LINEALIZACIÓN Y REPRESENTACIÓN EN ESPACIO DE ESTADOS DE UN MODELO DE SUSPENSIÓN ACTIVA

- **INTRODUCCIÓN**

La suspensión de un vehículo forma un sistema muy imperativo para un automóvil, y que ayuda a proporcionar sustento al motor, la carrocería del vehículo, los pasajeros y por otro lado se mitiga los temblores que surgen debido a la irregularidad de la superficie de la carretera. Un sistema de suspensión es una combinación de resortes, amortiguadores y articulaciones que es responsable de la conexión entre la carrocería de un vehículo y sus ruedas. Los muelles y amortiguadores que conectan el eje al chasis de la carrocería juegan un papel importante a la hora de minimizar las vibraciones.

- **ANALISIS Y DINAMICA DEL SISTEMA.**

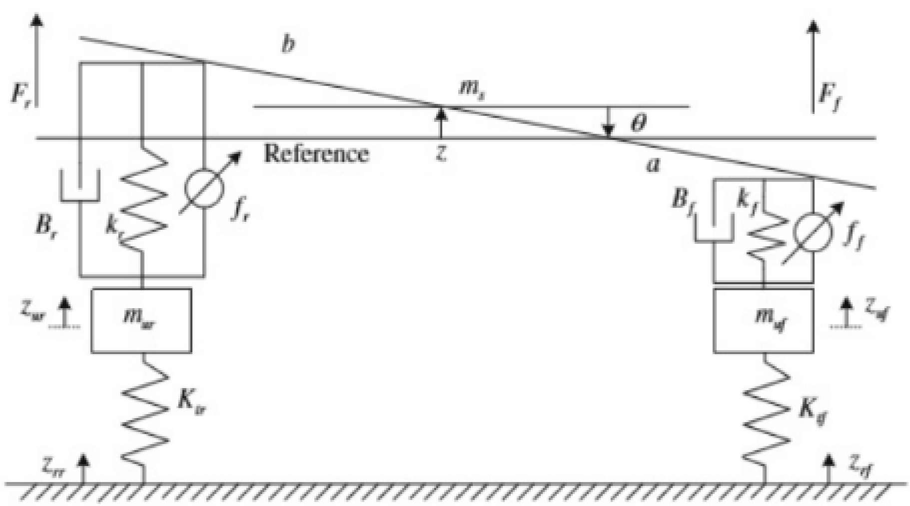


Figura 1: Diagrama de cuerpo libre de la mitad de un auto

Figura 1 ilustra el modelo de medio auto. Una sola masa suspendida (chasis) está conectada a dos masas no suspendidas (ambas ruedas) en cada esquina. El movimiento vertical y de cabeceo es aplicable para la masa suspendida, mientras que solo el movimiento vertical con chasis es aplicable para ambas masas de ruedas. Las suspensiones modeladas entre chasis y ambas ruedas son resortes y amortiguadores convencionales mientras que los neumáticos están diseñados como resortes convencionales sin humedad.

Al aplicar la ley de Newton de movimiento, se hallan las ecuaciones de estados; las siguientes ecuaciones de estado son derivadas.

- **RAZONES DE CAMBIO DE LOS ESTADOS**

Ecuación 1

$\dot{x}_1 = x_2$

Ecuación 2

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m_s}[-(B_f + B_r)x_2 + (aB_f - bB_r)x_4\cos x_3 - K_f x_5 + B_f x_6 - K_r x_7 + B_r x_8 + (f_f + f_r) + K_{tf} z_{rf} + K_{tr} x_{7rr}]$$

Ecuación 3

$$\dot{x}_3 = x_4$$

Ecuación 4

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{J_y}\left[(aB_f - bB_r)x_2\cos x_3 - \left(a^2 B_f + b^2 Br\right)x_4\cos^2 x_3 + aK_f x_5\cos x_3 - aB_f x_6\cos x_3 - bK_r x_7\cos x_3 + bB_r x_8\cos x_3 + \left(af_f + bf_r\right)\cos x_3 + K_t\right.$$

Ecuación 5

$$\dot{x}_5 = x_2 - aX_4\cos x_3 - x_6$$

Ecuación 6

$$\dot{x}_6 = \frac{1}{m_{uf}}[-K_{tf}x_1 + B_f x_2 + aK_{tf}\sin x_3 - aB_f x_4\cos x_3 + (K_f + K_{tf})x_5 - B_f x_6 + K_{tf} z_{rf} - f_f]$$

Ecuación 7

$$\dot{x}_7 = x_2 + bx_4\cos x_3 - x_8$$

Ecuación 8

$$\dot{x}_8 = \frac{1}{m_{ur}}[-K_{tr}x_1 + B_r x_2 - bK_{tr}\sin x_3 - bB_r x_4\cos x_3 + (K_r + K_{tr})x_7 - B_r x_8 + K_{tr} z_{rr} - f_f]$$

- **ESTADOS.**

ESTADOS	VARIABLES DE ESTADO	REPRESENTACIÓN FÍSICA
x_1	z	Desplazamiento vertical
x_2	$\dot{z}$	Velocidad vertical
x_3	Θ	Desplazamiento angular
x_4	$\dot{\Theta}$	Velocidad angular
x_5	$z_{sf} - z_{uf}$	Desplazamiento suspensión frontal
x_6	$\dot{z}_{uf}$	Velocidad de la masa frontal no suspendida
x_7	$z_{sr} - z_{ur}$	Desplazamiento de la rueda de suspensión trasera
$x8$	$\dot{z}_{ur}$	Velocidad de la masa trasera no suspendida

Tabla 1

- **PARAMETROS DEL SISTEMA.**

Parametro	Valor nominal	Unidades	Descripción
Ms	690	kg	Masa del cuerpo del auto
Bf	1000	Ns/m	Amortiguador frontal
Br	1000	Ns/m	Amortiguador trasero
Kf	18000	N/m	Constante de amortiguamiento frontal
Kr	22000	N/m	Constante de amortiguamiento trasero
Ktf	200000	N/m	Constante de amortiguamiento neumatico frontal
Ktr	200000	N/m	Constante de amortiguamiento neumatico trasero
Jy	1222	kgm^2	Momento de inercia
a	1,3	m	Distancia del eje delantero al centro de masa
b	1,5	m	Distancia del eje trasero al centro de masa
Muf	40	kg	Masa suspendida sobre el neumatico frontal
Mur	45	kg	Masa suspendida sobre neumatico trasero

Tabla 2 Constantes del sistema

- **PUNTOS DE EQUILIBRIO**

Para obtener la matricez A,B,C y D, del espacio de estados, se hace uso del la función "jacobian(F,X)", la cual deriva parcialmente una función con respecto a una variable.

```
syms x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 Ms Bf Br Kf Kr Ff Fr Ktf Ktr Zrf Zrr Jy a b Muf Mur
%f son las razones de cambio de los estados

f1 = x2;
f2 = (-(Bf+Br)*x2 + (a*Bf - b*Br)*x4*cos(x3) - Kf*x5 + Bf*x6 - Kr*x7 + Br*x8 + (Ff+Fr) + Ktf*Zr
f3 = x4;
f4 = ((a*Bf - b*Br)*x2*cos(x3) - (a^2*Bf + b^2*Br)*x4*cos(x3)^2 + a*Kf*x5*cos(x3) - a*Bf*x6*cos
f5 = x2 - a*x4*cos(x3) - x6;
f6 = (-Ktf*x1 + Bf*x2 + a*Ktf*sin(x3) - a*Bf*x4*cos(x3) + (Kf + Ktf)*x5 -Bf*x6 + Ktf*Zrf - Ff)/
f7 = x2 + b*x4*cos(x3) - x8;
```

```
f8 = (-Ktr*x1 + Br*x2 -b*Ktr*sin(x3) - b*Br*x4*cos(x3) + (Kr + Ktr)*x7 - Br*x8 + Ktr*Zrr -Fr)/M

F = [f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8];


X = [x1; x2; x3; x4; x5; x6; x7; x8];
u = [Ff; Fr; Zrf ;Zrr];  %Zrf y Zrr son perturbaciones
Y = [x1; x3];
A = simplify(jacobian(F,X))
```

A =

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{\mathrm{Bf}+\mathrm{Br}}{\mathrm{Ms}} & -\frac{x_4 \sin(x_3)\,\sigma_1}{\mathrm{Ms}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\cos(x_3)\,\sigma_1}{\mathrm{Jy}} & -\frac{\sin(x_3)\,(\mathrm{Ff}\;a+\mathrm{Fr}\;b)+x_2\sin(x_3)\,\sigma_1 - x_4\sin(2\,x_3)\,\sigma_2 - \mathrm{Bf}\;a\,x_6\sin(x_3)+\mathrm{Br}\;b\,x_8\,\mathrm{s}}{\mathrm{Jy}} \\ 0 & 1 & a\,x_4\sin(x_3) \\ -\frac{\mathrm{Ktf}}{\mathrm{Muf}} & \frac{\mathrm{Bf}}{\mathrm{Muf}} & \frac{a\;(\mathrm{Ktf}\;\cos(x_3)+\mathrm{Bf}\;x_4\sin(x_3))}{\mathrm{Muf}} \\ 0 & 1 & -b\,x_4\sin(x_3) \\ -\frac{\mathrm{Ktr}}{\mathrm{Mur}} & \frac{\mathrm{Br}}{\mathrm{Mur}} & -\frac{b\;(\mathrm{Ktr}\cos(x_3)-\mathrm{Br}\;x_4\sin(x_3))}{\mathrm{Mur}} \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \mathrm{Bf}\;a - \mathrm{Br}\;b$$

$$\sigma_2 = \mathrm{Bf}\;a^2 + \mathrm{Br}\;b^2$$

$$\sigma_3 = \mathrm{Br}\;b\cos(x_3)$$

$$\sigma_4 = \mathrm{Bf}\;a\cos(x_3)$$

```
B = jacobian(F,u)
```

B =

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\mathrm{Ms}} & \frac{1}{\mathrm{Ms}} & \frac{\mathrm{Ktf}}{\mathrm{Ms}} & \frac{\mathrm{Ktr}}{\mathrm{Ms}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{a\cos(x_3)}{\mathrm{Jy}} & \frac{b\cos(x_3)}{\mathrm{Jy}} & \frac{\mathrm{Ktf}}{\mathrm{Jy}} & \frac{\mathrm{Ktr}}{\mathrm{Jy}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\mathrm{Muf}} & 0 & \frac{\mathrm{Ktf}}{\mathrm{Muf}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\mathrm{Mur}} & 0 & \frac{\mathrm{Ktr}}{\mathrm{Mur}} \end{pmatrix}$$

```
C = jacobian(Y,X)
```

C =

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

```
D = jacobian(Y,u)
```

D =

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pero en este sistema se presenta un mayor número de variables que de ecuaciones; para poder linealizar es necesario parametrizar los puntos de equilibrio alrededor de 4 variables. Para esto se procede a trabajar con las ecuaciones diferenciales del sistema, donde las razones de cambio de las variables de estado se igualan a cero.

De las ecuaciones **1,3,5,7** se tiene los siguientes resultados para **x2,x4,x6** y **x8.**

$$\mathrm{x2} = 0 \quad \mathrm{x4} = 0 \quad \mathrm{x6} = 0 \quad \mathrm{x8} = 0$$

De las ecuaciones **2,4,6** y **8** se obtiene las siguientes ecuaciones, donde se va asumir como constantes los términos de **x1,x3,Zrf** y **Zrr**, para obtener un sistema de ecuaciones de **4x4**. El resultado del sistema de ecuaciones da como resultado **x5,x7** y las dos entradas **Ff y Fr.**

Ecuación 9

$$\frac{-\mathrm{Ktf}*\mathrm{Zrf}-\mathrm{Ktr}*\mathrm{Zrr}}{\mathrm{Ms}} = \frac{-\mathrm{Kf}*\mathrm{x5}}{\mathrm{Ms}} - \frac{\mathrm{Kr}*\mathrm{x7}}{\mathrm{Ms}} + \frac{\mathrm{Ff}}{\mathrm{Ms}} + \frac{\mathrm{Fr}}{\mathrm{Ms}}$$

Ecuación 10

$$\frac{-\mathrm{Ktf}*\mathrm{Zrf}-\mathrm{Ktr}*\mathrm{Zrr}}{\mathrm{Jy}} = \frac{a*\mathrm{Kf}*\cos(\mathrm{x3})*\mathrm{x5}}{\mathrm{Jy}} - \frac{b*\mathrm{Kr}*\cos(\mathrm{x3})*\mathrm{x7}}{\mathrm{Jy}} + \frac{a*\cos(\mathrm{x3})\mathrm{Ff}}{\mathrm{Jy}} + \frac{b*\cos(\mathrm{x3})\mathrm{Fr}}{\mathrm{Jy}}$$

Ecuación 11

$$\frac{-\mathrm{Ktf} * \mathrm{x1} - a * \mathrm{Ktf} * \sin(\mathrm{x3}) - \mathrm{Ktf} * \mathrm{Zrf}}{\mathrm{Muf}} = \frac{(\mathrm{Kf} + \mathrm{Ktf}) * \mathrm{x5}}{\mathrm{Muf}} - \frac{\mathrm{Ff}}{\mathrm{Muf}}$$

Ecuación 12

$$\frac{-\mathrm{Ktr} * \mathrm{x1} + b * \mathrm{Ktr} * \sin(\mathrm{x3}) - \mathrm{Ktr} * \mathrm{Zrr}}{\mathrm{Mur}} = -\frac{(\mathrm{Kr} + \mathrm{Ktr}) * \mathrm{x7}}{\mathrm{Mur}} - \frac{\mathrm{Fr}}{\mathrm{Mur}}$$

Para resolver el sistema de ecuciones se uso el metodo de matriz inversa

```
P= [-Kf/Ms -Kr/Ms 1/Ms 1/Ms;
    (a*Kf*cos(x3))/Jy (-b*Kr*cos(x3))/Jy (a*cos(x3))/Jy (b*cos(x3))/Jy;
    (Kf+Ktf)/Muf 0 -1/Muf 0;
    0 (Kr+Ktr)/Mur 0 -1/Mur];

Q = [(-Ktf*Zrf-Ktr*Zrr)/Ms;
    (-Ktf*Zrf-Ktr*Zrr)/Jy;
    (Ktf*x1-a*Ktf*sin(x3) - Ktf*Zrf)/Muf;
    (Ktr*x1+b*Ktr*sin(x3) - Ktr*Zrr)/Mur];

R = simplify(inv(P)*Q)
```

```
R =
```

$$\left(\begin{array}{c} \frac{b\,\sigma_1}{\sigma_4} - \frac{\sigma_1}{\cos(x_3)\,\sigma_4} - \frac{\mathrm{Ktf}\;(a-b)\,\sigma_2}{\sigma_4} \\ x_1 - \mathrm{Zrr} + b\sin(x_3) - \frac{a\;(2\,\mathrm{Kf} + \mathrm{Ktf})\,\sigma_1}{\mathrm{Ktr}\,\sigma_4} + \frac{\mathrm{Ktf}\;\sigma_1}{\sigma_3} - \frac{2\,\mathrm{Kf}\;\mathrm{Ktf}\;a\,\sigma_2}{\mathrm{Ktr}\,\sigma_4} \\ \frac{b\,\sigma_1\;(\mathrm{Kf} + \mathrm{Ktf})}{\sigma_4} - \frac{\sigma_1\;(\mathrm{Kf} + \mathrm{Ktf})}{\cos(x_3)\,\sigma_4} + \frac{\mathrm{Kf}\;\mathrm{Ktf}\;(a+b)\,\sigma_2}{\sigma_4} \\ \mathrm{Kr}\;(x_1 - \mathrm{Zrr} + b\sin(x_3)) - \frac{a\;(2\,\mathrm{Kf} + \mathrm{Ktf})\,\sigma_1\;(\mathrm{Kr} + \mathrm{Ktr})}{\mathrm{Ktr}\,\sigma_4} + \frac{\mathrm{Ktf}\;\sigma_1\;(\mathrm{Kr} + \mathrm{Ktr})}{\sigma_3} - \frac{2\,\mathrm{Kf}\;\mathrm{Ktf}\;a\;(\mathrm{Kr} + \mathrm{Ktr}}{\mathrm{Ktr}\,\sigma_4} \end{array}\right.$$

where

$$\sigma_1 = \mathrm{Ktf}\;\mathrm{Zrf} + \mathrm{Ktr}\;\mathrm{Zrr}$$

$$\sigma_2 = \mathrm{Zrf} - x_1 + a\sin(x_3)$$

$$\sigma_3 = \mathrm{Ktr}\cos(x_3)\,\sigma_4$$

$$\sigma_4 = 2\,\mathrm{Kf}\;a + \mathrm{Ktf}\;a - \mathrm{Ktf}\;b$$

```
(inv(P)*Q)
```

```
ans =
```

$$\left(\begin{array}{c} \frac{b\,\sigma_3}{\sigma_2} - \frac{(a-b)\,\sigma_4}{\sigma_2} - \frac{\sigma_3}{\cos(x_3)\,\sigma_2} \\ \frac{\sigma_5}{\mathrm{Ktr}} - \frac{\sigma_3\,\sigma_6}{\sigma_1} + \frac{\mathrm{Ktf}\;\sigma_3}{\cos(x_3)\,\sigma_1} - \frac{2\,\mathrm{Kf}\;a\,\sigma_4}{\sigma_1} \\ \frac{\sigma_3\;(\mathrm{Kf}\;b + \mathrm{Ktf}\;b)}{\sigma_2} + \frac{(\mathrm{Kf}\;a + \mathrm{Kf}\;b)\,\sigma_4}{\sigma_2} - \frac{\sigma_3\;(\mathrm{Kf}\;+\mathrm{Ktf}\;)}{\cos(x_3)\,\sigma_2} \\ \frac{\mathrm{Kr}\,\sigma_5}{\mathrm{Ktr}} - \frac{2\;(\mathrm{Kf}\;\mathrm{Kr}\,a + \mathrm{Kf}\;\mathrm{Ktr}\,a)\,\sigma_4}{\sigma_1} + \frac{(\mathrm{Kr}\,\mathrm{Ktf}\;+\mathrm{Ktf}\;\mathrm{Ktr})\,\sigma_3}{\cos(x_3)\,\sigma_1} - \frac{\sigma_3\,\sigma_6\;(\mathrm{Kr}+\mathrm{Ktr})}{\sigma_1} \end{array}\right)$$

where

$$\sigma_1 = 2\,\mathrm{Kf}\;\mathrm{Ktr}\,a + \mathrm{Ktf}\;\mathrm{Ktr}\,a - \mathrm{Ktf}\;\mathrm{Ktr}\,b$$

$$\sigma_2 = 2\,\mathrm{Kf}\;a + \mathrm{Ktf}\;a - \mathrm{Ktf}\;b$$

$$\sigma_3 = \mathrm{Ktf}\;\mathrm{Zrf}\;+\mathrm{Ktr}\,\mathrm{Zrr}$$

$$\sigma_4 = \mathrm{Ktf}\;\mathrm{Zrf}\;-\mathrm{Ktf}\;x_1 + \mathrm{Ktf}\;a\sin(x_3)$$

$$\sigma_5 = \mathrm{Ktr}\,x_1 - \mathrm{Ktr}\,\mathrm{Zrr} + \mathrm{Ktr}\,b\sin(x_3)$$

$$\sigma_6 = 2\,\mathrm{Kf}\;a + \mathrm{Ktf}\;a$$

- **MODELO NUMERICO LINEAL**

Obtenidas las expresiones del punto de equilibrio, se procede a realizar el modelo de espacio número. Para esto vamos a utllizar el comando '**subs**', para poder actulizar datos de las matrices **A,B,C** y **D**.

```
Msn = 690;
Bfn = 1000;
Brn = 1000;
Kfn = 18000;
Krn = 22000;
Ktfn = 200000;
Ktrn = 200000;
Jyn = 1222;
an = 1.3;
bn = 1.5;
Mufn = 40;
Murn = 45;
x10n = 0.2;
x30n = 0.1;
Zrfn = 0.001;
Zrrn = 0.002;
Rpn = double(subs(R,{x1,x3,Zrf,Zrr,Ms,Bf,Br,Kf,Kr,Ktf,Ktr,Jy,a,b,Muf,Mur},{x10n,x30n,Zrfn,Zrrn,
```

```
x20n = 0;
x40n = 0;
x50n = Rpn(1);
x60n = 0;
x70n = Rpn(2);
x80n = 0;
Ff0n = Rpn(3);
Fr0n = Rpn(4);

Apn = double(subs(A,{x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,Ff,Fr,Zrf,Zrr,Ms,Bf,Br,Kf,Kr,Ktf,Ktr,Jy,a,b,Muf,Mu
Bpn = double(subs(B,{x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,Ff,Fr,Zrf,Zrr,Ms,Bf,Br,Kf,Kr,Ktf,Ktr,Jy,a,b,Muf,Mu
Cpn = double(subs(C,{x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,Ff,Fr,Zrf,Zrr,Ms,Bf,Br,Kf,Kr,Ktf,Ktr,Jy,a,b,Muf,Mu
Dpn = double(subs(D,{x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,Ff,Fr,Zrf,Zrr,Ms,Bf,Br,Kf,Kr,Ktf,Ktr,Jy,a,b,Muf,Mu

sys=ss(Apn,Bpn,Cpn,Dpn)
```

```
sys =

  A =
            x1        x2        x3        x4
   x1        0         1         0         0
   x2        0    -2.899         0   -0.2884
   x3        0         0         0         1
   x4        0   -0.1628   0.04926    -3.192
   x5        0         1         0    -1.294
   x6    -5000        25      6468    -32.34
   x7        0         1         0     1.493
   x8    -4444     22.22     -6633    -33.17

            x5        x6        x7        x8
   x1        0         0         0         0
   x2   -26.09     1.449    -31.88     1.449
   x3        0         0         0         0
   x4    19.05    -1.059    -26.87     1.221
   x5        0        -1         0         0
   x6     5450       -25         0         0
   x7        0         0         0        -1
   x8        0         0      4933    -22.22

  B =
              u1         u2         u3
   x1          0          0          0
   x2   0.001449   0.001449      289.9
   x3          0          0          0
   x4   0.001059   0.001221      163.7
   x5          0          0          0
   x6     -0.025          0       5000
   x7          0          0          0
   x8          0   -0.02222          0

              u4
   x1          0
   x2      289.9
   x3          0
   x4      163.7
   x5          0
   x6          0
   x7          0
   x8       4444

  C =
       x1  x2  x3  x4  x5  x6  x7  x8
```

```
  y1   1   0   0   0   0   0   0   0
  y2   0   0   1   0   0   0   0   0

 D =
      u1  u2  u3  u4
  y1   0   0   0   0
  y2   0   0   0   0

Continuous-time state-space model.
```

Para saber si el sistema es estable o no, se procede a a buscar los valores propios de la matriz **A**, matriz de estados.

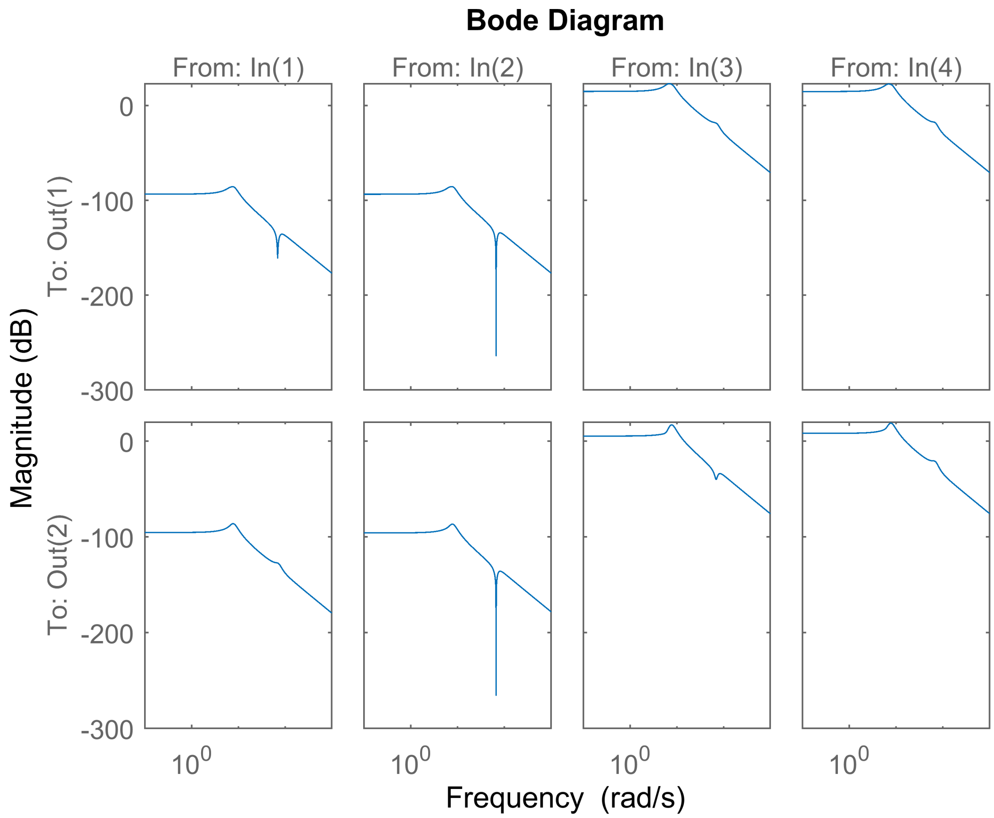
```
eig(Apn)
```

```
ans = 8×1 complex
 -12.7167 +72.3261i
 -12.7167 -72.3261i
 -11.2436 +69.4840i
 -11.2436 -69.4840i
  -1.1701 + 6.7402i
  -1.1701 - 6.7402i
  -1.5261 + 7.8994i
  -1.5261 - 7.8994i
```

- **MODELO DISCRETO LINEAL**

Primer paso para transofrmar el modelo continuo a uno discreto, es buscar un tiempo de muestreo adecuado; para esto se va implementar el comando '**bodemag**', el cúal nos permitira obtener un diagrama de bode del sistema de espacio de estados.

```
bodemag(sys)
```



Como el sistema presenta varios picos de resonancia, se procede a escoger una frecuencia mayor a la de estos picos, en este caso es de 137 [rad/s].

```
w=137;
ws=w;
Tm=2*pi/w
```

```
Tm = 0.0459
```

Usando el comando '**c2d**' discretizamos el sistema de espacio de estados.

```
sysd = c2d(sys,Tm)
```

```
sysd =

  A = 
              x1         x2         x3
   x1     0.8711    0.04287   -0.01009
   x2     -5.881       0.86    -0.6369
   x3  -0.006474 -0.0002175     0.8599
   x4    -0.4265   -0.00996      -6.36
   x5      1.348    0.03321     -1.732
   x6      6.101    0.06418     -7.708
   x7      1.333    0.03206      1.913
   x8  0.0001608     0.1202      3.115

              x4         x5         x6
   x1  -0.001297     0.0447  0.0005844
   x2   -0.05917      2.042   0.004183
   x3     0.0418   -0.03208  -0.000411
   x4     0.8115     -1.438  -0.002207
```

```
   x5    -0.04261     -0.5044    0.002323
   x6    -0.07835       -7.08     -0.5325
   x7     0.06568    -0.01885  -0.0002526
   x8      0.2561      0.8576   -0.001216

               x7          x8
   x1     0.03883   0.0006658
   x2       1.953    0.006914
   x3     0.03264   0.0005583
   x4       1.638    0.005693
   x5   -0.002663  -4.156e-05
   x6    -0.04733  -0.0001261
   x7      -0.518    0.001751
   x8      -1.452     -0.5903

  B =
               u1          u2          u3
   x1   1.113e-06    1.12e-06      0.3543
   x2   4.614e-05   4.574e-05       15.13
   x3   1.279e-06     9.4e-07      0.1145
   x4    5.42e-05   3.833e-05       4.723
   x5   6.787e-06  -7.466e-08      -1.281
   x6   3.107e-05  -8.482e-07      -5.242
   x7   2.997e-06   9.655e-06      0.4664
   x8   4.737e-06   1.517e-05       3.404

               u4
   x1      0.3523
   x2       15.17
   x3      0.2147
   x4        9.26
   x5     0.05806
   x6      0.7265
   x7     -0.8119
   x8       1.168

  C =
       x1  x2  x3  x4  x5  x6  x7  x8
   y1   1   0   0   0   0   0   0   0
   y2   0   0   1   0   0   0   0   0

  D =
       u1  u2  u3  u4
   y1   0   0   0   0
   y2   0   0   0   0

Sample time: 0.045863 seconds
Discrete-time state-space model.
```

```
GL = sysd.a
```

```
GL = 8×8
    0.8711    0.0429   -0.0101   -0.0013    0.0447    0.0006    0.0388    0.0007
   -5.8810    0.8600   -0.6369   -0.0592    2.0420    0.0042    1.9527    0.0069
   -0.0065   -0.0002    0.8599    0.0418   -0.0321   -0.0004    0.0326    0.0006
   -0.4265   -0.0100   -6.3595    0.8115   -1.4378   -0.0022    1.6382    0.0057
    1.3479    0.0332   -1.7316   -0.0426   -0.5044    0.0023   -0.0027   -0.0000
    6.1007    0.0642   -7.7081   -0.0784   -7.0801   -0.5325   -0.0473   -0.0001
    1.3328    0.0321    1.9134    0.0657   -0.0189   -0.0003   -0.5180    0.0018
    0.0002    0.1202    3.1146    0.2561    0.8576   -0.0012   -1.4518   -0.5903
```

```
HL = sysd.b
```

```
HL = 8×4
```

```
    0.0000    0.0000    0.3543    0.3523
    0.0000    0.0000   15.1344   15.1715
    0.0000    0.0000    0.1145    0.2147
    0.0001    0.0000    4.7232    9.2595
    0.0000   -0.0000   -1.2812    0.0581
    0.0000   -0.0000   -5.2423    0.7265
    0.0000    0.0000    0.4664   -0.8119
    0.0000    0.0000    3.4039    1.1678
```

Comparando el sistema continuo con el discreto, ante una entrada escalón, se obtiene la siguientes graficas.

```
subplot(2,4,1),step(sys(1,1),sysd(1,1)),title('Entrada 1 Ff'),ylabel('Desplzamiento vertical[m]
subplot(2,4,5),step(sys(2,1),sysd(2,1)),title('Entrada 1 Ff'),ylabel('Desplazamiento angular[ra
subplot(2,4,2),step(sys(1,2),sysd(1,2)),title('Entrada 2 Fr'),ylabel('Desplzamiento vertical[m]
subplot(2,4,6),step(sys(2,2),sysd(2,2)),title('Entrada 2 Fr'),ylabel('Desplazamiento angular[ra
subplot(2,4,3),step(sys(1,3),sysd(1,3)),title('Perturbacón 1 Zrf'),ylabel('Desplzamiento vertic
subplot(2,4,7),step(sys(2,3),sysd(2,3)),title('Perturbacón 1 Zrf'),ylabel('Desplazamiento angul
subplot(2,4,4),step(sys(1,4),sysd(1,4)),title('Perturbacón 2 Zrr'),ylabel('Desplzamiento vertic
subplot(2,4,8),step(sys(2,4),sysd(2,4)),title('Perturbacón 2 Zrr'),ylabel('Desplazamiento angul
```