

Лекция 01. Предмет механики. Кинематика и динамика. Основные физические модели. Кинематика материальной точки, средняя и мгновенная скорость Ускорение. Способы описания движения. Теорема сложения скоростей и преобразования Галилея.

Штыгашев А.А.

Новосибирск, НГТУ

Введение

Физика – наука, изучающая простейшие и вместе с тем наиболее общие свойства и законы движения окружающих нас объектов материального мира.

Объекты материального мира и есть **материя**, которая дается нам в ощущениях и существующая независимо от них.

Неотъемлемый атрибут материи и форма её существования является движение (как любое изменение состояния материи).

В Физике изучаются различные формы движения материи.

Материя разделяется на вещество и поле.

- Вещество – это все окружающие нас тела, которые мы можем наблюдать.
- Поля – объекты, посредством которых происходят различные взаимодействия, эти поля можно наблюдать опосредованно при помощи приборов или по движению вещества.

Всякие изменения с телами или полями мы будем называть **событиями**.

События происходят в пространстве и во времени.

Под пространством мы будем понимать как **фундаментальную структуру координации материальных объектов** (взаимное расстояние и их ориентацию между телами).

Масштабы Пространства от 10^{-15}м (размеры ядра атома) до 10^{26}м (диаметр Вселенной)

Время в Физике понимается как **фундаментальная структура координации состояний материальных объектов** (форма последовательность смены состояний материи).

Масштабы Времени от 10^{-18}с (длительность процессов в атоме) до 10^{18}с (время существования Вселенной).

Понятия Физики и её законы лежат в основе всего Естествознания.

В своей основе Физика является **экспериментальной** наукой, её законы базируются на фактах, установленных опытным путем.

Доказательством справедливости закона служит только **эксперимент**.

В соответствии с многообразием форм движения Физика подразделяется на ряд разделов. Это разделение неоднозначно, его можно проводить по разным критериям.

В нашем курсе мы будем изучать:

Семестр 2.

- 1. Механику;
- 2. Молекулярную физику и термодинамику;
- 3. Электричество
- 4. Магнетизм
- 5. Электромагнетизм

Семестр 3

- 6. Колебания и волны
- 7. Оптику
- 8. Квантовую физику
- 9. Атомную и ядерную физику

Механика – это наука о механическом движении материальных тел и происходящих при этом взаимодействиях между ними.

Результатом **механического взаимодействия** является изменение состояния движения или деформация тел.

Под **механическим** движением понимают изменение с течением времени взаимного положения тел или их частей в пространстве.

Введение

Физическое тело - материальный объект, состоящий из вещества, имеющий массу, форму, объём, заряд и т.п.; отделенный от других тел внешней границей раздела.

Совокупность тел, выделенных для рассмотрения, называется **механической системой**.

Реальные объекты изучения механики и их движения обычно весьма сложны.

Поэтому для упрощения физического и математического описания этих объектов широко применяют принцип моделирования. Наиболее часто используются такие физические модели как

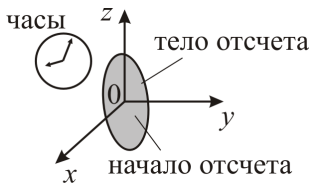
- **материальная точка**
- **абсолютно твердое тело**
- **непрерывная деформируемая среда.**

Для описания механического движения используют физические модели, например, материальная точка и абсолютно твердое тело.

Тело, размерами и формой которого пренебрегают в условиях данной задачи, называется **материальной точкой**.

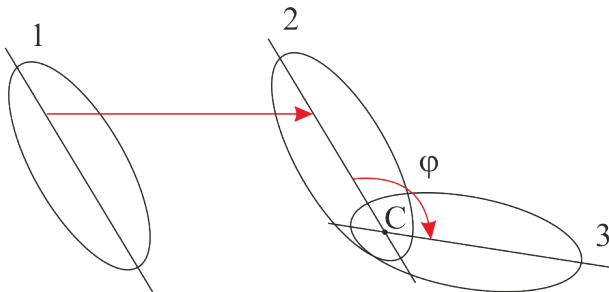
Абсолютно твердым телом называют тело, расстояние между любыми двумя точками не изменяются в процессе движения.

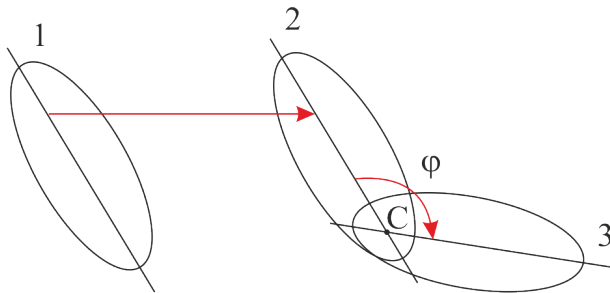
Всякое механическое движение относительно, поэтому необходимо всегда указывать относительно каких тел рассматривается движение выбранной системы (тела), т.е. необходимо указать систему отсчета.



Система отсчета – это тело с которым жестко связана система координат и часы и по отношению к которому рассматривается движение (или равновесие) механической системы.

Всякое движение системы (тела) можно разложить на **поступательное** и **вращательное**.





- **Поступательное движение** – это движение, при котором любая прямая, связанная с движущимся телом остается параллельной самой себе.
- **Вращательное движение** – это движение при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

Наш мир трехмерен.

Число независимых координат описывающих положение системы называется **числом степеней свободы**.

Механика подразделяется на:

- 1. Кинематику.
- 2. Динамику.

Кинематика – это раздел механики, в котором изучаются свойства движения тел без учета их массы и действующих на них сил.

В зависимости от свойств изучаемых объектов кинематика подразделяется на:

- 1. Кинематику материальной точки
- 2. Кинематику абсолютно твердого тела;
- 3. Кинематику непрерывной деформируемой среды.

Кинематика материальной точки

Число степеней свободы i материальной точки движущейся:

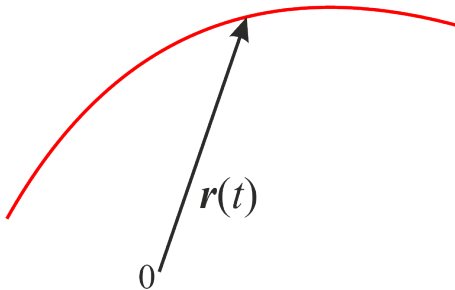
- вдоль линии – $i = 1$,
- по поверхности – $i = 2$,
- в пространстве – $i = 3$.

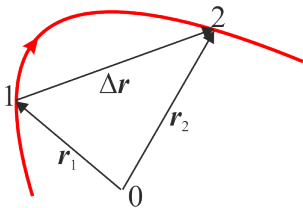
Закон движения – положение материальной точки в пространстве в любой момент времени $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ – можно определить:

- векторным способом;
- координатным способом;
- естественным способом.

1. Векторный способ

Для этого надо указать начало отсчета и провести радиус-вектор $\mathbf{r}(t)$.





Вектор $\Delta \mathbf{r}$, соединяющий начальное 1 и конечное 2 состояния частицы называют вектором перемещения или перемещением $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$.

Быстрота перемещения частицы определяется её скоростью.

Мгновенная скорость частицы определяется в виде

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} \quad (1)$$

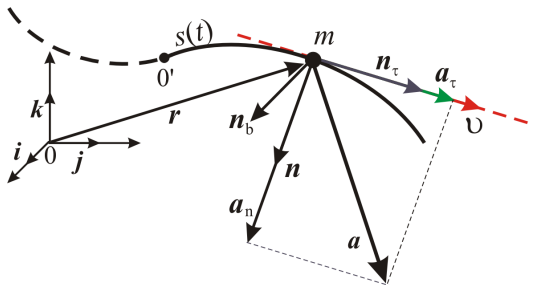
Быстрота изменения скорости частицы определяется её **ускорением**.
Мгновенное ускорение частицы определяется в виде

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} \quad (2)$$

Линию, которую описывает частица в процессе движения, называют **траекторией**

Пусть в момент t материальная точка характеризуется ускорением $\mathbf{a}(t)$ представим это ускорение как векторную сумму тангенциального $\mathbf{a}_\tau(t)$ и нормального ускорения $\mathbf{a}_n(t)$

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{a}_\tau(t) + \mathbf{a}_n(t)$$



Векторы нормального базиса

Единичные векторы нормального базиса в каждой точке на кривой определяются

- Единичный вектор касательной к траектории $\mathbf{n}_\tau = \frac{d\mathbf{r}}{ds}$
- Единичный вектор нормали к траектории $\mathbf{n}_\tau = \frac{d\mathbf{n}_\tau}{|d\mathbf{n}_\tau|}$
- Единичный вектор бинормали (кручения) траектории

$$\mathbf{n}_b = \mathbf{n}_\tau \times \mathbf{n}$$

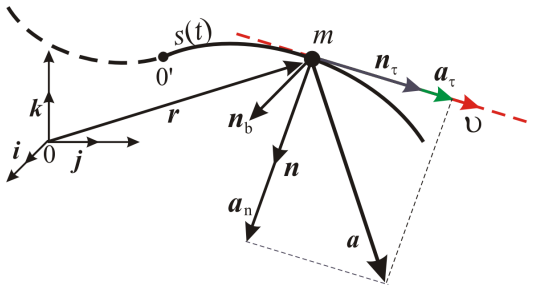
Тангенциальное (касательное) ускорение

Изменение скорости по **величине** характеризует тангенциальное (касательное) ускорение

$$\mathbf{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \mathbf{n}_\tau \quad (3)$$

и направлено вдоль касательной к траектории.

$$a_\tau = \mathbf{a} \mathbf{n}_\tau$$

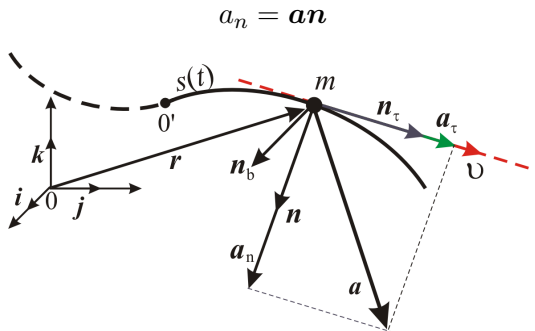


Нормальное ускорение

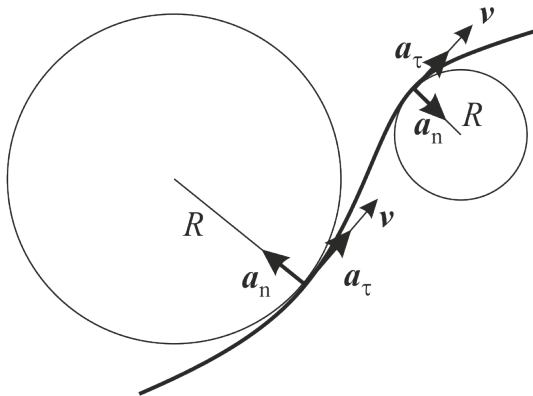
Изменение скорости по **направлению** называется нормальным ускорением

$$\mathbf{a}_n = v \frac{d\mathbf{e}_v}{dt} \equiv v \frac{d\mathbf{n}_\tau}{dt} \quad (4)$$

и направлено вдоль радиуса кривизны к центру кривизны, т.е. перпендикулярно касательной к траектории в данной точке.



Локальным радиусом кривизны траектории называется радиус окружности (называемой окружностью кривизны), которая касается кривой траектории с точностью до бесконечно малых второго порядка. Центр окружности кривизны (центр кривизны) лежит на прямой, проходящей через вектор нормали \mathbf{n} со стороны вогнутости траектории.



Нормальное ускорение есть

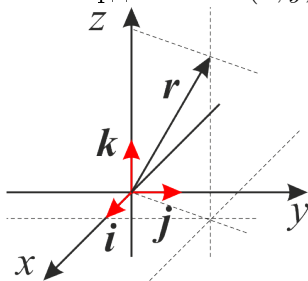
$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad (5)$$

где R есть радиус кривизны траектории и направлено перпендикулярно касательной к траектории частицы и к центру кривизны траектории.

2. Координатный способ

Координаты - упорядоченный набор чисел, задание которых определяется положение точки в пространстве.

Декартовой системой координат называют тройку взаимно перпендикулярных прямых (осей), пересекающихся в одной точке (начало координат), относительно которых положение точки определяется координатами (x, y, z) .



$$\mathbf{r}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (6)$$

где \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} – орты (единичные вектора), направленные вдоль соответствующих осей.

Радиус-вектор \mathbf{r} , проведенный из начала координат $(0, 0, 0)$ в точку (x, y, z) определяется так:

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \equiv x(t)\mathbf{e}_x + y(t)\mathbf{e}_y + z(t)\mathbf{e}_z \equiv r\mathbf{e}_r \quad (7)$$

где \mathbf{i} \mathbf{j} \mathbf{k} и \mathbf{e}_x \mathbf{e}_y \mathbf{e}_z - орты (единичные вектора), направленные вдоль соответствующих осей.

Длина радиус-вектора \mathbf{r} есть

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (8)$$

где проекции радиус-вектора на оси координат и есть задание **закона движения координатном виде**

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \quad (9)$$

$$v_x = \dot{x} = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \dot{y} = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \dot{z} = \frac{dz}{dt}$$

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (10)$$

$$\mathbf{v} = v \mathbf{e}_v, \quad \mathbf{e}_v = \mathbf{v}/v \quad (11)$$

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}, \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (12)$$

$$a_x = \ddot{x} = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \ddot{y} = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \ddot{z} = \frac{dv_z}{dt}$$

$$\mathbf{a} = a \mathbf{e}_a, \quad \mathbf{e}_a = \mathbf{a}/a \quad (13)$$

Тангенциальное (касательное) ускорение

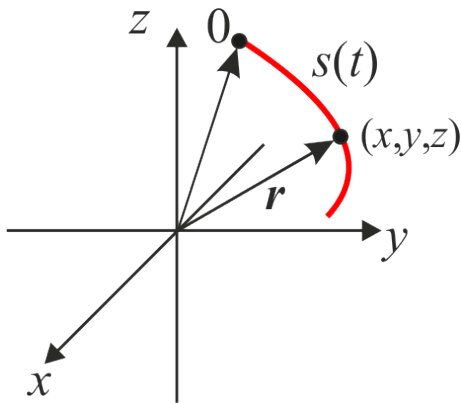
Далее мы будем рассматривать важнейший случай - движение частицы в плоскости (плоское движение)

Для криволинейной плоской траектории скорость точки может изменяться как по величине, так и по направлению.

$$\mathbf{v} = v\mathbf{e}_v, \quad \mathbf{e}_v = \mathbf{v}/v \quad (14)$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{e}_v \frac{dv}{dt} + v \frac{d\mathbf{e}_v}{dt} \equiv \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n \quad (15)$$

3. Естественный способ описания движения



Линию, которую описывает частица в процессе движения, называют **траекторией**, а длина этой линии $s(t)$ есть **длина пути**.

Траектория, лежащая в плоскости, называется **плоской траекторией**, в противном случае траектория называется **пространственной**.

Используется когда известен закон движения:

- Задаем траекторию движения $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$.
- Задаем начало отсчета 0, от которой отсчитывается длина пути $s(t)$ до положения точки в момент времени t ;
- Определяем положительное направление вдоль траектории.
- Определяем начальный момент времени
- Определяем закон движения $s(t)$ (длина пути).

Скорость материальной точки определяется так

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta s} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \boldsymbol{e}_v \frac{ds}{dt} \quad (16)$$

Модуль скорости v частицы есть производная длины пути s по времени t или **путевая скорость**, т.е.

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (17)$$

Длина пути s является положительной неубывающей функцией времени. Путь Δs , пройденный вдоль траектории за время Δt равен (положительная величина)

$$\Delta s = \int_t^{t+\Delta t} v(t') dt'$$

где $v(t)$ - модуль вектора скорости.

Средней скоростью (**средняя путевая** скорость) $\bar{v} \equiv \langle v \rangle$ называют отношение длины пройденного пути ко времени движения

$$\bar{v} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v(\tau) d\tau = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \frac{ds}{d\tau} d\tau = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_1^2 ds = \frac{s}{t_2 - t_1} \quad (18)$$

Принцип независимости движения (принцип суперпозиции)

Если тело участвует в нескольких движениях, то ее результирующее движение равно векторной сумме перемещений, обусловленных каждым из этих движений в отдельности.

$$d\mathbf{r} = d\mathbf{r}_1 + d\mathbf{r}_2 + \dots + d\mathbf{r}_N \quad (19)$$

а также

$$d\mathbf{v} = d\mathbf{v}_1 + d\mathbf{v}_2 + \dots + d\mathbf{v}_N \quad (20)$$

Принцип суперпозиции

Принцип суперпозиции (наложения) – общий физический принцип - результирующий эффект воздействия нескольких процессов представляет собой сумму эффектов, вызываемых каждым воздействием в отдельности при условии, что последние взаимно не влияют друг на друга.

Прямая задача механики

Различают прямую и обратную задачи механики.

Прямая задача заключается в следующем – по известному закону движения

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (21)$$

определить скорость и ускорение

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (22)$$

Обратная задача механики

Обратная задача заключается в следующем – по известным скорости и ускорения и начальным условиям $\mathbf{r}(t_0), \mathbf{v}(t_0)$ найти закон движения $\mathbf{r}(t)$ (задача предсказания прогноза — важнейшая задача любой науки).

Пример решения обратной задачи: по известному ускорению $\mathbf{a}(t)$ и начальным условиям $\mathbf{r}(t_0), \mathbf{v}(t_0)$ найти закон движения $\mathbf{r}(t)$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \int_0^t \mathbf{a}(t') dt' \quad (23)$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \int_0^t \int_0^{t'} \mathbf{a}(t'') dt'' \quad (24)$$

В случае равноускоренного движения, формулы значительно упрощаются

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t \quad (25)$$

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2 \quad (26)$$

Обратная задача механики

Пример 1.1. Движение тела, брошенного под углом α к горизонту со скоростью \mathbf{v}_0 .

Дано: α , \mathbf{v}_0 . Дополняем: $\mathbf{r}_0 = (0, h) = 0\mathbf{i} + h\mathbf{j}$, $\mathbf{a} = (0, -g) = 0\mathbf{i} - g\mathbf{j}$

Найти: закон движения $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$.

Удобно использовать прямоугольную систему координат x, y тогда в проекциях запишем

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha, \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases} \quad (27)$$

закон движения в проекциях запишется так, что полностью решает задачу

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cos \alpha t, \\ y = y_0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad (28)$$

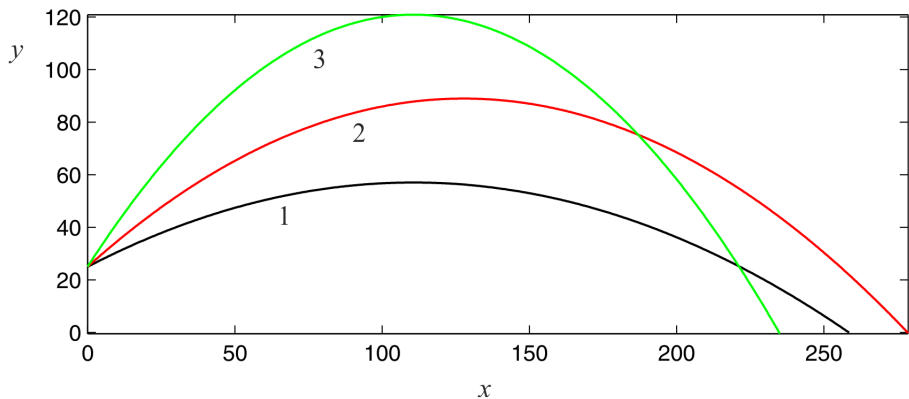
Используем данные задачи, запишем

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t, \\ y = h + v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad (29)$$

Максимальная высота y_{max} траектории тела определяется из условия $v_y = 0$ а дальность x_{max} определяется из условия $y = 0$ и равны

$$x_{max} = \frac{v_0^2}{g} \cos \alpha \left(\sin \alpha + \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{2gh}{v_0^2}} \right) \quad (30)$$

$$y_{max} = h + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (31)$$

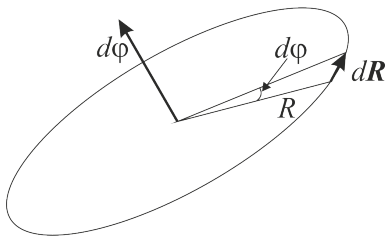


$x_0 = 0$ м, $y_0 = 25$ м, $v_0 = 50$ м/с.

- Траектория 1: $\alpha = 30^\circ$
- Траектория 2: $\alpha = 45^\circ$
- Траектория 3: $\alpha = 60^\circ$

Угловые характеристики движения частицы

Важным случаем является движение частицы по дуге окружности или по окружности. Удобно ввести угловые кинематические характеристики движения: перемещения (угол поворота) φ , скорости ω и ускорения ε .



Вектор углового перемещения $\Delta\varphi$ по величине равен $\Delta\varphi = \Delta R/R$, а направление осевого вектора $\Delta\varphi$ определяется правилом правого винта (буравчика).

Угловая скорость ω есть векторная величина, характеризующей быстроту изменения угла поворота радиус-вектора, равная

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (32)$$

Угловое ускорение ε есть векторная величина, характеризующей быстроту изменения угловой скорости частицы, равная

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad (33)$$

При равномерном движении частицы по окружности радиуса R , линейная скорость v связана с угловой ω так

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \omega R \quad (34)$$

Время полного оборота равно

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad (35)$$

Тангенциальное ускорение равно 0, а нормальное ускорение равно

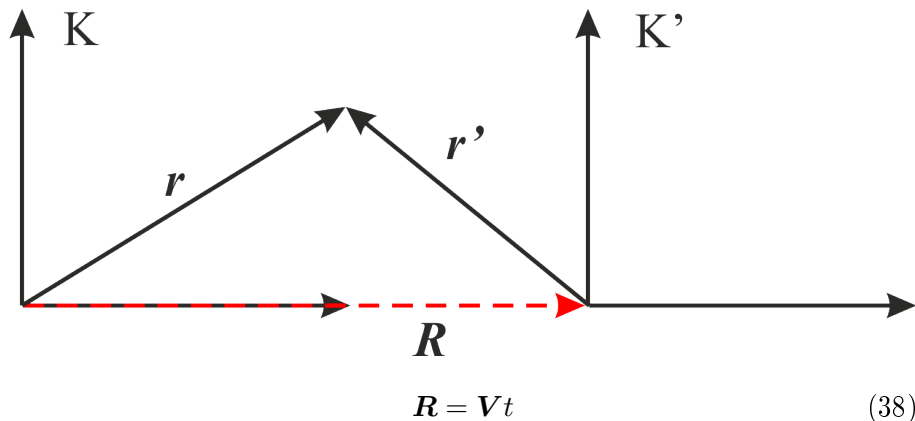
$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad (36)$$

Одно и тоже движение тела может записано по-разному в разных системах отсчета, поэтому выбирают такую систему, в которой движение тела описывается наиболее просто. Рассмотрим две системы отсчета K и K' и пусть система K' движется со скоростью \mathbf{V} относительно системы K . Радиус-вектор \mathbf{r} материальной точки в K и радиус-вектор \mathbf{r}' материальной точки в K' , тогда

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{R} \quad (37)$$

где \mathbf{R} - вектор соединяющий начала координат систем отсчета.

Рассмотрим частный случай, когда система K' движется вдоль оси X системы K со скоростью V и в начальный момент времени начала обеих систем отсчета совпадают.



$$\begin{cases} x = x' + Vt, \\ y = y', \\ z = z', \\ t = t'. \end{cases} \quad (39)$$

Последняя строчка системы есть важнейшее утверждение, явно введенное в оборот Ньютоном и утверждающая об абсолютности времени, то есть «...существует абсолютное время, которое течет всегда одинаково и равномерно»

Дифференцируем векторную сумму (37) и получаем закон сложения скоростей

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{V} \quad (40)$$

который часто используется при решении кинематических задач.
Здесь:

- \mathbf{v} скорость частицы в неподвижной системе K , которую называют **абсолютной** скоростью;
- \mathbf{v}' скорость частицы в подвижной системе K' , которую называют **относительной** скоростью;
- \mathbf{V} скорость системы K' относительно неподвижной системе K , которую называют **переносной** скоростью (скорость тела, находящегося в покое в системе K').

Различают классическую механику и релятивистскую механику. Критерием служит отношение скорости v движения тела к скорости света в вакууме c . Если $v \ll c$, то механика классическая, в противном случае – релятивистская, но всегда $v < c$.

ТЕСТ 1

Первую половину пути путник прошел со скоростью 4 км/ч, а вторую половину пути со скоростью 6 км/ч. Какова средняя скорость путника?