah hasil

Range : daerah jangkauan

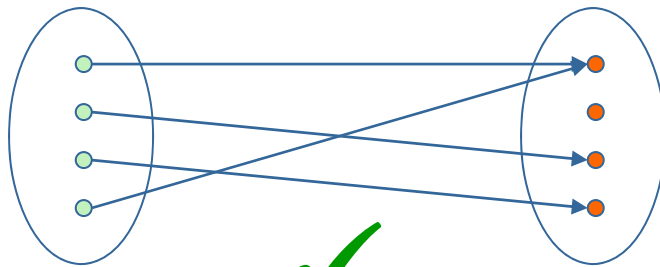
*range* adalah *subset* kodomain

$$R \subseteq K$$

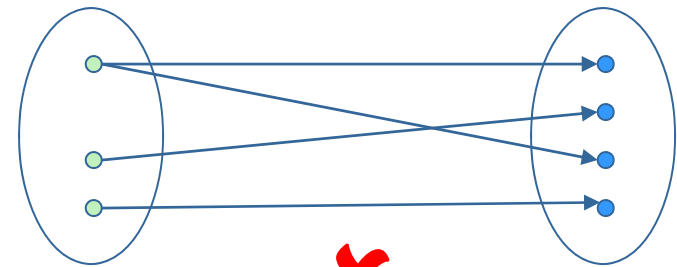
■ Aturan



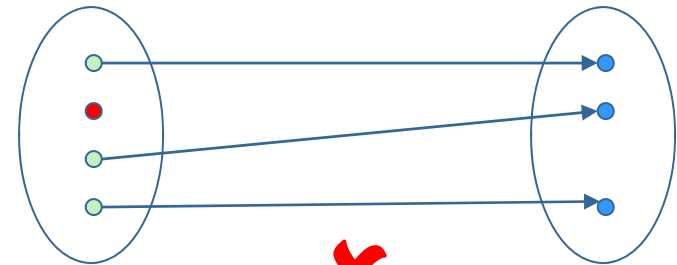
# Contoh: fungsi dan bukan fungsi



✓  
Fungsi



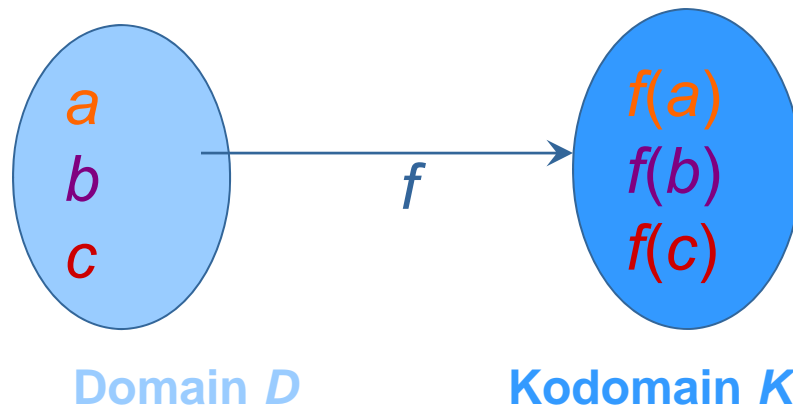
✗  
Bukan Fungsi



✗  
Bukan Fungsi

# Penyajian Fungsi

- Fungsi dapat dinyatakan sebagai pasangan berurutan dengan sifat bahwa untuk setiap  $x$  pada domain dikawankan dengan tepat satu  $y$  di kodomain



$$\{(a, f(a)), (b, f(b)), (c, f(c))\}$$



# Penyajian Fungsi

- Deskripsi dengan kata-kata
- Himpunan pasangan berurutan
- Tabel
- Rumus
- Grafik

# Contoh Penyajian Fungsi

Fungsi  $f$  memetakan bilangan asli kurang dari lima ke kuadratnya.

$$\{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16)\}$$

$x$	1	2	3	4
$f(x)$	1	4	9	16

$$f(x) = x^2, D = \{1, 2, 3, 4\}$$

Deskripsi dgn  
kata-kata

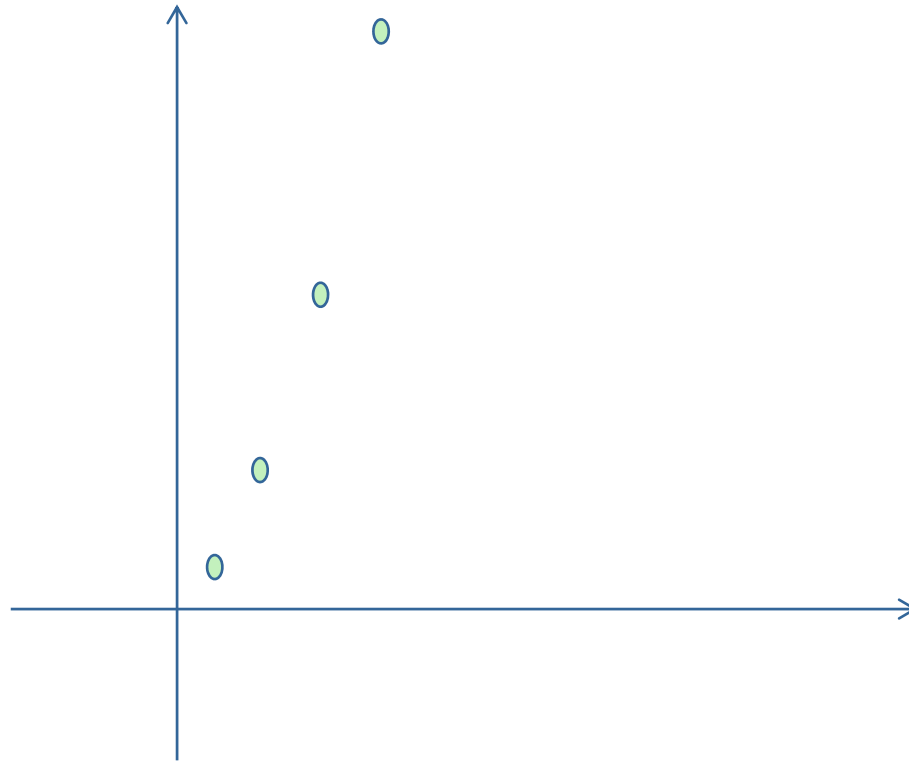
Himp. pasangan  
berurutan

Tabel

Rumus

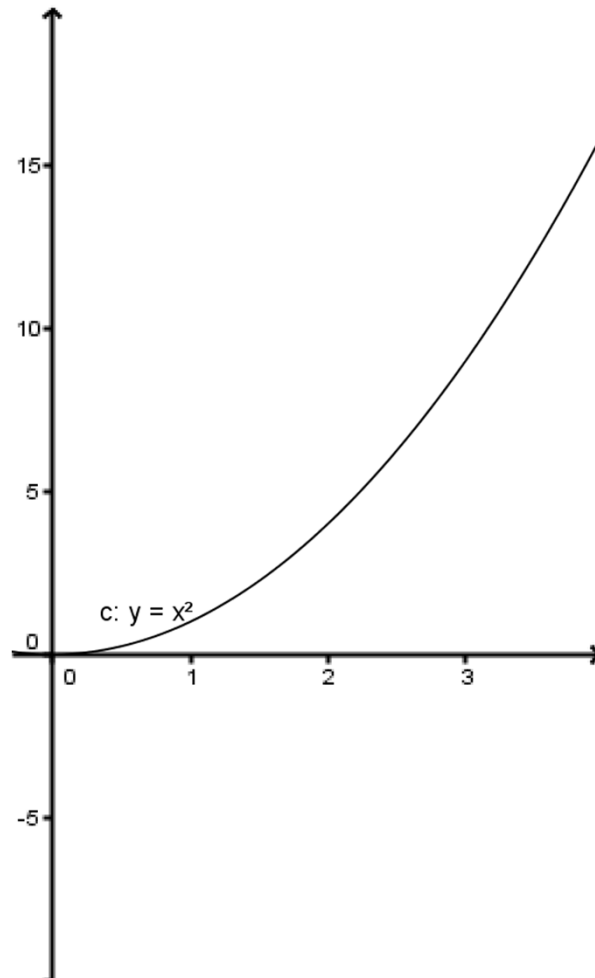
Gambarkan grafiknya dalam sistem koordinat Kartesius

# Contoh Penyajian Fungsi



Grafik

# Contoh Penyajian Fungsi

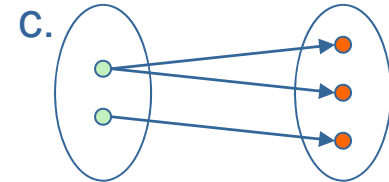
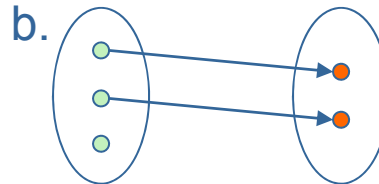
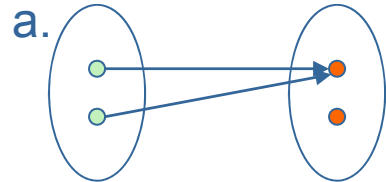


Grafik

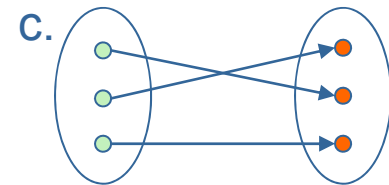
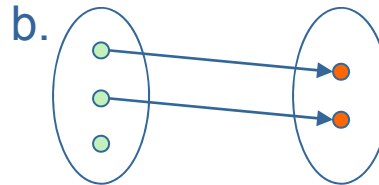
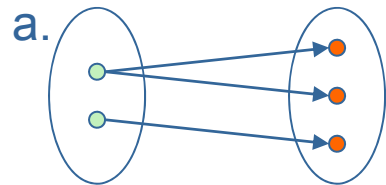
Jelaskan domain dan range fungsi di atas

# Latihan

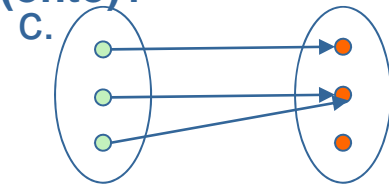
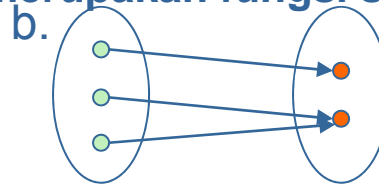
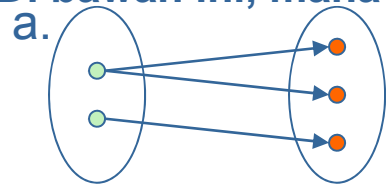
■ Di bawah ini, mana yang merupakan fungsi?



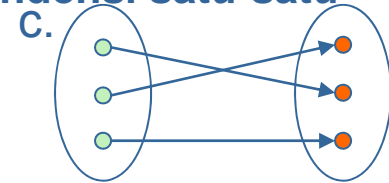
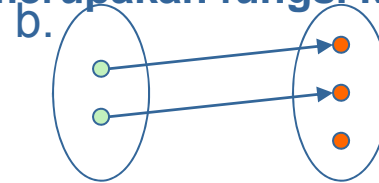
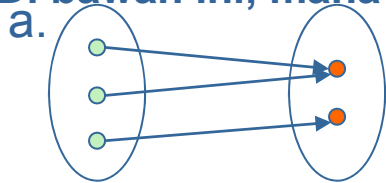
■ Di bawah ini, mana yang merupakan fungsi injektif(satu-satu)?



■ Di bawah ini, mana yang merupakan fungsi surjektif(onto)?



■ Di bawah ini, mana yang merupakan fungsi korespondensi satu-satu



# Domain natural

- **Natural domain** fungsi  $f$  adalah himpunan terbesar sedemikian hingga  $f$  terdefinisi

*Untuk fungsi bernilai nyata: tidak ada pembagian dengan nol, akar bilangan negatif, dan logaritma bilangan negatif atau nol*

Tentukan natural domain  $f(x) = \frac{\sqrt{2x-5}}{(x-7)}$

Jawab :  $\left\{ x \mid x > \frac{5}{2} \text{ dan } x \neq 7 \right\}$

# Lingkup pembahasan

- Fungsi  $f: D \rightarrow K$

dengan  $D$  dan  $K$  subset dari  $\mathbb{R}$  (himpunan semua bilangan nyata).

- Penentuan Domain  $D$ : **tidak ada** pembagian dengan nol, dan **tidak ada** akar bilangan negatif, **tidak ada** logaritma bilangan non-positif

- Contoh:

Fungsi	domain
$f(x) = \frac{x}{2x-3}$	$\mathbb{R} - \{ 3/2 \}$ atau $\{x \mid x \neq \frac{3}{2}\}$
$f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x-3}$	$\{x \mid x \geq 4, x \neq 3\}$
$g(x) = \frac{\log(x-4)}{x}$	$\{x \mid x > 4, x \neq 0\}$

# Domain dan interval

Interval terbuka  $\{x \mid a < x < b\}$  atau  $(a, b)$



Interval tertutup  $\{x \mid a \leq x \leq b\}$  atau  $[a, b]$



Interval setengah terbuka di  $a$  tertutup di  $b$   
 $\{x \mid a < x \leq b\}$  atau  $(a, b]$



Interval tertutup di  $a$  terbuka di  $b$   
 $\{x \mid a \leq x < b\}$  atau  $[a, b)$





# Domain dan interval (lanjutan)

Interval terbuka:  $\mathbb{R}$        $\{x \mid -\infty < x < \infty\}$  atau  $(-\infty, \infty)$



Gambarkan interval       $\{x \mid a \leq x < \infty\}$  atau  $[a, \infty)$



Gambarkan interval  $(-\infty, b]$



Apa pendapatmu tentang interval berikut ini:  $[\infty, b]$

# Fungsi dan pemodelan matematika

- Sebuah kotak dengan alas persegi dengan lebar sisi  $x$  dan tinggi  $y$  mempunyai volume 125. Nyatakan luas permukaan sebagai fungsi dari sisi.



# Fungsi dan Grafiknya

## Subtopik 4

# Grafik Fungsi

## ■ Grafik persamaan

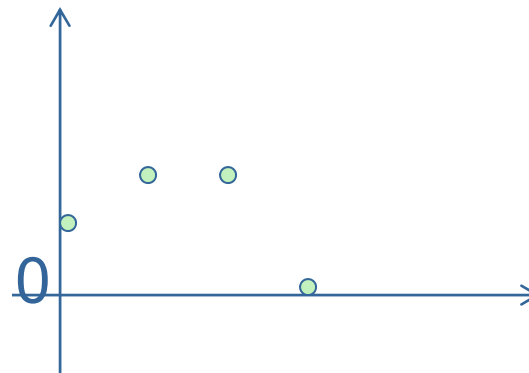
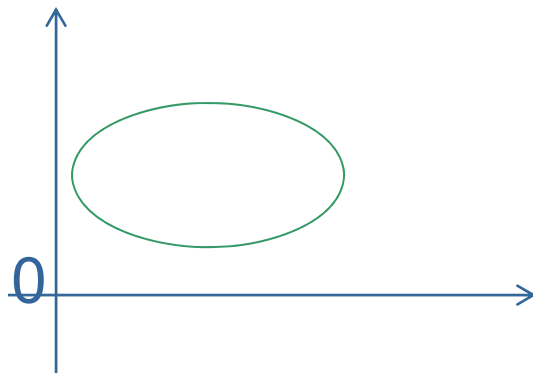
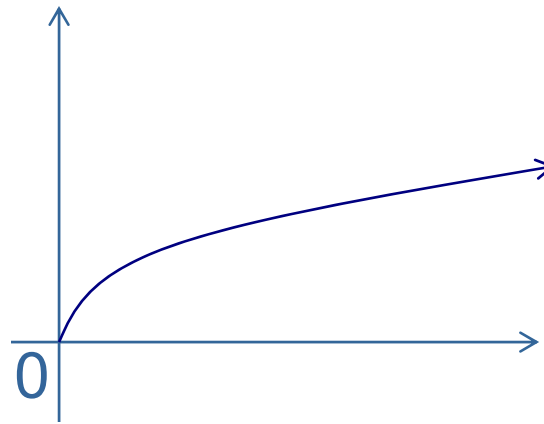
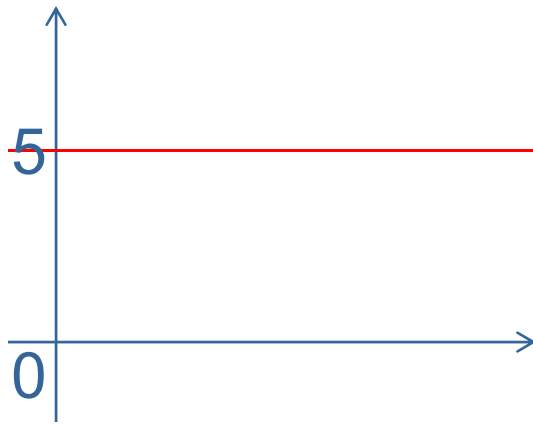
dengan dua peubah  $x$  dan  $y$  adalah himpunan titik-titik  $(x, y)$  pada bidang yang memenuhi persamaan tersebut

Fungsi dapat dinyatakan dalam grafik pada sistem koordinat Kartesius.

## ■ Grafik fungsi

adalah grafik persamaan  $y = f(x)$

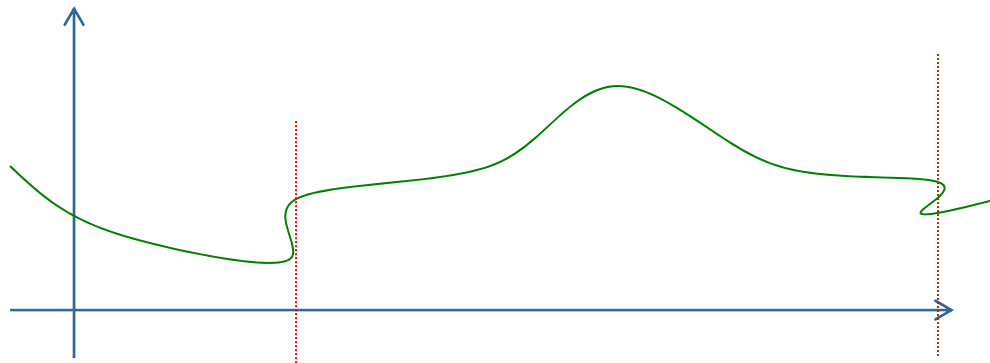
# Mana yang merupakan grafik fungsi?



# Tes garis vertikal

$f$  fungsi bhb setiap elemen pada domain mempunyai **satu** kawan di kodomain

**Test garis vertikal:**  $f$  adalah fungsi bhb setiap garis vertikal yang melalui titik pada domain memotong grafik di tepat **satu** titik.



# Contoh

- Berikan masing-masing dua contoh
  - grafik yang memenuhi test garis vertikal
  - grafik fungsi yang tidak memenuhi test garis vertikal
  - grafik mana yang merupakan grafik fungsi?

# Grafik yang simetri

## ■ Definisi

Suatu grafik simetri terhadap **sumbu-y** jika titik  $(x, y)$  ada pada grafik, maka titik  $(-x, y)$  juga berada dalam grafik.

Suatu grafik simetri terhadap **sumbu-x** jika titik  $(x, y)$  ada pada grafik, maka titik  $(x, -y)$  juga berada dalam grafik.

Suatu grafik simetri terhadap **titik pangkal** jika titik  $(x, y)$  ada pada grafik, maka titik  $(-x, -y)$  juga berada dalam grafik.



# Jenis-jenis fungsi

## ■ Fungsi genap ganjil

- $f$  fungsi genap jika  $f(x) = f(-x)$

- $f$  fungsi ganjil jika  $f(x) = -f(-x)$

## ■ Fungsi naik, turun pada interval $I$

- $f$  fungsi naik di  $I$  jika  $f(x_i) \leq f(x_j)$  untuk  $x_i < x_j$

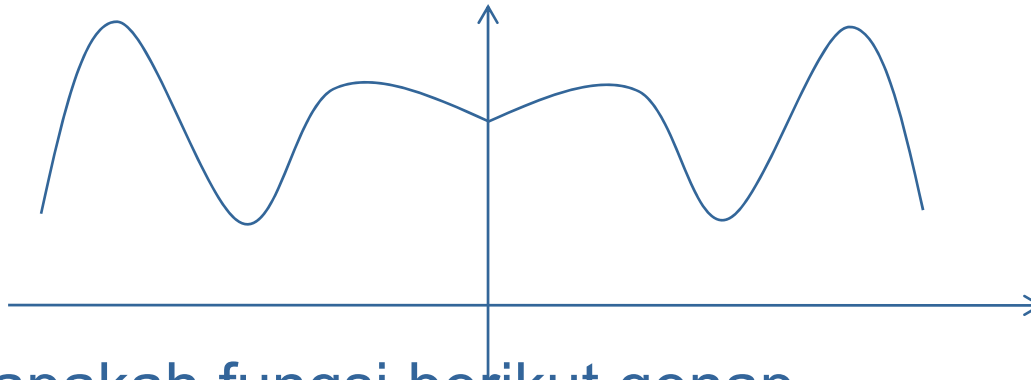
- $f$  fungsi turun di  $I$  jika  $f(x_i) \geq f(x_j)$  untuk  $x_i < x_j$

## ■ Fungsi periodik: fungsi yang nilainya berulang secara periodik

- $f$  fungsi periodik dengan periode  $k$  jika  $f(k+x) = f(x)$

# Fungsi Genap

- $f$  adalah fungsi genap apabila  $f(x) = f(-x)$
- Grafik simetris terhadap sumbu-y



Selidiki apakah fungsi berikut genap

$$y = x^2$$

$$y = x^3$$

$$y = \sin x$$

$$y = \cos x$$

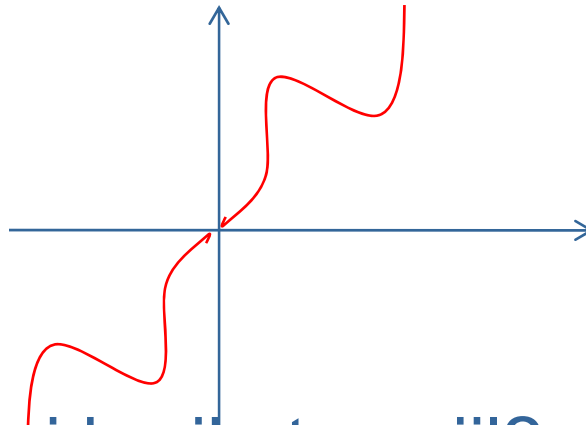
$$f(x) = 3x^6 - 2x^4 + 11x^2 - 5$$

$$g(x) = \frac{(x^3 - 2x)}{3x}$$

# Fungsi Ganjil

$f$  adalah fungsi ganjil jika  $f(x) = -f(-x)$

Grafik  $y = f(x)$  simetris terhadap titik pangkal



Apakah fungsi berikut ganjil?

$$y = x^2$$

$$y = x^3$$

$$y = \sin x$$

$$y = \cos x$$

$$f(x) = 3x^6 - 2x^4 + 11x^2 - 5$$

$$g(x) = \frac{(x^3 - 2x)}{3x}$$

# Jenis fungsi berdasarkan penyajian

- Fungsi eksplisit  $y = f(x)$

- $y = \sin x + x^2 + 3$

- $f(x) = \log x + e^{2x}$

- Fungsi implisit:  $F(x, y) = 0$

- $\sin(xy) + x^y + 2y + 2 = 0$

- $xy + 2 = 0$

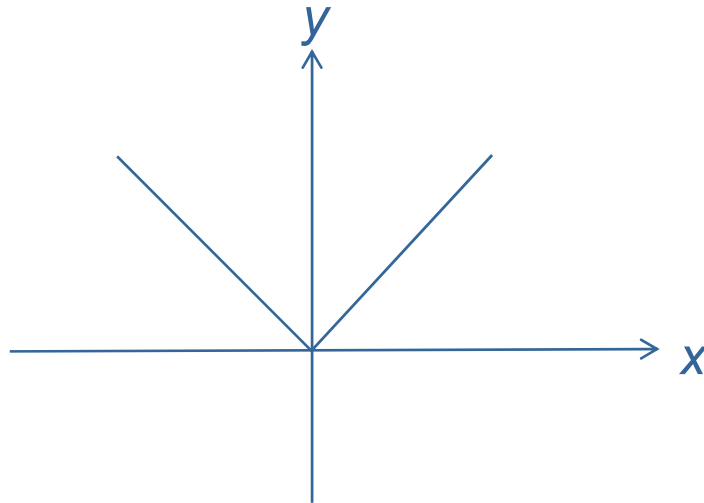
- $x \sin y + y \cos x = 0$

# Fungsi absolut/ harga mutlak

- Fungsi absolut:

$$y = |x| = \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ -x, & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

- Grafik fungsi  $y = |x|$





# Fungsi-Fungsi yang Penting

## Subtopik 5

# 1. Fungsi linier

- **Fungsi linier** adalah adalah fungsi yang laju naik (turun) nya tetap. Grafik fungsi linier berupa garis lurus.
- Fungsi linier mempunyai persamaan

$$y = ax + b$$

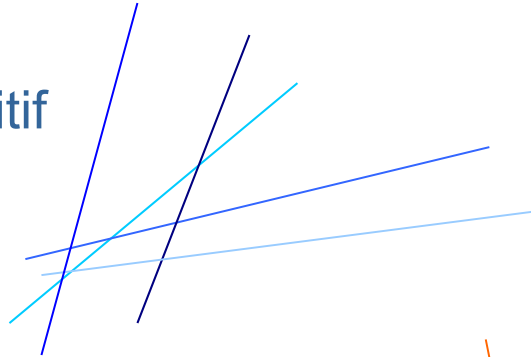
a gradien, memotong sumbu-y di (0, b)

- Slope (gradien) memberi karakter garis lurus

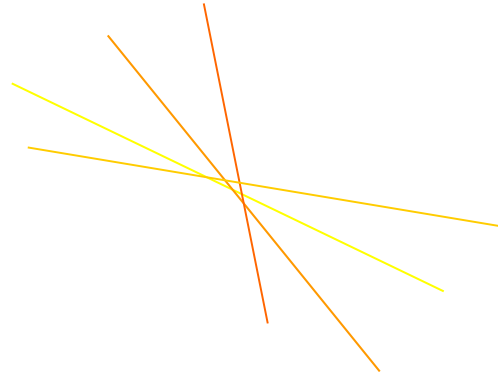
$$m = \frac{\text{rise}}{\text{run}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

# Nilai gradien

1. Gradien positif



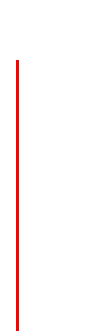
2. Gradien negatif



3. Gradien nol



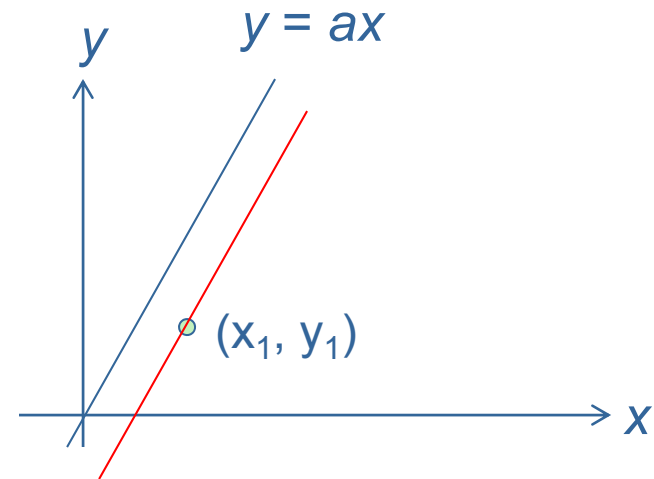
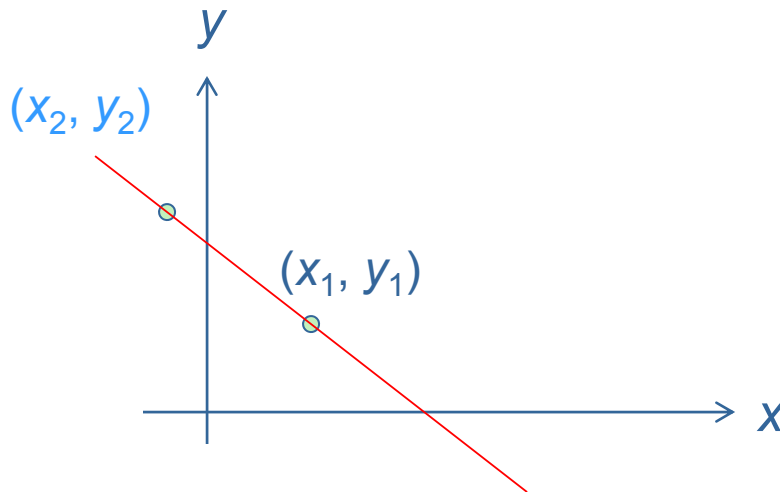
4. Bgm gradien garis vertikal?





# Menentukan garis lurus:

- Apa informasi minimal untuk menentukan dengan tunggal garis lurus?
  - ✓ dua titik
  - ✓ satu titik dan gradien
  - ✓ satu titik dan vektor arah



## 2. Fungsi pangkat

Bentuk umum fungsi pangkat:

$$f(x) = kx^p \quad k \text{ dan } p \text{ konstanta}$$

Fungsi pangkat bulat positif:  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^3, \dots$

Fungsi pangkat bulat negatif:  $y = x^0 = 1$ ,  $y = x^{-2}$ ,  $y = x^{-3}, \dots$

Fungsi pangkat pecahan  $y = x^{\frac{1}{2}}$ ,  $y = x^{\frac{1}{3}}, \dots$

### 3. Suku banyak

Suku banyak (polinomial) berderajat  $n$  adalah ekspresi berbentuk

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

koefisien  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  konstanta,  $a_n \neq 0$ .

Sukubanyak merupakan hasil kombinasi linier fungsi-fungsi pangkat:  $1, x, x^2, x^3, \dots, x^n$ .

## 5. Fungsi rasional

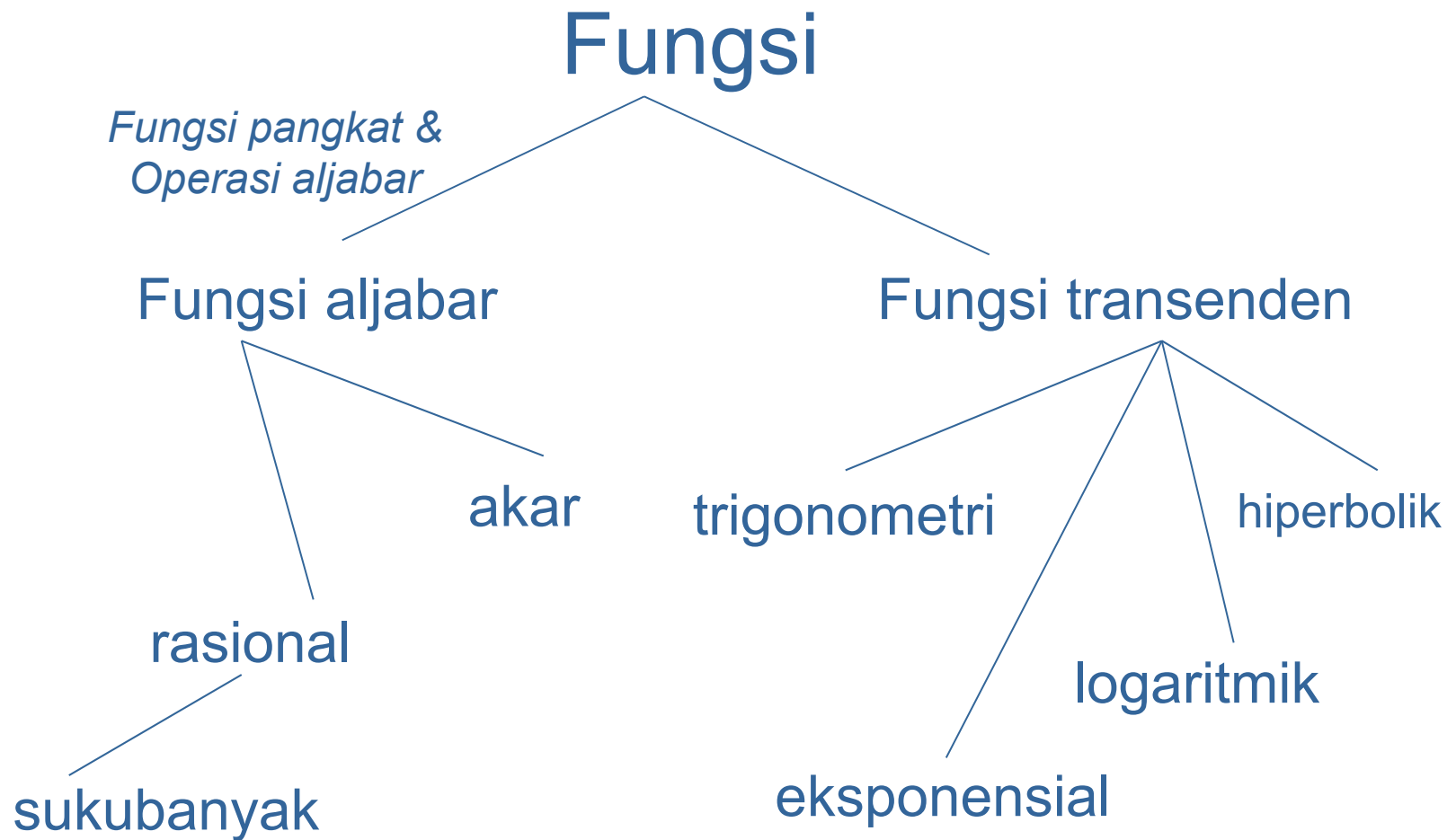
- Fungsi rasional adalah fungsi berbentuk

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}, \quad \text{dengan } q(x) \neq 0$$

dengan  $p(x)$  dan  $q(x)$  suku banyak.

Jadi, polinomial adalah fungsi rasional.

# Jenis-jenis fungsi



# Fungsi aljabar

- Fungsi aljabar adalah fungsi yg rumusnya dibentuk dari **fungsi pangkat** dan menggunakan **operasi aljabar**

jumlahan,

pengurangan,

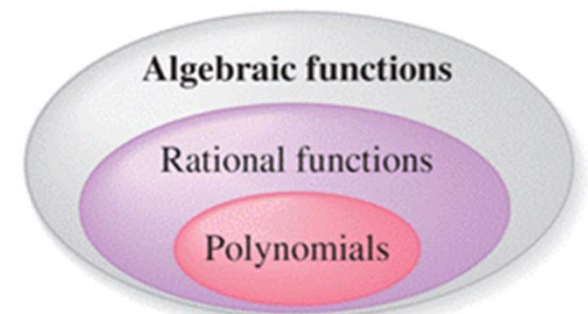
perkalian,

perkalian dengan skalar,

pembagian,

penarikan akar

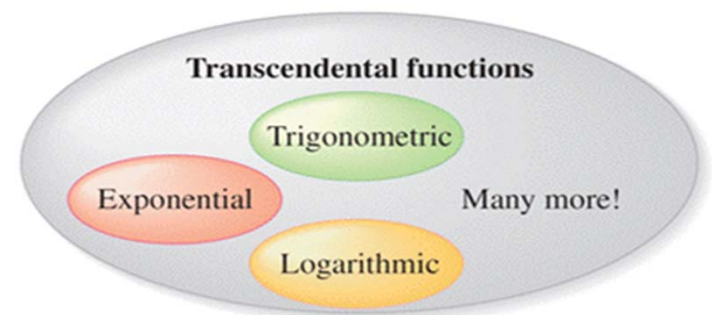
- Contoh fungsi aljabar:  
polinomial, fungsi rasional



Sumber: Calculus (Briggs/Cochran Calculus)

# Fungsi transenden

- Fungsi **selain fungsi aljabar** disebut fungsi **transenden**.
- Contoh:
  1. Fungsi eksponensial
  2. Fungsi logaritmik
  3. Fungsi trigonometri
  4. Fungsi hiperbolik



Sumber: Calculus (Briggs/Cochran Calculus)

# 1. Fungsi eksponensial

- Fungsi eksponensial dalam  $x$  berbasis  $a$  adalah fungsi yang berbentuk:

$$y = f(x) = ka^x$$

$k$  dan  $a$  adalah konstanta,  $a > 0$

- Fungsi eksponensial dengan basis bilangan alam  $e$ :

$$y = f(x) = ke^x$$

dengan  $e = 2.71828182845904523536.....$

- Apa beda fungsi pangkat dan fungsi eksponensial?



## 2. Fungsi logaritmik

- Fungsi logaritmik adalah fungsi berbentuk

$$y = \log_a x$$

Logaritma berbasis  $a$  dari bilangan positif  $x$  adalah pangkat dari  $a$  untuk menghasilkan  $x$ :

$$y = \log_a x \text{ bhab } a^y = x.$$

- $\ln x = \log_e x$  dengan  $e$  bilangan alam
- $\log x = \log_{10} x$

### 3. Fungsi trigonometri

■ Fungsi trigonometri dasar:

$$y = \sin x$$

$$y = \cos x$$

$$y = \tan x$$

$$y = \cot x$$

$$y = \sec x$$

$$y = \csc x$$

## 4. Fungsi hiperbolik

■ Fungsi hiperbolik:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$\operatorname{sech} x = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$$

$$\operatorname{csch} x = \frac{2}{e^x - e^{-x}}$$



# Aljabar Fungsi

## Subtopik 6

# Operasi pada fungsi

$f, g$  adalah fungsi dan  $c$  adalah skalar

1. Perkalian skalar  $cf$
2. Jumlahan  $f+g$ ,
3. Selisih  $f-g$
4. Perkalian  $f.g$
5. Pembagian  $f/g$

# Perkalian dengan skalar dan jumlahan

- Diberikan fungsi  $f$  dan  $g$  dengan domain  $D$  serta skalar  $c$
- Perkalian fungsi  $f$  dengan skalar  $c$  didefinisikan lewat nilai-nilai fungsinya sebagai berikut:

$$(cf)(x) = c.f(x) \quad \forall x \in D$$

- Jumlahan/selisih fungsi  $f$  dan  $g$  didefinisikan dengan jumlahan/selisih nilai-nilainya sbb:

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x) \quad \forall x \in D$$

- Suku banyak adalah fungsi yang diperoleh dengan perkalian dengan konstanta dan jumlahan fungsi-fungsi pangkat.

# Perkalian dan pembagian fungsi

- Perkalian fungsi-fungsi didefinisikan dengan perkalian nilai-nilainya:

$$(fg)(x) = f(x).g(x) \quad \forall x \in D$$

- Pembagian fungsi juga didefinisikan dengan pembagian nilai-nilainya asalkan nilai penyebut tidak nol

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \forall x \in D, \quad g(x) \neq 0$$

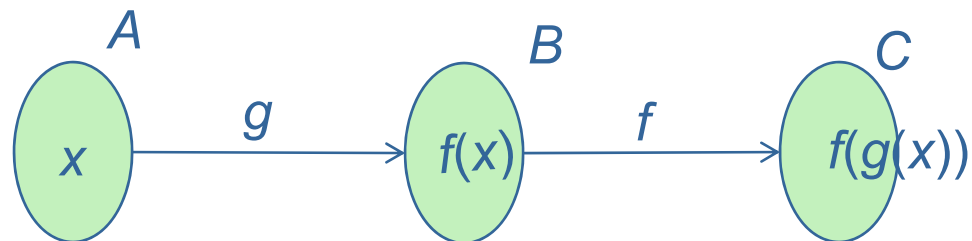
- Contoh:  $y = \frac{\sin x}{x^2 - 1}$

Tidak terdefinisi di  $x = 1$  dan  $x = -1$

# Komposisi fungsi

- Fungsi  $g$  dengan domain  $A$  dan kodomain  $B$  dan fungsi  $f$  dengan domain  $B$  dapat dikomposisikan sbb:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$



- Komposisi fungsi-fungsi berbeda dengan perkalian fungsi-fungsi
- Contoh:  $f(x) = \sin x$ ,  $g(x) = x^2 + 1$

$$fg(x) = (x^2 + 1) \sin x$$

$$(f \circ g)(x) = \sin(x^2 + 1); \quad (g \circ f)(x) = (\sin x)^2 + 1$$



# Komposisi fungsi

- Gambarkan diagram untuk menjelaskan domain dari komposisi dua fungsi.



# **Grafik Transformasi Fungsi**

# Transformasi horizontal dan vertikal

- Gambarkan grafik  $y = f(x)$ ,  $y = f(x - 2)$  dan  $y = f(x + 3)$  dalam satu sistem koordinat kartesius. Jelaskan bagaimana grafik  $y = f(x - k)$  untuk  $k$  bilangan nyata positif?
- Gambarkan grafik  $y = g(x)$ ,  $y = g(x) - 2$  dan  $y = g(x) + 3$  dalam satu sistem koordinat kartesius. Jelaskan bagaimana grafik  $y = f(x) - k$  untuk  $k$  bilangan nyata positif?

# Transformasi fungsi

- Gambarkan grafik  $y = f(x)$ ,  $y = 2f(x)$ ,  $y = 0.5f(x)$  dan  $y = -2f(x)$  dalam satu sistem koordinat kartesius. Apa kesimpulanmu?
- Kerjakan soal di atas untuk  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x^3$
- Apa kesimpulanmu?



# Fungsi Trigonometri

## Subtopik 7

# Ukuran Radian

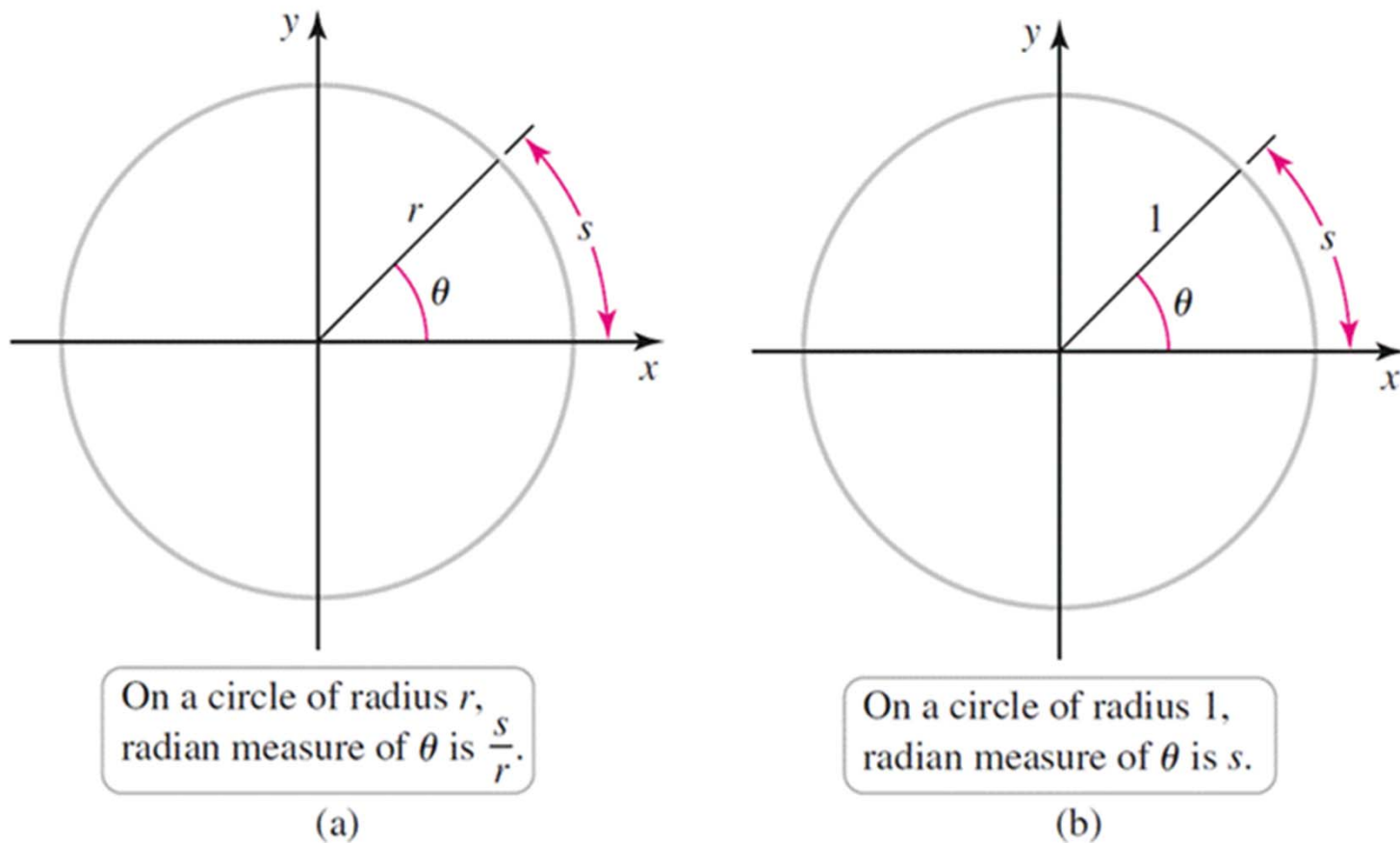


FIGURE 1.42

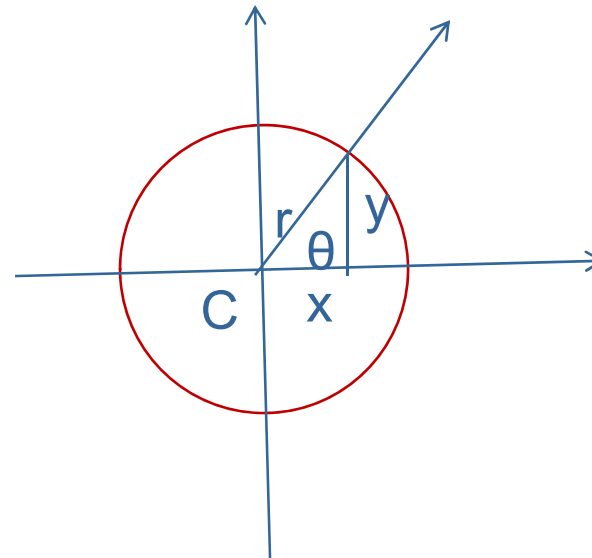
Sumber: Calculus (Briggs/Cochran Calculus)

# Ukuran Radian

- Ukuran radian segitiga ABC di pusat lingkaran satuan sama dengan panjang tali busur lingkaran yang dipotong oleh ABC

$$\begin{aligned}\sin \theta &= y/r \\ \cos \theta &= x/r \\ \tan \theta &= y/x\end{aligned}$$

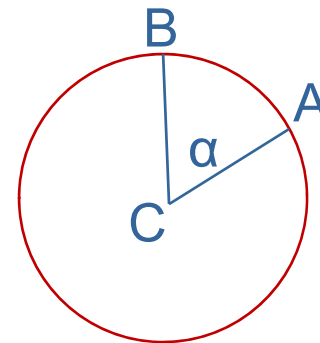
$$\begin{aligned}\csc \theta &= r/y \\ \sec \theta &= r/x \\ \cotan \theta &= x/y\end{aligned}$$



# Hubungan sudut dalam derajat dan radian

- Satu lingkaran penuh :  $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$
- 1 radian =  $180^\circ / \pi$  ( $\approx 57^\circ$ )
- $1^\circ = \pi / 180^\circ$  ( $\approx 0.002$  radian)

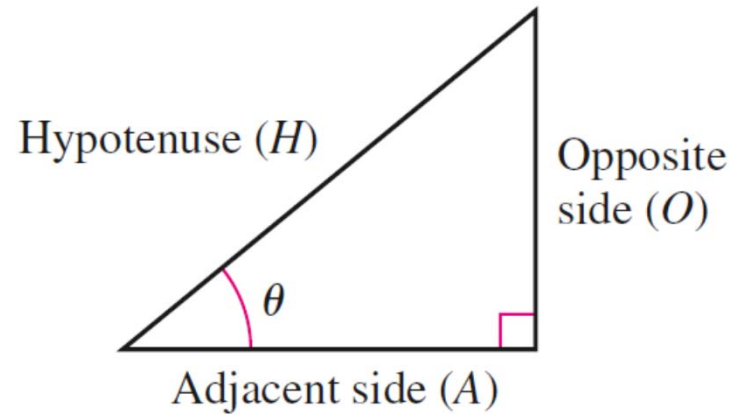
- Konversi dari derajat ke radian:  
kalikan dengan  $\pi / 180^\circ$
- Konversi dari radian ke derajat:  
kalikan dengan  $180^\circ / \pi$



Radian mengukur sudut  
ACB sebagai panjang  
tali busur AB



# Fungsi Trigonometri



$$\sin \theta = \frac{O}{H} \quad \cos \theta = \frac{A}{H}$$

$$\tan \theta = \frac{O}{A} \quad \cot \theta = \frac{A}{O}$$

$$\sec \theta = \frac{H}{A} \quad \csc \theta = \frac{H}{O}$$

**FIGURE 1.43**

Sumber: Calculus (Briggs/Cochran Calculus)

# Fungsi Trigonometri

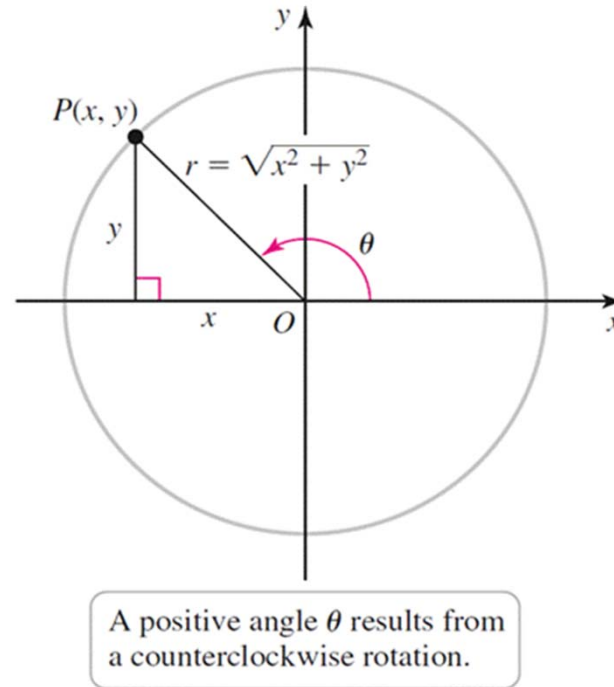


FIGURE 1.44

## DEFINITION Trigonometric Functions

Let  $P(x, y)$  be a point on a circle of radius  $r$  associated with the angle  $\theta$ . Then

$$\begin{aligned}\sin \theta &= \frac{y}{r} & \cos \theta &= \frac{x}{r} & \tan \theta &= \frac{y}{x} \\ \cot \theta &= \frac{x}{y} & \sec \theta &= \frac{r}{x} & \csc \theta &= \frac{r}{y}\end{aligned}$$

Sumber: Calculus (Briggs/Cochran Calculus)

# Fungsi trigonometri dasar

■ Fungsi trigonometri dasar:

$$y = \sin x$$

$$y = \cos x$$

$$y = \tan x$$

$$y = \cot x$$

$$y = \sec x$$

$$y = \csc x$$

# Sifat-sifat Fungsi Trigonometri

## Trigonometric Identities

### Reciprocal Identities

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

### Pythagorean Identities

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad 1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta \quad \tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

### Double- and Half-Angle Formulas

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \quad \cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \quad \sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

# Grafik Fungsi Trigonometri

The graphs of  $y = \sin \theta$  and its reciprocal,  $y = \csc \theta$

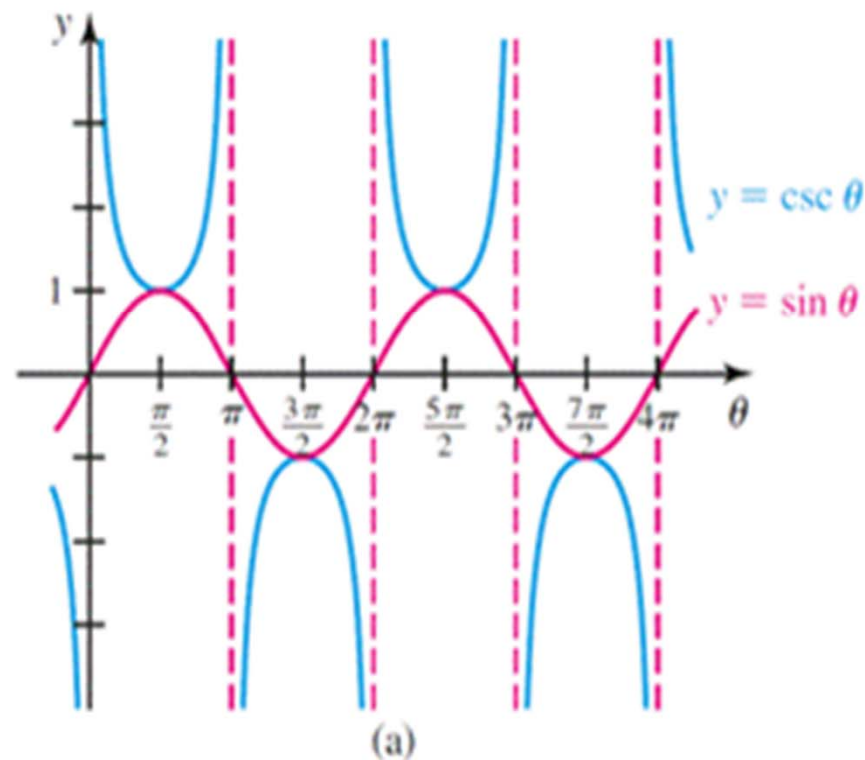
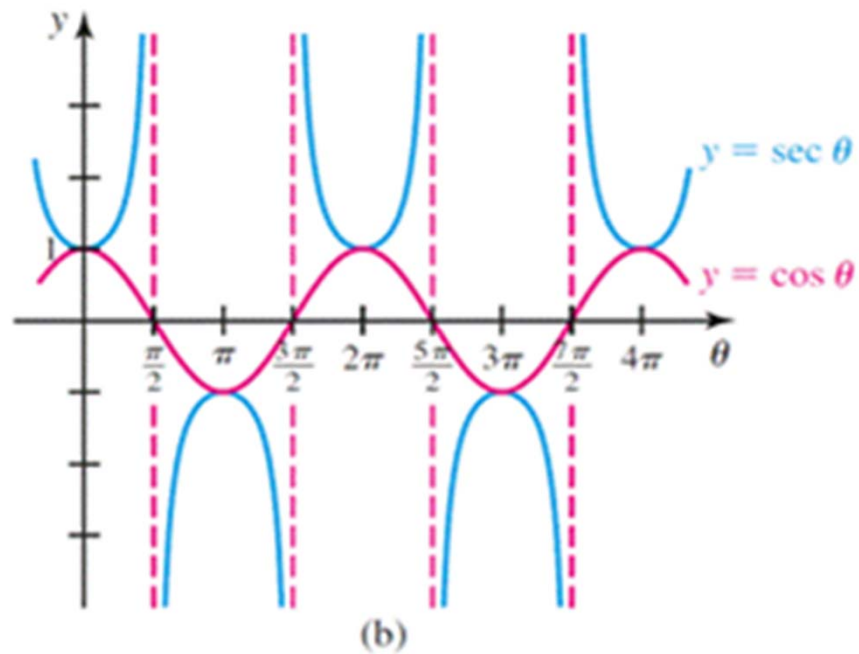


FIGURE 1.48

Sumber: Calculus (Briggs/Cochran Calculus)

# Grafik Fungsi Trigonometri

The graphs of  $y = \cos \theta$  and its reciprocal,  $y = \sec \theta$



Sumber: Calculus (Briggs/Cochran Calculus)

# Grafik Fungsi Trigonometri

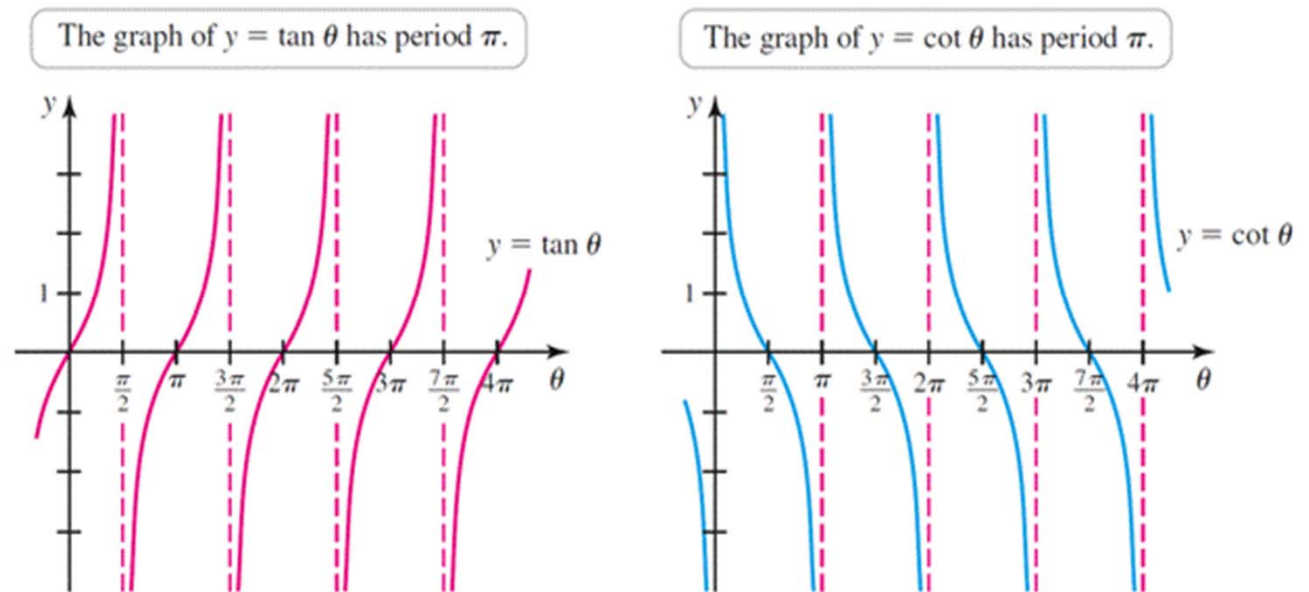
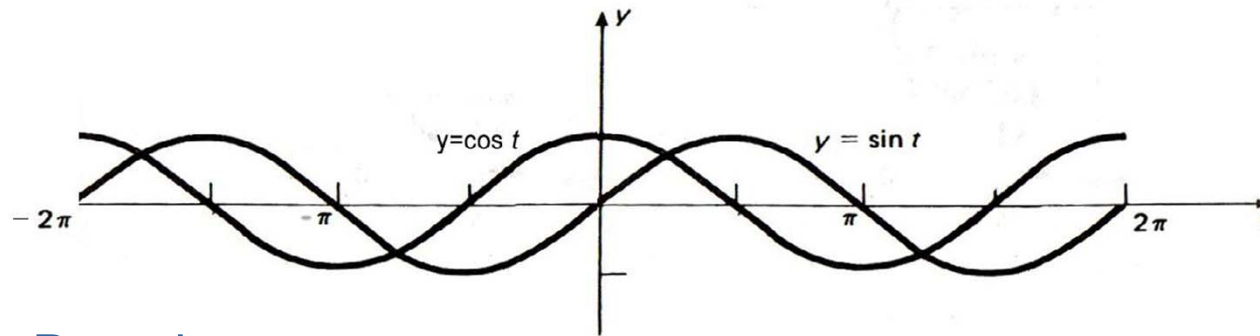


FIGURE 1.49

Sumber: Calculus (Briggs/Cochran Calculus)

# Fungsi sinus dan cosinus



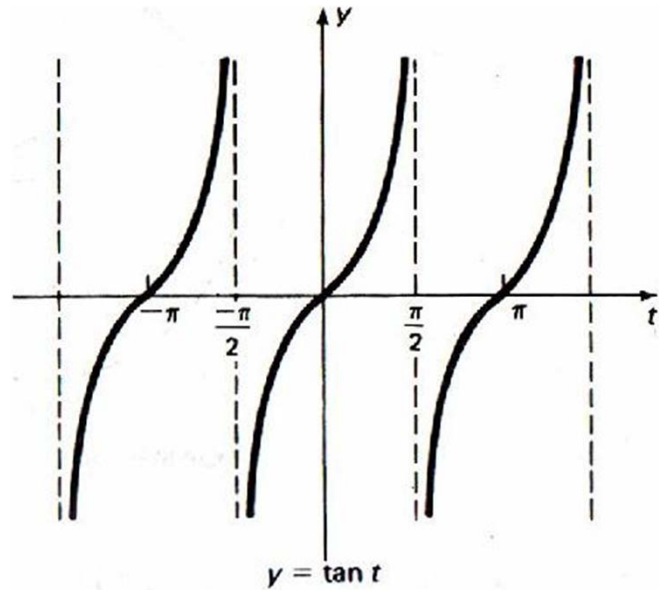
Domain :  $-\infty < x < \infty$

Range :  $-1 \leq y \leq 1$

1. Nilai fungsi antara -1 dan 1
2. Fungsi periodik dengan periode  $2\pi$
3.  $y = \sin x$  fungsi ganjil, simetris terhadap titik pangkal  
 $y = \cos x$  fungsi genap, simetris terhadap sumbu-y



# Fungsi tangen

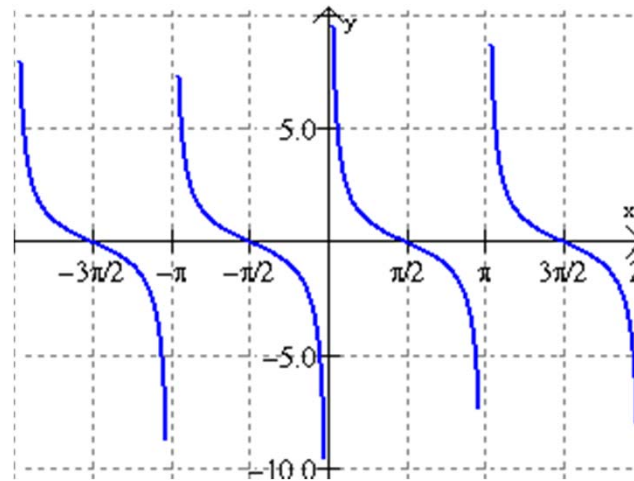


Domain :  $x \neq \pm \pi/2, \pm 3\pi/2, \dots$

Range :  $-\infty < y < \infty$

Periode :  $\pi$

# Fungsi cotangen



Sumber:

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/algtrig/ATT7/othergraphs.htm>

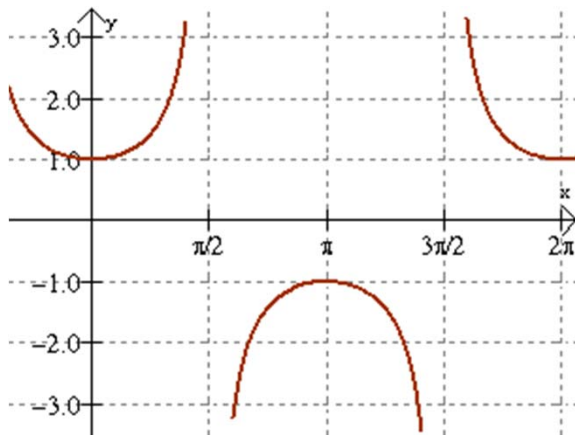
Domain :  $x \neq 0, \pm \pi, \pm 2\pi, \dots$

Range :  $-\infty < y < \infty$

Periode :  $\pi$

# Fungsi secan dan cosecan

## ■ Fungsi Secan



Sumber:

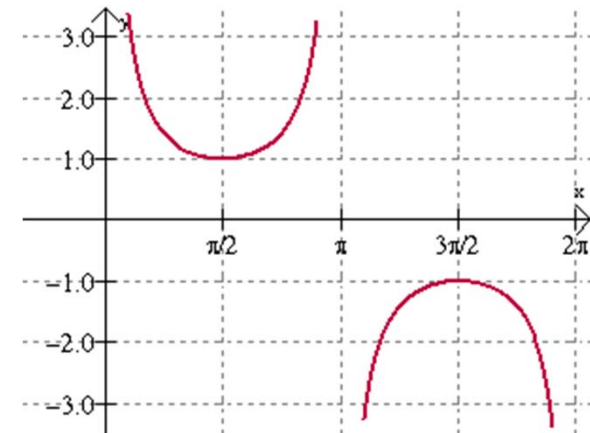
<http://www.regentsprep.org/Regents/math/algtrig/ATT7/othergraphs.htm>

Domain :  $x \neq 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi \dots$

Range :  $y \leq -1$  atau  $y \geq 1$

Periode :  $\pi$

## ■ Fungsi Cosecan



Domain :  $x \neq 0, \pm \pi/2, \pm 3\pi/2, \pm 5\pi/2 \dots$

Range :  $y \leq -1$  atau  $y \geq 1$

Periode :  $\pi$

# Transformasi fungsi

- Gambarkan grafik  $y = 4\sin(5(x-8)) + 10$ .
- Berapa periodenya? Berapa amplitudonya?

# Latihan

- Gambarkan grafik fungsi
  - $y = \sin x$  (dengan  $x$  dalam radian)
  - $Y = \sin x$  (dengan  $x$  dalam derajat)