

# Logit and Probit Models

Oscar Galvez-Soriano

University of Houston  
Department of Economics

November, 2021

- 1 Modelos de elección binaria
- 2 Modelo de probabilidad lineal
- 3 Modelos no-lineales
  - Modelo Probit
  - Modelo Logit

# Modelos de elección binaria

Denotemos como  $y$  a nuestra variable dependiente,  $\mathbf{x}$  es un vector de variables explicativas. Nuestro interés se centra en la probabilidad de respuesta:

$$p(\mathbf{x}) = P(y = 1|\mathbf{x})$$

donde  $p(\mathbf{x})$  es una función de  $\mathbf{x}$ .

# El modelo de probabilidad lineal (LPM)

El LPM se define como:

$$P(y = 1|\mathbf{x}) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k$$

Entonces, el modelo de regresión es:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + u$$

$$y = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta} + u$$

El estimador de MCO será consistente. Pero el supuesto de homoscedasticidad NO se cumple. Se recomienda estimar con SE robustos

# El modelo de probabilidad lineal (LPM)

Interpretación de los coeficientes:

- $\beta_j$  nos indica el efecto de  $x_j$  en la probabilidad  $P(y = 1|x)$ .

Desventajas:

- Heteroscedasticidad
- Valores estimados fuera del intervalo unitario
- Buen ajuste en el centro de la distribución de  $y$ , pero mal ajuste en los extremos

Veamos ejemplo en STATA...

# Modelos no-lineales

Podemos transformar el modelo original de tal forma que los valores ajustados caigan dentro del intervalo unitario para todos los valores de  $\mathbf{x}$

- Considere el modelo de respuesta binaria de la siguiente forma:

$$P(y = 1|\mathbf{x}) = G(\mathbf{x}\boldsymbol{\beta})$$

- Normalmente,  $G(\cdot)$  será una función de distribución acumulada (CDF). Se asume que la variable latente  $y^*$  sigue un modelo lineal:

$$y^* = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta} + e$$

con el valor observado igual al indicador de la variable latente cuando es positiva:

$$y = 1 [y^* > 0]$$

# Modelos no-lineales

- En la mayoría de las aplicaciones  $G(\cdot)$  es la CDF de la función normal estándar o la CDF de la función logística.

Modelo Probit

$$G(z) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \phi(v) dv$$

donde  $\phi(v)$  es la PDF de la función normal estándar.

Modelo Logit:

$$G(z) = \Lambda(z) = \frac{\exp(z)}{1 + \exp(z)}$$

# Modelos no-lineales

Los modelos Probit y Logit se estiman con Máxima Verosimilitud (ML).

$$L = \prod_{y_i=1} G(x'_i\beta) \prod_{y_i=0} [1 - G(x'_i\beta)]$$

Es más sencillo trabajar con el logaritmo de la función de verosimilitud en lugar de trabajar con la función de verosimilitud misma. El logaritmo de la función de verosimilitud es:

$$\ln(L) = \sum_{i=1} y_i G(x'_i\beta) + \sum_{i=0} (1 - y_i) [1 - G(x'_i\beta)]$$



# Modelo Probit

- Ejemplo de un modelo Probit en STATA.
- Los coeficientes de la salida de STATA no se pueden interpretar directamente. Se deben transformar para poder obtener los efectos marginales estimados.
- Un efecto marginal de interés natural es respecto a la media muestral.
- Pero también se puede calcular respecto a cualquier punto. Por ejemplo, el efecto marginal cuando los años de educación son  $educ = 16$  (licenciatura terminada).

# Modelo Logit

- Sí hay una interpretación para los coeficientes del modelo Logit, pero tampoco es directa.
- Los coeficientes representan el logaritmo de la razón de momios (odd-ratio).
- Un odd-ratio se calcula dividiendo la probabilidad de éxito entre la probabilidad de fracaso.
- Algunas personas prefieren ver el impacto en el odd-ratio, así que usan el comando “logistic”, en lugar de usar “logit”.
- Veamos ejemplos en STATA.