Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №5
«Численное дифференцирование
и задача Коши»
Вариант
«Метод Рунге-Кутты 4-го порядка»

Группа: P32312

Выполнил:
Воронин И.А.

Проверила:
Перл О.В.

Санкт-Петербург
2023

Описание метода

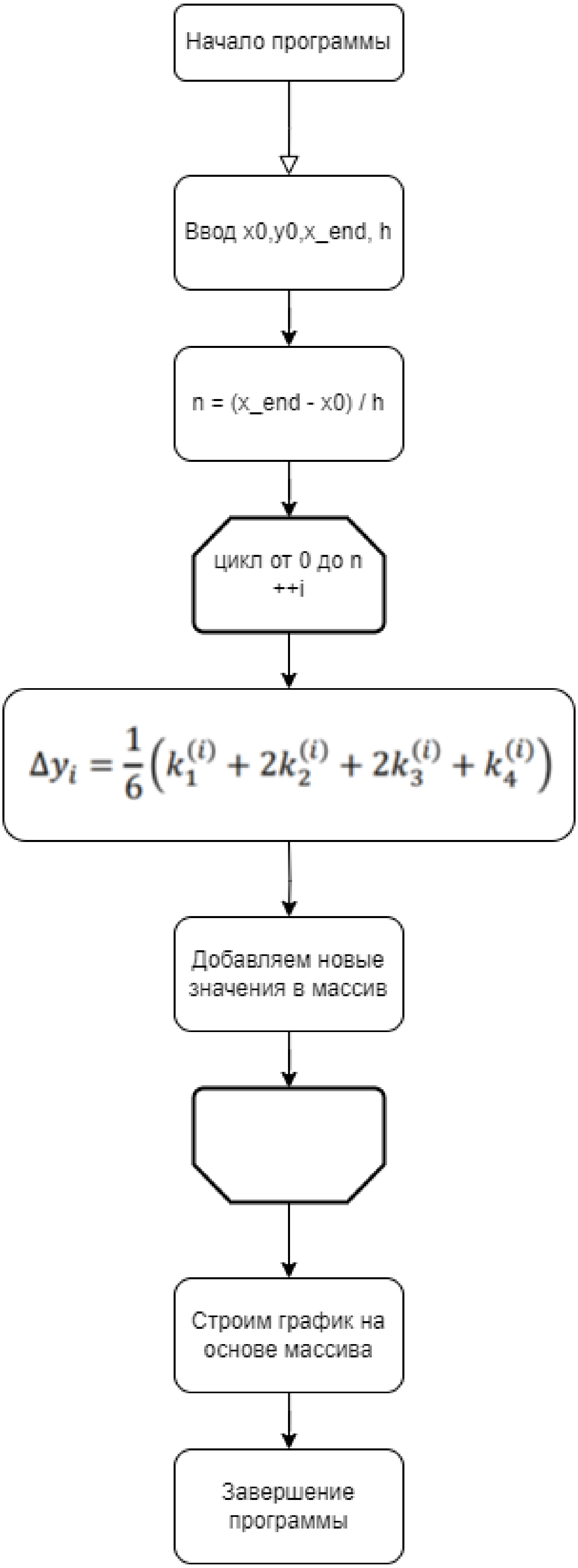
Метод Рунге-Кутты 4-го порядка – метод заключается в том, что на каждом шаге мы берем несколько приближенных значений функции, это позволяет уменьшить погрешность решения.

Рабочая формула метода:

$$\Delta y_i = \frac{1}{6}\left(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}\right) (i = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\left.\begin{aligned} k_1^{(i)} &= hf(x_i, y_i), \\ k_2^{(i)} &= hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1^{(i)}}{2}) \\ k_3^{(i)} &= hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2^{(i)}}{2}) \\ k_4^{(i)} &= hf(x_i + h, y_i + k_3^{(i)}) \end{aligned}\right\}$$

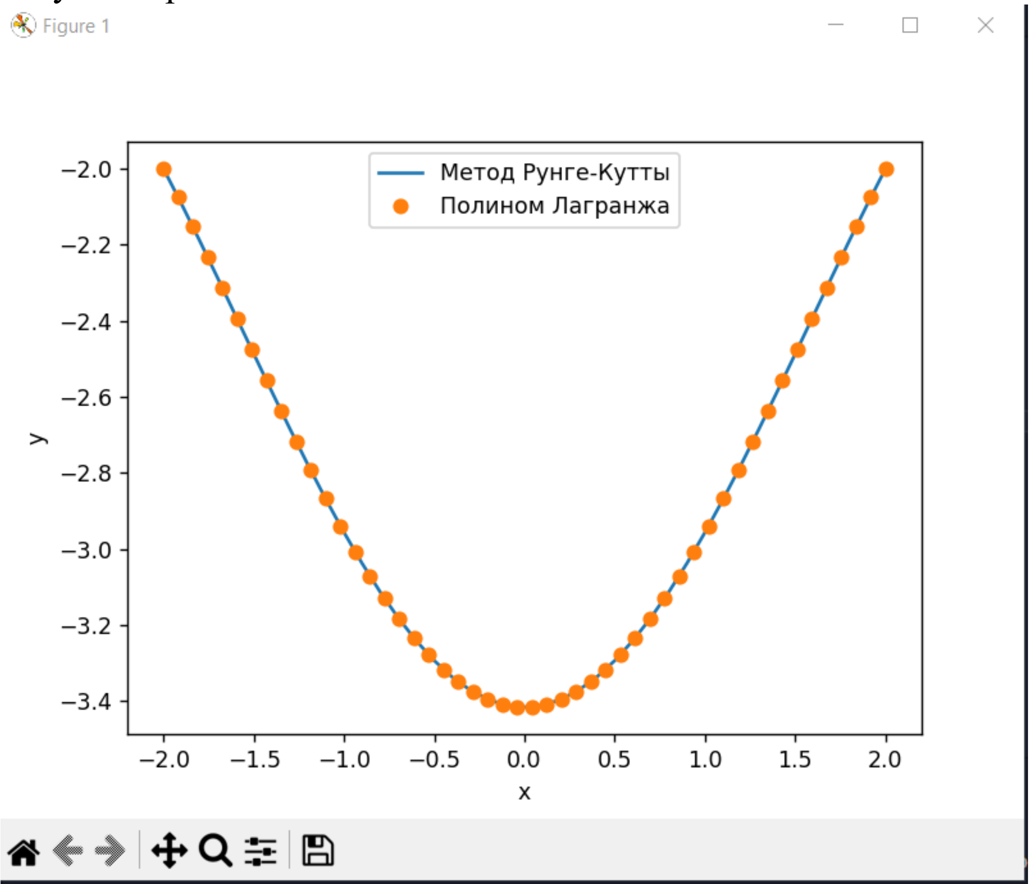
Блок-схема:


Начало программы
Ввод x0,y0,x_end, h
n = (x_end - x0) / h
цикл от 0 до n
++i
$\Delta y_i = \frac{1}{6}\left(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}\right)$
Добавляем новые значения в массив
Строим график на основе массива
Завершение программы

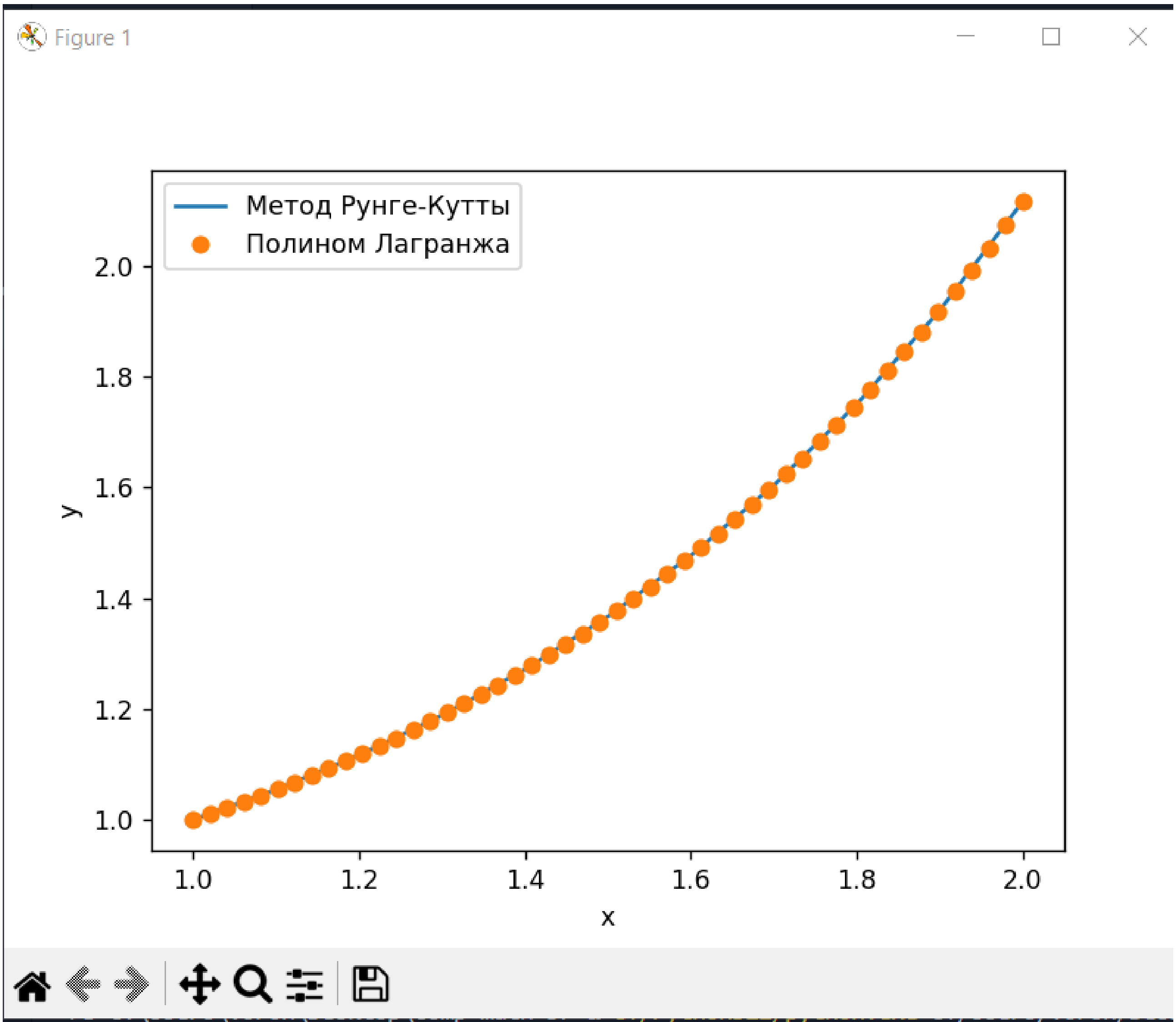
Листинг численного метода:

```python
def solve(x0, y0, x_end, h, f):

    n = int((x_end - x0) / h)

    x = [x0]
    y = [y0]

    for i in range(n):

        k1 = f(x[-1], y[-1])
        k2 = f(x[-1] + h/2, y[-1] + k1*h/2)
        k3 = f(x[-1] + h/2, y[-1] + k2*h/2)
        k4 = f(x[-1] + h, y[-1] + k3*h)

        y_next = y[-1] + (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/6 * h

        x.append(x[-1] + h)
        y.append(y_next)

    return x, y
```

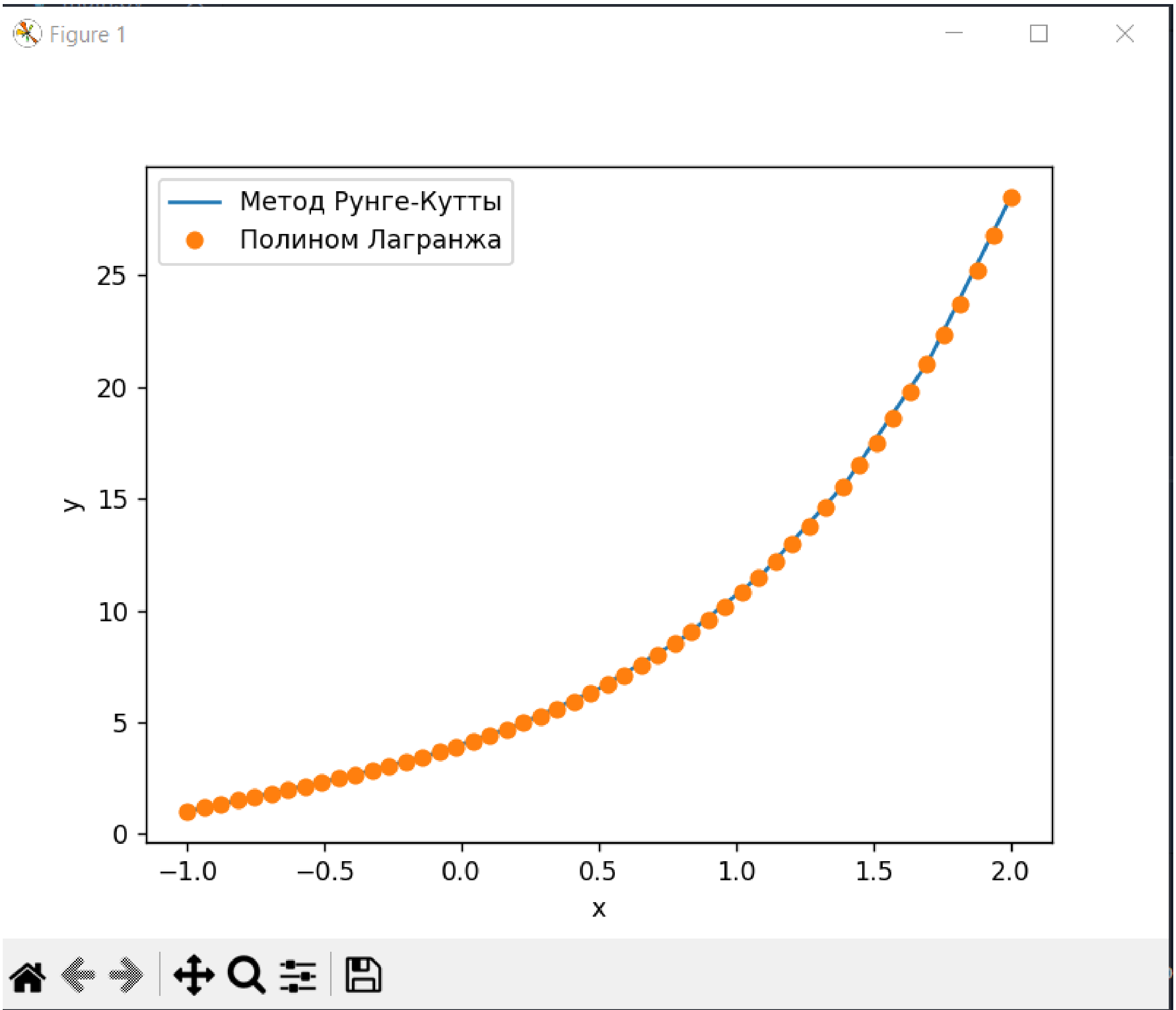
Результат работы:




```
    1. y' = cos(x) - y
    2. y' = sin(x)
    3. y' = xy/2
    4. y' = y - 2x/y
    5. y' = x + y

Номер функции: 2
x начальное значение: -2
y начальное значение: -2
x конечное значение: 2
Шаг: 0.1
```




```
    1. y' = cos(x) - y
    2. y' = sin(x)
    3. y' = xy/2
    4. y' = y - 2x/y
    5. y' = x + y

Номер функции: 3
x начальное значение: 1
y начальное значение: 1
x конечное значение: 2
Шаг: 0.1
```




```
    1. y' = cos(x) - y
    2. y' = sin(x)
    3. y' = xy/2
    4. y' = y - 2x/y
    5. y' = x + y

Номер функции: 4
x начальное значение: -1
y начальное значение: 1
x конечное значение: 2
Шаг: 0.3
```

Вывод

Метод Рунге-Кутты 4-го порядка имеет хорошую точность по сравнению с методом Эйлера, применим для переменного шага, но затрачивает много ресурсов.