# République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université A/MIRA de Bejaïa

Faculté des Sciences Exactes
Département de Recherche Opérationnelle



## **Support de Cours**

## Management et gestion de projets

Destiné aux étudiants de 3ème année Licence en Mathématiques Appliquées



**Auteur:** 

Dr. Larbi ASLI.

Année universitaire 2019/2020

# TABLE DES MATIÈRES

	Liste	e des fig	ures	5
	Liste	e des tab	oles	6
In	trodu	ction G	énérale	7
1	Intr	oductio	n au management de projets	8
	1.1	Notion	n de Projet	8
		1.1.1	Les objectifs d'un projet	ç
		1.1.2	Gestion de projet	ç
		1.1.3	Tâches	ç
		1.1.4	Ressources	10
		1.1.5	Contraintes	10
	1.2	Manag	gement de projets	11
		1.2.1	Les activités du management de projet	11
		1.2.2	Les grandes phases du management de projet	12
2	Out	ils d'or	donnancement de projet	14
	2.1	Formu	ılation du problème	14
		2.1.1	Les variables de décision :	15
		2.1.2	Fonction objectif:	15
		2.1.3	Les contraintes :	15
	2.2	Métho	des d'ordonnancement	16
		2.2.1	Méthode des potentiels MPM	16
	4	2.2.2	Méthode PERT	19
		projet		

		2.2.3 Principe de la méthode :	19
		2.2.4 Calcul des dates	22
		2.2.5 Les marges	22
		2.2.6 Tâches critiques et chemins critiques	23
	2.3	Diagramme de Gantt	25
		2.3.1 Principe	25
		2.3.2 Réalisation du planning de Gantt	25
	2.4	Exercice d'application	26
3	PER	RT probabiliste et maîtrise des coûts	28
	3.1	PERT Probabiliste	28
	3.2	Le suivi des coûts	32
		3.2.1 Principe de réduction	33
	3.3	Exercices	35
4	Mét	thodologie Agile en gestion des projets	37
	4.1	Qu'est-ce que la méthodologie Agile, en gestion de projet?	37
	4.2	Aperçu des méthodologies Agile	37
	4.3	Les cadres de la méthodologie Agile	38
		4.3.1 Qu'est-ce que la gestion de projet agile ?	38
		4.3.2 Gestion de projet agile vs gestion de projet traditionnelle	39
		4.3.3 L'agilité au service de l'entreprise	40
		4.3.4 La méthode agile appliquée au développement logiciel	40
		4.3.5 Illustration de la méthode agile	41
		4.3.6 Exemple concret d'application de la méthode agile	41
		4.3.7 Avantages de la méthode agile	42
		4.3.8 Scrum, la plus célèbre des méthodologies agiles	42
5	Gest	tion de risque	44
	5.1	Notion de Risque projet	44
	5.2	Gestion de Risque projet	44
	5.3	Traitement des risques d'un projet	44
	5.4	La Planification de la gestion des risques	45
	5.5	Processus d'analyse des risques d'un projet	45
		5.5.1 Analyse quantitative	45



		5.5.2	Approche simulatoire	46
		5.5.3	L'analyse qualitative du risque	51
	5.6	Plan de	e réponse aux risques	52
		5.6.1	Ignorer le risque	53
		5.6.2	Transfert et/ou partage du risque :	53
		5.6.3	Diminuer le risque	53
	Cond	clusion		53
6	Cas	d'etude		54
	6.1	Constr	uction d'une maison	54
	6.2	Planifi	cation et calculs:	55
		6.2.1	Cas des durées certaines des tâches	55
		6.2.2	Cas des durées aléatoires des tâches	58
	6.3	Analys	e budgétaire et possibilté de réduction	61
		6.3.1	Réduction de projet de 5 jours à coût minimum	62
		6.3.2	Réduction maximale à coût fixe	63
		6.3.3	Comprissions maximale à coût minimum	64
	6.4	Exame	ns	66
	Exar	nen de (	Gestion de Projet 2017	66
	Exar	nen de (	Gestion de Projet 2018	68
	Exar	nen de (	Gestion de Projet 2019	70
	Exar	nen de (	Gestion de Projet 2020	72
	6.5	Annèx	e 1	74
		6.5.1	Table de la loi Normale	74



# TABLE DES FIGURES

1.1	Triangle de qualité	11
1.2	Rôle de l'équipe projet d'après (Bourgeois, 1997)	12
1.3	Les grandes phases du management de projet ([6])	13
2.1	Graphe MPM au plus tôt	18
2.2	Graphe MPM au plus tard	19
2.3	Représentation d'un sommet dans un réseau PERT	20
2.4	Représentation d'une tâche fictive	20
2.5	Fonction d'une tâche fictive dans PERT	21
2.6	Commencement du réseau PERT	21
2.7	Insertion des tâches B et C	21
2.8	Réseau associé à la méthode PERT	22
2.9	Réseau de la méthode PERT	24
2.10	Graphe Pert	26
2.11	Diagramme de GANTT au plus tôt	26
3.1	Réseau PERT associé au projet de l'exemple 3.1	31
3.2	Relation entre le coût et la durée d'une tâche	32
3.3	Réseau PERT de l'itération 1	34
3.4	Réseau PERT de l'itération 2	34
3.5	Réseau PERT de l'itération 3	35
3.6	Réseau PERT de l'itération 4	35



TABLE DES FIGURES 5

5.1	Résultats de la simulation	48
5.2	Exemple numiréque	50
5.3	Distribution de probabilité de la durée d'exécution du projet et analyse de sensibilité	51
6.1	Réseau PERT	55
6.2	Les dates des débuts au plus tôt	
6.3	Calcul de dates des débuts au plus tard	56
6.4	Le chemin critique du réseau PERT	57
6.5	Réseau MPM	57
6.6	Durée et chemin critique sous MPM	57
6.7	Réseau PERT probabiliste	59
6.8	Calcul des dates de début au plustôt et au plus tard	60
6.9	Réseau PERT de l'itération 1	62
6.10	Réseau PERT de l'itération 2	63
6.11	Réseau PERT de l'itération 3	64
6.12	Réseau PERT de l'itération 4	64
6.13	Réseau PERT de l'itération 5	65
6 14	Réseau PERT de l'itération 6	65



# LISTE DES TABLEAUX

2.1	La distribution des tâches du projet	15
2.2	tableau des tâches du projet	18
2.3	Table des dates de débuts et marges des tâches	19
2.4	Illustration par l'exemple	21
2.5	Exemple de plusieurs chemins critiques	23
2.6	Table des dates de débuts et marges des tâches	24
6.1	La description des tâches du projet	55
6.2	Calcul de marges	58
6.3	La description des tâches du projet	58
6.4	Les durées moyennes et variances des tâches	59
6.5	Tâches comprimables	62
6.6	Table de la loi normale	74



## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Depuis longtemps, le terme projet désignait surtout la façon de s'organiser, pour réaliser ou atteindre un objectif, mais chacun à sa façon de le faire pour le même projet, ce qui les a amené à faire des plans et des préparations suivant des techniques pour assurer l'obtention de leurs objectifs, tous cela se réduit en deux mots "Management de projet".

Le management de projets couvre toutes les connaissances, les compétences et les méthodes, appliquées aux activités d'un projet, en vue d'atteindre les attentes des parties prenantes du projet, et par conséquent trouver un équilibre entre les contraintes concurrentes, telles que : coûts, délais, qualité.

Il est évident que la réalisation de tout projet comporte un risque quel que soit sa planification; il est important d'intégrer le facteur risque à tout projet et définir la façon de l'anticiper et de le gérer, donc on a besoin de ce qu'on appelle "la gestion des risques".

Ce cours sur la management et la gestion de projets a pour but d'initier et de familiariser les étudiants aux notions fondamentales de management de projets, ainsi que les différentes techniques de planification des projets, à savoir la méthode PERT et MPM, ainsi que le diagramme de Gantt. Le premier chapitre est introductif, où les notions de base sur la gestion de projets, tel que : projet,tâches, les différentes contreintes et phases d'un projets sont traités. Dans le second chapitre, on présentera les différentes méthodes de planification de projets et dans le troisième chapitre on présentera la méthode PERT probabiliste, ainsi que le problème de maîtrise des coûts. Le quatrième chapitre sera consacré à la gestion des risques. Et en fin on clôturera ce cours par une étude de cas suivés des quelques sujet d'examens et de la table de la loi normale.



## **CHAPITRE 1**

# INTRODUCTION AU MANAGEMENT DE PROJETS

La gestion de projets est un concept qui englobe des techniques organisationnelles, ainsi que des outils de planification et de suivi de projets.

Le principal objectif est d'optimiser des paramètres propres au projet c'est-à-dire : Durées, coûts et qualités. La gestion de projet est donc une démarche méthodique (scientifique) visant à structurer, assurer et optimiser le bon déroulement d'un projet suffisamment complexe pour devoir être planifié dans le temps et être budgétisé.

Elle permet ainsi de maîtriser les risques afin d'atteindre le niveau de qualité souhaité au cours du projet.

Dans ce chapitre nous allons présenter les notions et définitions essentielles à la gestion de projet.

#### 1.1 Notion de Projet

Une première définition est donnée par l'*Organisation Mondiale de Normalisation* selon la norme ISO 10006 (version 2003) et reprise par l'AFNOR sous la norme X50-105.

#### **Définition 1.1** (Projet)

Un projet est un processus qui consiste en un **ensemble d'activités** coordonnées et maîtrisées, comportant des dates de début et de fin, entrepris dans le but **d'atteindre un objectif** conforme à des exigences spécifiques, incluant **des contraintes de délais, de coûts et de ressources**.



1.1 Notion de Projet

#### **Définition 1.2** (Projet)

On appelle projet **l'ensemble des actions** à entreprendre afin de répondre à un besoin défini dans des **délais fixés**. Un projet est ainsi une action temporaire comportant un début et une fin, mobilisant des **ressources identifiées** (humaines et matérielles) durant sa réalisation. Le projet possède également **un coût** et fait donc l'objet d'une budgétisation des moyens et d'un bilan indépendant de celui de l'entreprise.

#### **Exemple 1.1.** :

- Informatisation d'un service;
- Construction d'une route, un barrage, un bâtiment, une école ... etc;
- Développement d'un nouveau produit sur le marché;
- Organisation d'une fête de mariage, des jeux, ... etc.

#### 1.1.1 Les objectifs d'un projet

Chaque projet admet trois objectifs qui sont souvent liés :

- 1. Les objectifs de délai sont une composante très importante pour le client. Chaque projet a un délais de réalisation qu'il faut respecter.
- 2. Les objectifs de coût sont primordiaux, notamment dans le cadre d'un contrat à prix non révisables ou dans le cas d'un projet interne.
- 3. Les objectifs de performance technique relatifs au respect des spécifications fonctionnelles et des caractéristiques techniques du produit. On se définit ainsi un niveau de qualité en ce qui concerne, par exemple la fiabilité du produit, la facilité d'usage,...etc.

#### 1.1.2 Gestion de projet

La gestion de projet traduit l'ensemble des activités d'organisation, de gestion, de coordination et de pilotage d'un projet. Elle requiert la mise en place d'une équipe projet. Elle aura donc pour but de fournir à l'équipe projet les outils nécessaires de prise de décision afin de réaliser le projet en respectant les contraintes de coût, de qualité et de délai. La qualité traduit le degré de réponse apporté par le projet au besoin exprimé au départ, un projet doit satisfaire le ou les besoins exprimés. La qualité renvoie également à la notion de performance et de fiabilité.

#### 1.1.3 Tâches

On appelle tâches ou activités, l'ensemble des opérations élémentaires (actions) qui doivent s'enchaîner pour atteindre un objectif donné. La non exécution d'une tâche entraîne l'arrêt du projet proprement dit ou remet en cause

1.1 Notion de Projet

les objectifs fixés. Chaque tâche est caractérisée par :

- Son rôle à jouer dans l'exécution du projet.
- Sa durée de réalisation, exprimée en unité de temps (heures, jours, semaines, mois, semestres ou année).
- Sa date de début et de fin d'exécution.
- Consommation des ressources qui ont un coût d'utilisation et sont disponibles en quantités limitées.
- Est souvent reliée aux autres tâches du projet par des relations d'antériorité qui impliquent qu'une tâche ne peut débuter avant qu'une ou plusieurs autres tâches ne soient préalablement terminées.

#### 1.1.4 Ressources

L'exécution d'une tâche requiert généralement certains moyens matériels, financiers et humains. Ces moyens sont appelés *ressources*. On distingue deux types de ressources :

- ✓ **Ressources consommables :** On dira qu'une ressource est consommable si elle est consommée lors de la réalisation de la tâche (argent, matériaux, pièces de rechange, ...).
- ✓ **Ressources renouvelables :** Une ressource est dite renouvelable si elle peut être utilisée dans la réalisation de plusieurs tâches. Autrement dit, dés qu'une ressource, mobilisée pour réaliser une certaine activité, elle redevient disponible, et elle pourra être utilisée pour d'autres tâches (machines, ouvriers, équipe spécialisé, outils, ... etc).

#### 1.1.5 Contraintes

Les contraintes de gestion de projet sont engendrées par les relations de succession et de precedence entre les tâches, ainsi que la gestion des ressources. On distingue quatre types :

- **a-** *Contraintes d'antériorité*: La contrainte d'antériorité traduit un ordre de réalisation ou d'exécution des tâches.

  Une tâche ne peut commencer avant la finalisation complète d'une ou plusieurs tâches.
- **b-** Contraintes de localisation temporelle : Elles concernent des tâches devant débuter impérativement après une date précise et aussi peuvent concerner des tâches qui doivent être achevées avant une date précise.
- c- Contraintes disjonctives: Ce type de contraintes impose la non réalisation simultanée de deux ou plusieurs tâches à la fois. On rencontre ce type de contraintes lors de l'utilisation d'une ressource rare, présente en un seul exemplaire (une grue, une équipe spécialisée).
- **d-** *Contraintes cumulatives :* Ici, on parle de contraintes cumulatives lorsque les tâches demandent une partie d'une ou plusieurs ressources présentes en quantité limitée. Le problème est beaucoup plus combinatoire que pour les contraintes disjonctives.



#### 1.2 Management de projets

#### **Définition 1.3** (Management)

Le management est un ensemble de techniques de gestion, d'organisation et d'administration d'une entité.

#### **Définition 1.4** (Management de projets)

Le management de projets est l'application des connaissances, de compétences, d'outil et de méthodes aux tâches d'un projet afin de répondre à ses besoins. Le management de projet couvre un large spectre, allant de la maîtrise des techniques de planification et de gestion, à la motivation des équipes et à la qualité des produits ou services.

Quand on fait du management de projet, il faut assimiler trois notions importantes, représentées par ce qu'on appelle le triangle de qualité (ou triange de la triple contraintes).

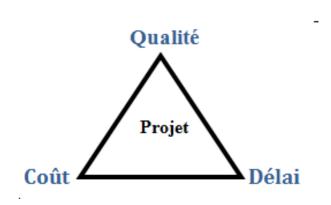


FIGURE 1.1 – Triangle de qualité

#### 1.2.1 Les activités du management de projet

#### 1 - Direction du projet :

La direction du projet est assuré par un "chef de projet" assisté parfois d'une équipe appelée "équipe projet", tel qu'illustré sur la figure 1.2. La mission de cette direction de projet est :

- Définir les moyens à mettre en œuvre en ce qui concerne les ressources matérielles et humaines. Pour cela il faut impliquer un budget à la réalisation du projet.
- Fixer les objectifs en terme de délais et de qualité.
- Déterminer les risques encourus et de mettre en œuvre des procédures de surveillance des délais et des coûts.



 Optimiser la répartition des ressources (en mains-d'œuvre, matériel, · · · etc), en vue d'arriver à une solution optimale, ou de moindre coût.

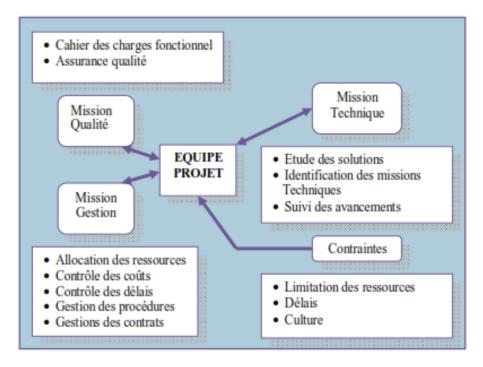


FIGURE 1.2 – Rôle de l'équipe projet d'après (Bourgeois, 1997)

#### 2 - Gestion du projet :

La gestion de projet est assuré par un contrôleur de projet qui a pour objectif d'apporter à la direction de projet les informations relatives à l'avancement de l'exécution du projet. Durant la phase de préparation, la gestion de projet permet une estimation rapide de la durée des tâches et des moyens à mobiliser. Ceci permet de préparer l'ordonnancement. Durant l'exécution du projet, la gestion de projet vise la maîtrise des délais et des coûts. A la fin du projet, on fait un bilan final du projet qui permet de tirer des enseignements pour l'avenir.

#### 1.2.2 Les grandes phases du management de projet

Il est possible de découper tout projet en quatre phases :

#### Conception -> Planification -> Réalisation -> Terminaison

#### **1.2.2.1** Phase de conception (Préparation)

- Déterminer le but du projet.
- Estimer les ressources, coûts et délais.
- Définir le type d'organisation.
- Choisir le chef de projet.



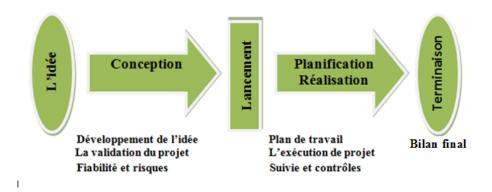


FIGURE 1.3 – Les grandes phases du management de projet ([6])

Estimation des risques.

#### 1.2.2.2 Phase de Planification (Planifier la réalisation)

- Planification globale.
- Détail des coûts et délais.
- Définition des responsabilités.
- Planifier les affectations des ressources.

#### 1.2.2.3 Phase de Réalisation (Réaliser la planification)

- Mise en place de l'organisation.
- Exécution du travail.
- Pilotage coûts-délais-spécifications.
- Résolution de problèmes.

#### 1.2.2.4 Phase de Terminaison (Finitions)

- Evaluation du projet.
- Analyse des écarts entre planifié et réalisé.
- Mémoire des opérations passées.
- Améliorer le déroulement des projets futurs.



## **CHAPITRE 2**

# OUTILS D'ORDONNANCEMENT DE PROJET

Pour tout projet, le problème crucial qui se pose est celui du calendrier d'exécution des tâches. Autrement dit, on cherche à déterminer dans quel ordre doivent s'enchaîner les diverses tâches de manière à minimiser la durée totale de réalisation du projet.

Dans ce chapitre nous allons présenter comment suivre les différentes étapes pour réaliser un projet en utilisant des techniques d'ordonnancement, à savoir la méthode PERT, méthode MPM, et le diagramme de Gantt.

Pour la méthode PERT (Program Evaluation and reveiw Technique) et MPM (méthode des Potentiels Métra), nous allons voir comment modéliser un problème d'ordonnancement de tâches à l'aide d'un graphe, puis calculer les dates de début au plus tôt et au plus tard des tâches, ainsi que la manière de détermination du chemin critique.

Pour Gantt, nous verrons comment représenter le problème sous forme d'un diagramme en exploitant les méthodes PERT et MPM.

### 2.1 Formulation du problème

Dans cette partie, on ne fait que traite le problème central d'ordonnancement, où les contraintes sont *la localisa*tion et la succession temporelle, appelées aussi contraintes potentielles.

Considérons un projet constitué de n tâches à exécuter, indexées par  $i=1,2\cdots,n$  et soit  $d_i$  la durée d'exécution de la tâche i (qui est ici une donnée).



#### 2.1.1 Les variables de décision :

 $-t_i$ : la date de début d'exécution de la tâche i.

 $-t_d$ : la date de début du projet.

 $-t_f$ : la date de fin de projet.

#### 2.1.2 Fonction objectif:

L'objectif principal en gestion de projet est de minimiser la durée de réalisation du projet qui représente l'écart entre la date de fin du projet et sa date de début :

$$\min Z = t_f - t_d = t_f,$$

où  $t_d$  est la date de début de projet que l'on fixe généralement à  $t_d=0$ .

#### 2.1.3 Les contraintes :

Les contraintes de localisation temporelle : Aucune tâche ne peut commencer avant la date de début de projet :

$$t_i \ge 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Les contraintes de succession temporelle : Expriment que toute tâche i ne peut pas débuter avant que toutes ses tâches antérieures  $j \in \Gamma^-(i)$  soient complètement achevées :

$$t_j + d_j \le t_i, \quad \forall j \in \Gamma^-(i).$$

**Exemple 2.1.** Prenons un exemple, la distribution des tâches d'un projet représentée par le tableau 2.1.

Certaines tâches ne peuvent s'exécuter avant que d'autres ne soient terminées, comme par exemple, le début de la tâche D nécessite la fin de B et C.

Tâches	Durée	Préalables		
A	3	/		
В	3	A		
С	2	A		
D	2	С-В		
Е	6	D		

TABLE 2.1 – La distribution des tâches du projet

Les contraintes de fin de projet : Toutes les tâches du projet doivent terminées avant la date de fin du projet  $t_f$ :

$$t_i + d_i \le t_f, \quad i = 1, \dots, n.$$

Le modèle mathématique formulant le problème central d'ordonnancement est le programme linéaire (PL) suivant :

$$\begin{cases}
Min \ Z = t_f \\
t_j + d_j \le t_i, \quad \forall j \in \Gamma^-(i), & i = 1, 2, \dots, n, \\
t_i + d_i \le t_f, & i = 1, 2, \dots, n, \\
t_i \ge 0, & i = 1, 2, \dots, n.
\end{cases}$$
(2.1)

Le PL (2.1) peut être résolu par la méthode classique du simplexe, mais vu la structure particulière du problème, il existe une autre variante, appelée simplexe réseau, qui est mieu adaptée et plus efficace pour ces PLs.

#### 2.2 Méthodes d'ordonnancement

Pour la formulation et la résolution du problème d'ordonnancement de projet, on utilise les notions de la théorie des graphes. En effet, la majorité des méthodes développées en gestion de projet repose sur la notion de **réseau**, qui est un graphe simple valué.

#### 2.2.1 Méthode des potentiels MPM

La méthode des potentiels Metra est développée en France par Bernard Roy en 1958 pour la construction du *Paquebot France*.

#### **Définition 2.1** (Méthode MPM)

La Méthode des Potentiels et antécédents Métra (MPM) est une méthode d'ordonnancement basée sur la théorie des graphes, et visant à optimiser la planification des tâches d'un projet.

#### a) Construction du réseau MPM

Pour un projet donné, on lui associé un réseau MPM G = (X, U, D), où :

- X : ensemble des sommets de G représentant les tâches du projet ;
- U : L'ensemble des arcs de G représentant les relations d'antériorité entres les tâches (On définira un arc entre i et j de durée (longueur) d<sub>i</sub> si la tâche i précède la tâche j);
- $D = (d_{ij}, (i, j) \in U)$ : les durées d'exécution des tâches du projet;
- On rajoute deux tâches fictives "d" et "f", symbolisant respectivement "début du projet" et "fin du projet" de durée zéro.
- b) Calcul des dates de début des tâches : pour chaque tâche, on peut distinguer deux dates de début :



#### **2.2.1.1** Date de début au plus tôt $t_i$ :

C'est la date à laquelle on peut commencer l'exécution de la tâche i. Elle correspond à la date pour lesquelles toutes les tâches antérieures à i sont achevées. Elles sont calculées par la procédure suivante :

$$\begin{cases} t_d = 0, & \text{Instant de début de projet,} \\ t_j = \max_{i \in \Gamma^-(j)} \{t_i + d_i\}, \end{cases}$$
 (2.2)

 $d_i$ : la valuation de l'arc (i, j) du graphe des potentiels (ou durée de la tâche i);

 $\Gamma^{-}(j)$ : l'ensemble des prédécesseurs du somment j (tâches antérieures à j);

 $t_i$ : La date de début au plus tôt de la tâche i représente le plus long chemin au sens des délais entre les sommets d et i.

#### **2.2.1.2** Date de début au plus tard $T_i$ :

La date de début au plus tard d'une tâche i est l'ultime date pour son exécution (la commencer) sans retarder le projet. Ces dates sont calculées par la procédure suivante :

$$\begin{cases} T_f = t_f, & \text{Instant de fin de projet;} \\ T_i = \min_{j \in \Gamma^+(i)} \{T_j - d_i\}, \end{cases}$$
 (2.3)

 $\Gamma^+(i)$ : l'ensemble des successeurs du somment i;

 $T_i$ : date de début au plus tard de la tâche i.

 $T_f$ : durée minimale de réalisation de projet.

#### 2.2.1.3 Tâche critique:

Une tâche i est dite critique si sa date de début au plutôt coîncide avec sa date de début au plus tard  $(t_i = T_i)$ .

#### 2.2.1.4 Marge:

C'est le délais (retard) qui peut être accordé à la tâche *i* pour son commencement sans qu'il y ait un retard dans la réalisation du projet.

Marge libre : La marge libre d'une tâche i, notée  $ML_i$ , est le retard maximal sur cette tâche sans affecter les dates de début au plutôt des tâches qui la succèdent directement.

$$ML_{i} = \min_{j \in \Gamma^{+}(i)} \{t_{j} - d_{i} - t_{i}\}$$
(2.4)



**Marge totale :** La marge totale de la tâche i, notée  $MT_i$ , est le retard maximal sur cette tâche sans conséquence sur le délai d'achèvement du projet.

$$MT_i = T_i - t_i \tag{2.5}$$

Remarque 2.1. Les tâches critiques ont une marge totale nulle et les tâches non critiques ont des marges totales positives.

Le chemin critique: Le chemin critique dans le réseau MPM est le plus long chemin joignant le sommet source d au sommet puits f du graphe G. Sa valeur  $t_f = T_f$  est la durée minimale de réalisation du projet.

Le projet n'ayant pas intérêt à être retardé, la fin des travaux  $t_f$  doit impérativement avoir lieu à la date  $t_f = T_f$ . Plus généralement, toute tâche i du chemin critique est telle que :  $t_i = T_i$ .

Le chemin critique existe toujours et n'est pas unique.

**Remarque 2.2.** Si l'une des tâches critiques subit un retard, cela retardera la date d'achèvement du projet, donc le manager du projet doit accorder une attention particulière aux tâches critiques.

Exemple 2.2. Soit le projet représenté dans le tableau 2.2 :

Tâche	Durée	Antécédent		
A	3	-		
В	3	A		
C	2	A		
D	2	С,В		
Е	6	D		

TABLE 2.2 – tableau des tâches du projet

#### Graphe MPM au plus tôt

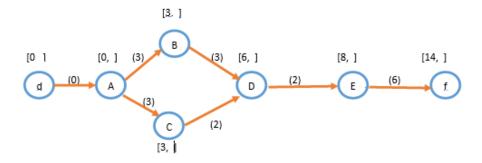


FIGURE 2.1 – Graphe MPM au plus tôt



#### Graphe MPM au plus tard

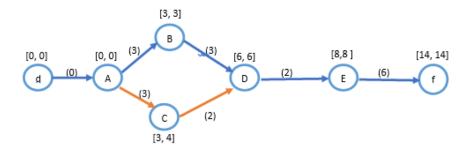


FIGURE 2.2 - Graphe MPM au plus tard

#### Calcul de marges :

Tâche i	Durée $d_i$ (jours	Antécédent	$t_i$	$T_i$	$ML_l$	$MT_t$
A	3	-	0	0	0	0
В	3	A	3	3	0	0
C	2	A	3	4	1	1
D	2	С,В	6	6	0	0
E	6	D	8	8	0	0

TABLE 2.3 – Table des dates de débuts et marges des tâches

#### 2.2.2 Méthode PERT

#### **Définition 2.2** (Méthode PERT)

Le terme PERT est l'acronyme de "Program Evaluation and Review Technique". Sa traduction française serait : Technique d'évaluation et d'examen de programmes.

Le planning PERT est surtout un outil d'analyse et d'organisation, il servira à établir les autres types de planning parce qu'il est peu pratique pour visualiser l'évolution journalière des opérations, ne comportant ni échelle de temps, ni calendrier. La méthode PERT consiste à analyser de façon systématique et critique les diverses opérations d'un projet et leur enchaînement.

#### 2.2.3 Principe de la méthode :

La réalisation d'un projet implique l'exécution d'un certain nombre de tâches selon un ordre précis et en tenant compte des divers types de relations existant entre elles :

- On ne peut pas commencer une tâche avant que la précédente ne soit terminée.
- Contraintes de moyens (matériels, main-d'œuvre,...etc) doivent être disponibles en même temps.
- Contraintes de calendrier imposant à certaines tâches d'être terminées à des moments précis.

Pour chaque tâche, on indique une date de début et de fin au plus tôt et au plus tard qui permetent de déterminer le chemin critique qui conditionne la durée minimale du projet.

#### 2.2.3.1 Réalisation du réseau PERT

Les tâches à réaliser sont représentées par un graphe mettant en évidence toutes les relations existantes entre elles, tels que :

- Chaque tâche est associée à un arc (i, j) du graphe.
- La valeur de l'arc (i, j) corresponde à la durée de la tâche en question.
- Les sommets sont utilisés pour traduire les relations de succession temporelle ou les étapes (figure 2.3) entre les tâches. Ainsi, si la tâche x doit suivre la tâche y, l'extrémité terminale de l'arc (i,j) représentant la tâche x coïncidera avec l'extrémité initiale de l'arc (j,k) représentant la tâche y.

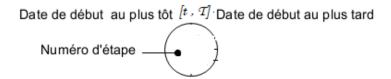


FIGURE 2.3 – Représentation d'un sommet dans un réseau PERT

Deux sommets fictifs (étapes) d et f sont necessaire pour représenter le début et la fin du projet.

#### 2.2.3.2 Les tâches fictives

La méthode PERT comporte un type de représentation spécifique, la tâche fictive qui est représentée par une flèches dessinée en pointillés (Figure 2.4), elle indique une liaison, lorsqu'il y a plusieurs tâches qu'ont les mêmes successeurs et prédecesseurs, une tâche fictive est insérée, comme représentée à la figure (2.5).



FIGURE 2.4 – Représentation d'une tâche fictive



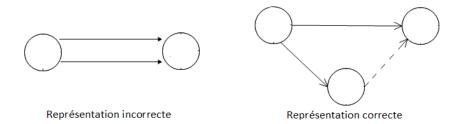


FIGURE 2.5 – Fonction d'une tâche fictive dans PERT

Soit le projet représenté dans le tableau 2.4 :

Tâche	Durée	Antécédent		
A	3	-		
В	3	A		
C	2	A		
D	2	С,В		
E	6	D		

TABLE 2.4 – Illustration par l'exemple

En partant du tableau (2.4), on dessine les figures(2.6) à la figure (2.8) :

-II n'y a pas de tâches avant A, elle commence donc à l'étape origine (Figure 2.6).



FIGURE 2.6 – Commencement du réseau PERT

- Les tâches B et C suivent la tâche A.

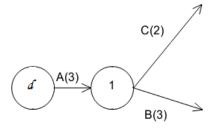


FIGURE 2.7 – Insertion des tâches B et C

- La tâche D suit la tâche C et B, donc nous avons besoin d'une tâche fictive qui peut-être dessinée à partir de B ou C, ainsi que la tâche E suit la tâche D (Figure 2.8)



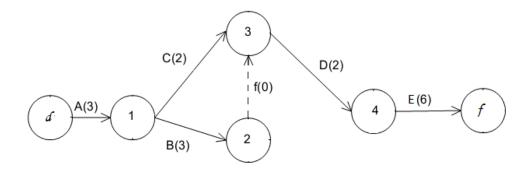


FIGURE 2.8 – Réseau associé à la méthode PERT

#### 2.2.4 Calcul des dates

Après avoir tracé le réseau PERT, on peut calculer les dates de début et de fin au plus tôt et au plus tard.

Date de début au plus tôt  $(t_i)$ : C'est le maximum des date de fin des tâches qui précèdent directement la tâche en question. Autrement dit, il est impossible de commencer cette tâche avant cette date.

$$t_i = \max\{t_k + d_k\}, k \in \Gamma^-(i)$$
(2.6)

 $\Gamma^-(i)$  : Ensemble des prédécesseurs de la tâche (i,j).

Date de début au plus tard  $(T_i)$ : C'est la date limite de commencement d'une tâche i sans retarder celles des tâches qui la succèdent.

$$T_i = \min\{T_k - d_i\}, k \in \Gamma^+(i)$$
(2.7)

 $\Gamma^+(i)$ : Ensemble des successeurs de la tâche (i, j).

Date de fin au plus tôt  $(t_i + d_i)$ : Est la date de fin correspondant au commencement d'une tâche au plus tôt. Ce qui signifie que si une tâche a commencé au plus tôt, elle finira aussi au plus tôt.

Date de fin au plus tard  $(d_i + T_i)$ : Est la date de fin correspondant au commencement d'une tâche au plus tard. Autrement dit, si une tâche a commencé au dernier moment, pour ne pas retarder la tâche suivante, elle finira aussi au plus tard.

#### 2.2.5 Les marges

Considérons une tâche (i, j) et sa durée  $d_i$  dans le réseau R = (X, U, D), le calcul des dates de début au plus tôt et au plus tard, permet de déterminer les différentes marges.

La marge totale  $(MT_i)$ : La marge totale de la tâche (i,j) est le retard maximale période de temps que l'on peut allouer à une tâche sans influencer la durée du projet.

Lors de l'exécution du projet, si la marge total de la tâche (i, j) est consommée, elle deviendra critique.

$$MT_i = (T_j - (t_i + d_{ij})), \qquad \forall j \in \Gamma^+(i);$$
(2.8)



La marge libre  $(ML_i)$ : Est la réserve de temps dont on dispose sur une tâche (i,j) qui permet, si elle est consommée de ne pas retarder les dates au plus tôt des tâches ultérieures.

$$ML_i = t_i - (t_i + d_{ij}), \qquad \forall j \in \Gamma^+(i);$$
(2.9)

#### 2.2.6 Tâches critiques et chemins critiques

- La branche du graphe comportant uniquement des tâches sans aucune marge total est dite chemin critique.
   Autrement dit, un chemin critique est le plus long chemin dans le réseau PERT.
- La durée totale du projet est égale à la somme de la durée des tâches se trouvant sur le chemin critique.
- Tout retard intervenant dans la réalisation de l'une de ces tâches se répercutera sur la date de fin du projet.
- Une tâche située sur le chemin critique est appelée critique elle ne dispose d'aucune marge de temps, elle ne peut supporter aucun retard.
- Les tâches critiques devront être particulièrement surveillées pour respecter le délai total du projet.
- Lorsque l'on cherche à réduire la durée totale d'un projet, il faut donc réduire la durée d'une ou de plusieurs tâches critique.

Remarque 2.3. Un réseau PERT peut avoir plusieurs chemins critiques.

#### **Exemple 2.3.** *Soit l'exemple suivant :*

Calculons les dates de début au plutôt et au plustard, les marges totales et libres de chaque tâche du projet représenté

Tâche i	Durée $d_i$ (jours)	Antériorités
A	2	-
В	3	-
C	3	A
D	2	A
E	3	В
F	2	В
G	2	F
Н	5	F
I	2	G
J	2	С
L	5	D,E

TABLE 2.5 – Exemple de plusieurs chemins critiques

dans la table qui suit :



Tâche i	Durée $d_i$ (jours)	Antériorités	$t_i$	$T_i$	$ML_l$	$MT_t$
A	2	-	0	0	0	0
В	3	-	0	0	0	0
C	3	A	2	2	0	0
D	2	A	2	4	2	2
E	3	В	3	3	0	0
F	2	В	3	3	0	0
G	2	F	5	5	0	0
Н	5	F	5	5	0	0
I	2	G	7	7	0	0
J	2	С	5	5	0	0
L	5	D,E	5	6	1	1

TABLE 2.6 – Table des dates de débuts et marges des tâches

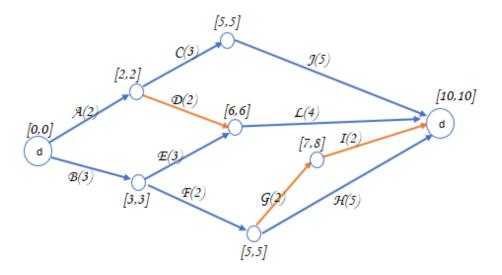


FIGURE 2.9 – Réseau de la méthode PERT

Les chemins critiques sont :

$$CC_1 = \{d - A - C - J - f_0 - D - E - f\}.$$

$$CC_2 = \{d - B - E - L - f_0 - D - E - f\}$$

$$CC_3 = \{d - B - F - H - f_0 - D - E - f\}$$

Avec une durée de 10 joures.



#### 2.3 Diagramme de Gantt

C'est un outil de planification en ordonnancement et en gestion de projet qui a été développé en 1917 par Henry Gantt pour répondre aux problèmes d'ordonnancement en ateliers spécialisés. Cet outil est actuellement très utilisé par les chefs de projets et aussi intégré dans les logiciels de planification de projets.

#### **Définition 2.3**

C'est une représentation graphique permettant de visualiser dans le temps les diverses tâches du projet, où sur l'axe des abscisses on représente le temps et l'axe des ordonnées est utilisé pour les tâches. Chaque tâche est représentée par une barre (segment de droite) horizontale dont la longueur est proportionnelle à la durée de la tâche.

#### 2.3.1 Principe

Dans un diagramme de Gantt, on représente :

- En abscisse les unités de temps (en mois, en semaine ou en jours).
- En ordonnées les différentes tâches par des barres dont la longueur est proportionnelle à leur durée.

Ce diagramme permet :

- De déterminer les dates de réalisation d'un projet.
- D'identifier les marges existantes sur certaines tâches.
- De représenter et de visualiser graphiquement l'avancement des travaux du projet.

#### 2.3.2 Réalisation du planning de Gantt

On utilise les données qu'ont servi à dessiner le graphe PERT ou MPM pour construire le planning de Gantt. Chaque tâche est représentée par un segment de droite dont la longueur est proportionnelle à sa durée. Principalement on va utiliser les dates de début au plus tôt et date de début au plus tard, on distingue donc deux cas :

#### 2.3.2.1 Ordonnancement au plus tôt

Dans ce cas l'origine du segment de chaque tâche est la date de début au plus tôt et l'extrémité du segment représente la fin au plus tôt.

#### 2.3.2.2 Ordonnancement au plus tard

Dans ce cas l'origine du segment de chaque tâche représente la date de début au plus tard et l'extrémité du segment représente la fin au plus tard.



Tâche	Durée	Antériorités
A	3	-
В	2	A
C	6	В
D	3	A

#### **Exemple 2.4.** Soit le projet suivant :

Le réseau Pert associé à ce projet est le suivant : Le diagramme de GANTT au plus tôt associé au projet :

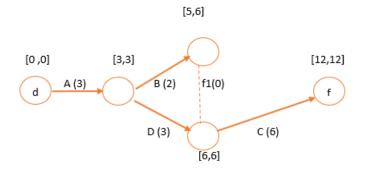


FIGURE 2.10 – Graphe Pert

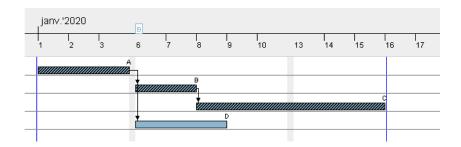


FIGURE 2.11 – Diagramme de GANTT au plus tôt

#### Remarque 2.4. :

- Le diagramme de GANTT est utilisé aussi pour le suivi de projet.
- On l'utilise uniquement pour de petit projet.

### 2.4 Exercice d'application

La réalisation d'un projet nécissite l'exécution des tâches A, B,..., H, soumises aux contraintes d'antériorité rapportées dans le tableau ci-dessous :



Tâches	A	В	С	D	Е	F	G	Н	I
Durées	3	2	8	2	7	5	3	4	6
Antériorités	-	A	В	A	A	D	F	C,E	H,G

- 1. Dessiner le réseau PERT pour ce projet.
- 2. Déterminer le chemin critique pour ce projet, puis calculer les marges totales et libres des différentes tâches.
- 3. Dessiner le réseau MPM pour ce projet.
- 4. Calculer sur le graphe de MPM les dates de début au plus tôt et au plus tard de chaque tâche et determiner le chemin critique.
- 5. Tracer les diagrammes de GANTT au plus tôt et au plus tard associés au projet.



## **CHAPITRE 3**

# PERT PROBABILISTE ET MAÎTRISE DES COÛTS

Dans la majorité des projets, l'exactitude des durées relevées sur les tâches qui le constitue, sont de grande importance, cependant ce paramètre n'est pas souvent assuré. De plus, la contraction de la durée totale de projet est généralement primordiale. Dans cette partie nous abordons ces notions en détaillant les mécanismes mise en place pour répondre à ces besoins.

#### 3.1 PERT Probabiliste

#### **Définition 3.1**

Cette technique, qui s'appuie sur le graphe des antécédents, permet d'inclure dans la planification le risque et l'incertitude attachés à chaque tâche et d'en déduire une durée du projet assortie d'un niveau de probabilité.

La durée de chaque tâche peut être considérée comme une variable aléatoire, c'est-à-dire que l'on peut faire plusieurs estimations (plus ou moins probables) de la durée de la tâche. Alors, la durée de tout chemin dans le graphe PERT (Program Evaluation and Review Technique) est également considérée comme une variable aléatoire, puisque c'est une somme de variables aléatoires.

Sous réserve des conditions suivantes :

- Un nombre suffisamment élevé de tâches (minimum 4 sur le chemin);



3.1 PERT Probabiliste

- Un ordre de grandeur semblable pour toutes les tâches;
- l'indépendance entre les durées des tâches ;

La durée probable du chemin obéit à une loi de distribution proche de la loi normale (Laplace-Gauss), dont la représentation graphique est la courbe en cloche dite de Gauss.

Le calcul des paramètres du PERT probabiliste se fait en trois étapes :

**Étape 1 :** consiste à déterminer la loi de probabilité attachée à chaque tâche. En pratique on retient souvent une loi de distribution Béta, c'est-à-dire qu'on est capable de donner trois estimations pour chaque tâche i:

La durée optimiste  $a_i$ : le temps minimum pour accomplir une tâche dans des conditions idéales (sans obstacles).

La durée pessimiste  $b_i$ : le temps maximum pour accomplir une tâche dans les pires conditions de travail (mauvaises conditions météorologiques, ouvriers non motivés, les grèves, manque de matières première, ..etc).

La durée la plus probable  $p_i$ : le temps moyen estimé pour accomplir une tâche (travail dans les conditions normales).

**Étape 2 :** consiste à calculer deux valeurs pour chaque tâche i:

- ✓ Sa durée moyenne  $\bar{d}_i$ : c'est une moyenne statistique, c'est le temps moyen d'exécution de la tâche i si elle était répétée un grand nombre de fois ;
- ✓ Sa variance  $\sigma_i^2 = Var(d_i)$  et son écart-type  $\sigma_i$ : plus les estimations optimistes et pessimistes sont éloignées, plus elles présentent d'incertitude. C'est la variance qui mesure cette incertitude. Si elle est faible, l'estimation de la durée probable de la tâche sera assez précise.

$$\begin{cases}
\bar{d}_i = \frac{a_i + 4p_i + b_i}{6} \\
\sigma_i = \frac{b_i - a_i}{6}
\end{cases}$$
(3.1)

Dans ce cas, la durée de chaque tâche i, notée  $d_i$ , suit une loi Beta de paramètres  $a_i$ ,  $p_i$  et  $b_i$ :

$$d_i \rightsquigarrow \beta(a_i, p_i, b_i).$$

La durée moyenne attendue de réalisation de la tâche i est estimée par  $\bar{d}_i$  et son écart-type est estimé par  $\sigma_i$ .

#### Étape 3:

- ullet Déterminer un ordonnancement du projet par PERT en considérant les durées moyennes des tâches  $\bar{d}_i$  comme durées de réalisation de ses dernières.
- Déterminer le(s) chemin(s) critique(s) du projet.
- ullet Calculer pour chaque chemin critique  ${\cal C}$ :



3.1 PERT Probabiliste 30

– Sa durée moyenne estimée  $\mu_{\mathcal{C}}$ :

$$\mu_{\mathcal{C}} = \mathbb{E}(D_p) = \mathbb{E}(\sum_{i \in \mathcal{C}} d_i) = \sum_{i \in \mathcal{C}} \mathbb{E}(d_i) = \sum_{i \in \mathcal{C}} \bar{d}_i.$$
 (3.2)

– Sa variance estimée  $\sigma_{\mathcal{C}}^2$  :

$$\sigma_{\mathcal{C}}^2 = Var(D_P) = Var(\sum_{i \in \mathcal{C}} d_i) = \sum_{i \in \mathcal{C}} \sigma_i^2.$$
(3.3)

Notons que la durée moyenne de réalisation du projet est  $\mu_{\mathcal{C}}$ , où  $\mathcal{C}$  est un chemin critique du projet.

Comme la durée du projet  $D_P = \sum_{i \in \mathcal{C}} d_i$  suit une loi normale de moyenne  $\mu_{\mathcal{C}}$  et de variance  $\sigma_{\mathcal{C}}^2$ , alors on peut par exemple :

 $\checkmark$  Determiner la probabilité pour qu'un projet se réalise en un temps donné t.

$$P\left(D_{p} \leq t\right) = P\left(\frac{D_{P} - \mu_{C}}{\sigma_{C}} \leq \frac{t - \mu_{C}}{\sigma_{C}}\right)$$
$$= P\left(Z \leq \frac{t - \mu_{C}}{\sigma_{C}}\right)$$
$$= \phi\left(\frac{t - \mu_{C}}{\sigma_{C}}\right),$$

où la variable aléatoire  $Z = \frac{D_P - \mu_C}{\sigma_C}$  suit une loi normale centrée et réduite  $(Z \rightsquigarrow N(0,1))$  et  $\phi$  est sa fonction de répartition et la probabilité  $\phi(x)$  est lue à partir de la table de la loi de Gauss (voir anexe 1).

 $\checkmark$  Déterminer la durée de temps x afin d'achever le projet avec une certaine probabilité  $\alpha$ :

$$x = \mu_{\mathcal{C}} + Z_{\alpha}\sigma_{\mathcal{C}}$$

où  $Z_{\alpha}=\phi^{-1}(\alpha)$  est le quantile associé à la probabilité  $\alpha$  de la loi normale centrée et réduite.

Remarque 3.1. Pour la vérifications des conditions de Théorème Central Limites (TCL), le nombre de tâches critiques doit être grand. Les praticiens descendent jusqu'à 15 tâches critiques.



3.1 PERT Probabiliste

Exemple 3.1. Soit le projet illustré sur le tableau suivant, où les durées de réalisation des tâches est en jours :

Tâche i	Antériorités	$a_i$	$p_i$	$b_i$	$ar{d}_i$	$\sigma_i$
A	-	1	2	9	3	4/3
В	-	1/2	1	15/2	2	7/6
С	-	3	6	15	7	2
D	В	1	3	11	4	5/3
Е	С	1/2	1	15/2	7/3	7/6
F	С	2	3	10	4	4/3
G	A	10	15	50	20	20/3
Н	F	3	5	25	8	11/5
I	D-E	6	10	32	13	13/3

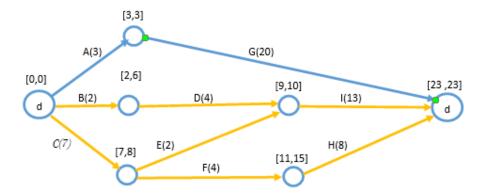


FIGURE 3.1 – Réseau PERT associé au projet de l'exemple 3.1

La de durée moyenne de réalisation du projet est 23 jours et le chemin critique est  $\mathcal{C}=\{A,G\}$ . La durée de réalisation du projet  $D_P=\sum_{i\in\mathcal{C}}d_i=d_A+d_G\longrightarrow N(\mu_{\mathcal{C}},\sigma_{\mathcal{C}})$ , avec

$$\begin{cases} \mu_{\mathcal{C}} = \sum_{i \in \mathcal{C}} \bar{d}_i = \bar{d}_A + \bar{d}_G = 23 \text{ jours}, \\ \sigma_{\mathcal{C}} = \sqrt{\sum_{i \in \mathcal{C}} \sigma_i^2} = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_G^2} = \sqrt{\frac{416}{9}} = 6,89 \text{ jours}. \end{cases}$$

1. La probabilité que le projet s'achève en 20 jours est :

$$P(D_p \le 20) = P(\frac{D_p - 23}{6,89} \le \frac{20 - 23}{6,89})$$
$$= P(Z \le -0,44)$$
$$\Rightarrow \phi(-0,44) = 1 - \phi(0,44)$$
$$= 1 - 0,67 = 0,33$$



3.2 Le suivi des coûts

2. Calcul de la probabilité que le projet s'achève en moins de 25 jours :

$$P\left(D_{p} \le 25\right) = P\left(\frac{D_{p}-23}{6,89} \le \frac{25-23}{6,89}\right)$$

$$= P\left(Z \le 0, 29\right)$$

$$= \phi(0, 29)$$

$$= 0,6141.$$

3. Calcul du nombre de jours x pour achever le projet à 95%:

$$P\left(D_{P} \leq x\right) = 0.95 \implies P\left(\frac{D_{P} - \mu_{\mathcal{C}}}{\sigma_{\mathcal{C}}} \leq \frac{x - \mu_{\mathcal{C}}}{\sigma_{\mathcal{C}}}\right) = 0,95$$

$$\implies P\left(Z \leq \frac{x - \mu_{\mathcal{C}}}{\sigma_{\mathcal{C}}}\right) = 0,95$$

$$\implies x = \mu_{\mathcal{C}} + Z_{0,95}\sigma_{\mathcal{C}}$$

$$\implies x = 23 + 1,65 \times 6,89$$

$$\implies x = 34,3685 \approx 35 \text{ jours}.$$

#### 3.2 Le suivi des coûts

Lors de la collecte des informations sur l'état d'avancement des travaux, si une tâche a pris du retard sur ce qui était prévue, le chef du projet cherche à réduire la durée de certaines tâches pour rester dans les délais, pour cela, il doit engager des coûts supplémentaires.

En se basant sur la méthode PERT, on suppose qu'une tâche (i, j) est caractérisée par sa durée normale  $d_{ij}$  et sa durée réduite  $d_{ij}^c$ . Les coûts de réalisation respectifs de (i, j) sont  $C_{ij}$  et  $C_{ij}^c$ . On suppose que le coût décroît linéairement en fonction de la durée comme le montre la figure 3.2.

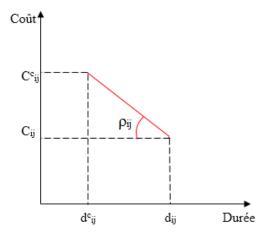


FIGURE 3.2 – Relation entre le coût et la durée d'une tâche

Le coût marginal (supplémentaire) pour la réduction de la durée de l'activité (i,j) d'une unité de temps est :



3.2 Le suivi des coûts

$$\rho_{ij} = \frac{C_{ij}^c - C_{ij}}{d_{ij} - d_{ij}^c} = \frac{C_{ij}^c - C_{ij}}{\Delta d_{ij}},$$

où  $\Delta d_{ij} = d_{ij} - d_{ij}^c$  est la durée maximale de compression de la tâche (i,j).

Le problème posé est de trouver les tâches à réduire de manière à minimiser le coût supplémentaire.

#### 3.2.1 Principe de réduction

On calcule l'ordonnancement avec PERT, en utilisant les durées normales des tâches. On ordonne par la suite, les activités sur le chemin critique, C, selon l'ordre croissant de leurs coûts supplémentaires et on choisit la première tâche, (i, j), de cette liste puis on la réduit d'une durée égale à :

$$\min_{(i,k)\notin\mathcal{C}} \{\Delta d_{ij}, MT_k\}. \tag{3.4}$$

Jusqu'à ce qu'on aura l'une des trois possibilités suivantes :

- 1. La contrainte sur la durée voulue est satisfaite. Alors, on arrête la procédure et le surcoût est de  $\Delta d_{ij} \times \rho_{ij}$  unité monétaire;
- 2. L'activité est réduite au maximum, i.e soit de  $\Delta d_{ij}$  unité de temps, on choisit une autre activité de la liste en respectant l'ordre établi puis on répète la procédure.
- 3. Un ou plusieurs chemin deviennent critiques. Dans ce cas, on réduit soient :
  - Les activités communes aux différents chemins ;
  - Une activité sur chaque chemin critique d'une même durée.

On examine chaque possibilité et on choisit celle qui engendre un surcoût le moins élevé.

**Exemple 3.2.** Considérons le projet suivant, où la durée de chaque tâche est donnée en jours et le coût en  $\in$  :

Activité	Durée	Coût	Durée	Coût	Réduction max	
	normale	normale	comprimée	comprimée	$\Delta d_{i,j}$	$ ho_{ij}$
(1,2)	8	100	6	200	2	50
(1,3)	4	150	2	350	2	100
(2,4)	2	50	1	90	1	40
(2,5)	10	100	5	400	5	60
(3,4)	5	100	1	200	4	25
(4,5)	3	80	1	100	2	10



3.2 Le suivi des coûts

**Iteration 1 :** Calculons le chemin critique en considérant les durées normales d'exécution des tâches. Le réseau PERT associé au projet est le suivant :

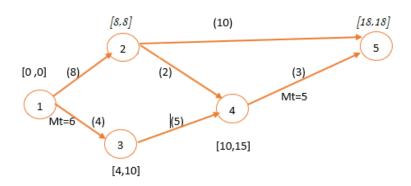


FIGURE 3.3 – Réseau PERT de l'itération 1

Le chemin critique est  $C_1 = \{(1,2), (2,5)\}$ , et la durée minimale de réalisation du projet est de 18 jours. La tâche candidate à la compression est (1,2), car  $\rho_{1,2} = 50 < \rho_{2,5} = 60$ . Alors, on la comprime d'une quantité maximale égale à :

$$\min\{\Delta_{1,2}, \min_{(i,j)\notin\mathcal{C}_1} MT_{i,j}\} = \min\{2,5\} = 2$$
jours.

Le coût supplémentaire engendré =  $2 \times \rho_{1,2} = 2 \times 50 = 100 \in$ .

**Iteration 2 :** L'activité (1,2) est épuisée et le chemin critique ne change pas, d'après la figure suivante : On comprime (2,5) de durée égale à  $\min\{5,4\}=4$  jours. Le coût supplémentaire est =60=240  $\in$ .

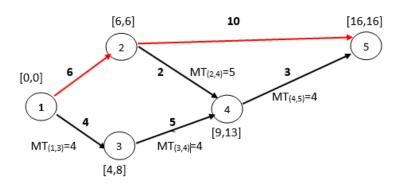


FIGURE 3.4 – Réseau PERT de l'itération 2

**Iteration 3:** On crée un deuxième chemin critique  $C_2 = \{(1,3) - (3,4) - (4,5)\}.$ 

Comme il n'y pas de tâches communes entre  $C_1$  et  $C_2$ , alors on réduit de la même quantité l'activité  $(2,5) \in C_1$  et la tâche  $(4,5) \in C^2$  en respectant l'ordre établit. Ces tâches sont réduites d'une durée égale à  $\min\{\Delta_{2,5}, \Delta_{4,5}\} = \{1,2\} = 1$  jour.

Le coût supplémentaire est  $= 60 + 10 = 70 \in$ .

3.3 Exercices 35

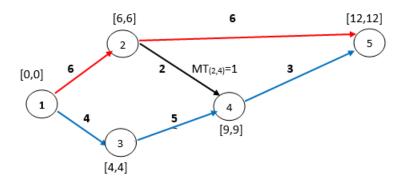


FIGURE 3.5 – Réseau PERT de l'itération 3

**Iteration 4 :** Puisque il n'y plus d'activité à réduire sur  $C_1$ , alors on arrête la procedure.

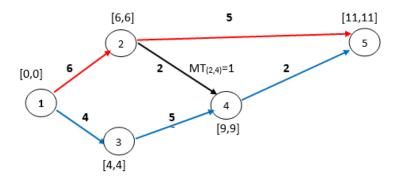


FIGURE 3.6 - Réseau PERT de l'itération 4

Le coût total supplémentaire de réduction de la durée du projet de 7 jours est :  $100 + 240 + 70 = 410 \in$ 

#### 3.3 Exercices

#### **Exercice 1**

Considérons le projet suivant, où la durée des tâches est donnée en jours :

- 1. Représentez le graphe associé à ce projet.
- 2. Calculez la durée moyenne du projet.
- 3. Trouvez la probabilité pour que ce projet soit terminé en 32.
- 4. Déterminez la durée de projet avec une probabilité de 95%.



3.3 Exercices 36

Tâches	Antériorités		Durées	
		optimiste	plus probable	pessimiste
A	F,E	1	2	4
В	A,G	1	2	5
С	В	B 1 3		5
D	-	- 4 6		10
Е	D	4	5	9
F	I,H	4	6	8
G	-	3	8	10
Н	-	6	9	10
I	G	1	2	3

### Exercice 2

Une entreprise décide de lancer un nouveau projet. La planification de ce lancement fait apparaître les tâches du tableau ci-après avec leur durée (en semaines).

Tâches	A	В	С	D	Е	F	G	Н	I
Durées	4	3	9	7	13	3	5	4	4
Contraintes	В	-	В	A	A	D	F	D,E	H,G

- 1. Tracer le graphe correspondant à la méthode PERT.
- 2. Calculer les dates de début au plus tôt, au plus tard, les marges et le chemin critique.
- 3. L'entreprise souhaite réduire la durée de projet. Les tâches candidate à la rédution sont donné dans le tableau suivant :

Tâche	Durée de reduction	Coût (unitaire )
A	1	100 e
E	3	450 e
Н	2	300 e
G	2	120 e

- De combien peut-on réduire la durée totale des travaux et à quel coût?



### **CHAPITRE 4**

# MÉTHODOLOGIE AGILE EN GESTION DES PROJETS

#### 4.1 Qu'est-ce que la méthodologie Agile, en gestion de projet?

La méthodologie Agile est un processus qui permet à l'équipe de gérer un projet en le décomposant en plusieurs étapes. Elle implique une collaboration constante entre les parties prenantes, une amélioration et une itération continues à chaque étape.

Au départ, les clients décrivent comment le produit final sera utilisé et quel problème il résoudra. Cela permet de clarifier les attentes du client auprès de l'équipe de projet.

Une fois le travail commencé, les équipes suivent un processus de planification, d'exécution et d'évaluation, qui permet de modifier facilement le livrable final pour mieux répondre aux besoins du client. La collaboration continue est essentielle, tant entre les membres de l'équipe qu'avec les parties prenantes du projet, afin de prendre des décisions éclairées.

#### 4.2 Aperçu des méthodologies Agile

Les fondements de la méthodologie Agile ont été développés par 17 personnes en 2001 sous forme écrite. Leur Manifeste Agile pour le développement de logiciels mettait en avant une approche novatrice de la création de valeur ajoutée et de la collaboration avec les clients. Les quatre principales valeurs de la méthodologie Agile sont les suivantes :

Les individus et leurs interactions, de préférence aux processus et aux outils



- Des solutions opérationnelles, de préférence à une documentation exhaustive
- La collaboration avec les clients, de préférence aux négociations contractuelles
- La réponse au changement, de préférence au respect d'un plan

Il en ressort 12 principes que les équipes agiles adoptent dans leurs méthodes de travail :

- la satisfaction client, la grande priorité;
- une ouverture aux demandes et aux changements, qui donnent de la valeur au projet;
- des livraisons fréquentes reposant sur des cycles courts ;
- une coopération étroite, voire la co-construction, avec les utilisateurs ;
- un cadre de travail motivant qui favorise l'autonomie des parties prenantes ;
- les communications en face à face sont privilégiées, car plus riches et plus efficaces ;
- des livraisons d'éléments opérationnels uniquement;
- un rythme soutenable et constant adapté aux acteurs du projet ;
- une qualité technique de l'équipe pour s'adapter en permanence ;
- de la simplicité, en allant à l'essentiel et en minimisant tout travail inutile ;
- une équipe autonome, qui s'organise elle-même pour une meilleure performance ;
- une adaptation régulière des méthodes, processus et outils, pour gagner en efficacité.

#### 4.3 Les cadres de la méthodologie Agile

Aujourd'hui, le mot Agile peut faire référence à ces valeurs ainsi qu'aux cadres de mise en oeuvre, notamment : Scrum, Kanban, Extreme Programming (XP) et Adaptive Project Framework (APF). Alors, qu'est-ce que la méthodologie Agile dans la gestion de projet ? En termes simples, il s'agit d'un processus de gestion de projet caractérisé par une itération et une collaboration constantes afin de mieux répondre aux besoins du client.

#### 4.3.1 Qu'est-ce que la gestion de projet agile?

La gestion de projet agile est une approche qui découpe un projet en différents sous-projets indépendants, appelés itérations, qui vont être répétées jusqu'à atteindre le résultat espéré.

#### **Définition 4.1** (Agile)

Méthodologie de gestion de projet caractérisée par la création de produits que les clients veulent vraiment, en utilisant des cycles de travail courts qui permettent une production rapide et une révision constante si nécessaire.



#### **Définition 4.2** (Kanban)

Approche visuelle de la gestion de projet selon laquelle les équipes créent des représentations physiques de leurs tâche, souvent à l'aide de notes adhésives sur des tableaux blancs (ou via des applications en ligne). Les tâches sont déplacées à travers des étapes prédéterminées pour suivre les progrès et identifier les obstacles courants.

#### **Définition 4.3** (Scrum)

Méthodologie de gestion de projet à une petite équipe est dirigée par un " Scrum Master " dont la tâche principale est d'éliminer tous les obstacles à l'accomplissement du travail. Le travail est effectué en cycles courts appelés " sprints ", mais l'équipe se réunit quotidiennement pour discuter des tâches en cours et des obstacles qui doivent être éliminés.

#### **Définition 4.4** (Cadre de projet adaptatif (CPA))

Méthodologie de gestion de projet née de l'idée que la plupart des projets informatiques ne peuvent pas être gérés à l'aide des méthodes traditionnelles de gestion de projet. Le travail est effectué par étapes, et évalué après chaque étape.

#### **Définition 4.5** (Extreme Project Management (XPM))

Méthodologie de gestion de projet qui permet de modifier le plan de projet, le budget et même le livrable final pour répondre à l'évolution des besoins, quel que soit l'état d'avancement du projet.

#### 4.3.2 Gestion de projet agile vs gestion de projet traditionnelle

L'agile s'oppose à aux méthodologies classiques de gestion de projet de type cascade (waterfall) comme le cycle en V. Linéaires et prédictives, elles laissent peu de place aux imprévus et aux changements.

À une époque, elles ont provoqué un taux d'échec des projets informatiques particulièrement élevé, dû à l'effet tunnel. Le produit étant livré à la fin, on se rendait parfois compte trop tard que le produit ne répond pas (ou plus) totalement aux attentes à cause du manque de visibilité et de flexibilité, pouvant engendrer des retards de livraison ou des dépassements de budget.

La gestion de projet agile répond à ce problème, car permet non seulement de prendre en compte les besoins initialement exprimés, mais également les changements ou les nouveaux besoins en cours de développement. On s'assure ainsi que le produit répond toujours aux attentes.

La méthode agile se caractérise par une démarche itérative et incrémentale, plutôt que globale et rigide.

Depuis qu'elle est apparue dans le paysage entrepreneurial à la fin du XXe siècle, la méthodologie " agile " s'est répandue comme une traînée de poudre. Approche orientée client, elle est surtout connue pour sa capacité à abréger les circuits de validation et à améliorer la satisfaction client. Mais elle offre également de multiples bénéfices en interne, notamment une meilleure collaboration entre les équipes, une plus grande réactivité, et plus globalement des performances accrues. Pour vous aider à mieux percevoir ces avantages, voici un exemple de gestion de projet façon " agile " : le développement d'un logiciel.

#### 4.3.3 L'agilité au service de l'entreprise

La méthode "agile "est une méthodologie de gestion de projet, ce qui veut dire qu'elle s'applique indifféremment à tous les processus, que ce soit au bénéfice du client ou de celui de l'entreprise (sachant que les performances accrues de cette dernière contribuent à l'amélioration de la satisfaction du premier).

Cette méthode se caractérise par une démarche itérative et incrémentale, plutôt que globale et rigide : on construit un projet étape après étape, chacune d'elles étant l'occasion d'évaluer la qualité du produit ou du processus, avec la possibilité de corriger ce qui doit l'être en temps réel. Cela permet d'éviter " l'effet tunnel " : le fait de ne rien voir des soucis éventuels avant que le projet ne soit terminé, avec le risque de devoir repartir de zéro s'il s'avère qu'on a pris une mauvaise direction. Pour de nombreux professionnels, cette approche itérative est mieux adaptée à la transformation digitale; elle en serait même une condition.

Les mots d'ordre sont donc " souplesse ", " collaboration " et " interactivité ". Qu'est-ce que cela donne concrètement dans le cadre du développement d'un logiciel ?

#### 4.3.4 La méthode agile appliquée au développement logiciel

Dans un contexte de développement logiciel agile, les équipes adoptent une approche itérative qui leur permet d'adapter leurs méthodes de développement en temps réel afin de livrer des applications qui répondent très spécifiquement aux besoins des utilisateurs finaux. Cette approche s'oppose au développement " en cascade ", qui consiste à décomposer un projet en une série d'étapes séquentielles linéaires, avec des tests effectués seulement lorsque la phase de réalisation est achevée.



La méthode agile conduit les équipes à tester le logiciel au fur et à mesure de son développement, en tenant compte de l'utilisation réelle qui en est faite. Prenez, par exemple, les fonctionnalités métiers : elles sont développées, testées, puis soumises aux utilisateurs finaux, et éventuellement mises à jour en fonction des retours exprimés, selon le principe des itérations. L'équipe de développement s'appuie ainsi sur une approche empirique : elle conserve ce qui fonctionne et élimine ce qui ne fonctionne pas, afin d'optimiser le processus global de réalisation. De sorte qu'on ne cherche pas à élaborer un " plan parfait " avant le lancement du projet, en s'y tenant avec rigidité. On part d'un socle commun et on teste les pratiques et les techniques qui font sens. Résultat : le projet est unique, et la solution développée propre à l'entreprise.

#### 4.3.5 Illustration de la méthode agile

Métaphore de la méthode agile. Elle permet d'offrir plus rapidement une solution fonctionnelle " dès l'étape 1 un skateboard permet de se déplacer, là une roue de voiture ne sert à rien.

Dans cette approche, les modifications apportées à l'outil en cours de développement ne sont plus des obstacles à franchir, mais des opportunités à saisir. En plein projet, on tient compte des idées nouvelles qui émergent et on apporte au logiciel des améliorations qui, non prévues à l'origine, contribuent à optimiser son efficacité. Ce faisant, on crée de la valeur en continu.

Cette méthode, axée sur l'autonomisation, la réactivité et la collaboration entre les équipes de développement et les métiers, permet de créer une solution logicielle fonctionnelle parfaitement adaptée aux besoins des utilisateurs finaux, et suffisamment souple pour être affinée au fil du temps. Les logiciels low-code, à l'image de la solution BPM d'Iterop, sont bâtis sur ce modèle. Opter pour cette approche en gestion de projet est donc une excellente façon, pour une entreprise, de gagner en agilité!

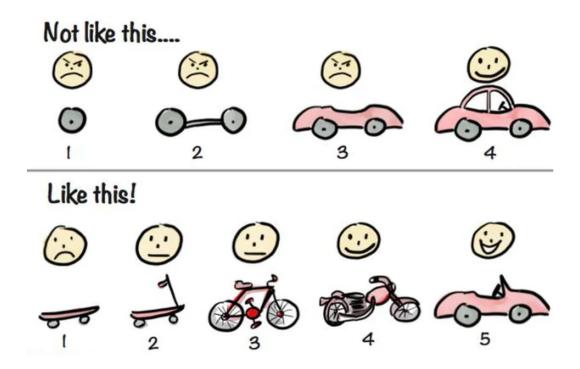
#### 4.3.6 Exemple concret d'application de la méthode agile

Prenons l'exemple d'un projet qui doit répondre à un besoin précis : se déplacer.

En utilisant une méthode de gestion de projet classique, on construit chaque élément d'une voiture l'un à la suite de l'autre : les roues, puis la carrosserie, le moteur, les phares, le volant, etc. Seuls, ces éléments ne permettent pas de remplir le besoin initial qui est de se déplacer, et il faudra attendre qu'ils soient tous construits et assemblés.

Avec une gestion de projet agile, l'idée est de proposer rapidement une première version très minimaliste (produit minimum viable ou MVP) qui réponde au besoin principal, et de l'améliorer au fil des itérations. Comme le montre





le schéma ci-dessous, la première version ne ressemble pas à une voiture, mais plutôt à un skateboard.

L'idée ensuite est de profiter de retours clients rapides sur cette première version et d'améliorer le produit à chaque itération pour arriver au résultat final de la voiture.

#### 4.3.7 Avantages de la méthode agile

La gestion de projet agile :

- permet une grande souplesse : les imprévus sont mieux gérés et pris en compte, et vous êtes plus réactifs ? ;
- construit des relations de confiance et de collaboration entre l'équipe et le client, grâce à la fréquence et la régularité des échanges?;
- offre une visibilité en temps réel de l'avancement du projet, grâce à un contrôle qualité constant. Le client peut demander des ajustements tout au long du projet et vous êtes en mesure d'y répondre?;
- donne une meilleure maîtrise des coûts. Après chaque étape, l'équipe fait le point sur le budget consommé pour arbitrer : poursuivre, suspendre ou annuler certaines tâches, voire le projet.

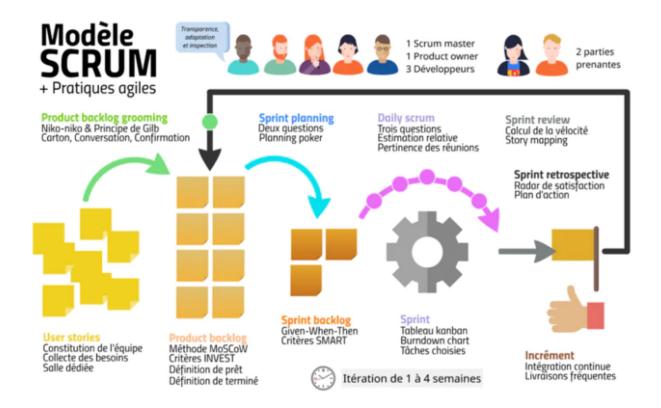
#### 4.3.8 Scrum, la plus célèbre des méthodologies agiles

Scrum est la plus utilisée des méthodes agiles. Elle propose un cadre, ou framework, qui néanmoins permet une grande adaptabilité, même pour les projets complexes.

Il définit notamment:

- les rôles et leurs responsabilités, comme celui du Scrum Master ou de Product Owner,





- des règles sur la durée cycles de développement (appelés sprints),
- des réunions régulières et courtes appelées cérémonies,
- un backlog qui contient toutes les fonctionnalités à développer,
- différentes pratiques et outils agiles comme le planning poker, le tableau Kanban, ou le scrum board.

Voici les autres méthodes agiles parmi les plus utilisées :

Kanban, permet de suivre clairement et visuellement le projet grâce à un système de tableau et de post-it.

**Extreme Programming (XP),** qui doit son succès au fait de pousser les valeurs de l'agile à l'extrême, ce qui permet une grande flexibilité.

**PRINCE2**, cette méthode structurée est adaptée à tout type de projet, et mise sur l'anticipation des changements probables dans l'environnement.

Lean, dont l'objectif est de maximiser la qualité en évitant le gaspillage des ressources humaines, financières et temporelles.

Crystal Clear, qui se caractérise par un cadre très léger, mais une vision et des recommandations poussées.

**Feature-Driven Development (FDD),** qui accorde du temps à la phase de conception, afin de limiter les risques d'avoir une idée éloignée du résultat final.

**Dynamic System Development Method (DSDM),** qui requiert une étude de faisabilité en amont, qui validera ou non le lancement du projet.



### **CHAPITRE 5**

# **GESTION DE RISQUE**

Tous les projets sont confrontés à des divers risques qui peuvent influencer sur l'atteinte de leurs objectifs. La gestion de risque apporte une aide à la prise de décision par la prise en compte de l'incertitude et de son effet sur l'atteinte des objectifs. Pour cela un processus d'analyse du risque s'effectue à l'aide des méthodes statistiques.

#### 5.1 Notion de Risque projet

#### **Définition 5.1**

Le risque est un événement dont l'apparition n'est pas certaine; On définit le risque comme étant la possibilité que le projet ne s'exécute pas conformément aux vus de la date d'achèvement du projet, le coût ou la qualité.

### 5.2 Gestion de Risque projet

L'expérience montre que par la mise en place d'un processus de management de projet, il est peu probable qu'un projet se déroule sans aucun événement ne perturbe son déroulement. Donc, une démarche de gestion des risques devient nécessaire et indispensable pour la maîtrise d'un projet.

#### 5.3 Traitement des risques d'un projet

Dans le traitement des risques nous nous intéressons essentiellement à :



#### 1. L'analyse du risque de non respect des délais :

Elle est abordée en cours d'exécution du projet en utilisant les méthodes du suivi de planning, et nous compléterons ces méthodes par une analyse quantitative du risque.

#### 2. L'analyse du risque de dépassement du coût :

Cette analyse de risque nécessite des techniques de contrôles de gestion qui peut s'effectuer lors de la phase de préparation du projet. Nous allons aborder deux types d'analyse : analyse quantitative et analyse qualitative.

#### 5.4 La Planification de la gestion des risques

- 1. Evaluation des risques;
- 2. Définir les moyens (temps + budget) mis en oeuvre pour gérer les risques du projet;
- 3. Identifier les outils et les techniques employés pour gérer les risques du projet ;
- 4. Mettre en oeuvre l'analyse qualitative et quantitative des risques ;
- 5. Surveiller et maîtriser les risques.

#### 5.5 Processus d'analyse des risques d'un projet

#### 5.5.1 Analyse quantitative

Dans l'analyse quantitative, il y a deux risques fondamentaux auxquels il faut faire face dans la gestion d'un projet :

- Le risque de ne pas tenir les délais ;
- Le risque de dépassement budgétaire.

#### 5.5.1.1 Analyse quantitative classique

Dans cette analyse la durée  $d_i$  de chaque tache du projet est considérée comme aléatoire de distribution Bêta, avec trois paramètres a, b et p. Pour obtenir respectivement les paramètres a, b et p, il suffit donc de poser les trois questions suivantes :

- Quelle est la durée minimum de réalisation de la tache ?
- Quelle est la durée maximale de réalisation de la tache ?
- Quelle est la durée la plus probable ?

Ces paramètres permettent de calculer la moyenne et la variance de la durée d'une tache selon les formules suivantes :

$$\overline{d_i} = \frac{A_i + B_i + 4P_i}{6} \tag{5.1}$$



$$\sigma_i^2 = \frac{B_i - A_i}{6} \tag{5.2}$$

On utilise les durées moyennes des taches pour faire un ordonnancement par les méthodes vue au paravant, et cela permet de :

- Déterminer la durée moyenne, ainsi que la variance du projet qui se calculent par les formules (5.4) et (5.5), on définit donc la distribution de probabilité de la durée d'exécution d'un projet  $(D_p)$  par :

$$D_p \rightsquigarrow N(\mu, \sigma).$$
 (5.3)

$$\mu = \sum \overline{d_i}.$$
 (5.4)

$$\sigma^2 = \sum \sigma_i^2. \tag{5.5}$$

i indexe d'une tache critique.

Déterminer un intervalle de confiance de la durée du projet pour un niveau de service donnée.

#### **5.5.2** Approche simulatoire

L'approche simulatoire stochastique du risque délais est une méthode qui consiste à procéder à une analyse quantitative de la durée d'un projet induite par la variabilité de la durée de ses différentes taches. Cette approche simulatoire, basée sur l'utilisation de la méthode de Monte-Carlo et le choix d'une distribution de probabilités.

#### 5.5.2.1 Application de la démarche simulatoire fondée sur la méthode de Monte-Carlo

#### Le principe de la méthode Monte-Carlo

Le principe de la méthode Monte-Carlo est de générer les différents scénarios pour les taches du projet. Ceci permet de calculer par exemple, la probabilité qu'une tache soit critique.

On doit d'abord identifier la fonction de répartition de la variable X (qui ici représente la durée d'une tache). Ceci est fait, en posant une série de questions du type : "Quelle est la probabilité que la variable X prenne une valeur inférieure à x?".

#### Démarche suivie

La première étape est celle du recueil d'informations sur la distribution de probabilités de la durée d'exécution de chaque tâche. Pour toute une série de raisons évidentes, il est peu réaliste de croire possible le recueil, auprès de chaque responsable d'une tâche, de la loi de probabilité qu'il considère vraisemblable, ainsi que la valeur des paramètres la caractérisant, ce que permettent ces logiciels.

Deux méthodes pragmatiques sont à privilégier :



- La première consiste à poser préalablement les deux questions suivantes :
  - Quelle est la durée minimale d'exécution de la tâche?
  - Quelle est la durée maximale d'exécution de la tâche?

Puis à choisir judicieusement deux ou trois valeurs intermédiaires x et à poser la question "quelle est la probabilité pour que la tâche mette plus de x jours (semaines ou mois)?", en prenant les valeurs croissantes de x (pour forcer la cohérence des données recueillies). On obtient alors directement une fonction de répartition de la durée d'exécution de la tâche.

– La seconde approche consiste à utiliser la loi uniforme, qui revient à postuler que "n'importe quelle valeur entre les valeurs extrêmes me semble avoir la même chance que les autres", et / ou la distribution Triangulaire qui repose sur le recueil des valeurs extrêmes et du mode 1.

Pour cette dernière distribution, certains logiciels permettent un recueil plus subtil de l'information pour contrer le risque de valeurs extrêmes aberrantes liées à des réflexes de prudence excessifs de certains responsables, en remplaçant la question sur les valeurs extrêmes, par les questions suivantes :

- Quelle est la durée d'exécution de la tâche en dessous de laquelle on a moins de 5% de chances de se trouver?
- Quelle est la durée d'exécution de la tâche au-dessus de laquelle on a moins de 5% de chances de se trouver?
   Les extremums implicitement utilisés se déduisent immédiatement des réponses fournies.

Une fois connues les distributions de probabilités, il ne reste plus qu'à utiliser les méthodes classiques de Monte Carlo pour obtenir par simulation des durées des différentes tâches.

L'analyse d'un grand nombre de simulations globales du projet permet de tirer des enseignements généralement impossibles à obtenir de manière analytique. Cette méthode repose sur les principes suivants, conduisant à l'établissement du tableau 5.1 :

- On suppose connue la fonction de répartition de la durée de la tâche i du projet, lequel comporte n tâches (i varie donc de 1 à n);
- On réalise K itérations de simulation du problème d'ordonnancement; la kème itération (k variant de 1 à K) comporte, pour chacune des n tâches du projet, une réalisation  $x_{i_k}$  de la variable aléatoire  $X_i$ , durée de la tâche i; le nombre K d'itérations doit être suffisant(Il est conseillé de donner à K une valeur supérieure à 100) pour que l'on puisse obtenir de bonnes estimations des informations recherchées;
- La réalisation  $x_{i_k}$  de la variable aléatoire  $X_i$ , durée de la tâche i, pour l'itération k, s'obtient à partir d'un nombre  $z_{i_k}$  généré aléatoirement, compris entre 0 et 1, et s'interprétant comme un tirage aléatoire d'une valeur de la fonction de répartition de la durée de cette tâche i  $z_{i_k} = P(X_i \le x_{i_k})$ ; les valeurs sont, par construction,

On a donc 
$$f = \frac{2(x-a)}{(b-a)(M_o-a)}$$
, pour  $x \le M_o$  et  $f = \frac{2(b-x)}{(b-a)(M_o-a)}$ , pour  $x \ge M_o$ . En outre  $P(X \le x) = \frac{(a-x)^2}{(b-a)(M_o-a)}$ , pour  $x \le M_o$  et,  $P(X \le x) = \frac{(b-x)^2}{(b-a)(M_o-a)}$ , pour  $x \ge M_o$ .  $E(X) = \frac{a+b+M_o}{3}$ ;  $V(X) = \frac{a^2+b^2+M_o^2-ab-aM_o-bM_o}{18}$ 



<sup>1.</sup> La loi triangulaire est définie pour  $a \le x \le b$ . Sa densité de probabilité est croissante linéairement jusqu'au mode  $M_o$ , puis décroissante linéairement.

			Т	âche i (	durée x	<sub>i</sub> )		Durée minimale du projet pour la simulation k
		1	2		i		n	simulation k
1		$x_{1_1}$	$x_{1_{2}}$		$x_{1_i}$		$x_{1_n}$	$D_1$
ınées ın k	2	$x_{2_{1}}$	$x_{2_{2}}$		$x_{2_i}$		$x_{2_n}$	$D_2$
dor								
jeu de de données de l'itération <i>k</i>	k	$x_{k_1}$	$x_{k_2}$		$x_{k_i}$		$x_{k_n}$	$\mathrm{D}_k$
jeu de								
	K	$x_{K_1}$	$x_{K_2}$		$x_{K_i}$		$x_{\mathbf{K}_n}$	$D_{K}$
Indice de criticité		$\frac{m_1}{\mathrm{K}}$	$\frac{m_2}{\mathrm{K}}$		$\frac{m_i}{\mathrm{K}}$		$\frac{m_n}{\mathrm{K}}$	

FIGURE 5.1 – Résultats de la simulation

#### équiprobables;

- La connaissance de la fonction de répartition de la durée  $X_i$  d'une tâche i et celle de la valeur tirée aléatoirement d'une probabilité cumulée  $z_{i_k} = P(X_i < x_{i_k})$  permettent de calculer le fractile  $x_{i_k}$ ; l'équiprobabilité des valeurs tirées  $z_{i_k} = P(X_i < x_{i_k})$  entraîne nécessairement l'équiprobabilité des K durées  $x_{i_k}$  obtenues pour une tâche i donnée;
- On se ramène en univers certain pour chacun des K itération de simulation du problème (c'est-à-dire chacun des ensembles de n valeurs  $x_{i_k}$  du  $k^{\text{ème}}$  jeu de données, k variant de 1 à K); on calcule pour chaque jeu, la durée minimale d'exécution  $D_k$  du projet et l'on repère les tâches qui sont critiques pour ce jeu (par exemple, en les marquant d'un astérisque dans le tableau 5.1);
- L'analyse statistique des K jeux de résultats obtenus par simulation permet d'obtenir trois informations qui,
   contrairement à l'approche de Clark, tiennent compte de tous les chemins critiques possibles et n'impose de contraintes sur le nombre de tâches du projet (contrainte liée à l'utilisation du théorème de la limite centrale).
   Ces résultats sont :
  - Pour le projet : une estimation de l'espérance mathématique de la durée minimale d'exécution du projet<sup>2</sup>
    ainsi qu'une estimation de la probabilité que la durée minimale d'exécution du projet excède une durée
    donnée;
  - Pour chaque tâche : une estimation de l'indice de criticité de la tâche qui est une estimation de la probabilité que cette tâche soit critique, calculée à partir de la fréquence  $m_i/K$ , où  $m_i$  est le décompte, dans la colonne i du tableau 5.1, du nombre  $m_i$  d'itérations ayant conduit à observer que la tâche i est critique.

<sup>2.</sup> De nombreux travaux montrent qu'en général, l'espérance mathématique de la durée du projet est supérieure à la valeur trouvée en univers certain à partir des durées modales (dans la mesure où la distribution statistique est unimodale)



Lorsque le projet a été structuré de manière hiérarchique, la question peut se poser de déterminer le niveau de détail pertinent pour effectuer l'analyse. La réponse à une telle question n'est pas aisée. Plusieurs éléments doivent être pris en compte :

- La durée d'une macro-tâche est égale à la durée minimale d'exécution du projet défini par les micro-tâches qui le composent. Il s'ensuit que si l'on retient le même type de distribution pour toutes les tâches, par exemple la distribution triangulaire, on obtient empiriquement pour la macro-tâche une distribution quelconque ne se ramenant à aucun modèle théorique connu<sup>3</sup>; a fortiori, il en sera de même si l'on n'utilise pas toujours le même type de distribution. Il ne peut donc y avoir équivalence entre les deux formulations qu'à la condition expresse d'utiliser pour la macro-tâche la distribution générée par simulation, à l'exclusion de toute autre distribution empirique ou théorique.
- Le passage d'un niveau de détail fin (micro-tâches) à un niveau moins fin (macro-tâches) induit souvent des chevauchements entre macro-tâches. Ces chevauchements sont non seulement aléatoires mais, de surcroît, dépendent des valeurs prises par les macro-tâches se recouvrant, ce qui complique singulièrement le problème.
- Ces deux considérations conduisent à n'avoir que peu de chances d'observer des résultats très voisins pour les simulations effectuées à ces deux niveaux de détail.
- Cela étant, le problème posé peut être considéré comme un faux problème si l'on considère que ce qui est sans doute le plus important est le degré de fiabilité des informations recueillies. Un niveau de détail trop grand peut nuire à la qualité des informations recueillies (caractéristiques de tendance et de dispersion d'une durée de tâche) si, compte tenu d'une expérience non formalisée, le responsable évalue plus facilement la charge de travail d'une macro-tâches que pour chacune de ses micro-tâches. Inversement, certaines estimations de temps de macro-tâches peuvent nécessiter une décomposition préalable du travail à exécuter "pour y voir plus clair ". Dès lors, il est possible que le bon niveau de simulation soit un compromis utilisant quelques macro-taches et toutes les micro-tâches des macro-taches non retenues.

Cette approche quantitative, sous ses différentes formes, présente des limites qui font que son intérêt opérationnel ne doit pas être surévalué :

- L'analyse quantitative des risques que permet la simulation permet de focaliser l'attention sur un certain nombre de tâches, dont la définition peut être révisée, et de dérives possibles mais il faut bien voir qu'en l'absence d'analyse causale sous-jacente, le gestionnaire ne dispose d'aucun guide pour l'action. Il faut compléter cette approche par une analyse qualitative des risques pour mieux en comprendre la nature et être à même de prendre des mesures les plus appropriées. Quelques logiciels aident à l'analyse qualitative des risques et à une capitalisation de leurs caractéristiques.
- Cela étant, la fourniture d'informations quantitatives présente l'avantage de permettre une certaine hiérarchi-

<sup>3.</sup> On peut simplement dire que si les simulations donnent toujours le même et unique chemin critique, l'application du théorème de la limite centrale doit conduire à constater que la distribution de probabilité empirique, générée pour la macro-tâche, tend vers une loi Normal



sation des problèmes (notamment par l'amélioration de la notion de criticité d'une tâche) et de ne pas traiter toutes les tâches de manière homogène. L'intérêt de ce type d'approche, pour les quelques expériences que nous connaissons, est loin d'être négligeable mais il nous semble que les utilisateurs prêtent aux chiffres un intérêt sans doute excessif, compte tenu des conditions de recueil des informations numériques traitées.

**Exemple 5.1.** Les durées des tâches sont maintenant celles du tableau 5.2, sachant que la durée retenue en univers certain est égale au mode de la distribution triangulaire, lorsque celle-ci est retenue, et à la moyenne de la distribution uniforme, lorsque cette dernière est retenue.

On a reporté également dans ce tableau 60 les indices de criticité des tâches, calculés au cours d'une simulation de

Définition des distributions de probabilités des durées et indices de criticité calculés

Tâche i	Désignation de la tâche i	Loi de la durée des tâches	Indice de criticité
A	Terrassement	Uniforme(3; 7)	0%
В	Fondations	Triangulaire(3; 4; 6)	0%
С	Charpente verticale	Uniforme(2; 3)	0%
D	Charpente de la toiture	Uniforme(1,5; 2,5)	0%
Е	Couverture	Triangulaire(2; 3; 6)	18,0%
F	Maçonnerie	Triangulaire(4; 5; 8)	0%
G	Gros œuvre de plomberie et d'électricité	Triangulaire(1; 3; 6)	18,8%
Н	Coulage de la dalle de béton	Uniforme(2; 4)	18,8%
I	Chauffage	Triangulaire(3; 4; 7)	82,0%
J	Plâtre	Triangulaire(8; 10; 14)	0%
K	Finitions et installation des machines	Triangulaire(3; 5; 6)	0%
L	Négociation de l'achat des machines + délai de livraison	Uniforme(12; 17)	0%
M	Réception des machines et essais «hors site»	Triangulaire(1; 3; 4)	0%

FIGURE 5.2 – Exemple numiréque

5000 itérations (sous Risk for Project). Sur la base de ces informations, on constate que les tâches M et L ne sont jamais critiques, que la tâche E a près de 20% de chances d'être critique et la tâche I près de 80% <sup>4</sup>, que les tâches G et H ont près de 19% de chances d'être critiques. On peut ajouter que la durée moyenne est de 37,3 jours (valeur supérieure à celle obtenue en univers certain) et qu'il y a plus de 5% de chances de dépasser 41 jours. L'analyse de sensibilité de la variabilité de la durée du projet à celle des tâches est également fournie (5.3).

<sup>4.</sup> La tâche J étant toujours critique, le chemin critique passe nécessairement par l'un ou l'autre de ses ancêtres, tâches E et I. En théorie, on pourrait avoir un double chemin critique mais, les durées étant traitées comme des variables continues, la probabilité d'occurrence de chemins critiques multiples est quasi nulle (ce qui ne serait pas produit si l'on avait décidé d'utiliser des distributions discrètes pour ce problème).



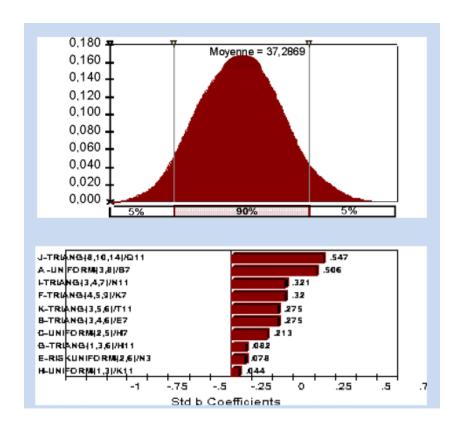


FIGURE 5.3 – Distribution de probabilité de la durée d'exécution du projet et analyse de sensibilité

#### 5.5.3 L'analyse qualitative du risque

Les limites de l'approche quantitative soulignée ci-dessus conduise à une approche plus qualitative dont le but est de comprendre les causes possibles de dérapage des délais.

#### 5.5.3.1 Les risques encourus en phase de préparation du projet

Ces risques peuvent être classés en quatre catégories :

- a)- Les imprécisions des taches : La décomposition des taches lors de la préparation du projet crie des imprécisions en affectations des ressources, en estimation des délais ... etc, qui peuvent avoir plusieurs causes :
  - Un manque de temps dans la phase de préparation pour la recherche des informations à propos du projet;
  - Une méconnaissance du travail précis à exécuter qui est liée à une absence d'expérience ;
  - L'existence de plusieurs scénarios techniques possibles entre lesquels on hésite de prendre des décisions ;
  - Des imprécisions en objectifs du projet.
- b)- Les incohérences du cahier des charges du projet : Dans le cahier de charges, on spécifie les objectifs principaux et les moyens qui seront alloués au projet. Rien ne garantit la cohérence entre les objectifs et les moyens.
   Ces incohérences peuvent avoir plusieurs causes :
  - Le budget affecté au projet est insuffisant;
  - La date d'achèvement du projet est intenable;

- Les ambitions en matière de qualité du produit sont trop ambitieuses ;
- Les performances des ressources utilisées ont été surestimées.
- c)- Les risques techniques et d'industrialisation : Les risques techniques peuvent être définis comme la possibilité de ne pas pouvoir fabriquer le produit, en utilisant une certaine technologie tandis que les risques d'industrialisation sont définis comme le risque de ne pas pouvoir passer du prototype à la série sans modification importante des ressources disponibles.

#### d)- Les manques de maîtrise du suivi des projets :

- Un manque de mise à jour des informations transmises par les opérationnels à la direction de projet;
- Une absence de procédure de résolution en cas de conflits entre les différents services impliqués dans le projet;
- Les impasses sur la validation technique du produit qui transférent les risques sur le produit final.

#### 5.5.3.2 Les risques encourus en phase d'exécution du projet

En cours d'exécution du projet, des événements imprévus peuvent influencer sur les objectifs du projet. Ces risque sont de trois type :

- a) Les risques liés à une détection tardive du problème : Le manque de temps implique un manque d'informations qui impose une perte de vue sur certains problèmes qui influencera peut être sur la réalisation du projet.

  Les causes principales de détection tardive d'un problème sont liés à :
  - En ce qui concerne l'information externe, une attitude passive vis-à-vis de la collecte d'information, donc il faut être toujours pro-actif c'est-à-dire chercher les signes avant coureurs;
  - En ce qui concerne l'information interne, elle peut être disponible mais n'est pas traitée en temps utile ou bien elle est n'est pas au bon endroit.
- **b)-** Les risques liés à un diagnostic erroné Il peut y avoir une erreur de diagnostic liée à une mauvaise interprétation des faits ;
- c)- Les risques de réponse inappropriées : Même si le diagnostic formulé est correct, la réponse apportée peut être inappropriées. Cela a besoins de la création de nouvelles règles qui visent à prévenir le problème rencontré (par exemple, par un excès de procédures de contrôle).

#### 5.6 Plan de réponse aux risques

Nous allons donner dans cette partie quelques stratégies possibles pour la diminution des risques encourus, que ce soit en phase préparation ou en phase d'exécution du projet.



#### 5.6.1 Ignorer le risque

Mettre en place des moyens ou des actions pour ignore le risque des le début, comme par exemple, d'avancer ou retarder la date d'exécution de certains taches pour contrer les effets d'un mauvais contexte (renouvellement d'un contrat de travail et de la possibilité de grève), mais ces actions peuvent influencer sur le délai du projet.

#### 5.6.2 Transfert et/ou partage du risque :

Il existe généralement trois méthodes qui permettent de transférer les risques d'un projet :

- 1. Les assurances.
- 2. Les contrats.
- 3. Les garanties.

#### 5.6.3 Diminuer le risque

Fondamentalement, durant la phase de préparation du projet deux stratégies de limitation du risque peuvent être considérées :

1. L'amélioration du niveau de l'information : Il s'agit ici d'améliorer le nombre, la qualité et la pertinence des informations relatives aux taches.

Cette amélioration peut prendre plusieurs formes :

- Découpage de taches en des taches plus élémentaires pour faciliter la réalisation;
- Définir un contrôle continue et plus élevée de déroulement de projet;
- Comptes-rendus écrits des réunions de travail.
- 2. L'externalisation des risques : On peut transférer des risques chez un fournisseur ou un sous-traitant. Ainsi l'exécution de certaines taches peut être confiées à des tiers sur base d'un cahier de charges précis. Il faut évidemment que le sous-traitant respecte les clauses du contrat sinon, le risque n'est pas traité mais simplement déplacé.

#### **Conclusion**

Durant toute la période du projet, il faut faire un suivi des risques. Cette activité régulière va permettre de suivre l'évolution des risques estimés, de changer les actions mises en place. Aussi, elle va permettre de savoir s'il y a de nouveaux risques qui pourraient se produire. Enfin, il s'agit de surveiller le déclenchement des événements et leurs conséquences sur le projet.

Le suivi des risques s'effectue au cours des réunions de projet dans lesquelles les différents intervenant doivent assister. La démarche de gestion des risques est donc continue et se répète durant toute la période du projet.



### **CHAPITRE 6**

# CAS D'ETUDE

Dans cette partie, nous metrons en pratique tout les concepts étudié dans les chapitres précedents, et ceci atravèrs un cas d'ètude réel.

#### 6.1 Construction d'une maison

Nous voulons construire une nouvelle maison de manière à pouvoir déménager le plus tôt possible, pour cela définissons le planning de tâches du projet et estimons la date au plus tôt de fin de la construction.



Pour se faire, nous avons distingué deux cas possible :

- 1. Cas des durées certaines des tâches;
- 2. Cas des durées aléatoires des tâches.

Une fois la durée totale de projet est obtenue, on fera une analyse budgétaire pour une possible réduction.



#### **6.2** Planification et calculs :

#### 6.2.1 Cas des durées certaines des tâches

Dans ce cas nous utilisons la méthode PERT ordinaire et la méthodes MPM, la liste des tâches à effectuer, leur durées et les contraintes d'antériorité à respecter sont données par le tableau suivant :

Nom	Tâche	Durée(jours)	Préalables
A	Terrassement	5	/
В	Fondation	4	A
С	Colonnes porteuses	2	В
D	Charpente toiture	2	С
Е	Couverture	3	D
F	Maçonnerie	5	C
G	Plomberie, électricité	3	В
Н	Coulage dalle béton	3	G
I	Chauffage	4	H,F
J	Plâtre	10	I,E
K	Finitions	5	J

TABLE 6.1 – La description des tâches du projet

#### 6.2.1.1 Construction du réseau PERT

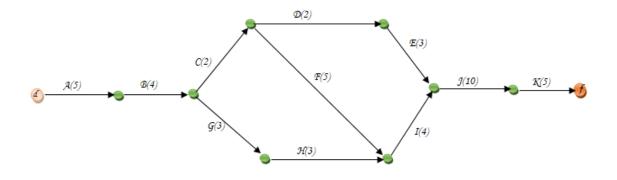


FIGURE 6.1 – Réseau PERT

#### 6.2.1.2 Calcul de dates des débuts au plus tôt par la méthode pert

Nous utilisons la formule (2.6), en commençant par le premier sommet et arrivant au dernier sommet du réseau.



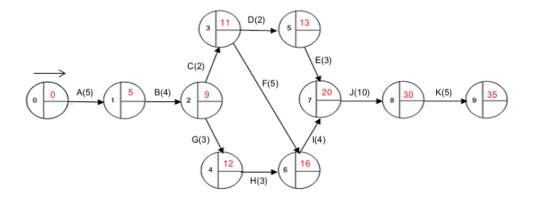


FIGURE 6.2 – Les dates des débuts au plus tôt

#### 6.2.1.3 Calcul de dates de début au plus tard par la méthode pert

Nous utilisons la formule (2.7) commençant par le dernier sommet et arrivant au premier sommet du réseau.

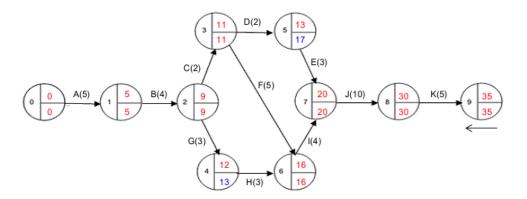


FIGURE 6.3 – Calcul de dates des débuts au plus tard

#### 6.2.1.4 La détermination du chemin critique par la méthode pert

Les tâches colorées en rouge représentent le chemin critique C= {A-B-C-F-I-J-K}.

La durée minimale de réalisation du projet est la somme des durées des tâches critiques, qu'est de 35 jours.



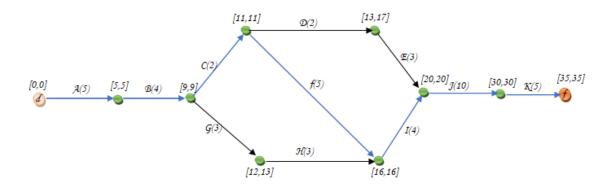


FIGURE 6.4 – Le chemin critique du réseau PERT

#### 6.2.1.5 Construction du réseau MPM

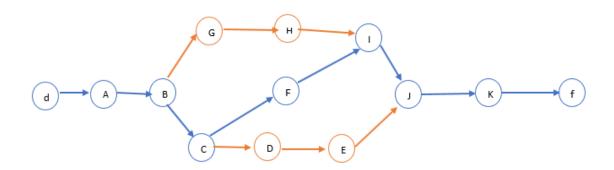


FIGURE 6.5 – Réseau MPM

#### 6.2.1.6 Dates au plus tôt et au plus tard et chemin critique sous réseau MPM

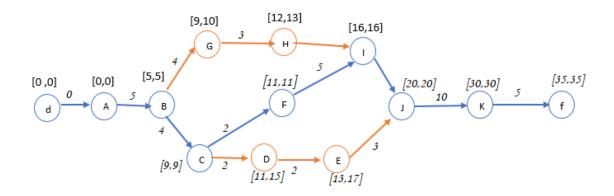


FIGURE 6.6 – Durée et chemin critique sous MPM

Les tâches colorées en blue représentent le chemin critique : C= {A-B-C-F-I-J-K}.



La durée minimale de réalisation du projet, est la même que celle trouvée par la méthode PERT qui est de 35 jours.

#### 6.2.1.7 Calcul de marges

Le calcul de marges est donné par le tableau suivant :

Tâche	A	В	С	D	Е	F	G	Н	I	J	K
Durée	5	4	2	2	3	5	3	3	4	10	5
$t_i$	0	5	9	11	13	11	9	12	16	20	30
$T_i$	0	5	9	15	17	11	9	13	16	20	30
$ML_i$	0	0	0	0	4	0	0	1	0	0	0
$MT_i$	0	0	0	4	4	0	1	1	0	0	0

TABLE 6.2 – Calcul de marges

A partir de ce tableau on peut classer les tâches en trois classes :

- 1. Tâches pour lesquelles le moindre retard de démarrage allonge le délai de réalisation du projet (tâches critiques),  $C_1 = \{A, B, C, F, I, J, K\}.$
- 2. Tâches pour lesquelles le moindre retard de démarrage perturbe le calendrier (tâches ayant une marge libre égale à zéro),  $C_2 = \{A, B, C, D, F, G, I, J, K\}$ .
- 3. Tâches pour lesquelles un léger retard ne modifie pas le planning (tâche ayant une marge libre différente de zéro),  $C_3$ ={E, H}.

#### 6.2.2 Cas des durées aléatoires des tâches

Dans ce cas nous prenons en considération les différents risques qui puissent allonger la durée du projet comme par exemple les accidents de travail, les pannes du matérielle, les grèves ... etc. Pour cela nous effectuons une analyse quantitative classique, ou nous allons associer pour chaque tâche une durée minimum  $(a_i)$ , plus probable  $(p_i)$  et maximale  $(b_i)$  de réalisation. Les données sont représentées dans le tableau suivant :

Tâche	A	В	С	D	Е	F	G	Н	I	J	K
Préalables	/	A	В	С	D	С	В	G	H et F	I et E	J
$a_i$	3	2	1	1	2	2	1	2	2	8	3
$p_i$	5	4	2	2	3	5	3	3	4	10	5
$b_i$	7	5	3	5	5	7	7	4	6	13	8

TABLE 6.3 – La description des tâches du projet



#### 6.2.2.1 Le calcul des durées moyennes et des variances des tâches

Tâche	A	В	С	D	Е	F	G	Н	I	J	K
Préalables	/	A	В	С	D	С	В	G	H et F	I et E	J
$a_i$	3	2	1	1	1	2	1	2	2	7	2
$p_i$	5	4	2	2	3	5	3	3	4	9	4
$b_i$	7	6	3	5	7	6	7	4	6	13	8
$\overline{d_i}$	5	4	2	7/3	10/3	14/3	10/3	3	4	28/3	13/3
$\sigma_i^2$	2/3	2/3	1/3	2/3	1	2/3	1	1/3	2/3	1	1

TABLE 6.4 – Les durées moyennes et variances des tâches

#### 6.2.2.2 La construction de réseau PERT probabiliste

Le graphe Pert associé au projet avec les durées moyennes est donné par la figure 6.7 :

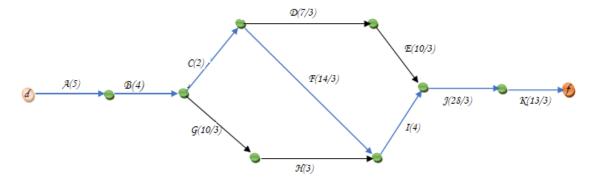


FIGURE 6.7 – Réseau PERT probabiliste

#### 6.2.2.3 Calcul des dates et détermination du chemin critique

Sur le graphe de la figure 6.8, sont illustré les dates de début au plus tôt et au plus tard ainsi, le chemin critique.



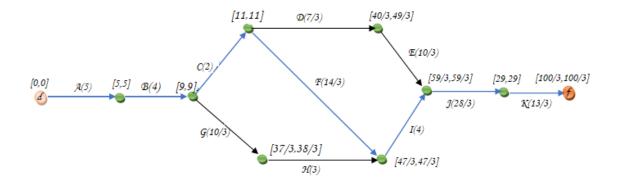


FIGURE 6.8 – Calcul des dates de début au plustôt et au plus tard

Les tâches colorées en blue représentent le chemin critique :  $C = \{A - B - C - F - I - J - K\}$ ,

#### 6.2.2.4 Calcul de la durée moyenne et variance du projet

Ces calculs sont ilustré sur le graphe de la figure 6.8.

La durée moyenne et la variance de projet s'obtinets, en faisant la somme des durées moyennes est la somme des variance des tâches critiques, on aura respectivement :

$$\mu_{\mathcal{C}} = 100/3, \quad et \quad \sigma_{\mathcal{C}} = 1,97$$

donc:

$$D_p \leadsto N(33, 33; 1.97).$$

#### 6.2.2.5 Probabilité que le projet s'achève en 30 jours

$$D_p \leadsto N(33, 33; 1.97).$$

$$P(D_p \le 30) = P(\frac{D_p - \mu_c}{\sigma_c} \le \frac{30 - \mu_c}{\sigma_c})$$

$$= P(\frac{D_p - 33, 33}{1,97} \le \frac{30 - 33, 33}{1,97})$$

$$= P(Z \le -1, 69)$$

$$= 1 - P(Z \le 1, 97)$$

$$= 0,0455.$$



#### 6.2.2.6 Probabilité que le projet s'achève entre 29 et 37 jours

$$P(29 \le D_p \le 37) = P(\frac{29 - 33, 33}{1, 97} \le \frac{D_p - 33, 33}{1, 97} \le \frac{37 - 33, 33}{1, 97})$$

$$= P(-2, 20 \le Z \le 1, 86)$$

$$= P(Z \le 1, 86)_P(Z \le -2, 20)$$

$$= \phi(1, 86) - (1 - \phi(2, 20))$$

$$= 0,9547.$$

#### 6.2.2.7 Nombre de jours pour que le projet s'achève à 90%

$$P(\frac{D_p - \mu_c}{\sigma_c} \le \frac{x - \mu_c}{\sigma_c}) = 0,9$$

$$\Rightarrow \frac{x - \mu_c}{\sigma_c} = Z_{0,9}$$

$$\Rightarrow x = Z_{0,9} \cdot \sigma_c + \mu_c$$

$$= 1,29 \cdot 1,97 + 33,33$$

$$= 35,87.$$

Donc Nombre de jours pour que le projet s'achève à 90% est de 36 jours.

#### 6.3 Analyse budgétaire et possibilté de réduction

En analysant les coûts des activités qui constituent ce projet, nous verifiant l'existenece de la possibilité de reduire la durée totale de projet.

Le propriètaire de la maison nous donne deux propostions :

- Réduire la durée de projet de 5 jours avec un coût mimimum ;
- De combien de jours peut-on réduire la durée de projet pour un montant fixe de 2,5 milion DA;
- Une troisième option sera proposé au poriètaire qui est la comprition maximale à coût minimum.

Les tâches consernées par la réduction sont donné dans la table 6.5 qui suit :



Nom	Tâche	Réduction max (jours)	Coût de réduction unitaire (MDA)	$\rho$
A	Terrassement	2	1	$\frac{1}{2}$
В	Fondation	2	0,5	$\frac{1}{4}$
F	Maçonnerie	3	1,4	$\frac{1,4}{3}$
I	Chauffage	1	2	2
J	Plâtre	4	0,3	$\frac{0,3}{4}$
K	Finitions	2	1,5	$\frac{3}{4}$

TABLE 6.5 – Tâches comprimables

#### 6.3.1 Réduction de projet de 5 jours à coût minimum

**Iteration 1 :** Le réseau PERT associé au projet est le suivant :

Le chemin critique est  $C_1 = \{A, B, C, F, I, J, K\}$ , et la durée minimale de réalisation du projet est de 35 jours.

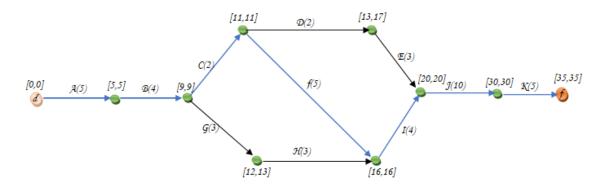


FIGURE 6.9 – Réseau PERT de l'itération 1

Les tâches candidates à la compression sont  $\{A, B, F, I, J, K\}$ ,

et

$$\min \rho_i = \{\rho_A = \frac{1}{2}, \rho_B = \frac{1}{4}, \rho_F = \frac{1}{3}, \rho_I = 2, \rho_J = \frac{0}{4}, \rho_K = \frac{3}{4}\} = \rho_J = \frac{0}{4}.$$

Alors, on comprime la tâche J d'une quantité maximale égale à :

$$\min\{\Delta_J, \min_{(i) \notin \mathcal{C}_1} MT_i\} = \min\{4, \{MT - E = 4, MT_D = 4, MT_G = 1, MT_H = 1\}\} = 1 \text{ jours.}$$

Le coût supplémentaire engendré par cette réduction est  $1 \times \rho_J = 4 \times 0, 3 = 0, 3MDA$ .

le chemin critique restura le même, et en plus il n' aura pas de creation de nouveau chemin critique.

On reproduira cette opération 3 fois de suite, en comprimant la tâche J a chaque fois d'une journnée, cela n'implique pas la création de nouveau chemin critique jusqu' à épouisement tolate de la durée de comprition de cette dernière.



Le coût supplémentaire engendré alors sera :  $4 \times \rho_J = 4 \times 0, 3 = 1, 2 \ MDA$ .

**Iteration 2 :** L'activité J est épuisée et le chemin critique ne change pas, d'après le Réseau PERT de l'itération 2 qui suit : Les tâches à comprimer sont  $\{A, B, F, I, K\}$ ,

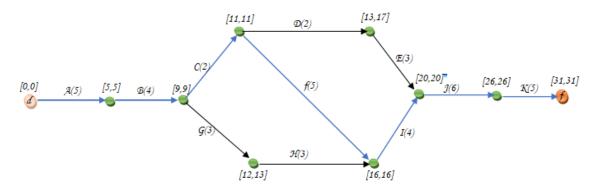


FIGURE 6.10 – Réseau PERT de l'itération 2

Pour ateindre l'objectif désiré de cette première phase (5 jours de reduction), on comprime la tâche B (possède le minimum de coût de réduction après la tâche J) d'une durée égale à 1 jours.

Le coût supplémentaire engendré est de 1, 5 = 0,5MDA.

Donc la procedure de compréssion s'arrête a ce niveau lâ.

Le coût minimum total supplémentaire de réduction de projet pour cette première phase est de  $1, 2+0, 5=1,7\,MDA$ .

#### 6.3.2 Réduction maximale à coût fixe

L'objet de cette question est de dépenser un montant de 2,5 MDA et de calculer la durée de réduction maximale du projet.

Nous repartons aprtir de la dernière étape de la question précedente, a savoir la deuxième itération, pour ne pas refaire les calculs.

#### Iteration 3 : Le réseau PERT associé au projet est le suivant :

Le chemin critique reste inchangé,  $C_1 = \{A, b, C, F, I, J, K\}$ , et la durée minimale de réalisation du projet devient 30 jours.

Les tâches candidates à la compression sont  $\{A, B, F, I, K\}$ , et

$$\min \rho_i = \{\rho_A = \frac{1}{2}, \rho_B = \frac{1}{4}, \rho_F = \frac{1, 4}{3}, \rho_I = 2, \rho_K = \frac{3}{4}\} = \rho_B = \frac{1}{4}.$$

Il reste une journé de compréssion pour la tâche B alors, on la comprime.

Le coût supplémentaire engendré par cette réduction est  $1 \times \rho_B = 4 \times 0, 5 = 0, 5$  MDA, donc le coût totale est de 1, 7 + 0, 5 = 2, 2 MDA.



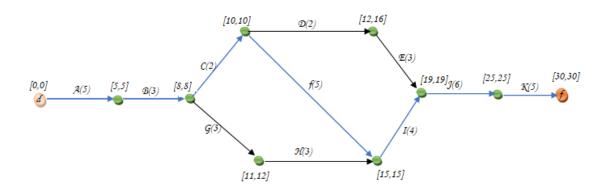


FIGURE 6.11 – Réseau PERT de l'itération 3

Iteration 4: L'objectif de 2;5 MDA n'est pas encore ateint, donc on porsuit la procédure.

L'activité B est épuisée et le chemin critique ne change pas, d'après la figure suivante :

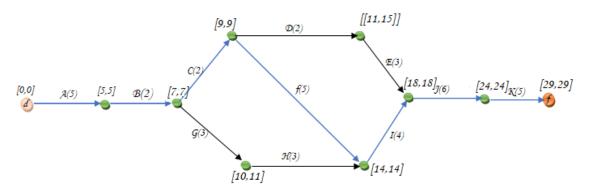


FIGURE 6.12 – Réseau PERT de l'itération 4

On comprime la tâche F d'une durée égale à  $\min\{\Delta_F, MT_H, MT_G, MT_D, MT_I\}=1$  journée. Le coût supplémentaire est de 1,5=0,5MDA. Le coût minimum total de réduction jusqu'à cette étape est de 2,2+0,5=2,7MDA.

Cette réduction n'est pas accessible, puisque on dépassé le montant alloué par le propriètaire qu'est de  $2,5\,MDA$ . Donc, Pour un montant de  $2,2\,MDA$ , le totale de jours réduit est de 6.

#### 6.3.3 Comprissions maximale à coût minimum

Cette proposition exige de poursuivre la procédure de compression jusqu'à épuisement de toutes les tâches concernées par la réduction.

**Iteration 5 :** A l'itération 4 on a créé un deuxième chemin critique  $C_2 = \{A, B, G, H, I, J, K\}$ , comme indiqué sur le graphe de la figure 6.14 : Comme on a deux chemins critiques, alors on doit réduire soit :

- Une tâche commune de coût minimum entre les deux chemins ;



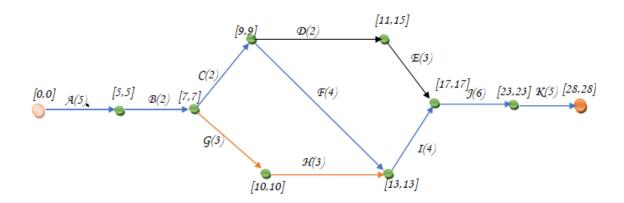


FIGURE 6.13 – Réseau PERT de l'itération 5

- Une tâche de coût minimum pour chaque chemin.

Les taches G, H ne sont pas comprimables, donc on choisit de réduire la tâche commune A au maximum (2 jours), le surcoût engendré est  $2 = 2 \, MDA$ .

le surcoût total est de 2 + 2, 7 = 4, 7 MDA.

Iteration 6: Après compression de la tâche A de deux jours, le graphe PERT associé est le suivant :

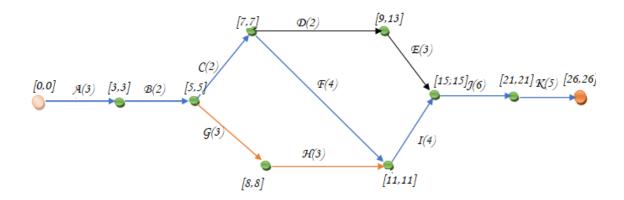


FIGURE 6.14 – Réseau PERT de l'itération 6

Puisqu'il n'y plus d'activité à réduire sur  $C_1$  et  $C_2$ , alors on arrête la procédure.

La compression maximale de la durée du projet est de 9 jours avec un coût total supplémentaire de réduction minimum de  $4,7\,MDA$ .



#### 6.4 Examens

#### Université A. MIRA de Béjaia

3° Licence

Faculté des Sciences Exactes

Département de Recherche Opérationnelle

Année Universitaire 2017/2018

#### Examen de Gestion de Projet

#### Exercice 1 (10 points)

Un projet est constitué d'un ensemble de tâches dont les successions et les durées sont données dans le tableau suivant :

Activités	Prédécesseurs	Durées
A	G	3
В	G,J,I	2
C	-	6
D	G	4
Е	D,F	2
F	-	3
G	-	4
Н	G	5
I	С,Н	7
J	A	3
K	A,E	1

- I- Établir, grâce au réseau MPM du projet : la durée totale du projet, les tâches constituant le chemin critique et les marges totales et libres de chaque tâches.
- II- Établir le diagramme de Gantt au plus tard associé à ce projet.
- III- On décide de retarder le début de la tâche C de 3 unités de temps. Sans refaire les calculs, quelle conséquence cela a-t-il sur le projet ?
- VI- On s'intéresse maintenant à la réduction de la durée du projet, avec les données suivantes :

Quelle action proposez-vous, et quel est le coût minimum correspond pour :

- une réduction de deux unités de temps de la durée totale du projet à coût minimale?
- une réduction maximale de la durée totale du projet ?



Activité	Н	В	С	I	K	A
Côut unitaire(\$)	1000	4000	2000	4000	1000	3000
Réduction maximale	3	3	2	3	4	2

#### Exercice 2 (10 points)

Considérons le projet suivant, où les durées des tâches sont données en jours :

Tâches		Antériorités		
	Optimiste	Probable	Pessimiste	
A	1	2	3	F,E
В	1	3	5	A,G
С	1	2	3	В
D	5	7	9	Е
Е	3	5	7	J
F	3	6	9	I,J
G	7	5	9	Н
Н	6	9	12	I
I	1	2	3	L
J	4	5	6	L,K
K	3	6	9	-
L	1	3	5	-

- 1. Calculer la durée moyenne et l'écart-type pour chaque tâche.
- 2. Tracer le graphe PERT associé à ce projet, puis déterminer la durée moyenne du projet.
- 3. Définir, puis calculer les marges totales et les marges libres des tâches.
- 4. Quelle est la probabilité que ce projet soit terminé en 28 jours.
- 5. Quel est le nombre de jours afin que le projet soit achevé à 90 %.



#### Université A. MIRA de Béjaia

# 3° Licence

#### Faculté des Sciences Exactes

#### Département de Recherche Opérationnelle

Année Universitaire 2018/2019

#### Examen de Gestion de Projet

#### Exercice 1 (10 points)

Soit le projet constitué des taches suivant

Taches (h)	A	В	С	D	Е	F	G	Н	I	J
Antériorites	-	-	A	A	A	C	D	В,Е	Н	F,G,I
Durées	6	2	3	5	3	2	3	4	2	2

- 1. Construire le graphe MPM.
- 2. Calculer les dates de début au plus tôt et de fin au plus tôt de chaque tache.
- 3. Définit le chemin critique, et identifier-le pour ce projet.
- 4. La tache H en réalité ne peut commencer qu'après 11 heurs, cela changer a-t-il la durée totale de projet? comment ?

#### Exercice 2 (10 points)

Considérons le projet suivant, où la durée des tâches est donnée en jours :



Tâches	Antériorités		Durées	
		optimiste	plus probable	pessimiste
A	F,E	1	2	3
В	A,G	1	3	5
С	В	1	3	5
D	Е	12	13	14
Е	K	3	5	7
F	I,J	4	6	8
G	Н	6	8	10
Н	I	6	9	12
I	L	1	2	3
J	L,K	4	5	6
k	_	3	6	9
L	_	1	3	5

- 1. Représentez le graphe Pert associé a ce projet.
- 2. Calculez la durée moyenne du projet.
- 3. Trouvez la probabilité pour que ce projet soit achevé en 31 jours (on considérera que le nombre de tâches est très grand).
- 4. Déterminez la durée avec une probabilité de 98%.
- 5. Les durées de la tâche H sont modifiées. Des informations plus précises indiquent que la moyenne est 12 et l'écart type 4/6. Cette modification a-t-elle des conséquences sur les résultats des questions 3 et 4?



#### Université A. MIRA de Béjaia

## 3° Licence

#### Faculté des Sciences Exactes

#### Département de Recherche Opérationnelle

Année Universitaire 2019/2020

#### Examen de Gestion de Projet

#### Exercice 1 (05 point)

Soit le projet dont les tâches sont exposé dans le tableau ci-contre :

- 1. Dessiner un réseau MPM pour ce projet.
- 2. Calculer sur le graphe de MPM les dates de début au plus tôt et au plus tard de chaque tâche et determiner le chemin critique.
- 3. Tracer les diagrammes de GANTT au plus tôt et au plus tard associés au projet.

Tâche	Contraintes
A	-
В	-
С	-
D	A
Е	В
F	C
G	D
Н	A,E
I	B,F
J	G,H,I

#### Exercice 2 (07 point)

Considérons le projet suivant, où la durée des tâches est donnée en jours :

- 1. Représentez le graphe Pert associé à ce projet.
- 2. Calculez la durée moyenne du projet.
- 3. Indiquer les tâches possidant des marges libres et totales et calculer leurs valeurs.
- 4. Trouvez la probabilité pour que ce projet soit terminé en 32.
- 5. Déterminez la durée de projet avec une probabilité de 95%.

#### Exercice 3 (08 point)

Une entreprise décide de lancer un nouveau projet. La planification de ce lancement fait apparaître les tâches du tableau ci-après avec leur durée (en semaines).



Tâches	Antériorités		Durées	
		optimiste	plus probable	pessimiste
A	F,E	1	2	4
В	-	1	2	5
С	В	1	3	5
D	Е	4	6	10
Е	D	4	5	9
F	I,H	4	6	8
G	Н	3	8	10
Н	I	6	9	10
I	G	1	2	3

Tâches	A	В	С	D	Е	F	G	Н	I
Durées	4	3	9	7	13	3	5	4	4
Contraintes	В	-	В	A	A	D	F	D,E,I	H,G

- 1. Tracer le graphe correspondant à la méthode PERT.
- 2. Calculer les dates de début au plus tôt, au plus tard, les marges et le chemin critique.
- 3. L'entreprise souhaite réduire la durée de projet, les tâches candidate à la rédution sont donné dans le tableau suivant :

Tâche	Durée de reduction	Coût (unitaire )
A	1	100
E	3	450
Н	2	300
G	2	120

- De combien peut-on réduire la durée totale des travaux et à quel coût ?



#### Université A. MIRA de Béjaia

# 3° Licence

#### Faculté des Sciences Exactes

#### Département D'informatique

Année Universitaire 2019/2020

#### Examen de Gestion de Projet

#### Exercice 1 (12 point)

Vous êtes chargés de la planification et du pilotage du projet suivant :

Tâches	A	В	С	D	Е	F	G	Н	I
Durées (semaines)	4	3	9	7	13	3	5	4	4
Contraintes	В	-	В	A	A	D	F	D,E,I	C,G

- 1. Dessiner le réseau PERT associé à ce projet.
- 2. Calculer sur le graphe PERT les dates de début au plus tôt et au plus tard de chaque étape.
- 3. Determiner le chemin critique pour ce projet, ainsi la durée totale de projet.
- 4. Calculer les marges totales et libres des différentes tâches.
- 5. Tracer les diagrammes de GANTT au plus tard associés au projet.
- 6. Pour gagner du temps, on décide de réduire la tâche D de 2 semaines, ce qui implique par contre de rallonger la tâche E de 5 semaines. Quelle conséquence cela a-t-il sur le projet ?

#### Exercice 2 (08 point)

Les informations sur les tâches d'un projet sont données ci-dessous.

Activité	Prédécesseur	Durée optimiste	Durée probable	Durée pessimiste	
A	D, G	5	7	9	
В	G,H	2	3	4	
С	В	11	12	13	
D	-	4	7	16	
Е	G,H	4	4	10	
F	Е	4	6	8	
G	-	4	4	8	
Н	D	1	2	9	

1. Représentez le graphe associé à ce projet.



- 2. Calculez la durée moyenne du projet.
- 3. Trouvez la probabilité pour que ce projet soit terminé en 24.

4. Déterminez la durée de projet avec une probabilité de 95%.



6.5 Annèxe 1 74

#### 6.5 Annèxe 1

#### 6.5.1 Table de la loi Normale

Ci-après la table  $\mathcal{N}(0,1)$  de la loi normale centrée et réduite, et  $\Phi$  répersente sa fonction de répartition.

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \frac{-u^2}{2} du, \ \forall z \in \mathbb{R}.$$

Notez que :  $\forall z \in \mathbb{R}$ , on a :  $\Phi(z) = 1 - \Phi(-z)$ .

Exemples.  $\Phi(0, 25) \approx 0,5987, \Phi(-0, 32) = 1 - \Phi(0, 32) = 1 - 0,6255 = 0,3745.$ 

			T		T					
z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

TABLE 6.6 – Table de la loi normale



# **BIBLIOGRAPHIE**



### **BIBLIOGRAPHIE**

- [1] (AFNOR), Concepts et vocabulaire en management de projet. Norme AFNOR, FD X50-105, 2003.
- [2] DEWOLF D., Économie et Gestion de l'Environnement et du Développement Durable. Université du Littoral Cote d'Opale.
- [3] GIARD V., Gestion de la production et des flux. 3ème Edition, Economica, Paris, 2003.
- [4] GIARD V., Gestion de Projets. Economica, Paris, 1991.
- [5] MEREDITH J.R. and MANTEL S.J, Project Management. John Wiley, 2003.
- [6] Moine Jeane-Yves, Le Grand Livre de Management de Projets. Editions AFNOR, Paris, 2013.
- [7] SANDRINE F. W., Management de nouveaux projets. AFNOR, Paris, 2000.
- [8] Le Ray. J, De la gestion des risques au management des risques Pourquoi ? Comment ?, Editions AFNOR, mars 2015.
- [9] Philippe N., La gestion de projet,3e édition, ISBN 978-2-7650-5033-9, TC Média Livres Inc, Canada 2016.

