

## PRÁCTICA 1 - MODELOS LINEALES Y NO LINEALES

**Alumno: Gastón Rodríguez**

Elegir uno de los modelos presentados en el capítulo 1.

Realizar un programa interactivo, del caso seleccionado anteriormente, que permita estudiar las salidas del programa cuando se cambien las variables de entrada iniciales y parámetros de entrada. Graficar en pantalla los diagramas correspondientes (variable estudiada en función del tiempo y el diagrama de fase).

Si sistema es el modelo Depredador-Presa, considere los parámetros de natalidad de liebres y mortalidad de zorros analizados en el caso para una población ideal de 500 liebres y 10 zorros (ver apuntes de cátedra).

Deberá presentar un informe que contenga:

- Instrucciones para el uso básico de la aplicación o programa.
- Una explicación de los algoritmos principales utilizados en el programa.

Pruebas de simulación:

- Una simulación con los valores por defecto (los vistos en los casos de los apuntes).
- Dos simulaciones distintas cambiando las condiciones iniciales.
- Para cada caso realizar una interpretación de los gráficos, incluyendo capturas de los gráficos.

## CASO PREDADOR-PRESA

Las ecuaciones de Lotka-Volterra, también conocidas como ecuaciones predador-presa o presa-predador, son un par de ecuaciones diferenciales de primer orden no lineales que se usan para describir dinámicas de sistemas biológicos en el que dos especies interactúan, una como presa y otra como depredador.

Tales ecuaciones se definen como:

$$\begin{cases} \dot{X} = r_1 X - PXY \\ \dot{Y} = aPXY - r_2 Y \end{cases}$$

---

## APLICACIÓN

```
# Condiciones Iniciales - poblacion iniciales,  
capacidadTerreno y tiempo  
liebres = 500  
zorros = 10  
cap_ter = 1400  
semanas = 1000  
crecimiento_liebres = 0.08  
tasa_mortalidad_zorros = 0.2  
perdida_liebres_caza = 0.002  
supervivencia_zorros = 0.0004
```

Parar poder definir correctamente el modelo a desarrollar, vamos a definir las condiciones iniciales del mismo basándonos en el libro de Prof. Puliafito, donde pasaremos a detallar cada uno de los componentes que definen el sistema:

- Las poblaciones iniciales de liebres y zorros que existen dentro del sistema, para el primer análisis vamos a utilizar los valores de 500 liebres y 100 zorros.
- La capacidad del terreno, la cual nos determina la capacidad total de presas que pueden existir en este espacio.
- Vamos a utilizar 1000 semanas como unidad de tiempo para el análisis de la simulación
- La constante del crecimiento de liebres vamos a tomar el valor 8% por semana, en condiciones ideales, esta variable se encuentra sujeta a la capacidad total y actual del terreno

- El coeficiente de supervivencia de los zorros es del 20% por el solo hecho de existir.
- Las tasas de pérdidas de liebres y de supervivencia de zorros son determinados por el factor de la caza que es la población de zorros por la población de liebres, por cada encuentro existe una probabilidad de que una liebre muera o un zorro sobreviva.

```
# Declaracion poblaciones totales
totalLiebres = list(range(semanas))
totalZorros = list(range(semanas))
for i in range(semanas):
    capActual = cap_ter - liebres
    tasa_lie = (1 / cap_ter) * capActual *
    crecimiento_liebres * liebres
    sob_zor = tasa_mortalidad_zorros * zorros
    caza = zorros * liebres
    liebres = liebres + (tasa_lie - perdida_liebres_caza *
    caza)
    zorros = zorros + (supervivencia_zorros * caza - sob_zor)
    totalLiebres[i] = liebres
    totalZorros[i] = zorros
    print("Semana:", i, " Poblacion total liebres: ",
    liebres, " Poblacion total zorros: ", zorros)
```

Declaramos las listas y el rango de semanas que vamos a usar, donde vamos a guardar los valores para las poblaciones finales, luego vamos a iterar en el rango de semanas que definimos anteriormente.

Vamos a definir cada una de las funciones utilizadas para poder hacer el cálculo de la variación de las poblaciones respecto al tiempo:

- La capacidad actual es la capacidad posee el modelo, está definido por la capacidad terreno menos el total de liebres.
- La tasa de liebres me da el crecimiento que tendrá la población de liebres sin tener en cuenta la caza, este valor está relacionado como podemos ver por la capacidad del terreno, a medida que la población de liebres vaya creciendo con el tiempo van a tener menos capacidad para seguir haciéndolo de forma normal, debido a que la capacidad actual va a ir disminuyendo
- La supervivencia de zorros está definida por la tasa de mortalidad de zorros por la cantidad de los mismos.

Finalmente, las poblaciones de liebres zorros van a definirse por:

- Las liebres se definen como el total de las liebres más la tasa de crecimiento menos la cantidad de liebres que se pierden por la caza, que está compuesta por el coeficiente de perdida\_liebres\_caza por caza.
- Los zorros por su parte se definen como el total de zorros más la tasa de supervivencia de los zorros por caza, y se resta el valor de perdida de zorros que sobreviven.

Podemos afirmar que las liebres disminuyen su número debido a que por la caza estas son comidas por los zorros, mientras que los zorros al comer liebres aseguran su supervivencia. Mientras que los zorros perecen por el hecho de existir, mientras que las liebres aumentan su número siempre en cuando la capacidad del terreno lo permita.

```
# Asignacion poblaciones y ploteado
xTiempo = numpy.linspace(0, semanas, semanas)
yLiebres = numpy.array(totalLiebres)
yZorros = numpy.array(totalZorros)

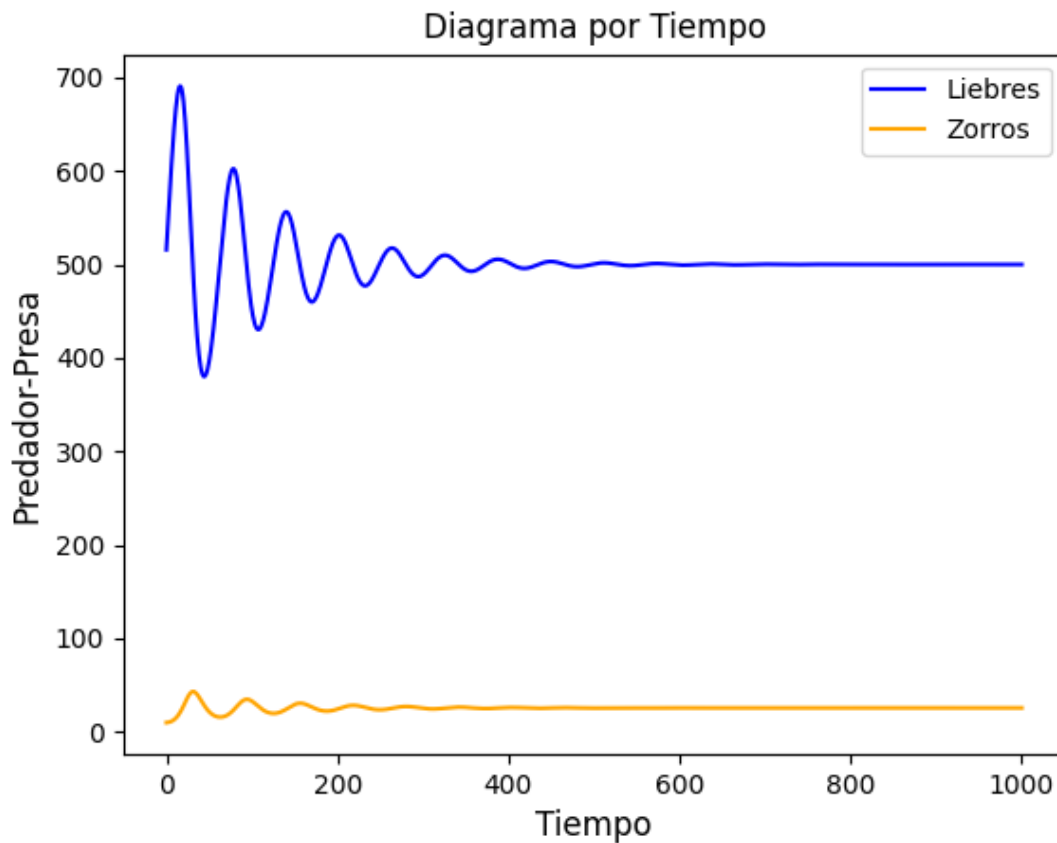
plt.plot(xTiempo, yLiebres, label='Liebres', color="blue")
plt.plot(xTiempo, yZorros, label='Zorros', color="orange")
plt.legend(loc="upper right")
plt.title("Diagrama por Tiempo")
plt.xlabel('Tiempo', fontsize=12)
plt.ylabel('Predador-Presa', fontsize=12)
plt.show()

plt.plot(yLiebres, yZorros)
plt.title("Diagrama de fase")
plt.xlabel('Liebres', fontsize=12)
plt.ylabel('Zorros', fontsize=12)
plt.show()
```

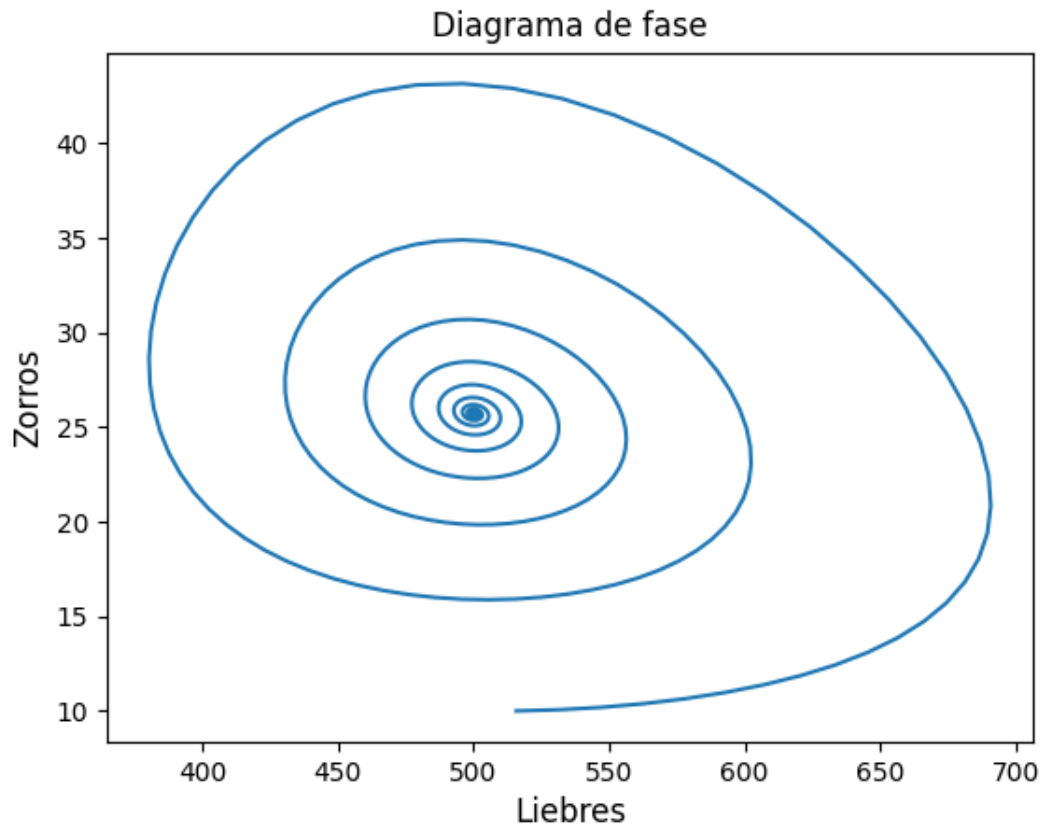
Finalmente tomamos los valores de poblaciones y los guardamos en los arrays definidos para luego poder plotearlos en los gráficos de poblacion respecto al tiempo y el diagrama de fase para ver cómo se relacionan las dos variables poblacionales.

Primero veamos los resultados para la simulación con los valores por defecto definidos anteriormente.

Tomaremos las poblaciones iniciales de 500 liebres y 10 zorros.

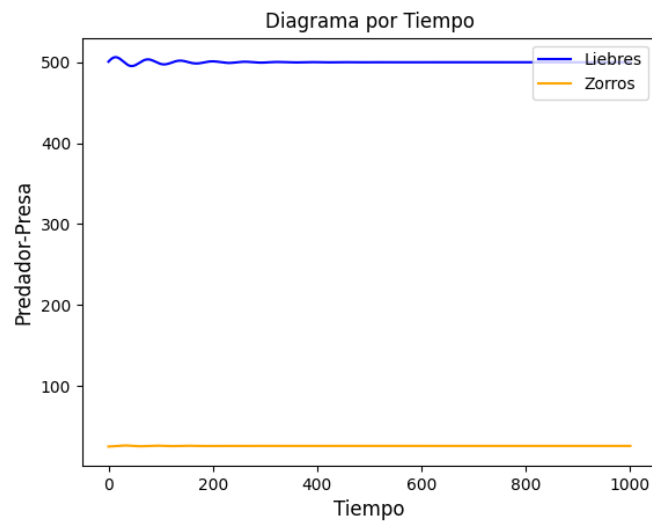


Como podemos observar en el diagrama, las poblaciones comienzan con variaciones respecto en las primeras 200 semanas, bajando y subiendo a medida que sus poblaciones fluctuaban. A partir de la semana 200 podemos ver que las variaciones van disminuyendo, las poblaciones van encontrando un punto de equilibrio donde varían poco. A partir de la semana 600 ya podemos observar una línea casi constante debido a que las poblaciones han alcanzado un equilibrio.



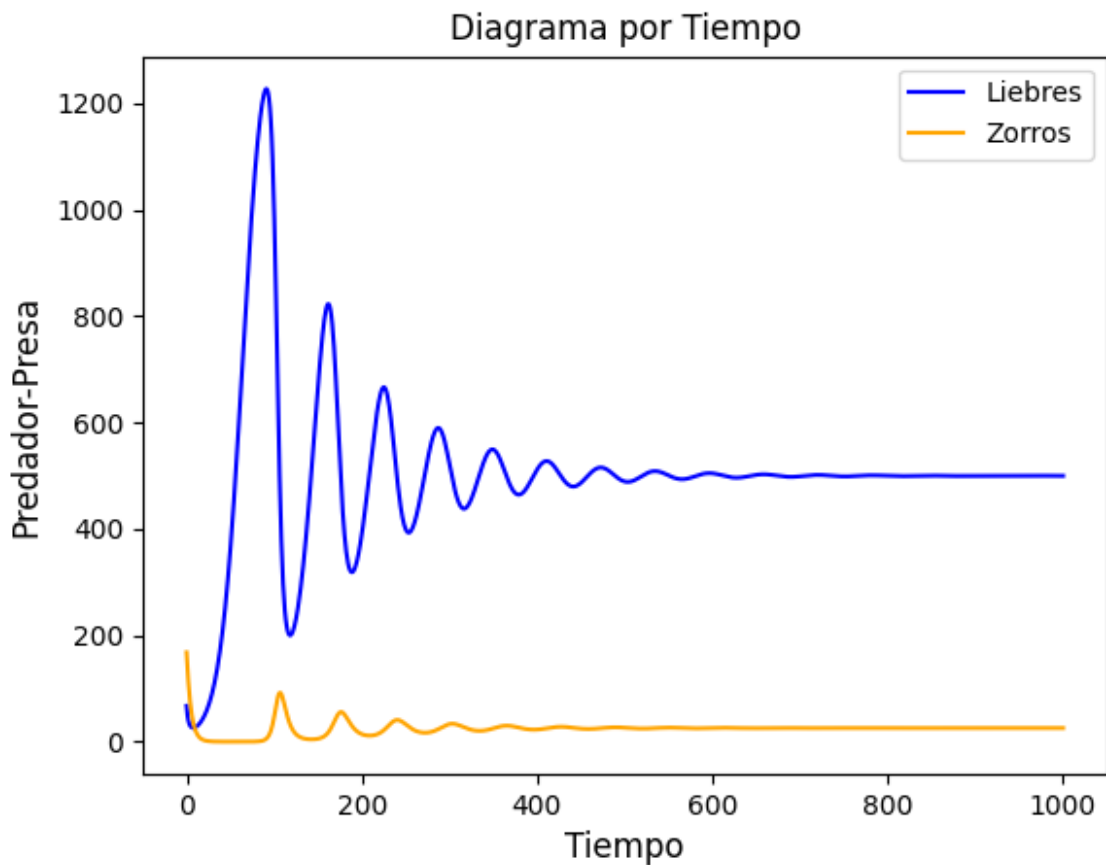
Respecto al diagrama de fase podemos determinar que el punto de equilibrio de las poblaciones es cercano a 500 liebres y a 25 zorros, siendo estas las poblaciones donde se alcanza una armonía entre presas y depredadores.

Si yo analizo el sistema con poblaciones iniciales de 500 liebres y 25 zorros podemos ver que se acerca un equilibrio en las poblaciones desde el principio de la simulación.

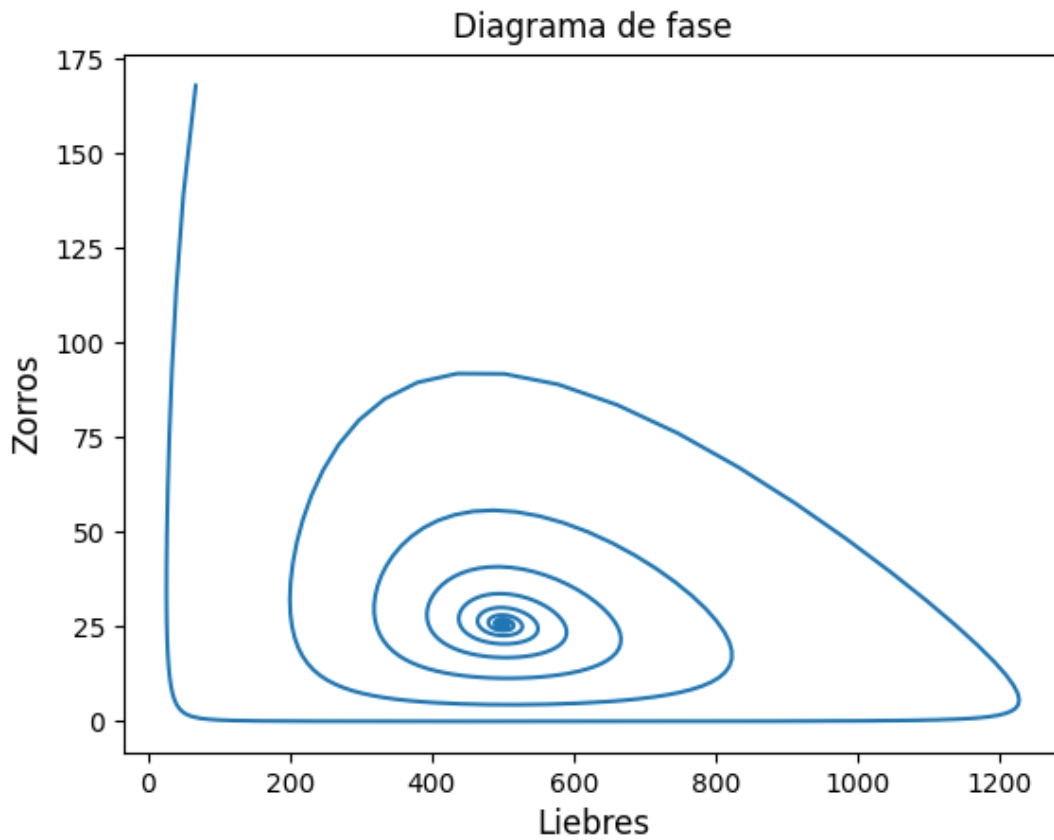


Ahora analicemos un caso para distintos niveles de poblacion, un caso donde la poblacion de zorros duplique la poblacion de liebres.

```
liebres = 100  
zorros = 200
```



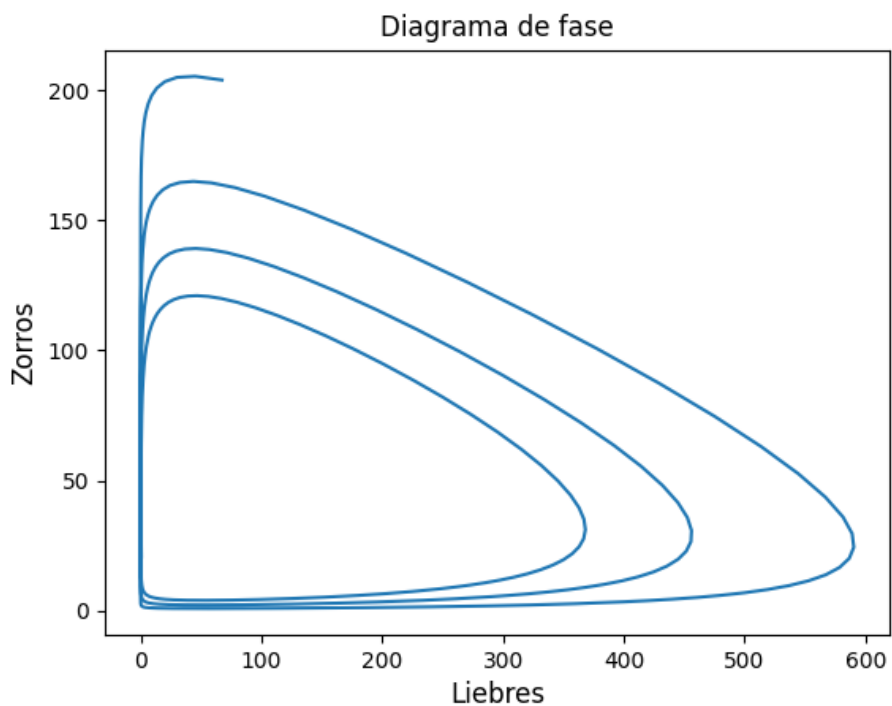
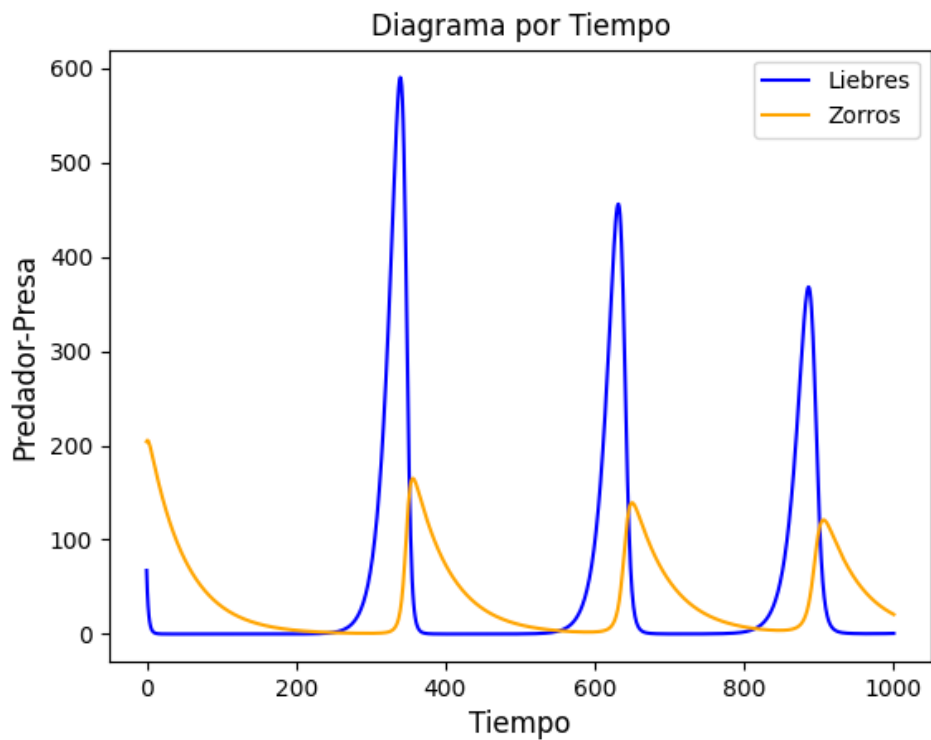
Como se observa en el grafico la poblacion de zorros comienza con una brusca caída producida por la falta de liebres para comer, a medida que la poblacion de zorros muere debido a su coeficiente de supervivencia del 20%, las liebres aumentan su poblacion exponencialmente, lo mismo que podemos observar como en la primera simulación es que luego las poblaciones se comparten de una forma equilibrada a alcanzar los valores de 500 y 25.



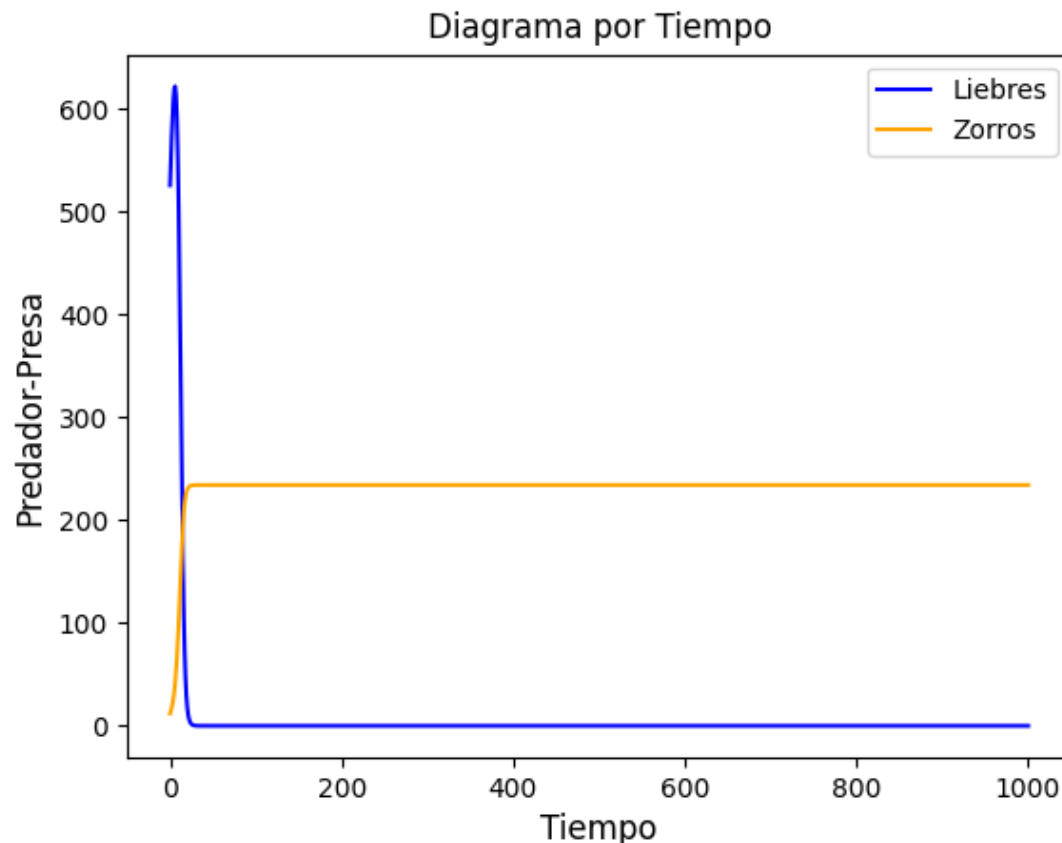
El diagrama de fase también nos da una visión de cómo la población de zorros muere repentinamente y como las poblaciones luego se equilibran.



Si modificáramos las tasas de mortalidad de los zorros para que estos murieran en menor cantidad por diferencial de tiempo (por ejemplo, modificando la tasa de mortalidad de los zorros para que solamente muera el 2% y no el 20%), tendríamos una gráfica así.



Otro caso que se me hizo interesante analizar es que pasaría si los zorros fueran inmortales, por lo que reduje su tasa de mortalidad al 0, ningún zorro muere por el hecho de existir.



Podemos observar como los zorros al no tener disminución en su población, al no tener una tasa de mortalidad, solamente su número puede aumentar sin disminuir, así terminan por extinguir a las liebres.

---

## CONCLUSIÓN

Hemos analizado los diferentes escenarios dentro de la simulación planteada para los casos de presa-predador, como desde la modificación de las poblaciones iniciales puede producir diferentes tipos de gráficos para la representación de la simulación, como un ligero cambio dentro de las constantes que definen al sistema pueden tener un impacto significativo dentro de los resultados analizados. Este sistema no lineal es un buen ejemplo inicial de como a través de un análisis de los componentes de un ecosistema tan complejo como la vida puede ser simulado de forma sencilla dentro de un programa en Python, si bien la cantidad de variables en el sistema verdadero es infinita, este modelo nos permite acotar y analizar las variables que consideramos adecuadas para el análisis del mismo.