

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	4					1			1		
e2	4	0	4					5	1			3
e3		4	0		3							5
e4				0				3	2	4		
e5			3		0	5	2	4	5		1	
e6					5	0	4	5	5	1		1
e7	1				2	4	0		1			1
e8		5		3	4	5		0	2			3
e9		1		2	5	5	1	2	0		3	
e10	1			4		1				0	2	1
e11					1				3	2	0	1
e12		3	5			1	1	3		1	1	0

Воронин Иван Р3131
Вариант: 42

№1 Алгоритм раскраски графа, использующий упорядочивание вершин.

Исходный граф и его матрица соединений

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12	ri
e1	0	1					1			1			3
e2		0	1					1	1			1	5
e3			0		1							1	3
e4				0				1	1	1			3
e5					0	1	1	1	1		1		6
e6						0	1	1	1	1		1	6
e7							0		1			1	5
e8								0	1			1	6
e9									0		1		7
e10										0	1	1	5
e11											0	1	4
e12												0	7

1. положим $j = 1$
2. Упорядочим вершины графа в порядке невозрастания ri

V/V	e9	e12	e5	e8	e6	e2	e7	e10	e11	e1	e3	e4	ri
e9	0		1	1	1	1	1		1			1	7
e12		0		1	1	1	1	1	1		1		7
e5			0	1	1		1		1		1		6
e8				0	1	1						1	6
e6					0		1	1					6
e2						0				1	1		5
e7							0			1			5
e10								0	1	1		1	5
e11									0				4
e1										0			3

e3											0		3
e4												0	3

3. Красим в первый цвет вершины e9 e12 e1
4. Остались неокрашенные вершины, поэтому удалим из матрицы строки и столбцы, соответствующие вершинам e9 e12 e1. Положим $j = j + 1 = 2$.

V/V	e5	e8	e6	e10	e2	e3	e4	e7	e11	ri
e5	0	1	1			1		1	1	5
e8		0	1	1			1			4
e6			0		1			1		4
e10				0			1		1	3
e2					0	1				2
e3						0				2
e4							0			2
e7								0		2
e11									0	2

5. Упорядочим вершины графа в порядке невозрастания r_i
6. Красим во второй цвет вершины e5 e2 e10
7. Остались неокрашенные вершины, поэтому удалим из матрицы строки и столбцы, соответствующие вершинам e5 e2 e10. Положим $j = j + 1 = 3$.

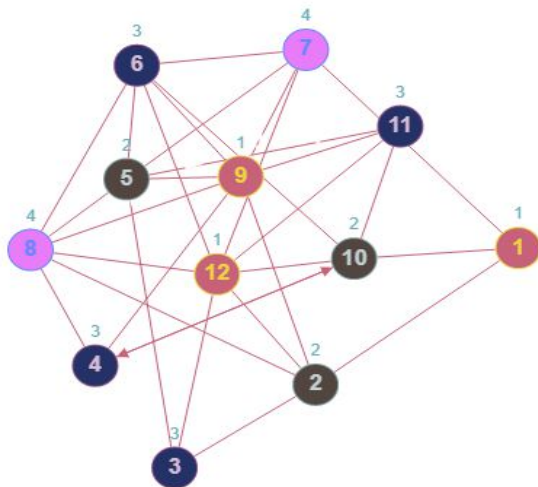
V/V	e6	e8	e4	e7	e3	e11	ri
e6	0	1		1			2
e8		0	1				2
e4			0				1
e7				0			1
e3					0		0
e11						0	0

8. Упорядочим вершины графа в порядке невозрастания r_i
9. Красим в третий цвет вершины e6 e4 e3 e11
10. Остались неокрашенные вершины, поэтому удалим из матрицы строки и столбцы, соответствующие вершинам e6 e4 e3 e11. Положим $j = j + 1 = 4$.

V/V	e7	e8	ri
e7	0	0	0
e8		0	0

10. Красим в третий цвет вершины e7 e8

Все вершины окрашены



№ 2 Нахождение кратчайшего пути алгоритмом Дейкстры

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	4					1			1		
e2	4	0	4					5	1			3
e3		4	0		3							5
e4				0				3	2	4		
e5			3		0	5	2	4	5		1	
e6					5	0	4	5	5	1		1
e7	1				2	4	0		1			1
e8		5		3	4	5		0	2			3
e9		1		2	5	5	1	2	0		3	
e10	1			4		1				0	2	1
e11					1			3	2	0	1	
e12		3	5			1	1	3		1	1	0

1. $l(e_1)=0+$; $l(e_i)=\infty$, для всех $i \neq 1$, $p = e_1$.

	1
e1	0+

L =

e2	∞
e3	∞
e4	∞
e5	∞
e6	∞
e7	∞
e8	∞
e9	∞
e10	∞
e11	∞
e12	∞

2. $\Gamma_p = \{e2, e7, e10\}$ – все пометки

временные, уточним их:

$$l(e2) = \min[\infty, 0+4] = 4;$$

$$l(e7) = \min[\infty, 0+1] = 1;$$

$$l(e10) = \min[\infty, 0+1] = 1$$

L =

	1	2
e1	0+	
e2	∞	4
e3	∞	∞
e4	∞	∞
e5	∞	∞
e6	∞	∞
e7	∞	1+
e8	∞	∞
e9	∞	∞
e10	∞	1
e11	∞	∞
e12	∞	∞

3. $l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e7) = 1.$

4. e7 получает постоянную пометку $l(e7) = 1+$, $p=e7$.

5. $\Gamma_p = \{e5, e6, e9, e12\}$ – все пометки

временные, уточним их:

$$l(e5) = \min[\infty, 1+2] = 3$$

$$l(e6) = \min[\infty, 1+1] = 2;$$

$$l(e9) = \min[\infty, 1+1] = 2;$$

$$l(e12) = \min[\infty, 1+1] = 2;$$

L =

	1	2	3
e1	0+		
e2	∞	4	4
e3	∞	∞	∞
e4	∞	∞	∞
e5	∞	3	3
e6	∞	∞	∞
e7	∞	1+	
e8	∞	∞	∞
e9	∞	∞	2
e10	∞	1	1+
e11	∞	∞	∞
e12	∞	∞	2

6. $l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_{10}) = 1$.

7. e7 получает постоянную пометку $l(e_{10}) =$

8. $\Gamma_p = \{e_4, e_6, e_9, e_{11}, e_{12}\}$ – все пометки

временные, уточним их:

$$l(e_4) = \min[\infty, 1+4] = 5$$

$$l(e_6) = \min[\infty, 1+1] = 2;$$

$$l(e_9) = \min[2, 1+1] = 2;$$

$$l(e_{11}) = \min[\infty, 1+2] = 3;$$

$$l(e_{12}) = \min[2, 1+1] = 2$$

L =

	1	2	3	4
e1	0+			
e2	∞	4	4	4
e3	∞	∞	∞	∞
e4	∞	∞	∞	5
e5	∞	∞	3	3
e6	∞	∞	∞	2+
e7	∞	1+		
e8	∞	∞	∞	∞
e9	∞	∞	2	2
e10	∞	1	1+	
e11	∞	∞	∞	3
e12	∞	∞	2	2

9. $l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_6) = 2$.

10. e6 получает постоянную пометку $l(e_6) = 2+$, $p=e_6$.

11. $\Gamma_p = \{e_5, e_7, e_8, e_{12}\}$ – все пометки

временные, уточним их:

$$l(e_5) = \min[3, 2+5] = 7$$

$$l(e_7) = \min[1, 2+1] = 1;$$

$$l(e_8) = \min[\infty, 2+5] = 7;$$

$$l(e_{12}) = \min[2, 2+1] = 2$$

L =

	1	2	3	4	5
e1	0+				
e2	∞	4	4	4	4
e3	∞	∞	∞	∞	∞
e4	∞	∞	∞	5	5
e5	∞	∞	3	3	3
e6	∞	∞	∞	2+	
e7	∞	1+			
e8	∞	∞	∞	∞	7
e9	∞	∞	2	2	2+
e10	∞	1	1+		
e11	∞	∞	∞	3	3
e12	∞	∞	2	2	2

12. $l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_9) = 2$.

13. e6 получает постоянную пометку $l(e_9) = 2+$, $p=e_9$.

14. $\Gamma_p = \{e_2, e_4, e_5, e_8, e_{11}\}$ – все пометки временные, уточним их:

$$l(e_2) = \min[4, 2+1] = 3$$

$$l(e_4) = \min[5, 2+2] = 4$$

$$l(e_5) = \min[7, 2+5] = 7;$$

$$l(e_8) = \min[7, 2+2] = 4$$

$$l(e_{11}) = \min[3, 2+3] = 3$$

L =

	1	2	3	4	5	6
e1	0+					
e2	∞	4	4	4	4	3
e3	∞	∞	∞	∞	∞	∞
e4	∞	∞	∞	5	5	4
e5	∞	∞	3	3	3	3
e6	∞	∞	∞	2+		
e7	∞	1+				
e8	∞	∞	∞	∞	7	4
e9	∞	∞	2	2	2+	
e10	∞	1	1+			
e11	∞	∞	∞	3	3	3
e12	∞	∞	2	2	2	2+

15. $l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_{12}) = 2$.

16. e12 получает постоянную пометку $l(e_{12}) = 2+$, $p=e_{12}$.

17. $\Gamma_p = \{e_2, e_3, e_8, e_{11}\}$ – все пометки временные, уточним их:

$$l(e_2) = \min[3, 2+3] = 3$$

$$l(e_3) = \min[\infty, 2+5] = 7$$

$$l(e_8) = \min[4, 2+3] = 4;$$

$$l(e_{11}) = \min[3, 2+1] = 3$$

L =

	1	2	3	4	5	6	7
e1	0+						
e2	∞	4	4	4	4	3	3+
e3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7
e4	∞	∞	∞	5	5	5	4
e5	∞	∞	3	3	3	3	3
e6	∞	∞	∞	2+			
e7	∞	1+					
e8	∞	∞	∞	∞	7	4	4
e9	∞	∞	2	2	2+		
e10	∞	1	1+				
e11	∞	∞	∞	3	3	3	3
e12	∞	∞	2	2	2	2+	

18. $l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_2) = 3.$

19. e2 получает постоянную пометку $l(e_2) = 3+$, $p=e_2$.

20. $\Gamma_p = \{e_3, e_8\}$ – все пометки временные, уточним их:

$$l(e_3) = \min[3, 2+4] = 3$$

$$l(e_8) = \min[4, 2+5] = 4$$

L =

	1	2	3	4	5	6	7	8
e1	0+							
e2	∞	4	4	4	4	3	3+	
e3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7	7
e4	∞	∞	∞	5	5	5	5	4
e5	∞	∞	3	3	3	3	3	3+
e6	∞	∞	∞	2+				
e7	∞	1+						
e8	∞	∞	∞	∞	7	4	4	4
e9	∞	∞	2	2	2+			
e10	∞	1	1+					
e11	∞	∞	∞	3	3	3	3	3
e12	∞	∞	2	2	2	2+		

21. $l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_5) = 3.$

22. e11 получает постоянную пометку $l(e_5)$

= 3+, p=e5.

23. Гр = {e3, e8, e11} – все пометки

временные, уточним их:

$$l(e3) = \min[7, 3+3] = 6$$

$$l(e8) = \min[4, 3+4] = 4;$$

$$l(e11) = \min[3, 3+1] = 3$$

L =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
e1	0+								
e2	∞	4	4	4	4	3	3+		
e3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7	7	6
e4	∞	∞	∞	5	5	5	5	4	4+
e5	∞	∞	3	3	3	3	3	3+	
e6	∞	∞	∞	2+					
e7	∞	1+							
e8	∞	∞	∞	∞	7	4	4	4	4
e9	∞	∞	2	2	2+				
e10	∞	1	1+						
e11	∞	∞	∞	3	3	3	3	3+	
e12	∞	∞	2	2	2	2+			

24. $l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e4) = 4$.

25. e4 получает постоянную пометку $l(e4) = 4+$, p=e4.

26. Гр = { e8 } – все пометки временные, уточним их:

$$l(e8) = \min[4, 4+3] = 4$$

L =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e1	0+									
e2	∞	4	4	4	4	3	3+			
e3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7	7	6	6
e4	∞	∞	∞	5	5	5	5	4	4+	
e5	∞	∞	3	3	3	3	3	3+		
e6	∞	∞	∞	2+						
e7	∞	1+								
e8	∞	∞	∞	∞	7	4	4	4	4	4+
e9	∞	∞	2	2	2+					
e10	∞	1	1+							
e11	∞	∞	∞	3	3	3	3	3+		

e12	∞	∞	2	2	2	2+					
-----	----------	----------	---	---	---	----	--	--	--	--	--

27. $l(ei^*) = \min[l(ei)] = l(e8) = 4$.

28. e8 получает постоянную пометку $l(e8) = 4+$, $p=e8$.

L =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e1	0+										
e2	∞	4	4	4	4	3	3+				
e3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7	7	6	6	6+
e4	∞	∞	∞	5	5	5	5	4	4+		
e5	∞	∞	3	3	3	3	3	3+			
e6	∞	∞	∞	2+							
e7	∞	1+									
e8	∞	∞	∞	∞	7	4	4	4	4	4+	
e9	∞	∞	2	2	2+						
e10	∞	1	1+								
e11	∞	∞	∞	3	3	3	3	3+			
e12	∞	∞	2	2	2	2+					

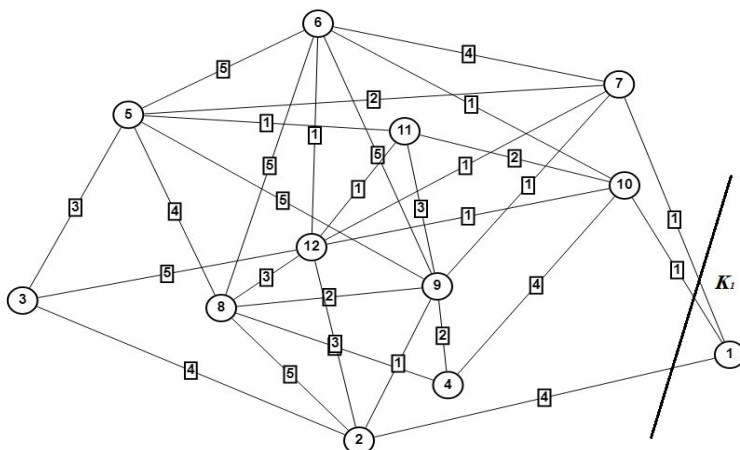
29. $l(ei^*) = \min[l(ei)] = l(e3) = 6$.

Все пометки постоянные

№3 Нахождение пропускной способности алгоритмом Франка – Фриша

Возьмем $s = e1$, $t = e11$

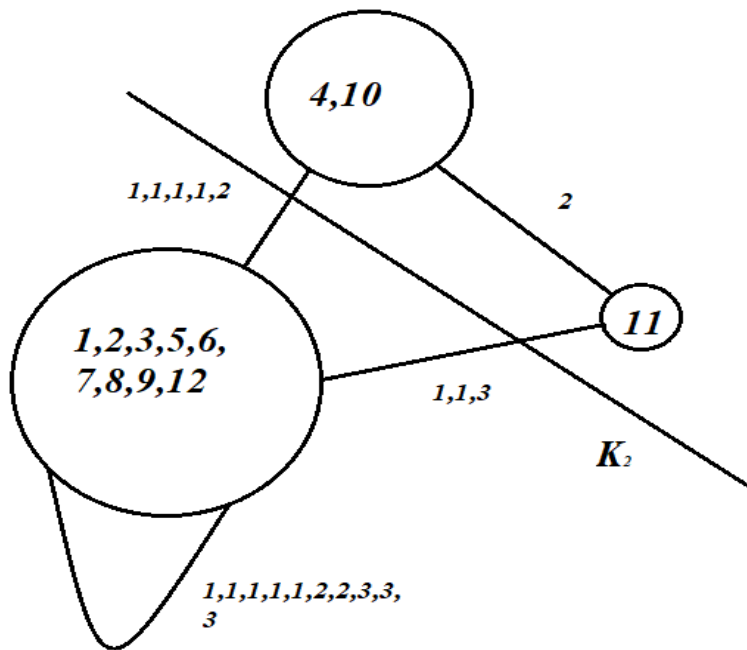
1. Проводим разрез $K1 = (\{s\}, X \setminus \{s\})$



2. Находим $Q1 = \max[q_{ij}] = 4$

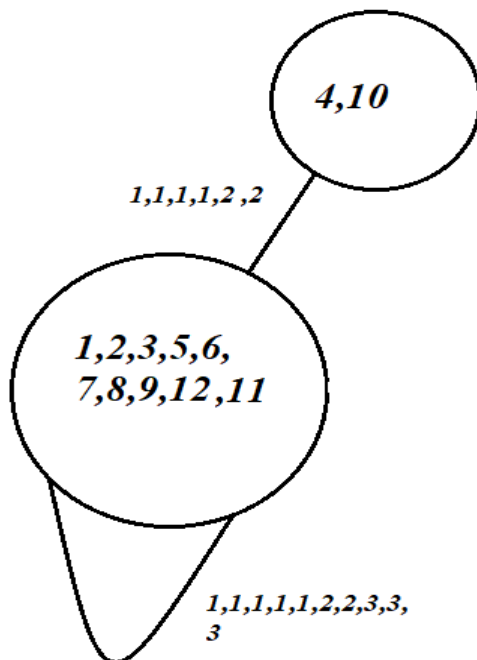
3.Закорачиваем все ребра графа (x_i, x_j) с $q_{ij} \geq Q_1$

4.Это ребра $(1, 2), (2, 3), (2, 8), (8, 5), (3, 12), (5, 9), (5, 6), (6, 7), (8, 6), (6, 9)$. Получаем новый граф и проводим разрез K_2



5. Находим $Q_2 = \max[q_{ij}] = 3$

6.Закорачиваем все ребра графа (x_i, x_j) с $q_{ij} \geq Q_2$



7. Вершины s-t(1-11) объединены. Пропускная способность искомого пути $Q(P) = 3$

8. Строим граф, вершины которого – вершины исходного графа, а ребра – ребра с пропускной способностью $q_{ij} \geq Q(P)=3$

