Обучение

ИЦ «Гевисста»

Артем Груздев

Прогнозное моделирование в R и Python

Модуль 3. Построение деревьев решений CART с помощью пакета R rpart

Москва — 2017

СОДЕРЖАНИЕ

Модуль 3 Построение деревьев решений CART с помощью пакета R rpart

Лекция 3.1. Знакомство с методом CART

Алгоритм метода CART был опубликован в 1984 году в книге «Classification and regression trees» («Деревья классификации и регрессии»), авторами которой являлись Лео Брейман (Калифорнийский университет в Беркли), Джером Фридман (Стэнфордский университет), Ричард Олшен (Калифорнийский университет в Беркли) и Чарльз Стоун (Стэнфордский университет).

Как уже ясно из названия, CART включает два вида анализа: деревья классификации для категориальных зависимых переменных и регрессионные деревья для количественных зависимых переменных. Эти виды анализа отличаются в деталях, но используют общий принцип. CART выполняет последовательные бинарные разбиения данных на основе выбранного критерия. В отличие от CHAID, в CART для выбора предиктора расщепления не применяются статистические критерии. Вместо этого в каждом узле при расщеплении данных используется предиктор, обеспечивающий наибольшее улучшение по выбранному критерию. Ключевой элемент в методе CART – это отсечение ветвей дерева, известный под названием «отсечение с минимизацией стоимости-сложности» (minimal cost-complexity pruning). Деревья, построенные с помощью метода CART, имеют тенденцию быть слишком большими, а результаты не повторяются с необходимой степенью устойчивости. Авторы метода пришли к выводу, что если разрешить построение максимально большого дерева, но затем отсечь его ветви, используя более сложный критерий, то в результате будет построено меньшее дерево лучшего качества. Построение дерева с последующим отсечением его ветвей стало основой метода CART.

3.1.1. Описание алгоритма

Алгоритм CART строит дерево, итеративно применяя к каждому узлу, начиная с корневого, процедуры выбора наилучшего расщепления предиктора, выбора наилучшего расщепления узла и остановки. В качестве критерия расщепления алгоритм использует уменьшение неоднородности при разбиении родительского узла на дочерние узлы (см. раздел 3.1.2. *Неоднородность*).

Этап 1. Выбор наилучшего расщепления предиктора

1. Алгоритм начинает с поиска наилучшего расщепления для каждого предиктора. Для количественных и порядковых предикторов алгоритм выполняет сортировку значений в порядке возрастания. Затем алгоритм разбивает предиктор по всем возможным точкам расщепления (разделяющим значениям). Если имеются 6 различных значений возраста, они будут упорядочены и для них будет созданы 5 точек расщепления.

Например, есть значения возраста 18, 35, 20, 16, 11, 10. Они будут упорядочены: 10, 11, 16, 18, 20 и 35. Будет рассмотрено пять расщепляющих значений:

< 11 $s \geq 11$
< 16 $s \geq 16$
< 18 $s \geq 18$
< 20 $s \geq 20$
< 35 $s \geq 35$

Кроме того, часто применяется стратегия, когда в качестве возможной точки расщепления рассматривается среднее по каждой паре упорядоченных смежных значений. В данном случае точки расщепления будут выглядеть так:

$<10{,}5$ $s \geq 10{,}5$
$<13{,}5$ $s \geq 13{,}5$
<17 $s \geq 17$
<19 $s \geq 19$
$<27{,}5$ $s \geq 27{,}5$

Именно эта стратегия используется в пакете R `rpart`.

Для номинального предиктора его категории делятся всеми возможными способами на две группы.

В каждой возможной точке расщепления переменной вся выборка наблюдений гипотетически разбивается на два дочерних узла: левый и правый. Все наблюдения, у которых значение предиктора меньше разделяющего значения, относятся в левый дочерний узел. Все наблюдения, у которых значение предиктора больше или равно разделяющему значению, относятся в правый дочерний узел.

2. Алгоритм вычисляет уменьшение неоднородности для каждой точки расщепления.

3. В качестве наилучшей точки расщепления предиктора алгоритма выбирается точка расщепления, дающая наибольшее уменьшение неоднородности при разбиении родительского узла на дочерние узлы.

Вышеописанные шаги повторяются для всех остальных переменных.

Этап 2. Выбор наилучшего расщепления узла

1. Из наилучших точек расщеплений предикторов, полученных на первом этапе, алгоритм выбирает точку расщепления, максимизирующее уменьшение неоднородности (проще говоря, из лучших расщеплений выбираем лучшее).
2. Алгоритм расщепляет узел, используя найденную для него наилучшую точку расщепления, если это позволяют правила остановки. Обратите внимание, что каждый предиктор может неоднократно использоваться для расщепления в ветви дерева. Например, может быть выполнено расщепление по переменной *Возраст* в значении 60 лет, а затем в узле-потомке снова может быть выполнено расщепление по этой переменной. Таким образом, могут моделироваться сложные зависимости между непрерывным предиктором и зависимой переменной, несмотря на то что выполняются только бинарные расщепления.

Этап 3. Остановка

Алгоритм проверяет, нужно ли прекратить построение дерева, в соответствии со следующими правилами остановки.
1. Если узел стал однородным, то есть все наблюдения в узле имеют одинаковые значения зависимой переменной, узел не разбивается.
2. Если при выполнении разбиения уменьшение ошибки модели становится меньше порогового значения штрафа за сложность, процесс построения дерева останавливается.
3. Если количество наблюдений в родительском узле меньше заданного пользователем минимума наблюдений в родительском узле, узел не разбивается.
4. Если минимальное количество наблюдений в терминальном узле меньше заданного пользователем минимума наблюдений в терминальном узле, узел не разбивается.
5. Если текущая глубина дерева достигает заданной пользователем максимальной глубины дерева, процесс построения дерева останавливается.

ПРИМЕЧАНИЕ

В пакете R `rpart` с помощью ряда параметров вспомогательной функции `rpart.control` можно изменить некоторые вышеперечисленные правила остановки:

- `cp` задает штраф за сложность, если разбиение уменьшает ошибку модели на значение, меньшее порогового значения `cp`, оно не принимается и дерево останавливается в росте;
- `minsplit` задает минимальное количество наблюдений в родительском узле перед расщеплением, по умолчанию 20;
- `minbucket` задает минимальное количество наблюдений в терминальном узле, по умолчанию используется округленное значение `minsplit/3`;
- `maxdepth` задает максимальную глубину дерева (количество уровней дерева, лежащих ниже корневого узла), по умолчанию равна 30.

3.1.2. Неоднородность

При построении дерева CART расщепляет узел на дочерних узла по предиктору, который обеспечивает наибольшее уменьшение неоднородности, для этого неоднородность родительского узла сравнивается со взвешенным средним значением неоднородностей дочерних узлов:

$$\Delta i = i_P - \left(\frac{n_L}{n_P} i_L + \frac{n_R}{n_P} i_R\right)$$

где:

Δi – уменьшение неоднородности;
i_P – неоднородность родительского узла;
$\left(\frac{n_L}{n_P} i_L + \frac{n_R}{n_P} i_R\right)$ – взвешенное среднее значение неоднородностей дочерних узлов:
n_L – количество наблюдений в левом дочернем узле;
n_R – количество наблюдений в правом дочернем узле;
n_P – количество наблюдений в родительском узле;
i_L – неоднородность левого дочернего узла;
i_R – неоднородность правого дочернего узла.

Применительно к дереву классификации CART под неоднородностью понимается неоднородность распределения классов зависимой переменной в узле. Однородным узлом является тот, в котором все наблюдения относятся к одному и тому же классу зависимой переменной, в то время как узел с максимальной неоднородностью содержит равное количество наблюдений во всех классах зависимой переменной. Допустим, есть узел, он содержит 6 наблюдений, относящимся к одному из двух классов. Максимальная неоднородность в узле будет достигнута при разбиении его на два класса по 3 наблюдения в каждом, а минимальная неоднородность – при разбиении на 6 наблюдений одного класса и 0 наблюдений другого класса.

Рис. 3.1 Примеры, иллюстрирующие минимальную и максимальную неоднородность

Наиболее популярная мера неоднородности для деревьев классификации – **мера Джини**. В основе меры Джини лежат возведенные в квадрат вероятности, с которыми наблюдения будут отнесены к каждому классу зависимой переменной.
Общая формула для вычисления меры Джини выглядит так:

$$Gini(t) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k^2$$

где:
K – количество классов зависимой переменной;
k – класс зависимой переменной;
p_k – вероятность k-того класса зависимой переменной в t-ом узле.

Для бинарной зависимой переменной мера Джини принимает вид:

$$Gini(t) = 1 - p_1^2 - p_0^2$$

где:
p_1^2 – вероятность класса 1 (положительного класса) в t-ом узле;
p_0^2 – вероятность класса 0 (отрицательного класса) в t-ом узле.

Когда наблюдения в узле равномерно распределены по категориям, мера Джини принимает свое максимальное значение (для бинарной зависимой переменной максимальное значение меры Джини равно 0,5). Когда все наблюдения в узле принадлежат к одному и тому же классу, мера Джини равна 0.

Узел с распределением (1, 0)	Мера Джини = $1 - 1^2 - 0^2 = 0$
Узел с распределением (0,5, 0,5)	Мера Джини = $1 - 0{,}5^2 - 0{,}5^2 = 0{,}5$
Узел с распределением (0,7, 0,3)	Мера Джини = $1 - 0{,}7^2 - 0{,}3^2 = 0{,}42$

Кроме меры Джини часто используется энтропия. Она вычисляется по формуле:

$$E(t) = -\sum_{k=1}^{K} p_k \times log_2\, p_k$$

Обе меры показаны на рис. 3.2, где можно четко увидеть, что энтропия (Джини) минимальна, когда все наблюдения либо принадлежат отрицательному классу, либо принадлежат положительному классу, и максимальна в случае одинакового количества наблюдений каждого класса.

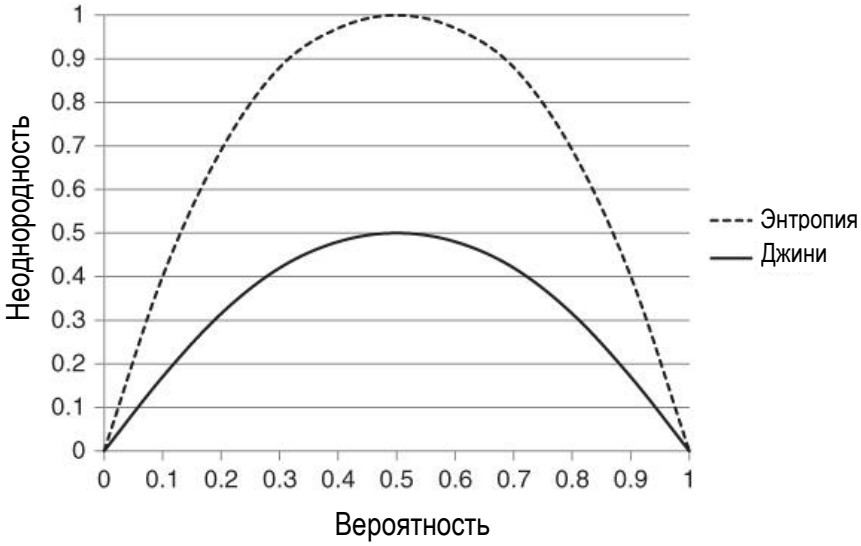


Рис. 3.2 Сравнение меры Джини и энтропии для двух классов

Применительно к дереву регрессии CART под неоднородностью понимается степень разброса значений количественной зависимой переменной вокруг среднего значения в узле. Более точно, речь идет о **среднеквадратичной ошибке** – сумме квадратов остатков (разностей между фактическими значениями зависимой переменной и ее средним значением) в конкретном узле, поделенной на количество наблюдений в этом узле.

$$MSE(t) = \frac{1}{n_t}\sum_i (y_{it} - \bar{y}_t)^2$$

где:

y_{it} – фактическое значение зависимой переменной для i-того наблюдения в t-ом узле;

$\bar{y}_t$ – среднее значение зависимой переменной для в t-ом узле;

n_t – количество наблюдений в t-ом узле.

3.1.3. Метод отсечения ветвей на основе меры стоимости-сложности с перекрестной проверкой

При использовании критерия неоднородности для построения дерева возникает следующая проблема. Увеличивая размеры дерева, почти всегда можно уменьшить неоднородность. Любое дерево будет иметь нулевую неоднородность, если оно построено достаточно большим. В частности, если в каждом терминальном узле имеется только одно наблюдение, то неоднородность равна нулю. По мере увеличения размеров дерево становится более сложным, а ошибка модели уменьшается. Однако в процессе построения дерева возникает момент, когда при расщеплении узла добавление переменной увеличивает сложность, но не уменьшает ошибку модели. Это ведет к построению излишне сложного, детализированного дерева, происходит переобучение модели. В итоге, несмотря на высокий процент правильных прогнозов, большие деревья из-за сложности дают статистически неустойчивые результаты. Поэтому необходимо найти баланс между сложностью и ошибкой модели.

Для решения этих проблем разработчики CART ввели меру стоимости-сложности, которая включает штраф, возрастающий с увеличением размера дерева. Эта функция для дерева (или его ветви) обычно выражается как

$$R_\alpha(T) = R(T) + \alpha |T|$$

где $R(T)$ – ошибка модели, рассчитанная по тем же данным, по которым строилось дерево; α – коэффициент штрафа; $|T|$ – количество терминальных узлов дерева (или ветви) T.

Дерево б*о*льшего размера будет иметь б*о*льшую меру стоимости-сложности за счет слагаемого $\alpha|T|$. Для того, чтобы мера стоимости-сложности улучшилась, ошибка модели («стоимость» ошибки) должна уменьшиться в большей степени, чем штраф за сложность (в пакете R `rpart` штраф за сложность регулируется параметром `cp`).

Мера стоимости-сложности была протестирована в качестве критерия построения дерева, однако авторы (Брейман, Фридман и др.) констатировали, что построенные таким способом деревья все еще не вполне удовлетворительны – они недостаточно стабильны. Решение этой проблемы привело, в свою очередь, к методу отсечения ветвей на основе критерия максимального уменьшения меры стоимости-сложности (cost-complexity pruning). Его суть сводится к следующему. Сначала строим максимально большое дерево (с небольшим числом наблюдений в узлах – от 1 до 5). Затем отсекаем у него ветви на основе меры стоимости-сложности. Выбираем простейшее дерево с наименьшим числом узлов, ошибка которого находится в пределах одной стандартной ошибки от минимальной ошибки, достигнутой на этапе построения дерева. В качестве ошибки для дерева классификации берется ошибка классификации, а для дерева регрессии таковой будет сумма квадратов остатков.

В дальнейшем этот метод был вновь усовершенствован авторами. В ходе экспериментов было установлено, что управление отсечением и отбор модели необходимо осуществлять, оценивая качество модели не на обучающей выборке, а на контрольных блоках перекрестной проверки (Лео Брейман рекомендовал использовать 10-блочную перекрестную проверку). Мы выбираем дерево, которое дает наименьшую кросс-валидационную ошибку. Кросс-валидационной ошибкой является ошибка классификации (для дерева классификации) или сумма квадратов остатков (для дерева регрессии), усредненная по всем контрольным блокам перекрестной проверки. Метод отсечения на основе меры стоимости-сложности с перекрестной проверкой как раз и реализован в пакете `rpart`.

3.1.4. Обработка пропущенных значений

В методе CART пропущенные значения обрабатываются с использованием переменных-суррогатов. Таким образом, если наблюдение имеет пропущенное значение в переменной, по которой осуществляется разбиение узла, то для выбора дочернего узла, к которому относится данное наблюдение, используется его значение для наилучшей переменной-суррогата. Наилучшей переменной-суррогатом является альтернативная предикторная переменная, дающая наиболее близкое (с использованием меры связи) разбиение к тому, которое дает исходный предиктор.

3.1.5. Иллюстрация работы метода CART на конкретных примерах

3.1.5.1. Дерево классификации

Предположим, есть данные по клиентам микрофинансовой организации и известно, выплатили они займ или нет (категориальная зависимая переменная *Просрочка*). Для удобства расчетов представим, что наш набор данных состоит всего из 5 наблюдений. В качестве потенциальных предикторов фигурируют две переменные: *Возраст* и *Пол*. Переменная *Пол* является номинальной, переменная *Возраст* является количественной. Необходимо классифицировать клиентов на тех, кто не уйдет в просрочку, и тех, кто уйдет в нее. Схематично наши исходные данные представлены на рис. 3.3.

Имеется набор данных (корневой узел)

Возраст	Пол	Наличие просрочки
70	Мужской	Да
64	Мужской	Да
69	Женский	Да
68	Мужской	Нет
65	Женский	Нет

УЗЕЛ 0

Просрочка		
Нет	2	40%
Да	3	60%

Рис. 3.3 Исходные данные перед началом работы CART (корневой узел)

На первом этапе (рис. 3.4) алгоритм CART ищет наилучшую точку расщепления по количественному предиктору *Возраст* (отсортировав значения по возрастанию) и номинальному предиктору *Пол*. В каждой рассматриваемой точке расщепления родительский узел гипотетически разбивается на два дочерних узла (в левый записываются наблюдения со значениями, которые меньше точки расщепления, в правый – наблюдения со значениями, которые больше или равны точке расщепления). Для каждой точки расщепления вычисляется уменьшение Джини – разность между мерой Джини для родительского узла и взвешенным средним значением мер Джини для дочерних узлов. Взвешенное среднее значение мер Джини для дочерних узлов рассчитывается следующим образом. Сначала вычисляются меры Джини для дочерних узлов, полученных при расщеплении. Затем мера Джини для левого дочернего узла умножается на вес левого дочернего узла (долю наблюдений в дочернем левом узле, взятую от общего количества наблюдений в родительском узле). Потом мера Джини для правого дочернего узла умножается на вес правого дочернего узла (долю наблюдений в дочернем правом узле, взятую от общего количества наблюдений в родительском узле). Наконец, произведения суммируются

и получается взвешенное среднее значение мер Джини для дочерних узлов. Все вышесказанное можно проиллюстрировать формулой:

$$\Delta Gini = Gini_P - \left(\frac{n_L}{n_P} Gini_L + \frac{n_R}{n_P} Gini_R\right)$$

где:

$\Delta Gini$ – уменьшение Джини;
$Gini_P$– мера Джини для родительского узла;
$\left(\frac{n_L}{n_P} Gini_L + \frac{n_R}{n_P} Gini_R\right)$– взвешенное среднее значение мер Джини для дочерних узлов:
n_L– количество наблюдений в левом дочернем узле;
n_R– количество наблюдений в правом дочернем узле;
n_P – количество наблюдений в родительском узле;
$Gini_L$– мера Джини для левого дочернего узла;
$Gini_R$– мера Джини правого дочернего узла.

Наилучшей точкой расщепления для каждого предиктора будет такая точка, которая дает наибольшее уменьшение Джини, т.е. обеспечивает максимальную разность между мерой Джини для родительского узла и взвешенным средним значением мер Джини для дочерних узлов.

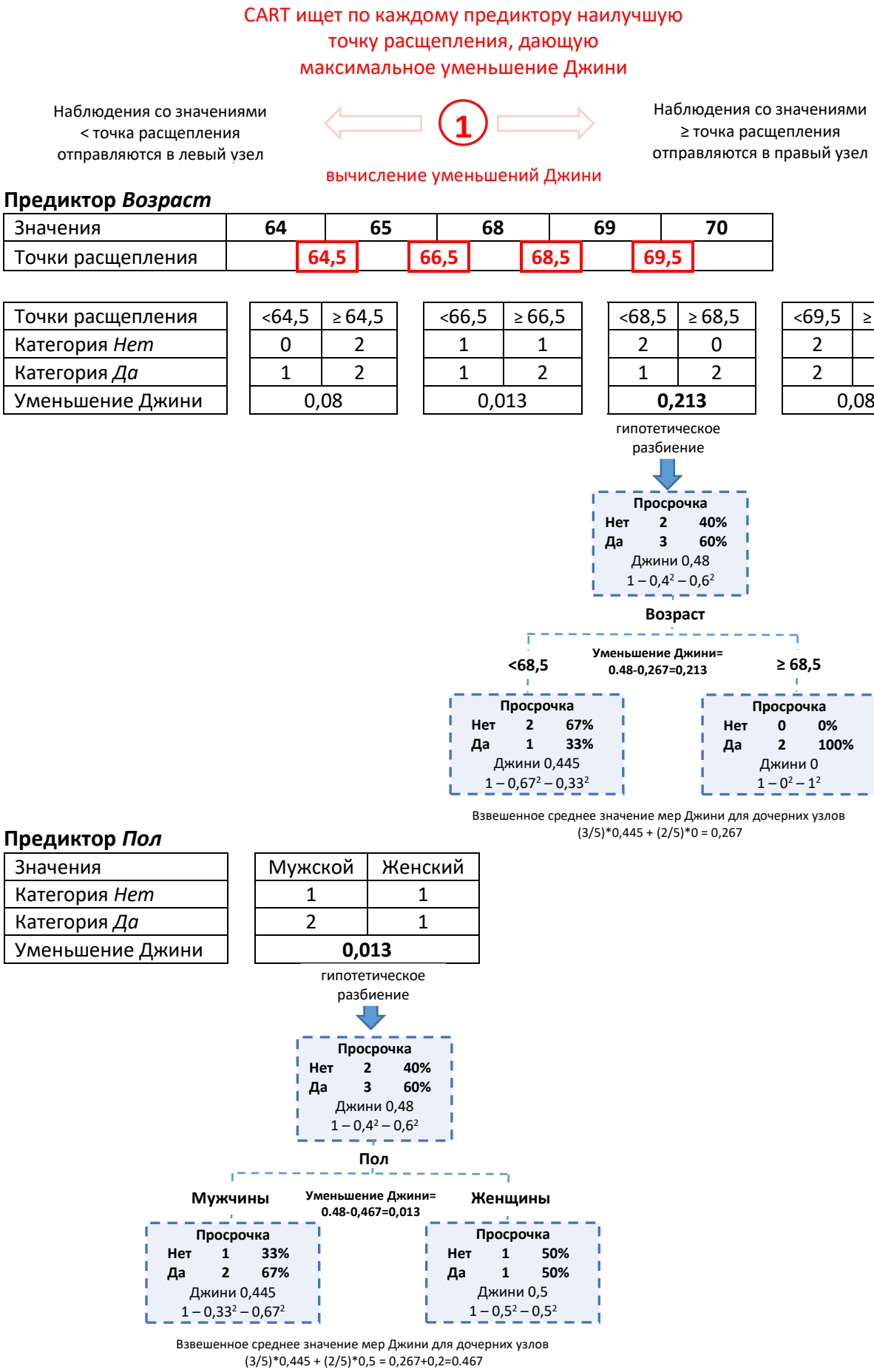


Рис. 3.4 Поиск наилучших расщеплений предикторов для корневого узла дерева классификации CART

Для предиктора *Возраст* наилучшей точкой расщепления становится точка 68,5, которая дает наибольшее уменьшение Джини, равное 0,213. Для предиктора *Пол* такой наилучшей точкой расщепления автоматически становится разбиение на мужчин и женщин.

На втором этапе (рис. 3.5) алгоритм CART выбирает наилучшую точку расщепления из набора наилучших точек расщепления, вычисленных по каждому предиктору на первом этапе, и разбивает по ней узел. Тем самым из максимальных уменьшений Джини, мы выбираем самое максимальное. В данном случае такой точкой будет точка 68,5, полученная для предиктора *Возраст*. Алгоритм записывает улучшение – вклад разбиения в уменьшение меры Джини, вычисленной для корневого узла. В данном случае улучшение равно найденному наибольшему уменьшению Джини.

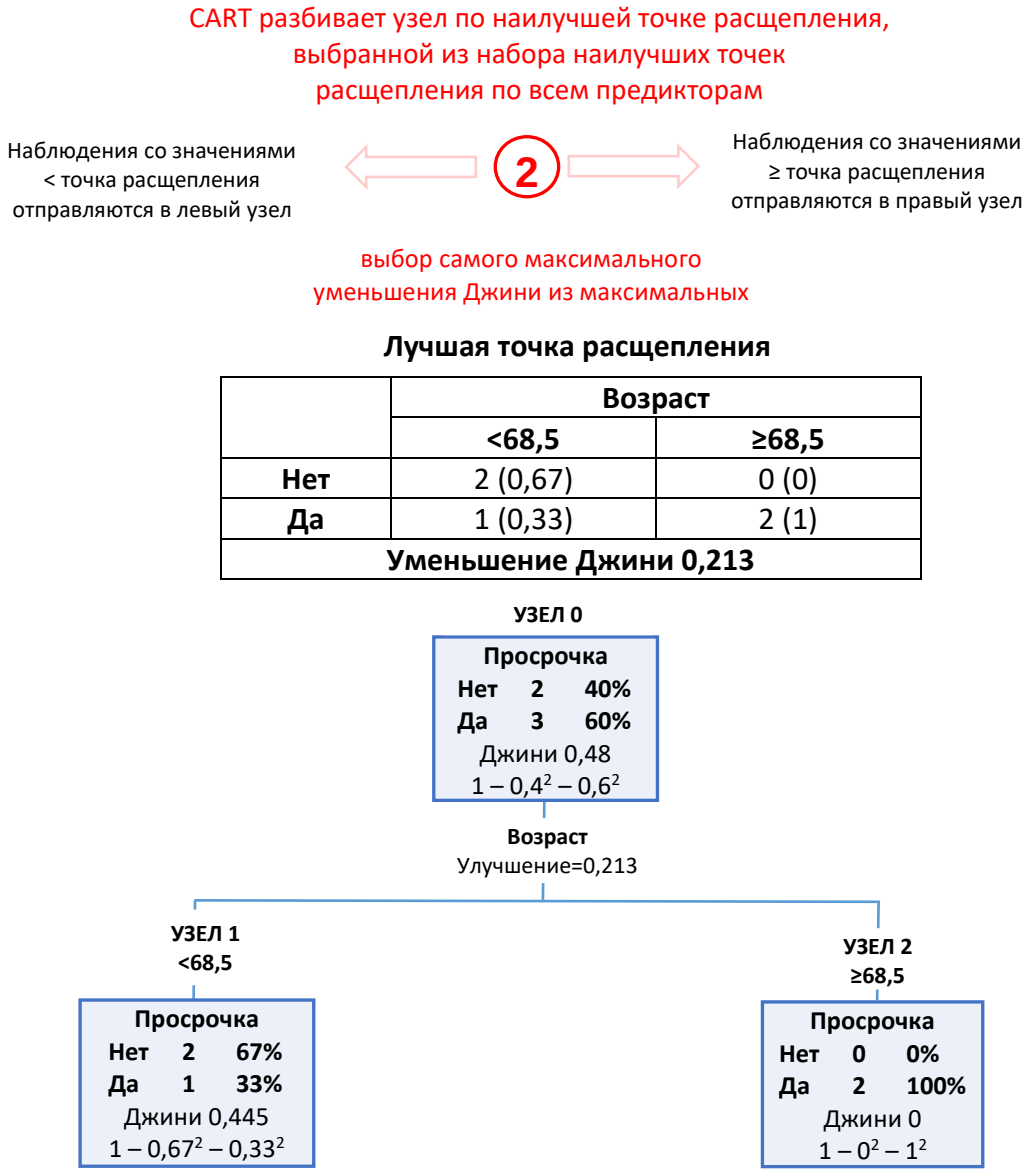


Рис. 3.5 Выбор наилучшего расщепления для корневого узла дерева классификации CART

Алгоритм спускается на уровень ниже и для полученных узлов 1 и 2 повторяет вышеописанные шаги. Сначала он берет узел 1 (рис. 3.6).

Имеется поднабор данных (узел 1)

Возраст	Пол	Наличие просрочки
64	Мужской	Да
68	Мужской	Нет
65	Женский	Нет

УЗЕЛ 1

Просрочка		
Нет	2	67%
Да	1	33%

Рис. 3.6 Поднабор данных (узел 1)

Снова для каждой точки расщепления по каждому предиктору вычисляется уменьшение Джини. Для каждого предиктора определяем точку расщепления, которая дает наибольшее уменьшение Джини.

Предиктор *Возраст*

Значения	**64**	**65**	**68**
Точки расщепления	**64,5**	**66,5**	

Точки расщепления	<64,5	≥ 64,5
Категория *Нет*	0	2
Категория *Да*	1	0
Уменьшение Джини	**0,445**	

<66,5	≥ 66,5
1	1
1	0
0,115	

Предиктор *Пол*

Значения	Мужской	Женский
Категория *Нет*	1	1
Категория *Да*	1	0
Уменьшение Джини	**0,115**	

Рис. 3.7 Поиск наилучших расщеплений предикторов для узла 1 дерева классификации CART

Снова выбираем наилучшую точку расщепления из набора наилучших точек расщепления, вычисленных по всем предикторам, и разбиваем по ней узел. Алгоритм вновь вычисляет улучшение. Здесь нам из меры Джини для корневого узла достаточно вычесть предыдущее улучшение, потому что, как мы мы увидим позднее, рассматриваемое разбиение является финальным.

Лучшая точка расщепления

	Возраст	
	<64,5	**≥64,5**
Нет	0 (0)	2 (1)
Да	1 (1)	0 (0)
Уменьшение Джини 0,445		

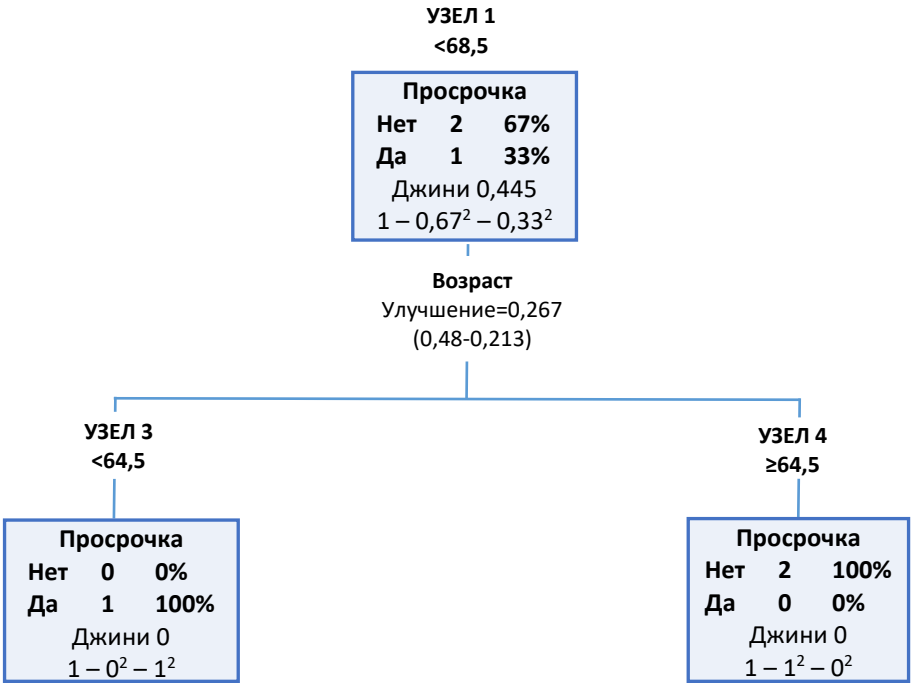


Рис. 3.8 Выбор наилучшего расщепления для узла 1 дерева классификации CART

Алгоритм рассматривает узел 2. Поскольку он является однородным, он не разбивается (срабатывает правило остановки) и становится терминальным узлом.

Алгоритм спускается на уровень ниже и рассматривает узлы 3 и 4. Поскольку узлы 3 и 4 тоже являются однородными, они не разбиваются (вновь срабатывает правило остановки) и становятся терминальными узлами.

Итоговое дерево классификации CART показано на рис. 3.9.

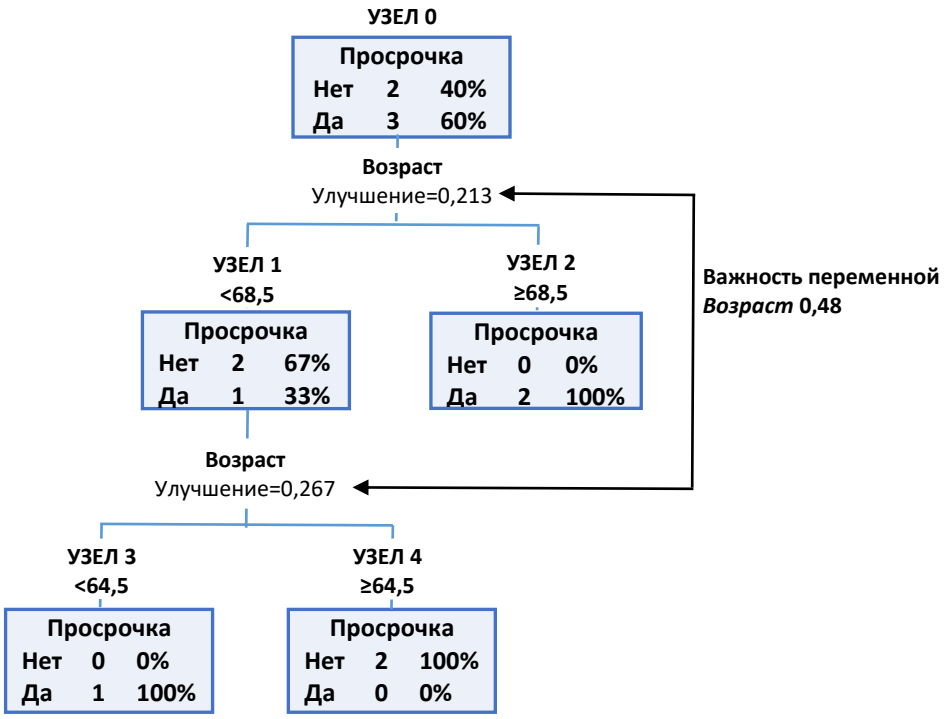


Рис. 3.9 Итоговое дерево классификации CART

На рис. 3.9 мы видим, как мера Джини для корневого узла, равная 0,48, складывается из улучшений 0,213 и 0,267. Обратите внимание, метод CART позволяет вычислить важности предикторов. Данная информация может быть полезна, когда у вас имеется большое количество переменных и необходимо выбрать наиболее важные для включения в прогнозную модель (например, в модель логистической регрессии). Важность предиктора – это сумма улучшений, вызванных применением данного предиктора в качестве основной расщепляющей переменной или переменной-суррогата. Каждый из предикторов при каждом расщеплении берется с весом. Вес зависит от того, применялся ли предиктор в качестве основной расщепляющей переменной (предиктор, по которому был расщеплен родительский узел, имеет вес 1) или в качестве суррогата (вес зависит от ранга суррогата). Если допускается использовать 5 суррогатов, то первый суррогат на расщепление будет иметь наибольший вес среди прочих, а пятый – самый низкий.
Кроме того, часто вычисляют нормализованную важность для переменной, которая определяется формулой:

Нормализованная важность = 100 x (Важность/Максимальная важность)

Поэтому наиболее важный предиктор имеет нормализованное значение важности, равное 100.

Давайте вычислим важность предиктора *Возраст* в рамках нашего игрушечного примера. Она будет равна сумме улучшений – уменьшений неоднородности, когда в качестве предиктора использовалась переменная *Возраст*. Складываем наши улучшения 0,213 и 0,267, получаем 0,48. В данном случае важность предиктора *Возраст* равна мере Джини для корневого узла. Это обозначает, что неоднородность корневого узла удалось полностью снизить за счет использования одной переменной *Возраст*.
Нетрудно увидеть недостаток важности. По сути важность складывается из частоты использования переменной в качестве предиктора разбиения, то есть чаще наиболее важными будут переменные, по которым можем быть рассмотрено больше вариантов разбиения и у них больше шансов стать предиктором разбиения. Поэтому наиболее важными переменными чаще будут переменные с большим количеством уникальных значений.

3.1.5.2. Особенности реализации дерева классификации CART в пакете R rpart

В пакете `rpart` на первом этапе для каждой рассматриваемой точки расщепления алгоритм вычисляет взвешенное уменьшение Джини при разбиении родительского узла на дочерние узлы. Сначала вычисляем разницу между мерой Джини для родительского узла и мерой Джини для левого дочернего узла, затем разницу между мерой Джини для родительского узла и мерой Джини для правого дочернего узла. Затем эти разницы умножаем на размеры узлов и полученные результаты складываем. Вышеперечисленные действия можно свести к следующей формуле:

$$n_L(Gini_P - Gini_L) + n_R(Gini_P - Gini_R)$$

где:

$Gini_P$ – мера Джини для родительского узла;
$Gini_L$ – мера Джини для левого дочернего узла;
$Gini_R$ – мера Джини для правого дочернего узла;
n_L – количество наблюдений в левом дочернем узле;
n_R – количество наблюдений в правом дочернем узле.

В итоге для каждого предиктора в качестве наилучшей точки расщепления рассматривается точка расщепления, которая дает максимальное взвешенное уменьшение Джини.

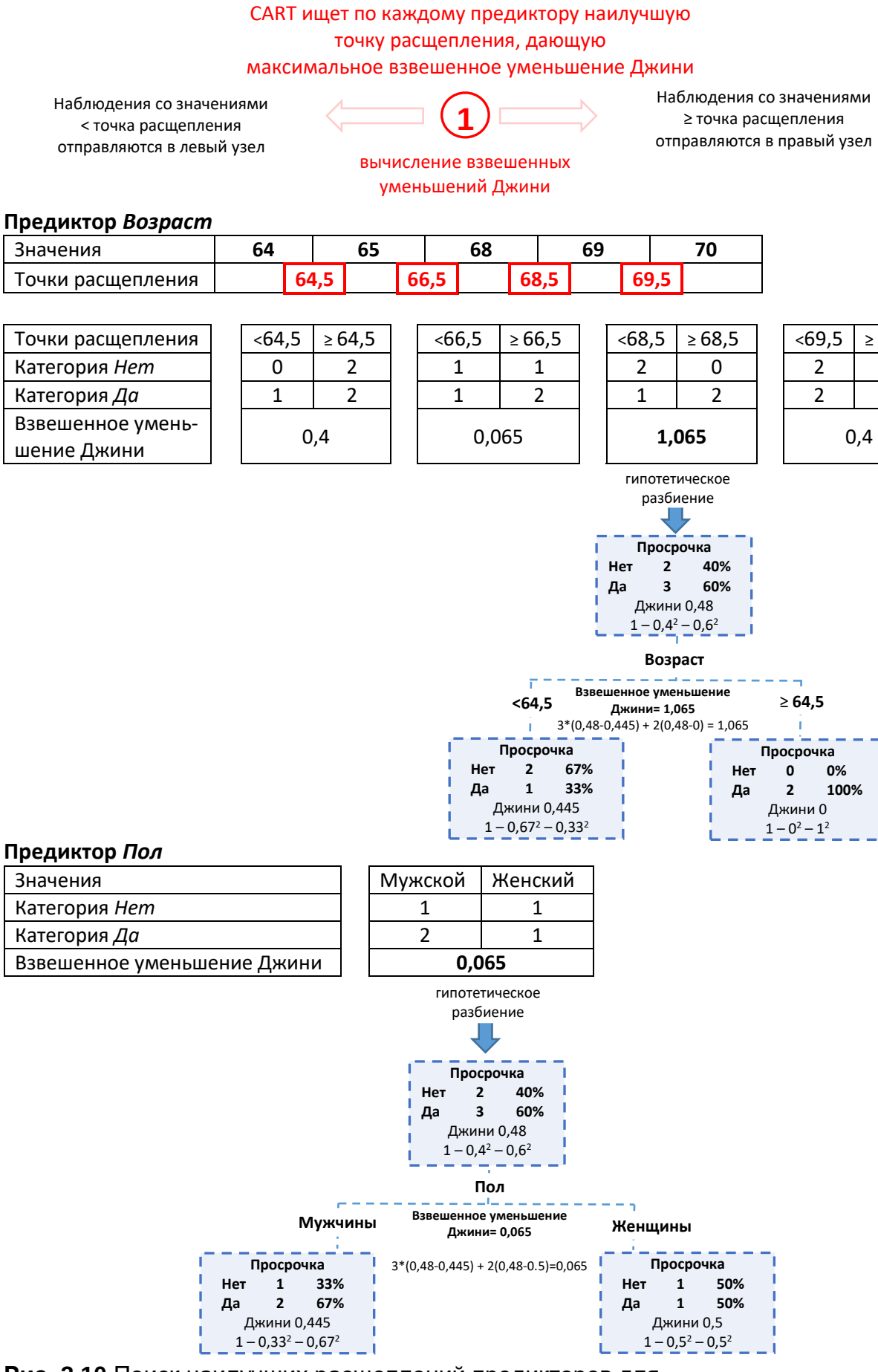
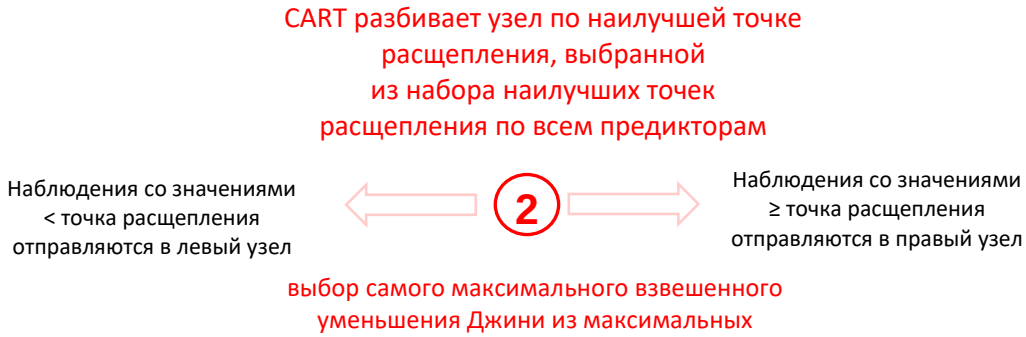


Рис. 3.10 Поиск наилучших расщеплений предикторов для корневого узла дерева классификации CART в пакете rpart

На втором этапе алгоритм CART выбирает наилучшую точку расщепления из набора наилучших точек расщепления, вычисленных по всем предикторам на первом этапе, и разбивает по ней узел. Тем самым из максимальных взвешенных уменьшений Джини, полученных по всем предикторам, мы выбираем самое максимальное. Оно и будет считаться улучшением. Кроме того, вычисляются т.н. альтернативные улучшения – взвешенные уменьшения Джини, которые можно было получить при использовании других переменных в качестве предиктора расщепления.



Лучшая точка расщепления

	Возраст	
	<68,5	**≥68,5**
Нет	2 (0,67)	0 (0)
Да	1 (0,33)	2 (1)
Взвешенное уменьшение Джини 1,065		

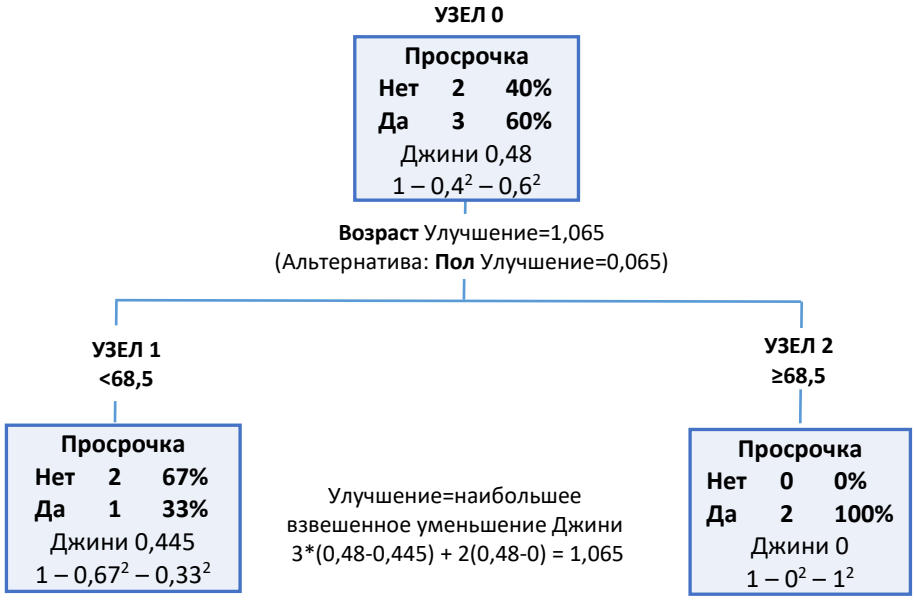


Рис. 3.11 Выбор наилучшего расщепления для корневого узла дерева классификации CART в пакете R rpart

Для полученных узлов алгоритм повторяет вышеописанные шаги, и так до тех пор, пока не сработают правила остановки. Итоговое дерево классификации CART показано на рис. 3.12.

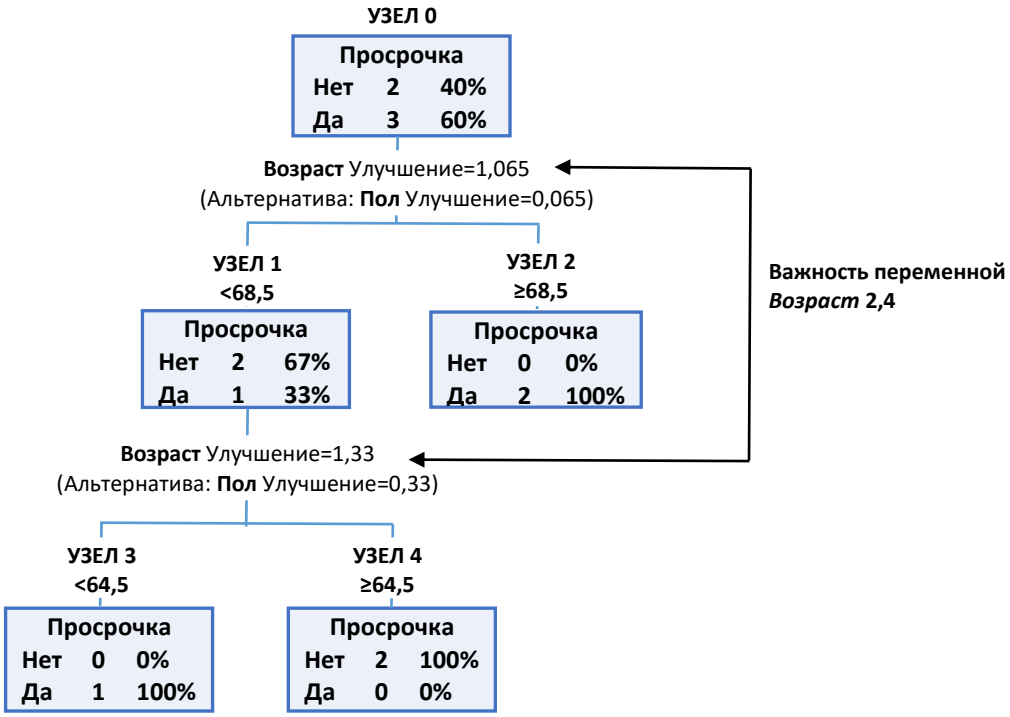


Рис. 3.12 Итоговое дерево классификации CART в пакете rpart

Как видно, построенное дерево классификации идентично дереву классификации, которое мы строили ранее, за исключением лишь того, что теперь улучшение является максимальным взвешенным уменьшением Джини, а не вкладом разбиения в уменьшение меры Джини, вычисленной для корневого узла. Кроме того, выводится информация об альтернативных улучшениях.

Давайте с помощью пакета `rpart` автоматически построим дерево классификации CART для рассматриваемого набора. Наш набор хранится в файле *CART_classification.csv*.

```
# загружаем данные
data <- read.csv2("C:/Trees/CART_classification.csv")

# устанавливаем пакет rpart
# install.packages("rpart")

# загружаем пакет rpart
library(rpart)

# строим модель дерева классификации CART
set.seed(42)
model<-rpart(default~., method='class', data,
             control=rpart.control(minsplit = 1, minbucket = 1, cp = 0.01))

# выводим краткую информацию
# о модели CART
model
```

Сводка 3.1. Краткая информация о построенном дереве классификации CART в пакете rpart

```
n= 5

node), split, n, loss, yval, (yprob)
      * denotes terminal node

1) root 5 2 Да (0.6000000 0.4000000)
  2) age>=68.5 2 0 Да (1.0000000 0.0000000) *
  3) age< 68.5 3 1 Нет (0.3333333 0.6666667)
    6) age< 64.5 1 0 Да (1.0000000 0.0000000) *
    7) age>=64.5 2 0 Нет (0.0000000 1.0000000) *
```

правило разбиения

количество наблюдений

количество неправильно предсказанных

предсказанный класс

вероятности классов

Мы видим, что дерево классификации CART, построенное с помощью пакета `rpart`, идентично дереву классификации CART, которое мы строили вручную. Сначала происходит разбиение по переменной *Возраст* в точке 68,5 и затем вновь по переменной *Возраст*, но уже в точке 64,5.

3.1.5.3. Дерево регрессии

Предположим, есть данные по клиентам микрофинансовой организации и известно количество дней просрочки по каждому. Для удобства расчетов представим, что наш набор данных состоит всего из 5 наблюдений. В качестве потенциальных предикторов фигурируют две переменные: *Возраст* и *Пол*. Переменная *Пол* является номинальной, переменная *Возраст* является количественной. Необходимо спрогнозировать глубину просрочки по каждому клиенту. Схематично наши исходные данные представлены на рис. 3.13.

Имеется набор данных (корневой узел)

Возраст	Пол	Количество дней просрочки
70	Мужской	20
64	Мужской	23
69	Женский	12
68	Мужской	9
65	Женский	15

УЗЕЛ 0

Количество дней просрочки	
Среднее	15,8
N	5

Рис. 3.13 Исходные данные перед началом работы CART (корневой узел)

На первом этапе (рис. 3.14) алгоритм CART ищет наилучшую точку расщепления по количественному предиктору *Возраст* (отсортировав значения по возрастанию) и номинальному предиктору *Пол*. В каждой рассматриваемой точке расщепления родительский узел гипотетически разбивается на два дочерних узла (в левый записываются наблюдения со значениями, которые меньше точки расщепления, в правый – наблюдения со значениями, которые больше или равны точке расщепления) и вычисляется уменьшение среднеквадратичной ошибки –

разность между среднеквадратичной ошибкой родительского узла и взвешенным средним значением среднеквадратичных ошибок дочерних узлов. Наилучшей точкой расщепления для каждого предиктора будет такая точка, которая дает максимальное уменьшение среднеквадратичной ошибки.

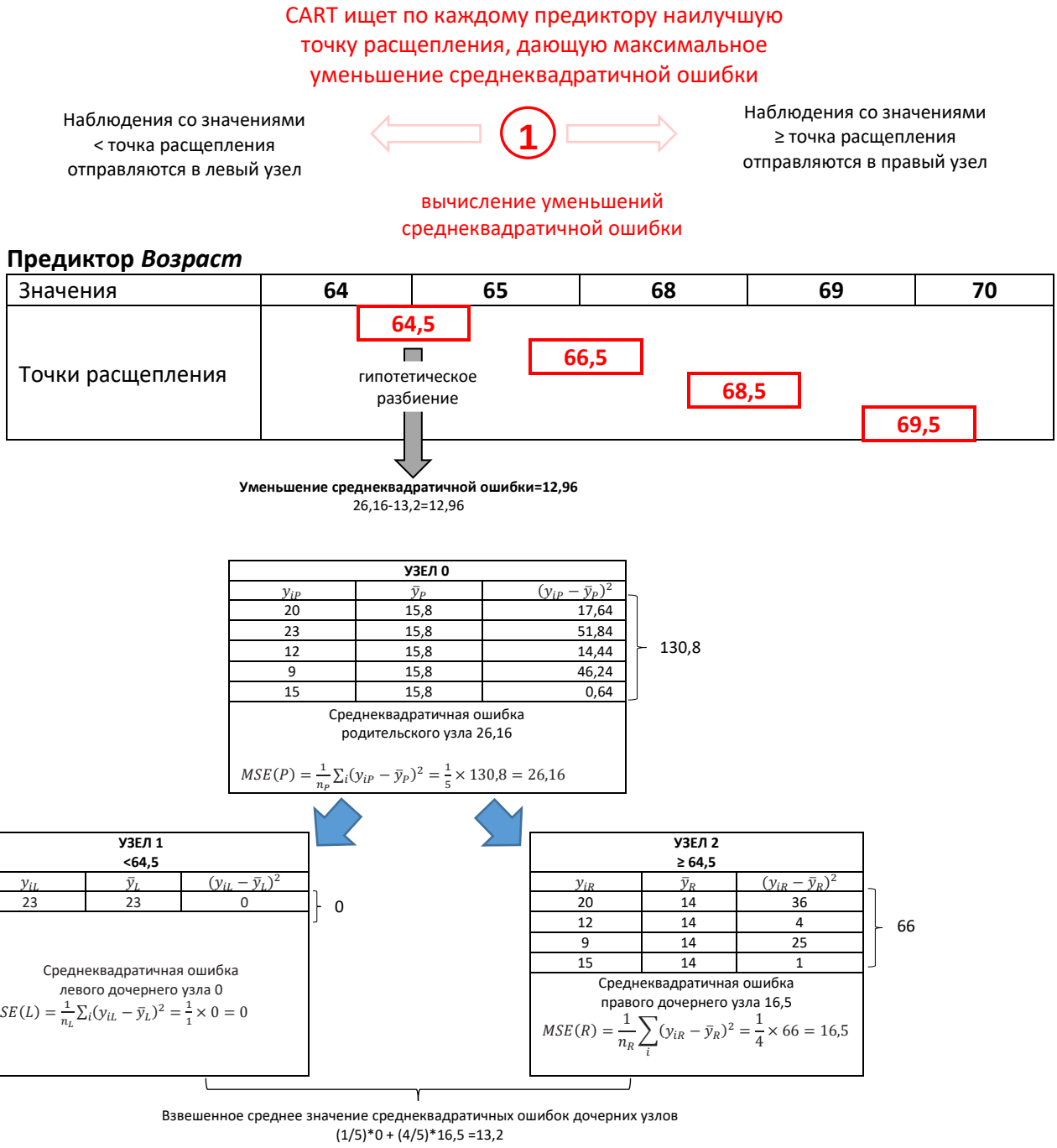


Рис. 3.14 Поиск наилучших расщеплений предикторов для корневого узла дерева регрессии CART (на примере предиктора Возраст)

Для предиктора *Возраст* наилучшей точкой расщепления становится точка 64,5, которая дает наибольшую разность, равную 12,96. Для

предиктора *Пол* такой наилучшей точкой расщепления автоматически становится разбиение на мужчин и женщин.

На втором этапе (рис. 3.15) алгоритм CART выбирает наилучшую точку расщепления из набора наилучших точек расщепления, вычисленных по каждому предиктору на первом этапе, и разбивает по ней узел. Тем самым из максимальных уменьшений среднеквадратичной ошибки, полученных по всем предикторам, мы выбираем самое максимальное. В данном случае такой точкой будет точка 64,5, полученная для предиктора *Возраст*. Алгоритм записывает улучшение – вклад разбиения в уменьшение среднеквадратичной ошибки, вычисленной для корневого узла. В данном случае улучшение равно найденному наибольшему уменьшению среднеквадратичной ошибки.

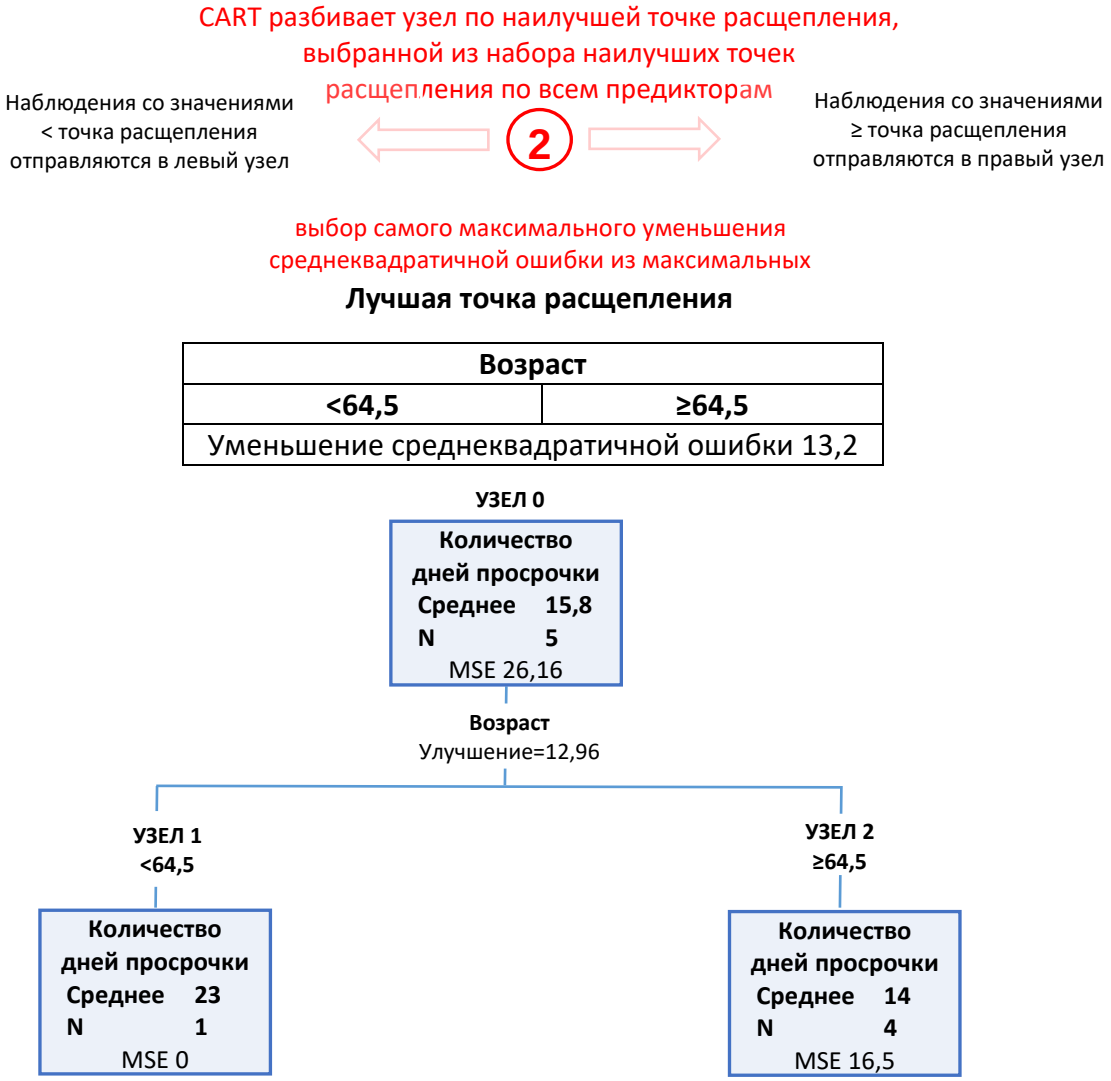


Рис. 3.15 Выбор наилучшего расщепления для корневого узла дерева регрессии CART

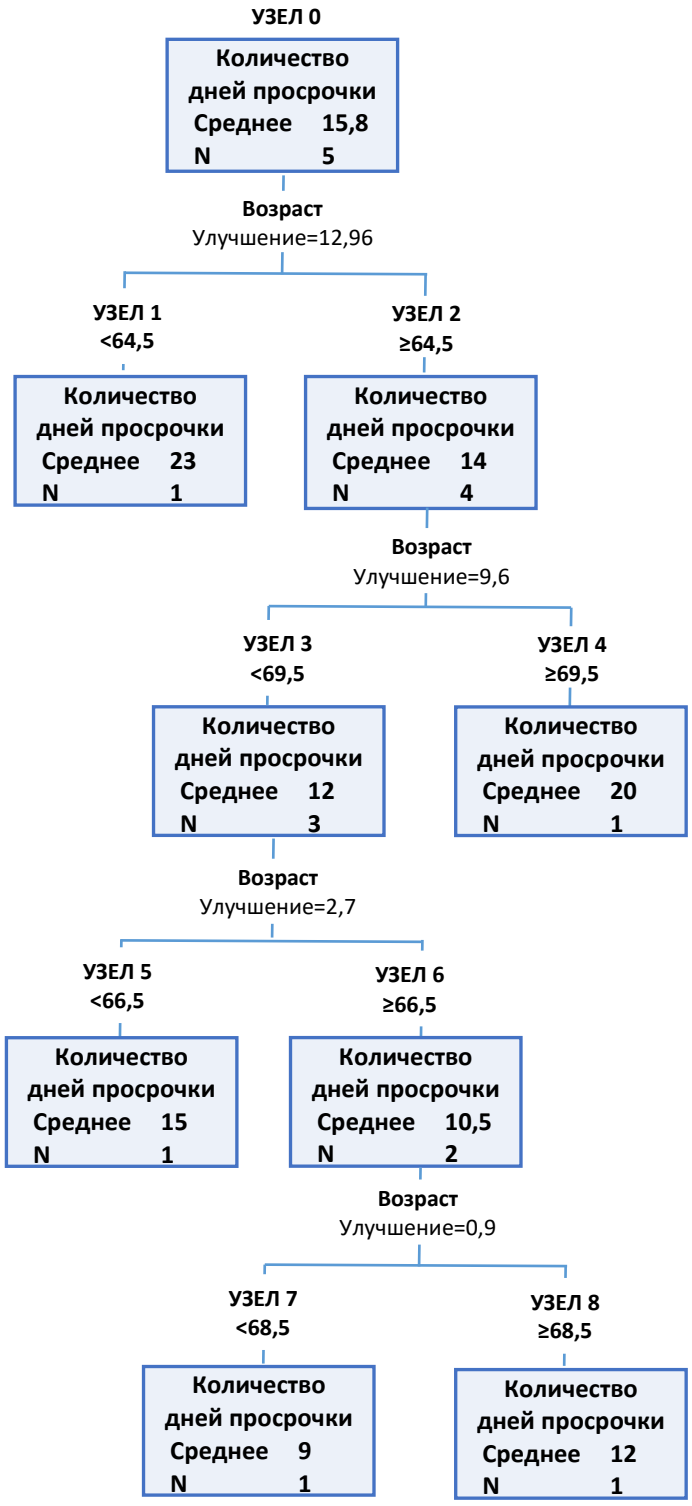


Рис. 3.16 Итоговое дерево регрессии CART

Для полученных узлов алгоритм повторяет вышеописанные шаги, и так до тех пор, пока не сработают правила остановки. Итоговое дерево регрессии CART показано на рис. 3.16.

3.1.5.4. Особенности реализации дерева регрессии CART в пакете R rpart

В пакете `rpart` на первом этапе для каждой рассматриваемой точки расщепления алгоритм вычисляет уменьшение девианса (суммы квадратов остатков) при разбиении родительского узла на дочерние узлы. Сначала вычисляем девианс родительского узла, затем девианс дочерних узлов. Делим девианс левого дочернего узла на девианс родительского узла. Делим девианс правого дочернего узла на девианс родительского узла. Результаты складываем и вычитаем из 1. Вышеперечисленные действия можно свести к следующей формуле:

$$1 - \left(\frac{D_L}{D_P} + \frac{D_R}{D_P}\right)$$

где:

i_P – девианс родительского узла;
i_L – девианс левого дочернего узла;
i_R – девианс правого дочернего узла.

В итоге для каждого предиктора в качестве наилучшей точки расщепления рассматривается точка расщепления, которая дает максимальное уменьшение девианса.

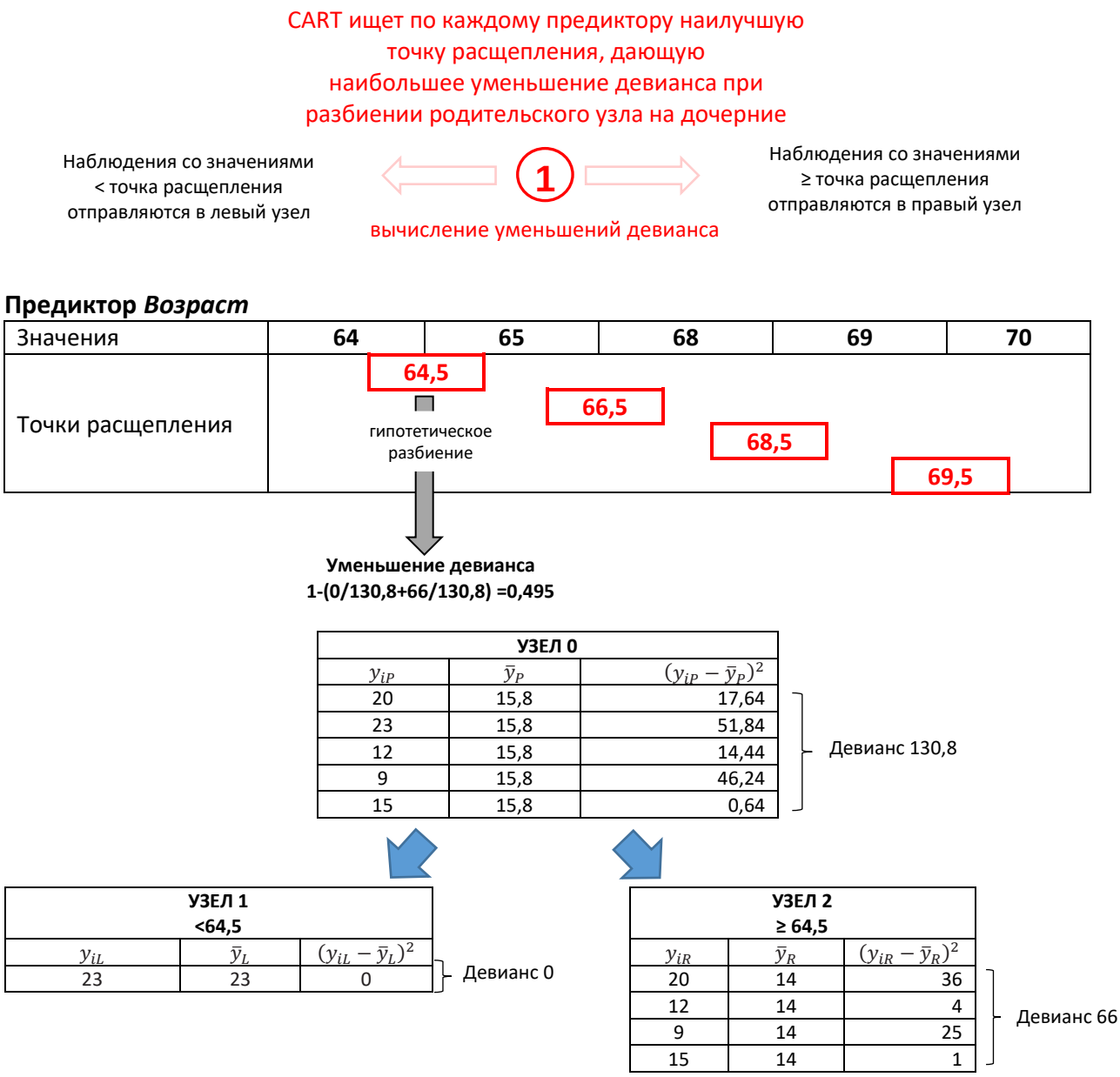


Рис. 3.17 Поиск наилучших расщеплений предикторов для корневого узла дерева регрессии CART в пакете rpart

Для предиктора *Возраст* наилучшей точкой расщепления становится точка 64,5, которая дает наибольшее уменьшение девианса, равное 0,495. Для предиктора *Пол* такой наилучшей точкой расщепления автоматически становится разбиение на мужчин и женщин.

На втором этапе (рис. 3.18) алгоритм CART выбирает наилучшую точку расщепления из набора наилучших точек расщепления, вычисленных по всем предикторам на первом этапе, и разбивает по ней узел. Тем самым

из максимальных уменьшений девианса, полученных по всем предикторам, мы выбираем самое максимальное. Оно и будет считаться улучшением. Кроме того, вычисляются т.н. альтернативные улучшения – уменьшения девианса, которые можно было получить при использовании других переменных в качестве предиктора расщепления.

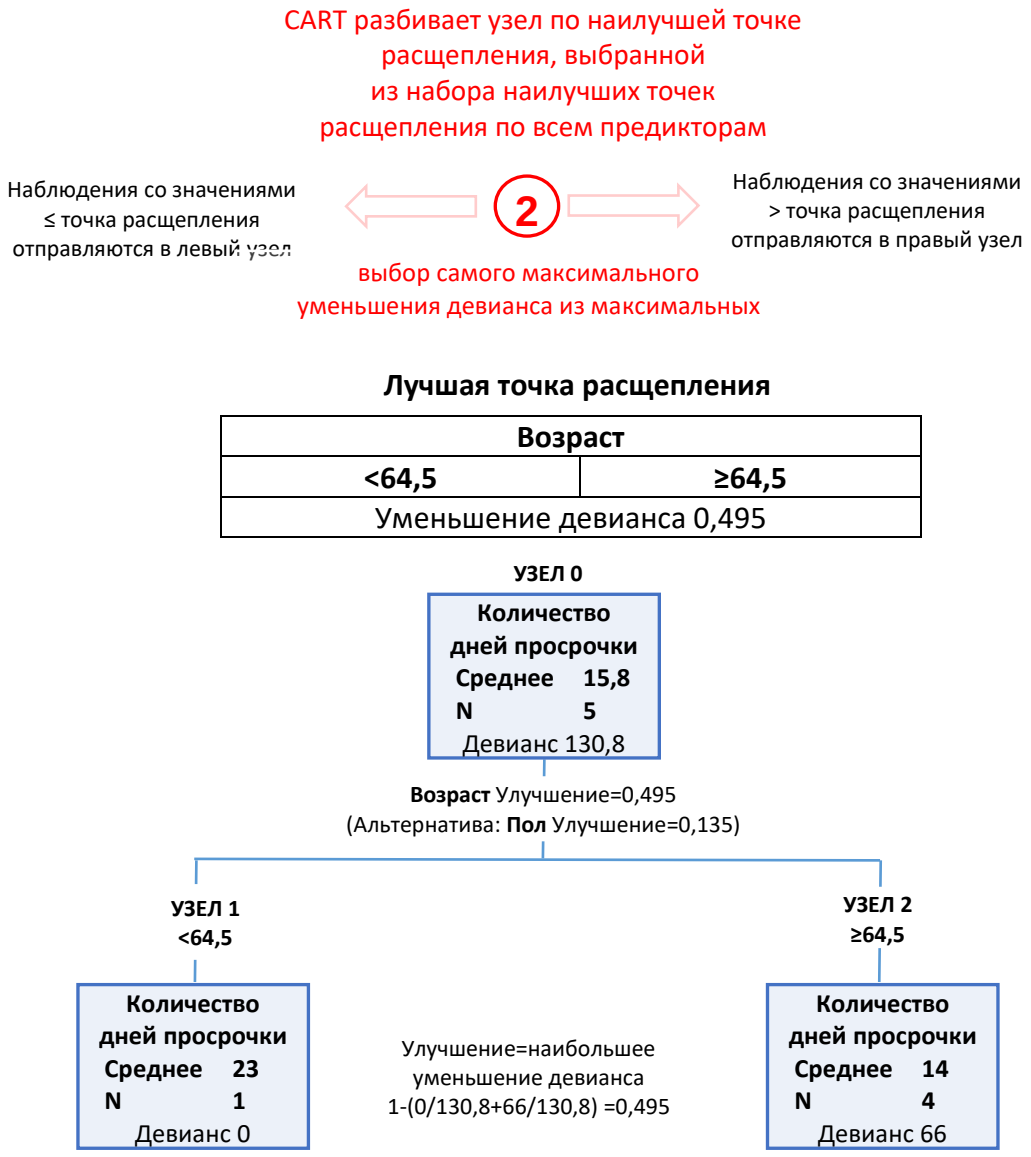


Рис. 3.18 Выбор наилучшего расщепления для корневого узла дерева регрессии CART в пакете rpart

Для полученных узлов алгоритм повторяет вышеописанные шаги, и так до тех пор, пока не сработают правила остановки. Итоговое дерево регрессии CART показано на рис. 3.19.

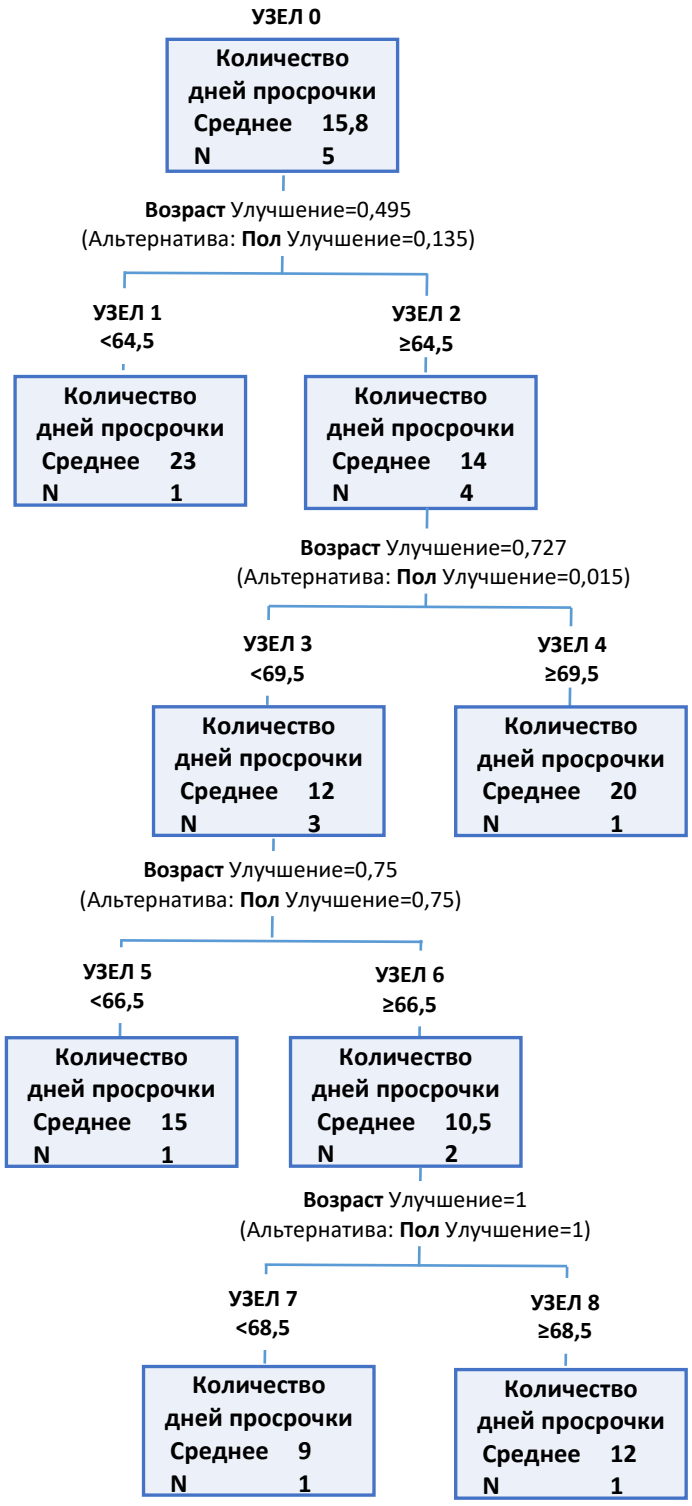


Рис. 3.19 Итоговое дерево регрессии CART в пакете rpart

Как видно, построенное дерево регрессии идентично дереву регрессии, которое мы строили ранее, за исключением лишь того, что теперь улучшение – это наибольшее уменьшение девианса. Кроме того, выводится информация об альтернативных улучшениях.

Давайте с помощью пакета `rpart` автоматически построим дерево классификации CART для рассматриваемого набора. Он записан в файле *CART_regression.csv*.

```
# загружаем данные
data <- read.csv2("C:/Trees/CART_regression.csv")
str(data)

# строим модель дерева регрессии CART
set.seed(42)
model<-rpart(days_of_delinquency~., method='anova', data,
             control=rpart.control(minsplit = 1, minbucket = 1, cp = 0.01))

# выводим краткую информацию
# о модели регрессии CART
model
```

Сводка 3.2. Краткая информация о построенном дереве регрессии CART в пакете rpart

```
n= 5

node), split, n, deviance, yval
      * denotes terminal node

 1) root 5 130.8 15.8
   2) age>=64.5 4  66.0 14.0
     4) age< 69.5 3  18.0 12.0
       8) age>=66.5 2   4.5 10.5
        16) age< 68.5 1   0.0  9.0 *
        17) age>=68.5 1   0.0 12.0 *
       9) age< 66.5 1   0.0 15.0 *
     5) age>=69.5 1   0.0 20.0 *
   3) age< 64.5 1   0.0 23.0 *
```

Из сводки 3.2 видно, что дерево регрессии CART, построенное с помощью пакета `rpart`, идентично дереву регрессии CART, которое мы строили вручную.

Лекция 3.2. Построение и интерпретация дерева классификации CART

3.2.1. Подготовка данных

Данные, которыми мы воспользуемся для построения дерева классификации CART, записаны в файле *Response.csv*. Исходная выборка содержит записи о 30259 клиентах, классифицированных на два класса: 0 — отклика нет (17170 клиентов) и 1 — отклик есть (13089 клиентов). По каждому наблюдению (клиенту) фиксируются следующие переменные (характеристики):

- номинальный предиктор *Ипотечный кредит [mortgage]*;
- номинальный предиктор *Страхование жизни [life_ins]*;
- номинальный предиктор *Кредитная карта [cre_card]*;

- номинальный предиктор *Дебетовая карта [deb_card]*;
- номинальный предиктор *Мобильный банк [mob_bank];*
- номинальный предиктор *Текущий счет [curr_acc]*;
- номинальный предиктор *Интернет-доступ к счету [internet]*;
- номинальный предиктор *Индивидуальный займ [perloan]*;
- номинальный предиктор *Наличие сбережений [savings]*;
- номинальный предиктор *Пользование банкоматом за последнюю неделю [atm_user]*;
- номинальный предиктор *Пользование услугами онлайн-маркетплейса за последний месяц [markpl]*;
- количественный предиктор *Возраст [age]*;
- количественный предиктор *Давность клиентской истории [cus_leng]*;
- номинальная зависимая переменная *Отклик на предложение новой карты [response]*.

Запустим программу R. Запишем данные в датафрейм `data`, чтобы начать работу с ними.

```
# загружаем данные
data <- read.csv2("C:/Trees/Response.csv")
```

Проверим, как выглядят наши переменные.

```
# смотрим типы переменных
str(data)
```

Сводка 3.3. Датафрейм data

```
'data.frame':     30259 obs. of  14 variables:
 $ mortgage: int  0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 ...
 $ life_ins: int  0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 ...
 $ cre_card: int  0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 ...
 $ deb_card: int  0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ mob_bank: int  0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 ...
 $ curr_acc: int  0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 ...
 $ internet: int  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
 $ perloan : int  0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 ...
 $ savings : int  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
 $ atm_user: int  0 1 0 1 1 0 1 1 1 0 ...
 $ markpl  : int  0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 ...
 $ age     : int  18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 ...
 $ cus_leng: int  1 2 2 2 2 2 1 1 3 2 ...
 $ response: int  0 1 1 1 0 1 1 1 0 1 ...
```

Сводка 3.3 показывает, что все переменные, включая категориальные. представлены в виде векторов типа `integer`. Как мы уже знаем, что в R для категориальной переменной существует вектор типа `factor`. Поэтому все целочисленные векторы, соответствующие категориальным переменным (это все переменные, кроме переменных *age* и *cus_leng*), мы должны преобразовать в факторы.

```
# преобразовываем переменные в факторы, за исключением
# переменных с индексами 12 и 13
data[, -c(12:13)] <- lapply(data[, -c(12:13)], factor)
```

Снова проверим, как выглядят переменные.

```
str(data)
```

Сводка 3.4. Таблица данных data после преобразования

```
'data.frame':   30259 obs. of  14 variables:
 $ mortgage: Factor w/ 2 levels "0","1": 1 2 2 2 2 1 1 2 2 2 ...
 $ life_ins: Factor w/ 2 levels "0","1": 1 2 2 2 2 1 1 2 2 2 ...
 $ cre_card: Factor w/ 2 levels "0","1": 1 1 1 2 1 1 1 1 1 2 ...
 $ deb_card: Factor w/ 2 levels "0","1": 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
 $ mob_bank: Factor w/ 2 levels "0","1": 1 2 1 1 1 2 1 1 1 1 ...
 $ curr_acc: Factor w/ 2 levels "0","1": 1 1 1 2 1 2 1 1 1 2 ...
 $ internet: Factor w/ 2 levels "0","1": 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ perloan : Factor w/ 2 levels "0","1": 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 ...
 $ savings : Factor w/ 2 levels "0","1": 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ atm_user: Factor w/ 2 levels "0","1": 1 2 1 2 2 1 2 2 2 1 ...
 $ markpl  : Factor w/ 2 levels "0","1": 1 1 2 2 1 1 1 1 2 1 ...
 $ age     : int  18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 ...
 $ cus_leng: int  1 2 2 2 2 2 1 1 3 2 ...
 $ response: Factor w/ 2 levels "0","1": 1 2 2 2 1 2 2 2 1 2 ...
```

Теперь категориальные переменные правильно записаны как векторы типа `factor`.
Разбиваем набор данных на обучающую и контрольную выборки.

```
# задаем стартовое значение генератора случайных чисел, чтобы
# каждый раз получать одно и то же разбиение
# на обучающую и контрольную выборки
set.seed(100)

# разбиваем набор на обучающую и контрольную выборки
ind <- sample(2,nrow(data),replace=TRUE,prob=c(0.7,0.3))
train <- data[ind==1,]
valid <- data[ind==2,]
```

Проверяем наличие пропусков.

```
# проверяем наличие пропусков в обучающей выборке
sapply(train, function(x) sum(is.na(x)))
```

Сводка 3.5. Отчет по пропущенным значениям в датафрейме train

```
mortgage life_ins cre_card deb_card mob_bank curr_acc internet  perloan  savings atm_user
       0        0        0        0        0        0        0        0        0        0
  markpl      age cus_leng response
       0        0        0        0
```

```
# проверяем наличие пропусков в контрольной выборке
sapply(valid, function(x) sum(is.na(x)))
```

Сводка 3.6. Отчет по пропущенным значениям в датафрейме valid

```
mortgage life_ins cre_card deb_card mob_bank curr_acc internet  perloan  savings atm_user
       0        0        0        0        0        0        0        0        0        0
  markpl      age cus_leng response
       0        0        0        0
```

Пропусков нет, можно приступать к моделированию.

3.2.2. Построение и интерпретация модели классификации

Чтобы построить дерево CART, необходимо воспользоваться функцией `rpart`. Функция `rpart` имеет общий вид:

```
rpart(formula, data, method, control)
```

где

`formula=`	Задает формулу в формате *Зависимая переменная ~ Предиктор1 + Предиктор2 + Предиктор3* + др.
`data=`	Задает таблицу данных для анализа
`method=`	`'class'` – для деревьев классификации; `'anova'` – для деревьев регрессии.
`control=`	Задает критерии роста дерева CART с помощью вспомогательной функции `rpart.control`: • `minsplit` – минимальное число наблюдений в узле перед расщеплением, по умолчанию равно 20; • `cp` (complexity parameter) – пороговое значение штрафа за сложность, по умолчанию 0,01. Если разбиение уменьшает ошибку модели на значение, меньшее порогового значения `cp`, оно не принимается и дерево останавливается в росте; • `minbucket` – минимальное количество наблюдений в терминальном узле, по умолчанию равен `minsplit/3`; • `xval` – количество разбиений исходной выборки на обучающую и контрольную для кроссвалидации, по умолчанию 10.

Поскольку наша зависимая переменная *response* является категориальной, строится дерево классификации.
Построим модель дерева классификации по всем исходным предикторам, уменьшив при этом пороговое значение штрафа за сложность `cp`.

```
set.seed(42)
# строим модель классификации, уменьшив пороговое
# значение штрафа за сложность cp
model<-rpart(response~., method='class', control=rpart.control(cp=0.001),
             data=train)
```

Выведем информацию о качестве модели.

```
# выводим информацию о качестве модели
printcp(model)
```

Сводка 3.7. Оценка качества дерева классификации, используется ошибка классификации

```
Classification tree:
rpart(formula = response ~ ., data = train, method = "class",
    control = rpart.control(cp = 0.001))

Variables actually used in tree construction:
[1] age      atm_user cre_card curr_acc cus_leng markpl   mob_bank

Root node error: 9229/21313 = 0.43302

n= 21313

          CP nsplit rel error  xerror      xstd
1  0.3634197      0   1.00000 1.00000 0.0078380
2  0.0716221      1   0.63658 0.63658 0.0070684
3  0.0393325      3   0.49334 0.49334 0.0064835
4  0.0167949      4   0.45400 0.45400 0.0062867
5  0.0117022      5   0.43721 0.43721 0.0061971
6  0.0018420      6   0.42551 0.42551 0.0061327
7  0.0013002      7   0.42366 0.42670 0.0061394
8  0.0012461      8   0.42236 0.42540 0.0061321
9  0.0010835     10   0.41987 0.42551 0.0061327
10 0.0010000     11   0.41879 0.42616 0.0061363
```

В сводке 3.7 приводится сложность и ошибка модели в зависимости от использованного количества расщеплений. В целом приведенная таблица позволяет увидеть, как с ростом дерева увеличивается его сложность и уменьшается ошибка классификации.

`Variables actually used in tree construction` показывает переменные, которые были включены в модель дерева. Такими переменными стали *Возраст [age], Пользование банкоматом за последнюю неделю[atm_user], Кредитная карта [cre_card], Текущий счет [curr_acc], Давность клиентской истории [cus_leng], Пользование услугами онлайн-маркетплейса за последний месяц [markpl], Мобильный банк [mob_bank].*

`Root node error` показывает базовую ошибку классификации. Это доля миноритарной категории зависимой переменной в исходной выборке.

Параметр `CP (complexity parameter)` показывает изменение сложности модели с ростом дерева. В данном случае 12-е расщепление уменьшает ошибку модели на значение, меньшее порогового значения сложности `cp`. Проще говоря, «стоимость» 12-го расщепления больше его сложности, оно не принимается и дерево останавливается в росте после 11 расщеплений.

Параметр `nsplit` показывает количество расщеплений на каждом этапе построения дерева. В последней строке в столбце `nsplit` приводится итоговое количество расщеплений. Количество терминальных узлов всегда на единицу больше количества расщеплений. В нашем случае дерево имеет 12 терминальных узлов.

Параметр `rel error` показывает относительную ошибку классификации (долю наблюдений, неправильно классифицированных дерево с данным количеством расщеплений). Он отмасштабирован так, чтобы первый узел имел относительную ошибку классификации, равную 1. Умножение показателя на базовую ошибку классификации позволяет получить абсолютную ошибку классификации. Например, вычислим абсолютную ошибку классификации для `cp=0.0716221`, получаем 0,63658 x 0,43 = 0.274 или 27,4%. Это обозначает, что модель на обучающей выборке неправильно классифицировала 27,4% наблюдений. Несмотря на возрастание сложности дерева данный показатель может уменьшаться, поэтому его называют «оптимистичным» и обычно не используют для оценки размера дерева.

Параметр `xerror` показывает кросс-валидационную ошибку. Для дерева классификации кроссвалидационная ошибка – это ошибка классификации, усредненная по контрольным блокам перекрестной проверки. Как и `rel error`, показатель отмасштабирован так, чтобы первый узел имел кросс-валидационную ошибку, равную 1. Умножение показателя на базовую ошибку классификации позволяет получить абсолютную кросс-валидационную ошибку классификации. Например, вычислим абсолютную кросс-валидационную ошибку классификации для `cp=0.0716221`, получаем 0,63658 x 0,43 = 0,274 или 27,4%. Это обозначает, что используя модель на новых данных, мы получим 27,4% неверно классифицированных наблюдений.

Параметр `xstd` показывает стандартное отклонение для кросс-валидационной ошибки.

Теперь выведем развернутые результаты построения модели.

```
# выводим подробную информацию о модели
summary(model)
```

Поскольку полученная сводка является довольно большой, будем приводить и пояснять ее по частям.

Сводка 3.8. Развернутые результаты: оценка сложности и качества модели

```
Call:
rpart(formula = response ~ ., data = train, method = "class",
    control = rpart.control(cp = 0.001))
  n= 21313

            CP nsplit rel error    xerror        xstd
1  0.363419655      0 1.0000000 1.0000000 0.007838009
2  0.071622061      1 0.6365803 0.6365803 0.007068423
3  0.039332539      3 0.4933362 0.4933362 0.006483491
4  0.016794886      4 0.4540037 0.4540037 0.006286660
5  0.011702243      5 0.4372088 0.4372088 0.006197144
6  0.001842020      6 0.4255066 0.4255066 0.006132723
7  0.001300249      7 0.4236645 0.4266985 0.006139363
8  0.001246072      8 0.4223643 0.4253982 0.006132118
9  0.001083541     10 0.4198721 0.4255066 0.006132723
10 0.001000000     11 0.4187886 0.4261567 0.006136347
```

В сводке 3.8 приводится уже знакомая таблица с оценкой сложности и качества модели.

Сводка 3.9. Развернутые результаты: важность переменных

```
Variable importance
cus_leng      age atm_user  savings curr_acc cre_card   markpl mortgage internet
      61       25        6        2        1        1        1        1        1
```

Сводка 3.9 показывает важность переменной в модели. Наиболее важным предиктором оказалась *Давность клиентской истории [cus_leng]*. В данном случае важность переменной – это процент использования данной переменной в качестве предиктора разбиения. В данном случае переменная *Давность клиентской истории* использовалась в 61% разбиений.

Сводка 3.10. Развернутые результаты: характеристики узлов (фрагмент)

```
Node number 3: 14746 observations,    complexity param=0.07162206
  predicted class=1  expected loss=0.3862742  P(node) =0.6918782
    class counts:  5696  9050
   probabilities: 0.386 0.614
  left son=6 (10670 obs) right son=7 (4076 obs)
  Primary splits:
      cus_leng < 1.5  to the right, improve=868.1191, (0 missing)
      age      < 44.5 to the right, improve=562.7721, (0 missing)
      atm_user splits as  RL,       improve=518.9053, (0 missing)
      curr_acc splits as  RL,       improve=480.0109, (0 missing)
      markpl   splits as  RL,       improve=447.7176, (0 missing)
```

Сводка 3.10 показывает характеристики каждого узла дерева.
`Predicted class` показывает спрогнозированную категорию зависимой переменной для узла. Например, рассмотрим узел 3. Он содержит 14746

наблюдений. Для данного узла спрогнозирован класс *Есть отклик* (класс 1).

`Expected loss` показывает долю неверно классифицированных наблюдений от общего числа наблюдений в узле. Например, для узла 3 доля неверно классифицированных наблюдений составляет 5696/14746=0,386 или 38,6%.

`P(node)` показывает долю наблюдений в узле от исходной выборки. Например, доля наблюдений в узле 3 от исходной выборки составляет 14746/21313=0,692 или 69,2%.

`Class counts` показывает распределение наблюдений по классам. В узле 3 5696 наблюдений – это неотликнувшиеся клиенты и 9050 наблюдений – это откликнувшиеся клиенты. Поскольку большая часть наблюдений в узле 3 – это откликнувшиеся клиенты, для данного узла была спрогнозирован класс *Есть отклик* (класс 1).

`Probabilities` показывает распределение вероятностей по категориям. Для каждого клиента, относящегося к узлу 3, предсказываются вероятность отсутствия отклика 0.386 и вероятность наличия отклика 0.614.

`Left son` и `right son` показывают, как узел расщепляется на узлы-потомки. Например, узел 3 в свою очередь разбивается на два узла-потомка – узел 6 и узел 7.

`Primary splits` показывают переменную, которая была использована для расщепления узла, а также альтернативные переменные, которые можно было использовать для расщепления. Для каждой переменной приводятся значения `improve`, т.е. улучшения. Под улучшением понимается максимальное взвешенное уменьшение неоднородности, которое можно было получить при использовании данной переменной в качестве предиктора расщепления. Оно вычисляется по формуле:

$$n_L(i_P - i_L) + n_R(i_P - i_R)$$

где:

i_P – неоднородность родительского узла;
i_L – неоднородность левого дочернего узла;
i_R – неоднородность правого дочернего узла;
n_L – количество наблюдений в левом дочернем узле;
n_R – количество наблюдений в правом дочернем узле.

`Surrogate splits` показывают переменные-заменители (суррогаты), разбиения, задаваемые которыми, наиболее близки к разбиению, задаваемому исходным предиктором. Суррогаты применяются, если переменная, используемая для разбиения, имеет пропущенные значения.

На практике удобнее выводить краткие результаты построения модели.

```
# выводим краткую информацию о модели
print(model)
```

Сводка 3.11. Краткие результаты

```
n= 21313

node), split, n, loss, yval, (yprob)
      * denotes terminal node

  1) root 21313 9229 0 (0.5669779 0.4330221)
    2) cus_leng>=2.5 6567  179 0 (0.9727425 0.0272575) *
    3) cus_leng< 2.5 14746 5696 1 (0.3862742 0.6137258)
      6) cus_leng>=1.5 10670 5253 1 (0.4923149 0.5076851)
       12) atm_user=1 5234 1956 0 (0.6262896 0.3737104)
         24) curr_acc=1 4423 1473 0 (0.6669681 0.3330319)
           48) markpl=1 3380 1010 0 (0.7011834 0.2988166) *
           49) markpl=0 1043  463 0 (0.5560882 0.4439118)
             98) cre_card=1 636  248 0 (0.6100629 0.3899371)
              196) mob_bank=0 524  187 0 (0.6431298 0.3568702) *
              197) mob_bank=1 112   51 1 (0.4553571 0.5446429) *
             99) cre_card=0 407  192 1 (0.4717445 0.5282555) *
         25) curr_acc=0 811  328 1 (0.4044390 0.5955610)
           50) markpl=1 357  170 0 (0.5238095 0.4761905)
            100) age>=29.5 225   98 0 (0.5644444 0.4355556) *
            101) age< 29.5 132   60 1 (0.4545455 0.5454545) *
           51) markpl=0 454  141 1 (0.3105727 0.6894273) *
       13) atm_user=0 5436 1975 1 (0.3633186 0.6366814)
         26) age>=44.5 2163  900 0 (0.5839112 0.4160888)
           52) cre_card=1 1439  484 0 (0.6636553 0.3363447) *
           53) cre_card=0 724  308 1 (0.4254144 0.5745856) *
         27) age< 44.5 3273  712 1 (0.2175374 0.7824626) *
      7) cus_leng< 1.5 4076  443 1 (0.1086850 0.8913150) *
```

правило разбиения

количество наблюдений в узле

количество неверно классифицированных наблюдений

спрогнозированный класс

вероятности классов

В сводке 3.11 для каждого узла выводится:

- `node)`– номер узла;
- `split` – переменная, использованная для расщепления узла;
- `n` – количество наблюдений в узле;
- `loss` – количество неверно классифицированных в узле;
- `yval` – спрогнозированный класс зависимой переменной для узла;
- `yprobs` – вероятности классов зависимой переменной в узле.

Знаком * отмечены терминальные узлы.

Например, узел, соотвествующий правилу `cus_leng>=2.5`, содержит 6567 наблюдений. Для него дан прогноз `0` – отсутствие отклика, поскольку вероятность отсутствия отклика равна 0,97. 179 клиентов, которые откликнулись, неверно классифицированы. Таким образом, параметр `loss` (количество неверно классифицированных) равен 179.

Часто бывает необходимость вывести непосредственно сами правила разбиения. Их можно вывести с помощью функции `asRules` пакета `rattle`. Давайте установим и загрузим пакет `rattle`.

```
# устанавливаем пакет rattle
# install.packages("rattle")

# загружаем пакет rattle
library(rattle)
```

Теперь выводим правила.

```
# выводим непосредственно
# правила разбиения
asRules(model)
```

Сводка 3.12. Правила разбиения, полученные с помощью функции asRules пакета rattle (фрагмент)

```
Rule number: 7 [response=1 cover=4076 (19%) prob=0.89]
   cus_leng< 2.5
   cus_leng< 1.5

 Rule number: 27 [response=1 cover=3273 (15%) prob=0.78]
   cus_leng< 2.5
   cus_leng>=1.5
   atm_user=0
   age< 44.5
```

Сначала выводится номер правила, затем спрогнозированный класс, количество наблюдений в узле, доля наблюдений в узле от исходной выборки, вероятность положительного класса. Затем приводятся разбиения, в результате которых был получен узел. 7-е правило было получено в результате серии вышеприведенных разбиений.

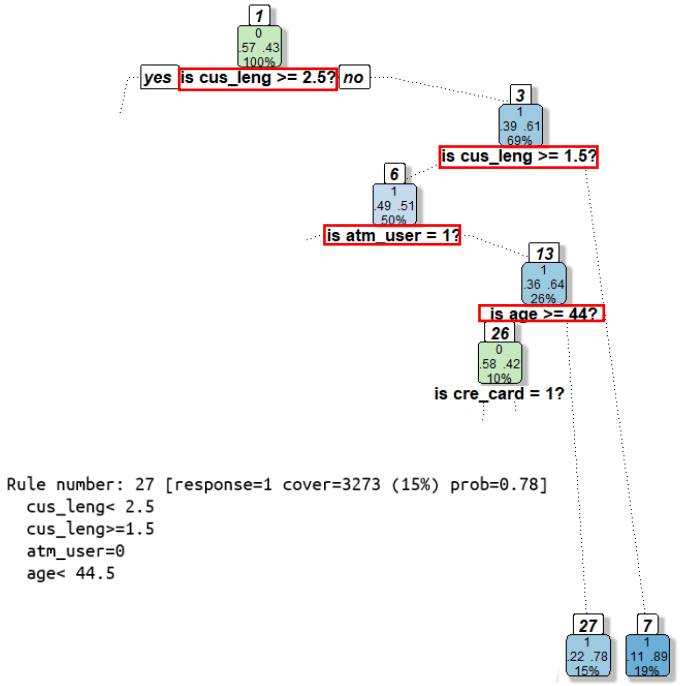


Рис. 3.20 Серия разбиений, в результате которых был получен узел 27

Теперь вычислим важности переменных.

```
# вычисляем важности переменных
model$variable.importance
```

Сводка 3.13. Важности переменных

```
    cus_leng          age     atm_user      savings     curr_acc     cre_card
3993.5915311 1619.0428937  368.8030898  101.8555196   94.4689653   87.4262605

      markpl     mortgage     internet     life_ins     mob_bank     deb_card
  79.1442601   67.7550491   63.3971021   15.2147548    6.5070892    0.3054504
```

В данном случае важность предиктора – это сумма улучшений, вызванных применением данного предиктора в качестве основной расщепляющей переменной или переменной-суррогата. Наиболее важными стали количественные переменные *cus_leng* и *age*. Опять же помним про недостаток важности, она по сути складывается из частоты использования переменной, которая зависит от количества рассматриваемых точек расщепления, переменные с большим количеством уникальных значений будут получать преимущество при таком подходе.

3.2.3. Работа с диаграммой дерева

Для построения диаграммы дерева воспользуемся пакетами `rpart.plot` и `rattle`. Устанавливаем и загружаем пакет `rpart.plot`.

```
# устанавливаем пакет rpart.plot
# install.packages("rpart.plot")

# загружаем пакеты rpart.plot
library(rpart.plot)
```

Теперь с помощью функции `fancyRpartPlot` пакета `rattle` строим диаграмму дерева. Параметр `branch` задает форму ветвей. Для него можно значение в диапазоне от `0` (Λ-образные ветви) до `1` (П-образные ветви). Параметр `space` и `yspace` настраивают горизонтальные и вертикальные размеры боксов, отображающих узлы. Параметр `split.cex` позволяет настроить размер шрифта для правил разбиения. Параметр `nn.cex` задает размер номеров узлов. Параметр `nn.font` задает тип шрифта для номеров узлов: `1` задает обычный шрифт, `2` задает жирный шрифт, `3` задает курсив (используется по умолчанию), `4` задает жирный курсив. Параметр `split.prefix` позволяет вставить текст перед определением узла. Параметр `split.suffix` позволяет вставить текст после определения узла.

```
# строим диаграмму дерева, branch задает
# форму ветвей, space и yspace
# настраивают горизонтальные и вертикальные
# размеры боксов, отображающих узлы,
# split.cex настраивает размер
# шрифта для определений узлов,
# nn.cex задает размер номеров узлов,
# nn.font задает тип шрифта
# для номеров узлов,
# split.prefix позволяет вставить
# текст перед определением узла,
# split.suffix позволяет вставить
# текст после определения узла
fancyRpartPlot(model,
               branch=0.5,
               space=0.001, yspace=0.001,
               split.cex=1.5,
               nn.cex=1, nn.font=4,
               split.prefix="is ",
               split.suffix="?")
```

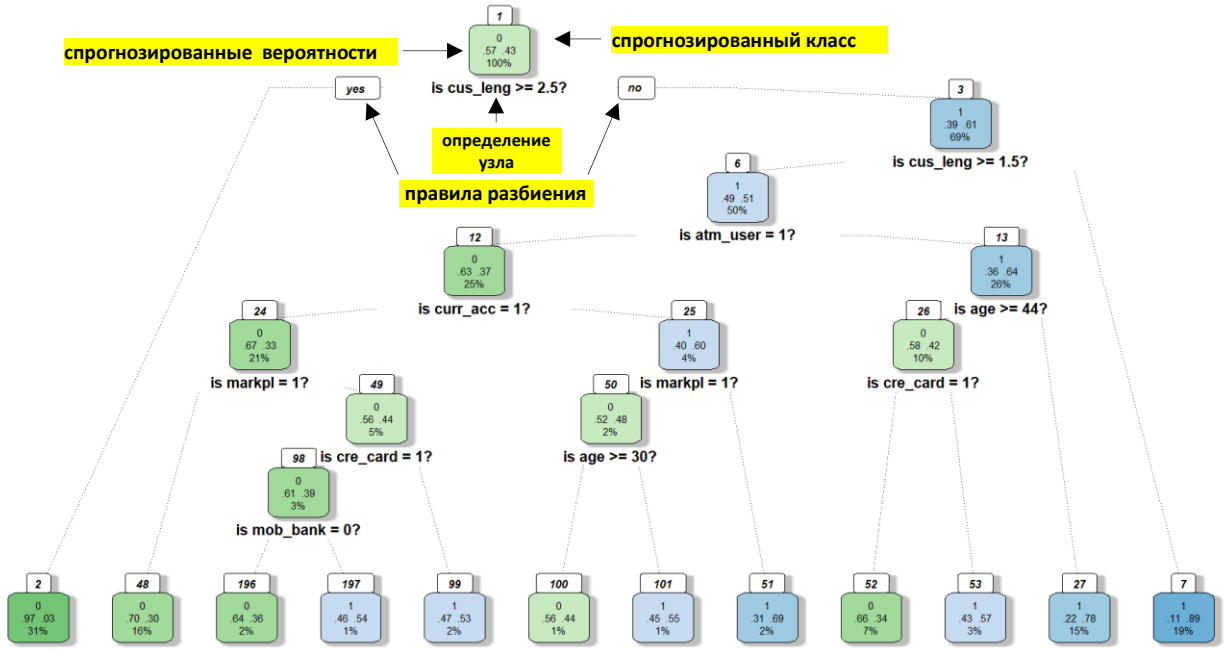


Рис. 3.21 Диаграмма дерева классификации CART

Диаграмма дерева (рисунок 3.21) наглядно показывает структуру дерева. В каждом узле первой записывается спрогнозированный класс зависимой переменной, затем спрогнозированные вероятности отсутствия и наличия отклика, а также доля наблюдений в узле от исходной выборки. Зеленым цветом отмечены узлы, для которых предсказан класс *Нет отклика* (`0`), а синим цветом – узлы, для которых предсказан класс *Есть отклик* (`1`).

Теперь расскажем, как давать определения узлам. Например, есть определение `is cus_leng>=1?` (*Давность клиентской истории больше или равна 2,5 годам?*) и от него отходят левая и правая ветви. Левая ветвь всегда соответствует ответу *Да*, а правая – ответу *Нет*. Это означает, что левый узел – это клиенты, которые 2,5 года и больше пользуются услугами банка, а правый узел – клиенты, которые меньше 2,5 лет пользуются услугами банка. Возьмем другой пример. Есть определение `is mob_bank=0?` (*Клиент не пользуется мобильным банком?*). Это означает, что левый узел – это клиенты, не пользующиеся мобильным банком, а правый узел – это клиенты, пользующиеся мобильным банком. Для правильной интерпретации диаграммы дерева все же лучше использовать результаты сводки 3.11. Главным предиктором отклика стала переменная *Давность клиентской истории [cus_leng]*. Она делит корневой узел (исходное множество клиентов) на два узла – покупателей с клиентской историей ≥ 2.5 (узел 2) и покупателей с клиентской историей < 2.5 (узел 3). При этом левому узлу-потомку (узлу 2) присвоен класс *Нет отклика*, а правому узлу-потомку (узлу 3) присвоен класс *Есть отклик*.

Узел 3 (покупатели с клиентской историей < 2.5) снова расщепляется по переменной *Давность клиентской истории [cus_leng]* на узел 6 (покупатели с клиентской историей ≥ 1.5) и узел 7 (покупатели с клиентской историей < 1.5). Обоим узлам присвоен класс *Есть отклик*. Кроме того, узел 7 является конечным и уже не расщепляется.

Узел 6 (покупатели с клиентской историей ≥ 1.5) разбивается по переменной *Пользование банкоматом за последнюю неделю [atm_user]* на узел 12 (клиенты, которые пользовались банкоматом за последнюю неделю) и узел 13 (клиенты, которые не пользовались банкоматом за последнюю неделю). Узлу 12 присвоен класс *Нет отклика*, а находящемуся справа узлу 13 присвоен класс *Есть отклик*.

Узел 12 (клиенты, которые пользовались банкоматом за последнюю неделю) разбивается по переменной *Наличие текущего счета [curr_acc]* на узел 24 (клиенты, у которых есть текущий счет) и узел 25 (клиенты, у которых нет текущего счета). Для узла 24 прогнозируется класс *Нет отклика*, а находящемуся справа узлу 25 присваивается класс *Есть отклик*.

Не вдаваясь подробно в интерпретацию дерева, можно отметить, что дерево имеет достаточно сложную, ветвистую структуру.

По умолчанию диаграмма дерева строится сверху вниз. С помощью параметра `yflip` мы можем изменить способ построения диаграммы.

```
# строим диаграмму дерева снизу вверх,
# использовав значение yflip=TRUE
fancyRpartPlot(model,
               branch=0.5,
               space=0.001, yspace=0.001,
               split.cex=1.5,
               nn.cex=1, nn.font=4,
               split.prefix="is ",
               split.suffix="?", yflip=TRUE)
```

Теперь наше дерево построено снизу вверх (рис. 3.22).

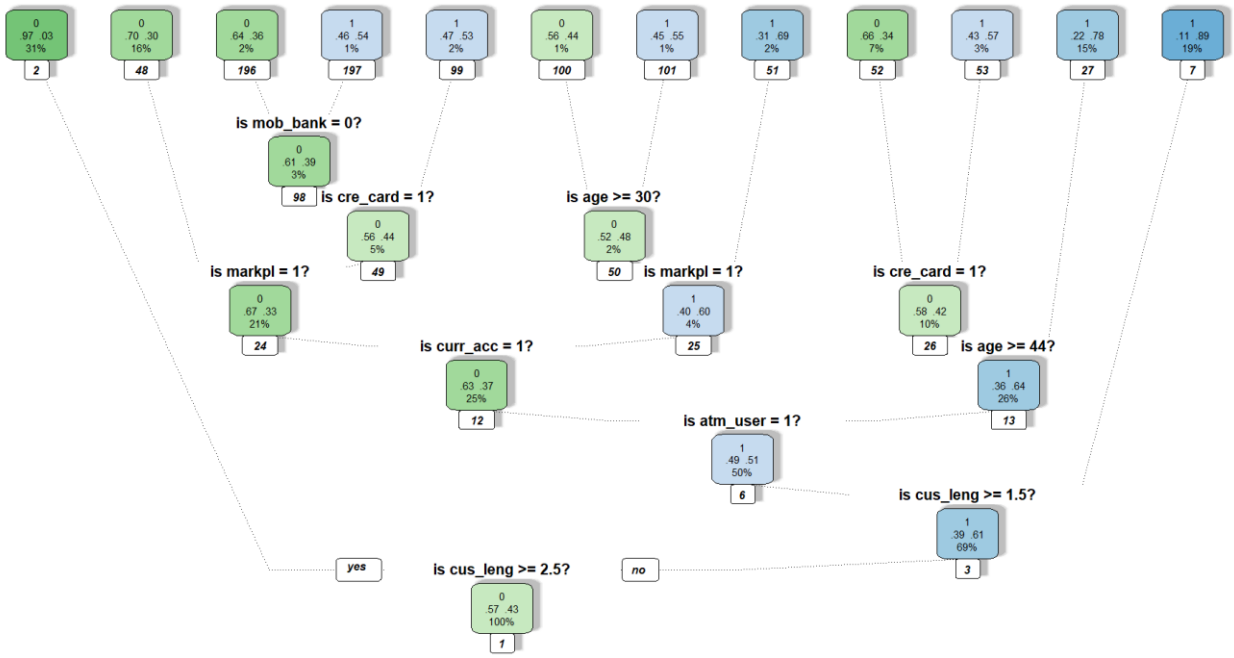


Рис. 3.22 Диаграмма дерева классификации CART (построение дерева снизу вверх)

С помощью параметра `xflip` мы можем поменять определения узлов на противоположные. Например, определение `is cus_leng>=1?` поменяется на определение `is cus_leng<1?`. Определение `is mob_bank=0` поменяется на определение `is mob_bank=1?`.

```
# строим диаграмму дерева, поменяв определения
# узлов на противоположные с помощью
# значения xflip=TRUE
fancyRpartPlot(model,
               branch=0.5,
               space=0.001, yspace=0.001,
               split.cex=1.5,
               nn.cex=1, nn.font=4,
               split.prefix="is ",
               split.suffix="?", xflip=TRUE)
```

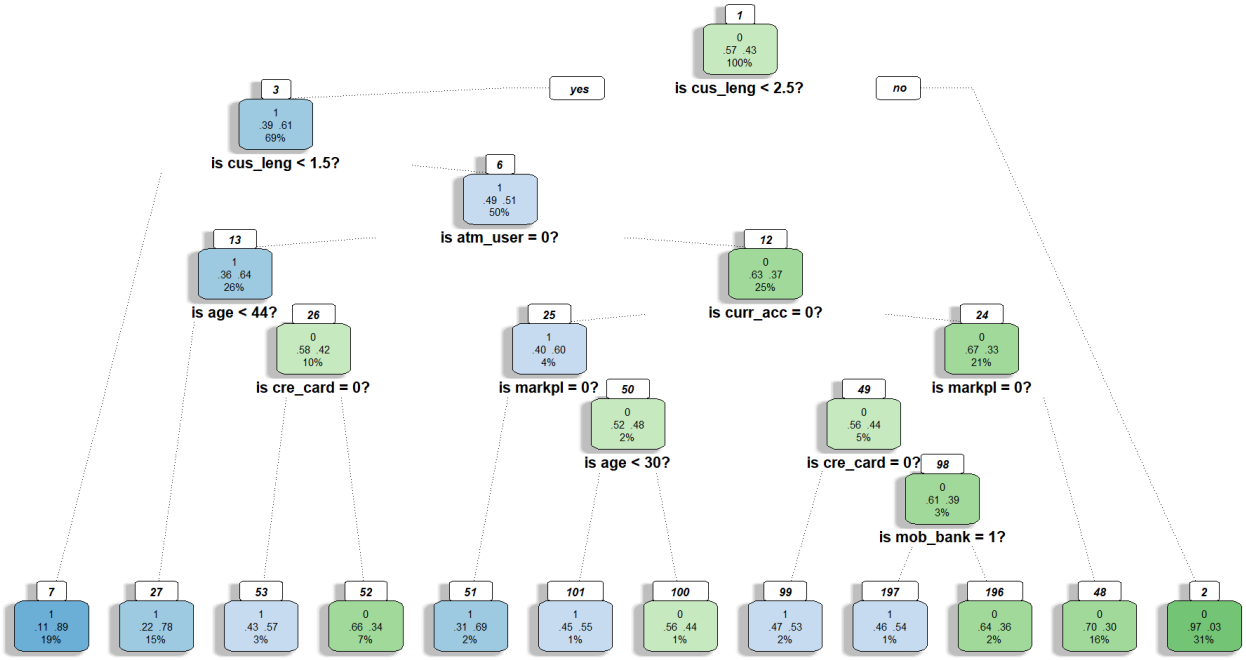


Рис. 3.23 Диаграмма дерева классификации CART (замена определений узлов на противоположные)

С помощью параметров `yes.text` и `no.text` мы можем поменять подписи `yes` и `no`, а с помощью параметра `yesno` можно изменить характер вывода этих подписей: `0` подавляет вывод подписей `yes` и `no`, `1` выводит подписи `yes` и `no` для самого верхнего разбиения (используется по умолчанию), `2` выводит подписи `yes` и `no` для всех разбиений. Давайте поменяем подписи `yes` и `no` на русские `да` и `нет`.

```
# строим диаграмму дерева, меняя подписи
# yes и no на русские да и нет
fancyRpartPlot(model,
               branch=0.5,
               space=0.001, yspace=0.001,
               split.cex=1.5,
               nn.cex=1, nn.font=4, split.prefix="is ",
               split.suffix="?", yes.text="Да", no.text="Нет")
```

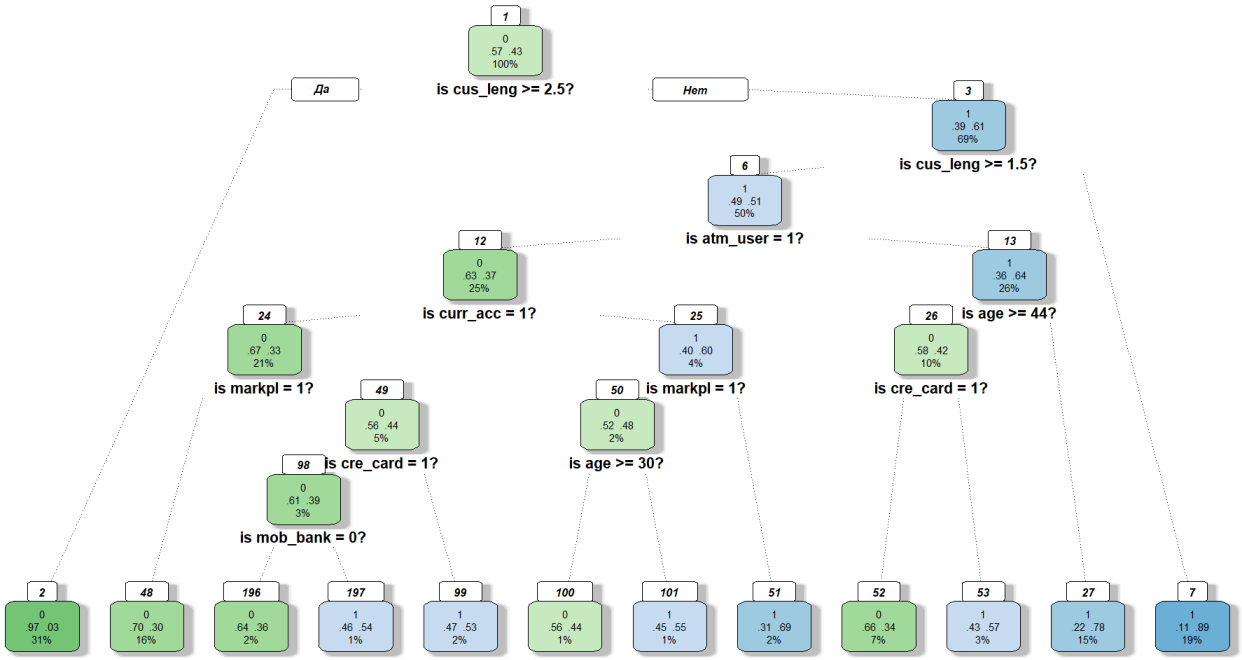


Рис. 3.24 Диаграмма дерева классификации CART
(замена подписей «yes» и «no» на русские «да» и «нет»)

Параметр `left` задает, в какую часть разбиения (левую или правую) относить узел, если условие верно. По умолчанию для этого параметра используется значение `TRUE`, означающее, что в левую часть разбиения у нас попадает узел, соответствующий положительному ответу на наш вопрос. Теперь в левую часть разбиения будем относить узел, соответствующий отрицательному ответу на наш вопрос.

```
# строим диаграмму дерева, теперь в левую
# часть разбиения будем записывать узел,
# соответствующий отрицательному ответу
# на вопрос
fancyRpartPlot(model,
               branch=0.5,
               space=0.001, yspace=0.001,
               split.cex=1.5,
               nn.cex=1, nn.font=4, split.prefix="is ",
               split.suffix="?", yes.text="Да", no.text="Нет", left=FALSE)
```

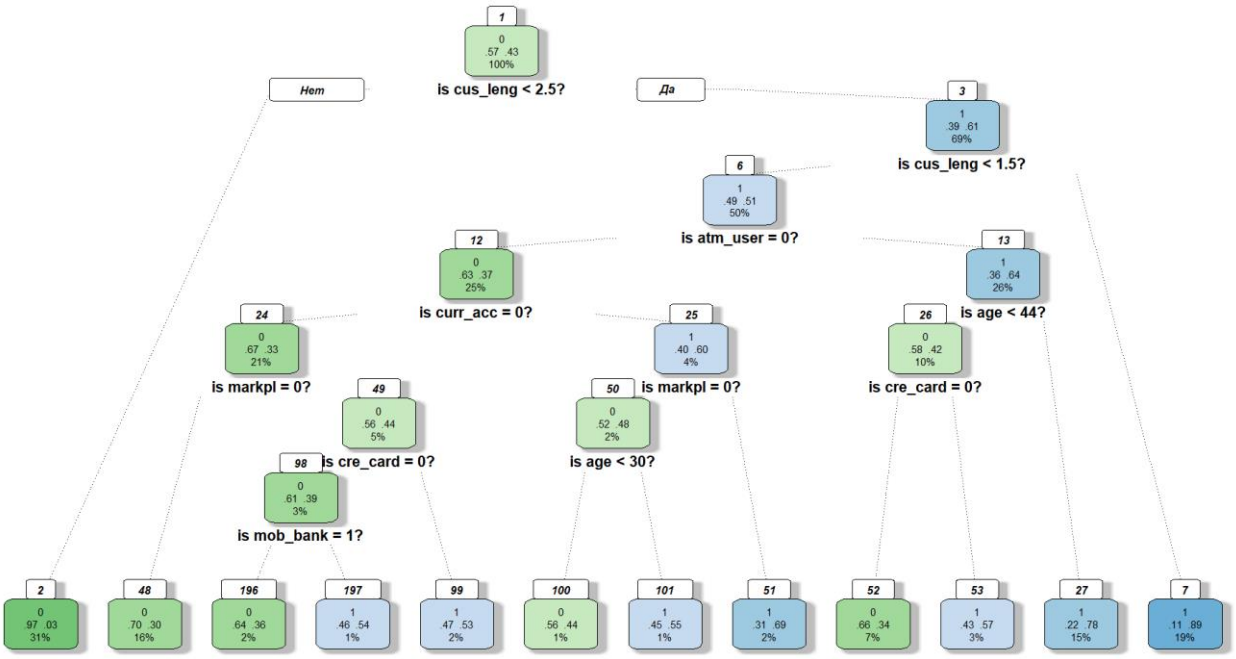


Рис. 3.25 Диаграмма дерева классификации CART (каждый узел, соответствующий отрицательному ответу на вопрос, записан в левой части разбиения)

Построить диаграмму дерева еще можно с помощью пакета `partykit`. Давайте установим и загрузим его.

```
# устанавливаем пакет partykit
# install.packages("partykit")

# загружаем пакет partykit
library(partykit)
```

Теперь переводим нашу модель дерева – объект класса `rpart` в объект класса `party` и визуализируем последний с помощью базовой функции `plot`.

```
# переводим модель дерева - объект класса
# rpart в объект класса party
model_party <- as.party(model)

# строим дерево party
plot(model_party)
```

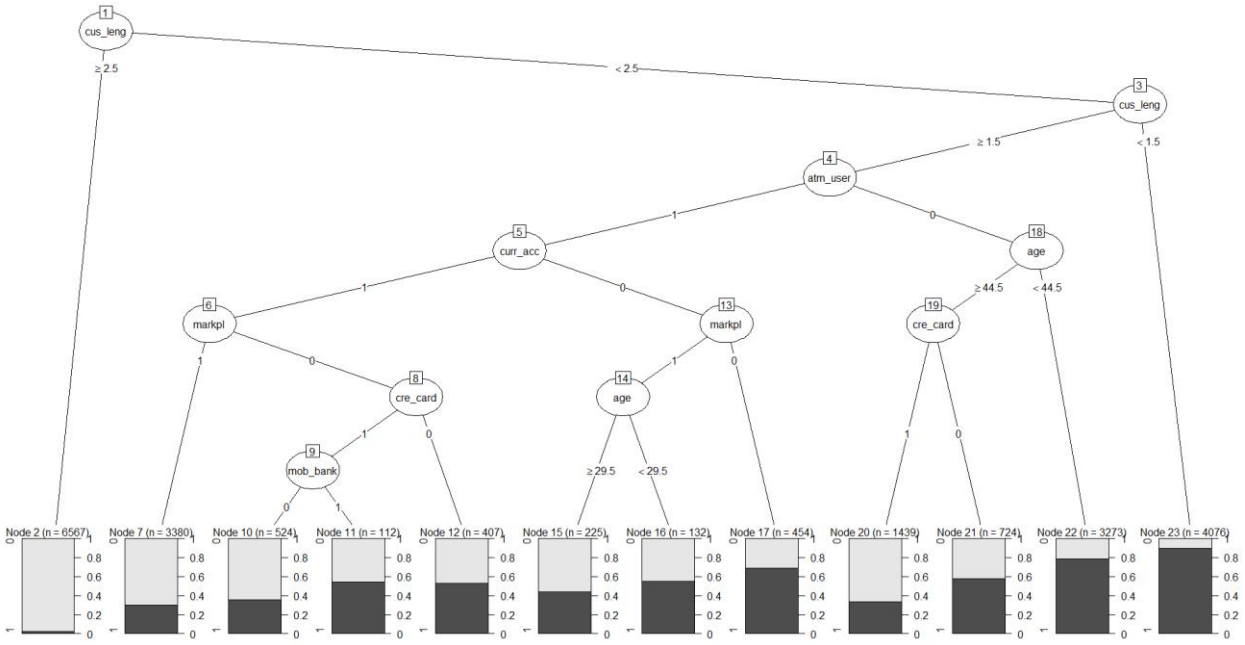


Рис. 3.26 Диаграмма дерева классификации CART, построенная с помощью пакета partykit

Если дерево является слишком большим, можно вывести лишь часть дерева – какой-то определенный узел. Например, выведем диаграмму для узла 18.

```
# выводим диаграмму для узла 18
model18 <- model_party[18]
plot(model18)
```

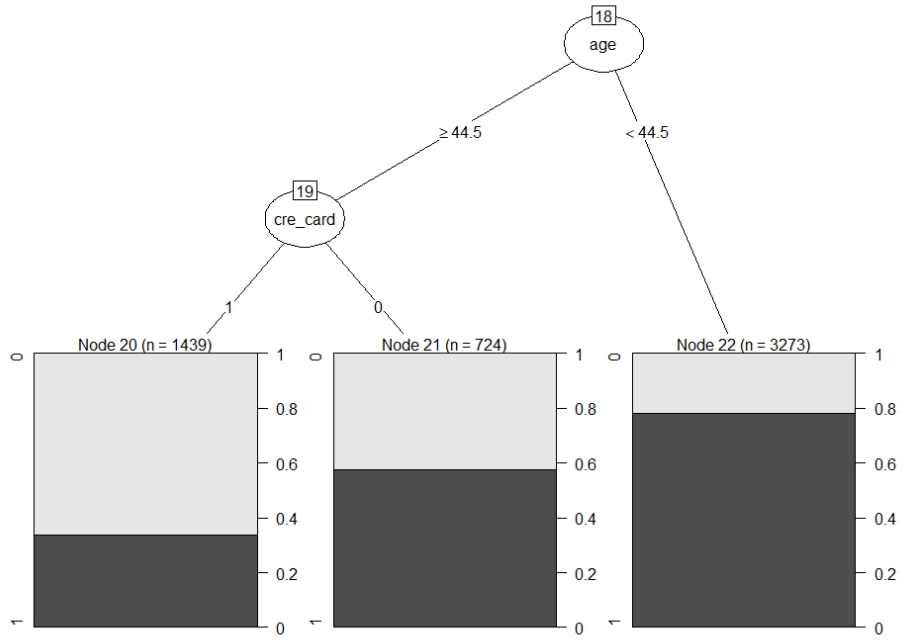


Рис. 3.27 Диаграмма для узла 18

Иногда возникает необходимость взглянуть на наблюдения, попавшие в конкретный узел. Для этого можно воспользоваться функцией `data_party` пакета `partykit`. Например, посмотрим, какие наблюдения относятся к узлу 11. Для краткости выведем первые 10 наблюдений узла 11.

```
# выясним, какие наблюдения
# относятся к узлу 11
node11 <- data_party(model_party, 11)

# выведем первые 5 наблюдений узла 11
head(node11, 5)
```

Сводка 3.14. Первые 5 наблюдений узла 11

```
     response mortgage life_ins cre_card deb_card mob_bank curr_acc internet perloan
422         0        1        1        1        1        1        1        0       0
893         1        0        1        1        1        1        1        0       0
1342        1        1        1        1        1        1        1        0       0
2056        1        0        1        1        1        1        1        0       0
2216        0        0        1        1        0        1        1        0       0
     savings atm_user markpl age cus_leng (fitted) (response)
422        0        1      0  21        2       11          0
893        0        1      0  24        2       11          1
1342       1        1      0  27        2       11          1
2056       0        1      0  28        2       11          1
2216       1        1      0  28        2       11          0
```

3.2.4. Прунинг дерева классификации CART

Вернемся к сводке, где приводится информация о сложности и качестве модели.

```
# выводим информацию о качестве модели
printcp(model)
```

Сводка 3.15. Оценка качества дерева классификации, используется ошибка классификации

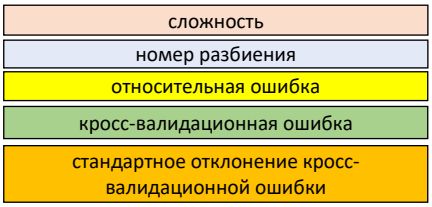
```
Classification tree:
rpart(formula = response ~ ., data = train, method = "class",
    control = rpart.control(cp = 0.001))

Variables actually used in tree construction:
[1] age      atm_user cre_card curr_acc cus_leng markpl   mob_bank

Root node error: 9229/21313 = 0.43302

n= 21313
```

	CP	nsplit	rel error	xerror	xstd
1	0.3634197	0	1.00000	1.00000	0.0078380
2	0.0716221	1	0.63658	0.63658	0.0070684
3	0.0393325	3	0.49334	0.49334	0.0064835
4	0.0167949	4	0.45400	0.45400	0.0062867
5	0.0117022	5	0.43721	0.43721	0.0061971
6	0.0018420	6	0.42551	0.42551	0.0061327
7	0.0013002	7	0.42366	0.42670	0.0061394
8	0.0012461	8	0.42236	0.42540	0.0061321
9	0.0010835	10	0.41987	0.42551	0.0061327
10	0.0010000	11	0.41879	0.42616	0.0061363



Давайте взглянем на столбец `rel error`. Мы видим, что с ростом числа разбиений и соответственно сложности дерева относительная ошибка модели, которая вычисляется на обучающей выборке, постепенно уменьшается. Однако если мы взглянем на столбец xerror, то здесь все будет не так радужно. Мы видим, что до определенного момента кросс-валидационная ошибка, вычисляемая по контрольным блокам перекрестной проверки уменьшается, а затем начинает возрастать. Таким образом, мы строим все более сложное дерево, которое начинает хуже прогнозировать наблюдения, не входившие в обучающее множество. Возникает необходимость найти оптимальное значение `cp`.

На практике используются два метода поиска оптимального значения `cp`. При первом методе берем такое значение `cp`, при котором в первый раз получили минимальную кросс-валидационную ошибку. Этот метод чаще всего применяют в тех случаях, когда имеется несколько `cp`, дающих одинаковую или примерно одинаковую наименьшую кросс-валидационную ошибку. В рамках данного метода оптимальным значением `cp` будет `cp=0.0012461`.

При втором методе мы находим наименьшее значение кросс-валидационной ошибки, прибавляем к нему стандартное отклонение кросс-валидационной ошибки, получаем пороговый уровень. Мы должны найти такое значение `cp`, которое дает наименьшее число разбиений и меньше этого порогового уровня. Например, в нашем случае минимальным значением кросс-валидационной ошибки будет значение 0,42540, прибавляем 0,0061321, получаем 0,4315321. В рамках данного

метода оптимальным значением `cp` будет `cp=0.0018420`. Этот метод учитывает изменчивость кросс-валидационной ошибки, возникающую в результате перекрестной проверки.

Ну и помимо методов полезно рассуждать логически. Мы видим, что начиная с `nsplit=6` кроссвалидационная ошибка достигает 0,42551 и перестает монотонно снижаться, при `nsplit=7` она становится больше, затем при `nsplit=8` уменьшается и потом снова начинает возрастать. Мы могли бы взять дерево с `nsplits=8`, дающее наименьшую кросс-валидационную ошибку 0,42540, однако скорее всего, данный результат представляет собой своего рода всплеск (вспоминаем про изменчивость кросс-валидационной ошибки в силу использования перекрестной проверки), ему не стоит доверять и лучше выбрать дерево с меньшим количеством расщеплений, то есть дерево с `nsplits=6` и `cp=0.0018420`. Чтобы убедиться в правильности выбранного решения, построим график зависимости кросс-валидационной ошибки от числа расщеплений и сложности модели (рис. 3.28).

```
# строим график зависимости кросс-валидационной
# ошибки от числа расщеплений и сложности модели
plotcp(model)
```

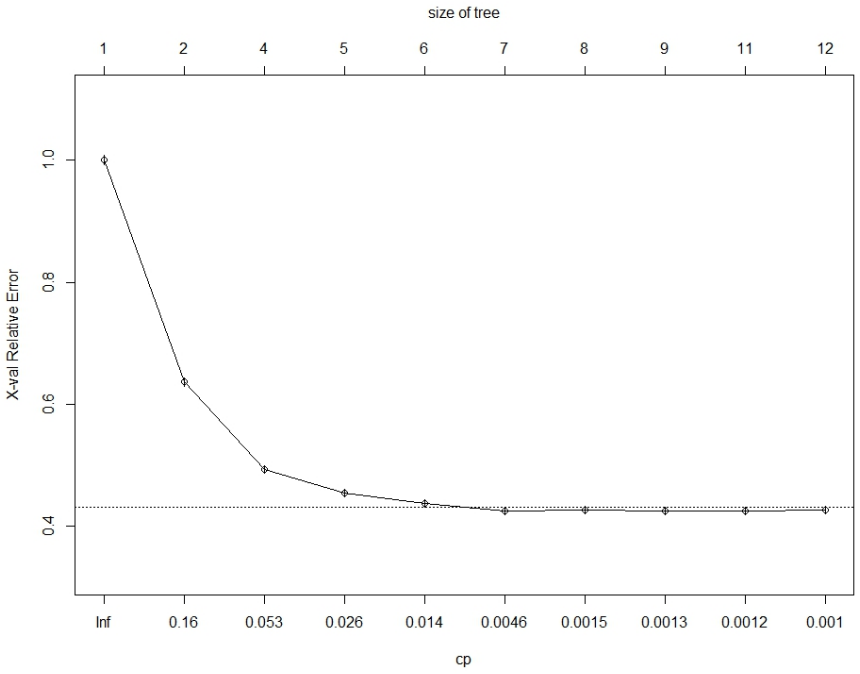


Рис. 3.28 График зависимости кросс-валидационной ошибки от числа расщеплений и сложности модели

На рис. 3.28 видно, что достигнув определенного размера дерева (`size of tree=8`), кросс-валидационная ошибка максимально уменьшается и остается на некотором постоянном уровне. Можно остановиться на значении кросс-валидационной ошибки, которое наблюдается при `cp=0.0015` и `nsplit=`11. Выберем `cp=0.0015`.

Теперь осуществим прунинг с помощью функции `prune` пакета `rpart`, установив новое пороговое значение сложности:

```
# строим обрезанное дерево
model2 <- prune(model, cp=0.0015)
```

Для наглядности выведем диаграмму обрезанного дерева (рис. 3.29).

```
# выводим диаграмму обрезанного дерева
fancyRpartPlot(model2,
               branch=0.5,
               space=0.001, yspace=0.001,
               split.cex=1.5,
               nn.cex=1, nn.font=4,
               split.prefix="is ",
               split.suffix="?")
```

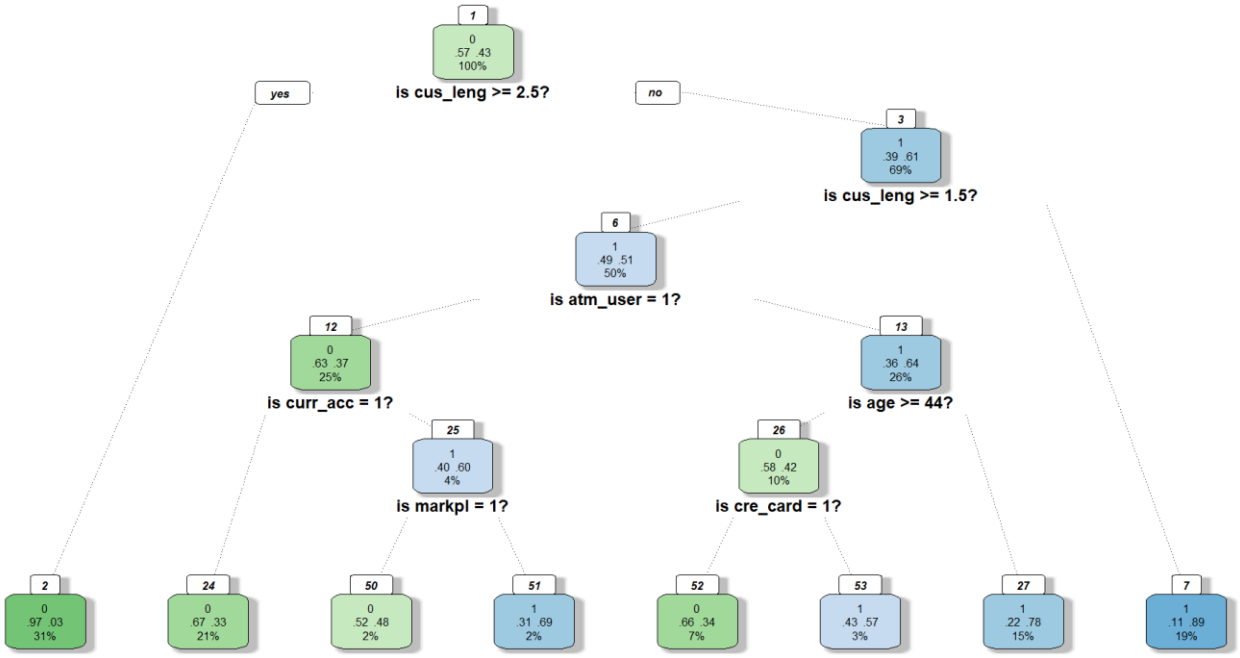


Рис. 3.29 Диаграмма дерева классификации CART (после прунинга)

Если вы затрудняетесь с определением оптимального размера, можно автоматически выбрать `cp` с наименьшей кросс-валидационной ошибкой, воспользовавшись следующим программным кодом:

```
# автоматически выбираем оптимальное
# значение cp
model3<- prune(model,cp=model$cptable
         [which.min(model$cptable[,"xerror"]),"CP"])
```

Результат прунинга очевиден: при сохранении той же самой правильности модели мы получили более простое дерево.

3.2.5. Оценка качества модели

Теперь оценим качество обрезанного дерева классификации на контрольной выборке. Нас будет интересовать дискриминирующая способность и правильность.

```
# оцениваем дискриминирующую способность
# обрезанного дерева на контрольной выборке
library(pROC)
prob_valid <- predict(model2, valid, type="prob")
roc_valid <- roc(valid$response, prob_valid[,2], ci=TRUE)

# выводим доверительный интервал AUC
roc_valid
```

Сводка 3.16. Доверительный интервал AUC для обрезанного дерева классификации CART на контрольной выборке

```
Call:
roc.default(response = valid$response, predictor = prob_valid[,     2], ci = TRUE)

Data: prob_valid[, 2] in 5086 controls (valid$response 0) < 3860 cases (valid$response 1).
Area under the curve: 0.8812
95% CI: 0.8745-0.888 (DeLong)
```

Теперь выведем ROC-кривую для нашего обрезанного дерева.

```
# выводим ROC-кривую
plot.roc(roc_valid)
```

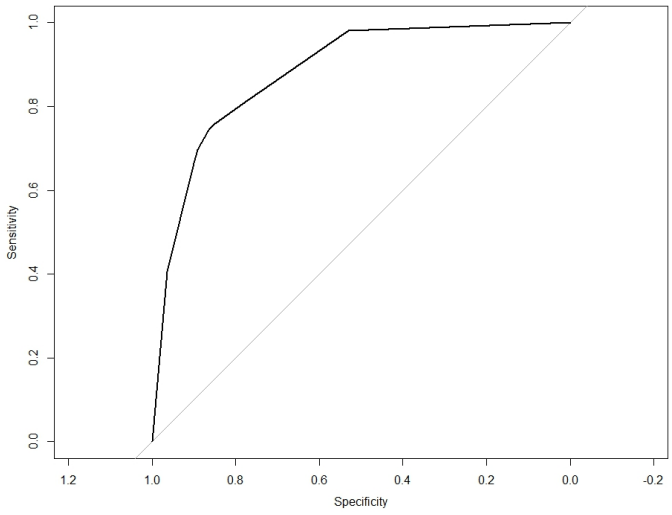


Рис. 3.30 ROC-кривая для обрезанного дерева классификации CART на контрольной выборке

До этого момента мы строили ROC-кривую с помощью пакета `pROC`. В среде R есть еще один прекрасный пакет для отрисовки ROC-кривой и вычисления AUC. Речь идет о пакете `ROCR`. Давайте установим и загрузим его.

```
# устанавливаем пакет ROCR
# install.packages("ROCR")
# загружаем пакет ROCR
library(ROCR)
```

Все начинается с создания объекта `prediction`. Мы создаем его с помощью функции `prediction` пакета `ROCR`. Функция `prediction` имеет общий вид:

```
prediction(predictions, labels)
```

где

`predictions`	Задает вектор, матрицу, список или датафрейм, содержащий спрогнозированые вероятности интересующего класса
`labels`	Задает вектор, матрицу, список или датафрейм, содержащий фактические метки классов. Должен иметь ту же самую размерность, что и `predictions`

```
# создаем объект prediction
pred <- prediction(prob_valid[,2], valid$response)
```

А затем нам нужно воспользоваться функцией `performance` пакета `ROCR`. Функция `performance` имеет общий вид:

```
prediction(prediction.obj, measure)
```
где

`prediction.obj`	Задает объект `prediction`
`measure`	Задает метрику качества. Метрик может быть несколько. Для построения ROC-кривой нужно задать `"tpr"` – чувствительность и `"fpr"` – 1-специфичность

Мы строим ROC-кривую, передав функции `performance` объект `prediction` (в данном случае он называется `pred`) и необходимые метрики. Параметр `lty` задает тип диагональной линии, обозначающей бесполезный классификатор.

```
# строим ROC-кривую
plot(performance(pred, "tpr", "fpr"))
abline(0, 1, lty = 4)
```

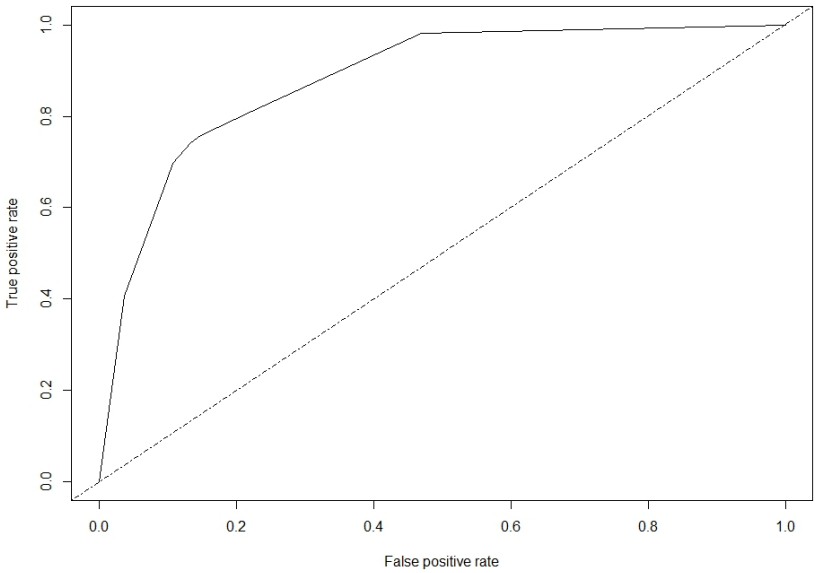


Рисунок 3.31 ROC-кривая для обрезанного дерева классификации CART, построенная с помощью пакета ROCR

Теперь вычислим значение AUC

```
# вычисляем AUC
AUC = performance(pred,"auc")@y.values[[1]]
AUC
```

Сводка 3.17. Значение AUC для обрезанного дерева классификации CART, вычисленное с помощью пакета ROCR

```
[1] 0.8812102
```

Теперь вычислим правильность модели на контрольной выборке. Для этого нам нужно получить спрогнозированные значения (классы) зависимой переменной и построить матрицу ошибок. Обратите внимание, что для получения спрогнозированных значений для параметра `type` функции `predict` нужно указать значение `"class"`.

```
# получаем спрогнозированные значения зависимой переменной
# для контрольной выборки
predvalue <- predict(model2, valid, type="class")

# строим матрицу ошибок
table(valid$response, predvalue)
```

Сводка 3.18. Матрица ошибок для обрезанного дерева классификации CART

```
   predvalue
       0    1
  0 4405  681
  1  997 2863
```

Количество верных прогнозов делим на общее количество прогнозов (4405+2863)/(4405+681+997+2863)=7268/8946=0,812 или 81,2%.

Лекция 3.3. Построение и интерпретация дерева регрессии CART

3.3.1. Подготовка данных

Теперь построим дерево регрессии CART. На этот раз будем предсказывать задолженность по кредитной карте. Данные записаны в файле *Creddebt.csv*. Исходная выборка содержит записи о 5000 клиентах. По каждому наблюдению (клиенту) фиксируются следующие переменные (характеристики):

- количественный предиктор *Возраст в годах [age]*;
- порядковый предиктор *Уровень образования [ed]*
- количественный предиктор *Срок занятости на последнем месте работы в месяцах [employ]*;
- количественный предиктор *Срок проживания по последнему адресу [address]*;
- количественный предиктор *Ежемесячный доход в тысячах рублей [income]*;
- количественный предиктор *Отношение суммы долговых обязательств к доходу [debtinc]*;
- количественная зависимая переменная *Задолженность по кредитной карте в тысячах рублей [creddebt]*.

Запустим программу R. Запишем данные в объект `data`, чтобы начать работу с ними.

```
# загружаем данные
data <- read.csv2("C:/Trees/Creddebt.csv")
```

Проверим, как выглядят наши переменные.

```
# смотрим типы переменных
str(data)
```

Сводка 3.19. Таблица данных data

```
'data.frame':     5000 obs. of  7 variables:
 $ age     : int  41 30 40 41 57 45 36 39 43 34 ...
 $ ed      : Factor w/ 5 levels "Высшее, ученая степень",..: 5 3 3 3 3 3 3 3 3 5 ...
 $ employ  : int  17 13 15 15 7 0 1 20 12 7 ...
 $ address : int  12 8 14 14 37 13 3 9 11 12 ...
 $ income  : num  35.9 46.7 61.8 72 25.6 28.1 19.6 80.5 68.7 33.8 ...
 $ debtinc : num  11.9 17.9 10.6 29.7 15.9 ...
 $ creddebt: num  0.5 1.35 3.44 4.17 1.5 0.92 1.21 1.85 1.43 1.42 ...
```

Порядковую переменную *ed*, ставшую в R фактором, преобразуем в упорядоченный фактор.

```
# порядковую переменную ed преобразовываем
# в упорядоченный фактор
data$ed <- ordered(data$ed, levels = c("Неполное среднее", "Среднее", "Среднее специальное",
                                       "Незаконченное высшее", "Высшее, ученая степень"))
```

Снова проверим, как выглядят переменные.

```
# смотрим типы переменных
str(data)
```

Сводка 3.20. Таблица данных data после преобразования

```
'data.frame':     5000 obs. of  7 variables:
 $ age     : int  41 30 40 41 57 45 36 39 43 34 ...
 $ ed      : Ord.factor w/ 5 levels "Неполное среднее"<..: 3 1 1 1 1 1 1 1 1 3 ...
 $ employ  : int  17 13 15 15 7 0 1 20 12 7 ...
 $ address : int  12 8 14 14 37 13 3 9 11 12 ...
 $ income  : num  35.9 46.7 61.8 72 25.6 28.1 19.6 80.5 68.7 33.8 ...
 $ debtinc : num  11.9 17.9 10.6 29.7 15.9 ...
 $ creddebt: num  0.5 1.35 3.44 4.17 1.5 0.92 1.21 1.85 1.43 1.42 ...
```

Разбиваем набор данных на обучающую и контрольную выборки.

```
# задаем стартовое значение генератора случайных чисел, чтобы
# каждый раз получать одно и то же разбиение
# на обучающую и контрольную выборки
set.seed(100)

# разбиваем набор на обучающую и контрольную выборки
ind <- sample(2,nrow(data),replace=TRUE,prob=c(0.7,0.3))
tr <- data[ind==1,]
val <- data[ind==2,]
```

Проверяем наличие пропусков.

```
# проверяем наличие пропусков в обучающей выборке
sapply(tr, function(x) sum(is.na(x)))
```

Сводка 3.21. Отчет по пропущенным значениям в датафрейме tr

```
     age       ed   employ  address   income  debtinc creddebt
       0        0        0        0        0        0        0
```

```
# проверяем наличие пропусков в контрольной выборке
sapply(val, function(x) sum(is.na(x)))
```

Сводка 3.22. Отчет по пропущенным значениям в датафрейме val

```
     age       ed   employ  address   income  debtinc creddebt
       0        0        0        0        0        0        0
```

3.3.2. Построение и интерпретация модели регрессии

Поскольку наша зависимая переменная *creddebt* является количественной, строится дерево регрессии. Построим модель дерева классификации по всем исходным предикторам, вновь уменьшив пороговое значение штрафа за сложность `cp`. Обратите внимание, теперь для параметра `method` мы задаем значение `'anova'`, а не `'class'`.

```
set.seed(42)
# строим модель регрессии, уменьшив пороговое
# значение штрафа за сложность cp
m <-rpart(creddebt~., method='anova', control=rpart.control(cp=0.001),
          data=tr)
```

Выведем информацию о качестве модели.

```
# выводим информацию о качестве модели
printcp(m)
```

Сводка 3.23. Оценка качества дерева регрессии, используется сумма квадратов остатков (девианс)

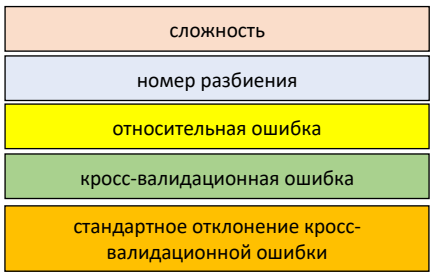
```
Regression tree:
rpart(formula = creddebt ~ ., data = tr, method = "anova", control = rpart.control(cp = 0.001
))

Variables actually used in tree construction:
[1] address debtinc employ  income

Root node error: 38848/3510 = 11.068

n= 3510

          CP nsplit rel error  xerror    xstd
1  0.2059577      0   1.00000 1.00077 0.49690
2  0.0848917      1   0.79404 1.05816 0.49800
3  0.0484284      2   0.70915 0.89849 0.43597
4  0.0381777      3   0.66072 0.84844 0.43448
5  0.0223124      4   0.62254 0.81357 0.43444
6  0.0080364      5   0.60023 0.71401 0.36431
7  0.0079322      6   0.59220 0.70344 0.36429
8  0.0063324      7   0.58426 0.70085 0.36429
9  0.0058589      8   0.57793 0.69436 0.36428
10 0.0054694      9   0.57207 0.69082 0.36425
11 0.0050726     10   0.56660 0.69026 0.36425
12 0.0048728     11   0.56153 0.68006 0.36347
13 0.0046986     12   0.55666 0.67790 0.36346
14 0.0037390     13   0.55196 0.67588 0.36339
15 0.0032180     14   0.54822 0.66633 0.36335
16 0.0029638     15   0.54500 0.66420 0.36335
17 0.0025281     16   0.54204 0.66286 0.36335
18 0.0022085     17   0.53951 0.65964 0.36335
19 0.0018628     18   0.53730 0.65736 0.36334
20 0.0014130     19   0.53544 0.65807 0.36334
21 0.0012199     20   0.53403 0.65918 0.36334
22 0.0011118     21   0.53281 0.66044 0.36334
23 0.0010998     22   0.53169 0.66016 0.36334
24 0.0010371     23   0.53059 0.65968 0.36334
25 0.0010000     25   0.52852 0.65957 0.36334
```



`Root node error` показывает базовую ошибку модели регрессии. Она вычисляется как общая сумма квадратов отклонений, поделенная на количество наблюдений. Общая сумма квадратов отклонений – это сумма квадратов отклонений фактических значений зависимой переменной от ее среднего значения (общая сумма квадратов отклонений). Давайте вычислим ее.

```
# вычисляем общую сумму квадратов отклонений
TSS <- sum((tr$creddebt-(mean(tr$creddebt)))^2)
TSS
```

Сводка 3.24. Общая сумма квадратов отклонений

```
38847.63
```

Параметр `rel error` эквивалентен статистике 1 – R^2 в регрессионном анализе. R^2 или коэффициент детерминации показывает долю дисперсии зависимой переменной, объясненную моделью. Таким образом, `rel error` показывает долю дисперсии зависимой переменной, которую не смогла объяснить модель на обучающей выборке. Давайте подробнее поговорим об R^2. Он вычисляется как единица минус отношение остаточной суммы квадратов отклонений к общей сумме квадратов отклонений. Остаточная сумма квадратов отклонений – это сумма квадратов отклонений фактических значений зависимой переменной от спрогнозированных (ее называют остаточной суммой квадратов отклонений). Общая сумма квадратов отклонений – это сумма квадратов отклонений фактических значений зависимой переменной от ее среднего.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}_i)^2}$$

где

$\bar{y}_i$ – среднее значение зависимой переменной;
$\hat{y}_i$ – спрогнозированное значение зависимой переменной;
y_i – фактическое значение зависимой переменной.

Коэффициент детерминации меняется в диапазоне от 0 до 1. Чем ближе значение коэффициента детерминации к 1, тем меньше дисперсия случайной ошибки модели по сравнению с общей дисперсией зависимой переменной.
Например, вычислим R^2 модели на обучающей выборки для `cp=0.0018628` (именно при этом значении `cp` достигается минимальная кросс-валидационная ошибка). Вычитаем из 1 значение 0,53730 и получаем 0,4627. Это обозначает, что модель на обучающей выборке объяснила 46,3% дисперсии зависимой переменной. R^2 еще можно было

вычислить так: 0,53730 умножаем на общую сумму квадратов отклонений 38848, получаем 20873, это будет остаточная сумма квадратов отклонений. Из 1 вычитаем остаточную сумму квадратов отклонений, поделенную на общую сумму квадратов отклонений 1-(20873/38848)=1-0,537=0,463 или 46,3%.

Параметр `xerror` – это кроссвалидационная ошибка. Для дерева регрессии кроссвалидационная ошибка – это сумма квадратов остатков, вычисленная для объектов, не участвовавших в обучении[1]. С помощью этого показателя мы можем вычислить R^2 модели, если применим ее к наблюдениям, не участвовавшим в обучении. Например, вычислим R^2 модели по таким наблюдениям для `cp=0.0018628`. Вычитаем из 1 значение 0,65736 и получаем 0,34264. R^2 еще можно было вычислить так: 0,65736 умножаем на общую сумму квадратов отклонений 38848, получаем 25537, это будет остаточная сумма квадратов отклонений. Из 1 вычитаем остаточную сумму квадратов отклонений, поделенную на общую сумму квадратов отклонений 1-(25537/38848)=1-0,657=0,343 или 34,3%. Это обозначает, что если нашу модель использовать на новых данных, она объяснит 34,3% дисперсии зависимой переменной. В целом можно сказать, что наша модель имеет неудовлетворительное качество.

Теперь выведем развернутые результаты построения модели.

```
# выводим подробную информацию о модели
summary(m)
```

Полученная сводка является довольно большой, будем приводить и пояснять ее по частям.

[1] В этом смысле она эквивалентна PRESS статистике, которая часто используется в регрессионном анализе с целью оценить подгонку модели по наблюдениям, которые не использовались для оценивания параметров модели. PRESS статистика вычисляется как сумма квадратов остатков, предсказанных для этих наблюдений.

Сводка 3.25. Развернутые результаты: оценка сложности и качества модели (фрагмент)

```
Call:
rpart(formula = creddebt ~ ., data = tr, method = "anova", control = rpart.co
ntrol(cp = 0.001))
  n= 3510

           CP nsplit rel error    xerror      xstd
1  0.205957736      0 1.0000000 1.0007710 0.4968963
2  0.084891690      1 0.7940423 1.0581567 0.4979970
3  0.048428394      2 0.7091506 0.8984934 0.4359651
. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

24 0.001037074     23 0.5305943 0.6596782 0.3633370
25 0.001000000     25 0.5285201 0.6595664 0.3633367
```

В сводке 3.25 приводится таблица с оценкой сложности и качества модели, которую можно вывести отдельно с помощью функции `printcp`.

Сводка 3.25. Развернутые результаты: важность переменных

```
Variable importance
 income debtinc  employ     age address      ed
     64      24       7       2       2       1
```

Сводка 3.26 показывает важность переменной в модели. Наиболее важным предиктором оказался *Ежемесячный доход в тысячах рублей [income]*. В данном случае важность переменной – это процент использования данной переменной в качестве предиктора разбиения. В данном случае переменная *Ежемесячный доход в тысячах рублей* использовалась в 64% разбиений.

Сводка 3.26. Развернутые результаты: характеристики узлов (фрагмент)

```
Node number 2: 3499 observations,    complexity param=0.08489169
  mean=1.551646, MSE=4.365003
  left son=4 (3196 obs) right son=5 (303 obs)
  Primary splits:
      income  < 94.6   to the left,  improve=0.21592420, (0 missing)
      debtinc < 12.235 to the left,  improve=0.16601170, (0 missing)
      employ  < 13.5   to the left,  improve=0.10199320, (0 missing)
      age     < 39.5   to the left,  improve=0.04871706, (0 missing)
      address < 14.5   to the left,  improve=0.01744593, (0 missing)
  Surrogate splits:
      employ  < 23.5   to the left,  agree=0.932, adj=0.218, (0 split)
      age     < 52.5   to the left,  agree=0.917, adj=0.043, (0 split)
      address < 31.5   to the left,  agree=0.914, adj=0.010, (0 split)
```

спрогнозированное (среднее) значение зависимой переменной

среднеквадратичная ошибка

Сводка 3.26 показывает характеристики каждого узла дерева.
`mean` показывает спрогнозированное значение (среднее значение) зависимой переменной для узла. Например, рассмотрим узел 2. Он содержит 3499 наблюдений. Для данного узла спрогнозированным значением будет 1,55. Проще говоря, если мы сложим фактические значения зависимой переменной в наблюдениях, которые попали в

данный узел, и полученную сумму разделим на количество наблюдений, мы получим среднее значение зависимой переменной, которое и будет спрогнозированным значением.
`MSE` показывает среднеквадратичную ошибку узла.
`Left son` и `right son` показывают, как узел расщепляется на узлы-потомки. Например, узел 2 в свою очередь разбивается на два узла-потомка – узел 4 и узел 5.
`Primary splits` показывают переменную, которая была использована для расщепления узла, а также альтернативные переменные, которые можно было использовать для расщепления. Для каждой переменной приводятся значения `improve`, т.е. улучшения. Под улучшением понимается максимальное уменьшение девианса. Оно вычисляется по формуле:

$$1 - \left(\frac{D_L}{D_P} + \frac{D_R}{D_P}\right)$$

где:

i_P – девианс родительского узла;
i_L – девианс левого дочернего узла;
i_R – девианс правого дочернего узла.

`Surrogate splits` показывают переменные-заменители (суррогаты), разбиения, задаваемые которыми, наиболее близки к разбиению, задаваемому исходным предиктором. Суррогаты применяются, если переменная, используемая для разбиения, имеет пропущенные значения. Теперь выведем краткие результаты построения модели.

```
# выводим краткую информацию о модели
print(m)
```

Сводка 3.27. Краткие результаты (фрагмент)

```
n= 3510

node), split, n, deviance, yval
      * denotes terminal node

  1) root 3510 38847.63000  1.6362990
    2) income< 266.5 3499 15273.15000  1.5516460
      4) income< 94.6 3196  6202.39100  1.2527220
        8) debtinc< 12.515 2283  1386.04600  0.8219317
        . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

            93) employ>=27.5 10   347.41620 12.9460000 *
           47) debtinc>=19.195 7   437.23910 15.3914300 *
    3) income>=266.5 11 15573.52000 28.5636400 *
```

правило разбиения
количество наблюдений в узле
девианс (сумма квадратов остатков)
спрогнозированное значение

В сводке 3.27 для каждого узла выводится:

- `node)`– номер узла;
- `split` – переменная, использованная для расщепления узла;
- `n` – количество наблюдений в узле;
- `deviance` – девианс (сумма квадратов остатков) узла;
- `yval` – спрогнозированное значение зависимой переменной для узла.

Знаком * отмечены терминальные узлы.

Например, узел, соотвествующий правилу `income<266.5`, содержит 3499 наблюдений. Для него прогнозируется значение зависимой переменной, равное 1,55.

3.2.3. Прунинг и оценка качества дерева регрессии CART

Чтобы выбрать оптимальное значение `cp`, построим график зависимости кроссвалидационной ошибки от числа расщеплений и сложности модели.

```
# строим график зависимости кросс-валидационной
# ошибки от числа расщеплений и сложности модели
plotcp(m)
```

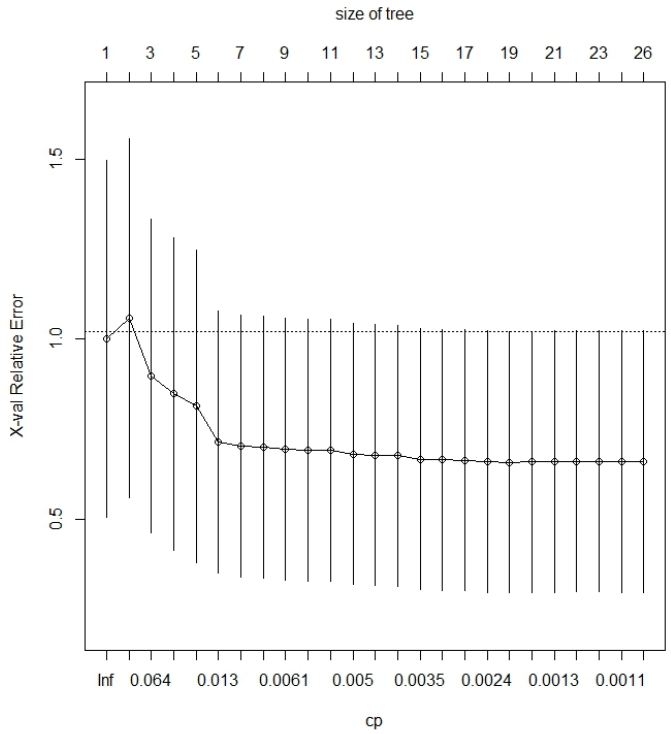


Рисунок 3.32 График зависимости кросс-валидационных ошибок от числа расщеплений и сложности модели

На графике мы видим, что по достижении `size of tree=19` кросс-валидационная ошибка перестает уменьшаться. В целом график довольно сложен и поэтому можно автоматически вычислить оптимальное значение `cp`, а затем по этому значению обрезать дерево.

```
# находим оптимальное значение cp
cp=m$cptable[which.min(m$cptable[,"xerror"]),"CP"]
cp
```

Сводка 3.28. Оптимальное значение cp

```
 [1] 0.001862835
```

```
# выполняем прунинг
m2 <- prune(m, cp=0.001862835)
```

Выводим диаграмму обрезанного дерева.

```
# строим диаграмму обрезанного
# дерева регрессии
fancyRpartPlot(m2,
               branch=0.5,
               space=0.1, yspace=0.01,
               split.cex=1,
               nn.cex=0.5, nn.font=1,
               split.prefix="is ",
               split.suffix="?")
```

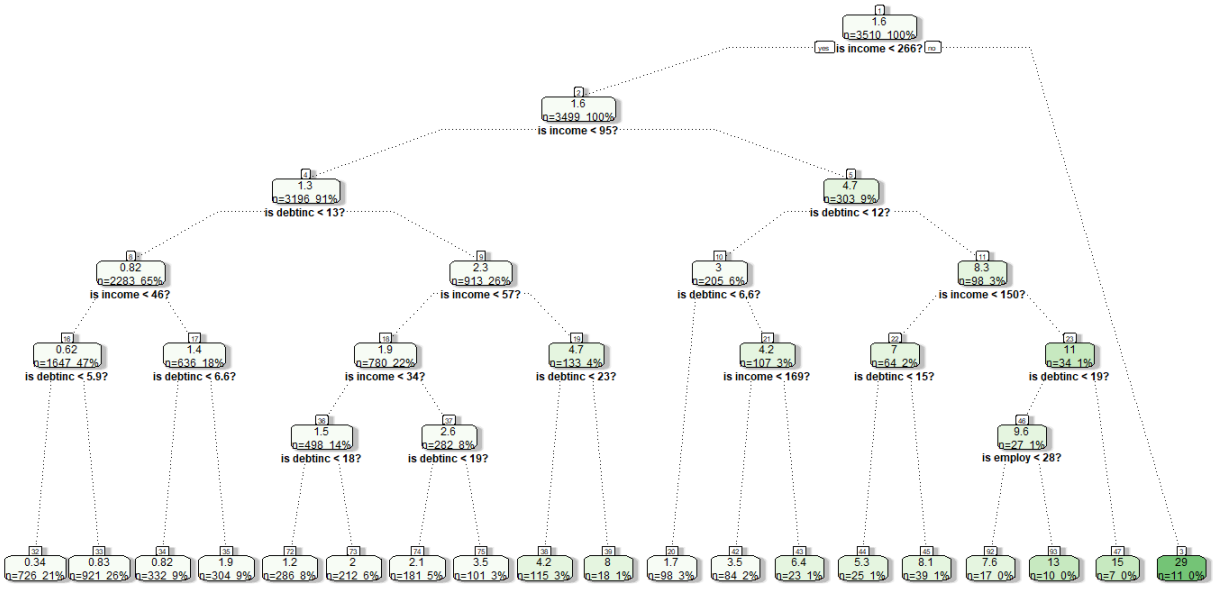


Рис. 3.33 Диаграмма дерева регрессии CART (после прунинга)

В узлах дерева регрессии первым записывается спрогнозированное среднее значение зависимой переменной, количество наблюдений и доля наблюдений в узле от исходной выборки.

Главным предиктором задолженности по кредитной карте стала переменная *Ежемесячный доход в тысячах рублей [income].* Она делит корневой узел на два узла – клиентов с доходом меньше 266 тыс. рублей (узел 2) и клиентов, у которых доход равен 266 тыс. рублям или выше (узел 3). Средний размер задолженности у клиентов с доходом < 266 тыс. рублей равен 1,6 тыс. рублей, а средний размер задолженности у клиентов с доходом ≥ 266 тыс. рублей составляет 29 тыс. рублей.

Примечательно, что узел 3 состоит всего из 11 наблюдений и является терминальным.

Узел 3 (клиенты с доходом < 266 тыс. рублей) вновь расщепляется по переменной *Ежемесячный доход в тысячах рублей [income]* на узел 4 (клиенты с доходом < 95 тыс. рублей) и узел 5 (клиенты с доходом ≥ 95 тыс. рублей). Средний размер задолженности у клиентов с доходом < 95 тыс. рублей равен 1,3 тыс. рублей, а средний размер задолженности у клиентов с доходом ≥ 95 тыс. рублей составляет 4,7 тыс. рублей.

Опять же не будем подробно вдаваться в интерпретацию дерева, а лучше в целом охарактеризуем его, исходя из диаграммы. Большое количество терминальных узлов очень небольших размеров указывает на то, что несмотря на прунинг дерево остается сложным, очень гибким и будет улавливать несущественные возмущения в данных, принимая их за сигнал. Все это говорит о нестабильности модели. Теперь вычислим девианс и среднеквадратичную ошибку модели на контрольной выборке. Для этого нам нужно получить спрогнозированные значения зависимой переменной на контрольной выборке.

```
# вычисляем спрогнозированные значения зависимой
# переменной на контрольной выборке
predvalue <- predict(m2, val)
```

Получив спрогнозированные значения зависимой переменной, вычисляем девианс или сумму квадратов остатков. Для этого по каждому наблюдению получаем остаток – разность между фактическим и спрогнозированным значениями зависимой переменной, этот остаток возводим в квадрат, квадраты остатков складываем и получаем девианс.

```
# вычисляем девианс или сумму квадратов остатков
# на контрольной выборке, из фактического значения
# зависимой переменной вычитаем спрогнозированное
# значение, возводим остаток в квадрат и квадраты
# остатков суммируем
D <- sum((val$creddebt - predvalue)^2)
```

Сводка 3.29. Девианс обрезанного дерева регрессии

```
[1] 6367.12
```

```
# вычисляем среднеквадратичную ошибку, сумму квадратов
# делим на количество наблюдений
MSE <- sum((val$creddebt - predvalue)^2)/nrow(val)
```

Сводка 3.30. Среднеквадратичная ошибка обрезанного дерева регрессии

```
[1] 4.273235
```

Кроме девианса и среднеквадратичной ошибки полезно взглянуть на коэффициент детерминации для контрольной выборки.

```
# вычисляем коэффициент детерминации
TSS <- sum((val$creddebt-(mean(val$creddebt)))^2)
RSS <- sum((val$creddebt-predvalue)^2)
R2 <- 1-(RSS/TSS)
R2
```

Сводка 3.31. Коэффициент детерминации обрезанного дерева регрессии

```
[1] 0.1793884
```

Наша модель дерева объясняет лишь 18% дисперсии зависимой переменной, что указывает на ее неудовлетворительное качество. Давайте для сравнения построим модель линейной регрессии и вычислим для нее девианс, среднеквадратичную ошибку и коэффициент детерминации. При этом помним, чем меньше девианс и среднеквадратичная ошибка, тем лучше качество модели, а для коэффициента детерминации все наоборот: чем он выше, тем лучше качество модели.

```
# строим модель линейной регрессии
linearMod <- lm(creddebt ~ ., data=tr)

# получаем спрогнозированные значения
# зависимой переменной с помощью
# модели линейной регрессии
predvalue_regr <-predict(linearMod, val)

# вычисляем девианс для модели линейной регрессии
D_regr <- sum((val$creddebt - predvalue_regr)^2)
D_regr
```

Сводка 3.32. Девианс модели линейной регрессии

```
[1] 4300.803
```

```
# вычисляем среднеквадратичную ошибку
# для модели линейной регрессии
MSE_regr <- sum((val$creddebt - predvalue_regr)^2)/nrow(val)
MSE_regr
```

Сводка 3.33. Среднеквадратичная ошибка модели линейной регрессии

```
[1] 2.886445
```

```
# вычисляем коэффициент детерминации
# для модели линейной регрессии
TSS <- sum((val$creddebt-(mean(val$creddebt)))^2)
RSS <- sum((val$creddebt-predvalue_regr)^2)
R2 <- 1-(RSS/TSS)
R2
```

Сводка 3.34. Коэффициент детерминации модели линейной регрессии

```
[1] 0.4457009
```

Анализ метрик, полученных для линейной регрессии, показывает, что данная модель имеет более высокое качество по сравнению с моделью

дерева. Модель линейной регрессии объясняет 45% дисперсии зависимой переменной (при этом можно добиться лучшего качества, воспользовавшись регуляризацией), тогда как модель дерева объясняет лишь 18%. Чем это обусловлено? Мы должны вспомнить то, о чем говорили в нашей вводной лекции по деревьям решений. Деревья решений более эффективны по сравнению с регрессионным анализом в тех случаях, когда взаимосвязи между предикторами и зависимой переменной является нелинейными, переменные имеют несимметричные распределения, наблюдается большое количество коррелирующих между собой переменных, взаимодействия высоких порядков. Если же предпосылки регрессионного анализа выполняются, то логистическая регрессия (когда зависимая переменная является категориальной) или линейная регрессия (когда зависимая переменная является количественной) могут дать лучший результат. Это обусловлено тем, что деревья пытаются описать линейную связь между переменными путем многократных разбиений по предикторам. CART пытается уловить эту связь посредством серии бинарных делений и это может быть менее эффективно по сравнению с подбором параметров в регрессионном анализе. По-видимому, взаимосвязи между предикторами и зависимой переменной в нашем наборе носили линейный характер, распределения переменных были близки к нормальному распределению и применение линейной регрессии оказалось более эффективным. Кроме того, не забываем про недостаток CART – склонность к переобучению и нестабильность, которые не всегда можно устранить даже с помощью прунинга. Однако если на основе исходной выборки случайным образом создать множество немного отличающихся друг от друга выборок, построить по ним деревья регрессии CART, позволив каждому переобучаться на какой-то своей определенной части данных и при этом для поиска наилучшего расщепления каждого узла использовать не все предикторы, а лишь случайное подмножество, затем усреднить полученные результаты, можно добиться значительного улучшения качества. Этот подход реализован в рамках метода случайного леса для задачи регрессии. Давайте построим модель случайного леса для наших данных и вычислим R^2 модели на контрольной выборке.

```
# загружаем пакет randomForest для
# построения случайного леса
library(randomForest)

# строим модель случайного леса
set.seed(42)
forestMod <- randomForest(creddebt ~ ., data=tr)

# получаем спрогнозированные значения
# зависимой переменной с помощью
# модели случайного леса
predvalue_forest <- predict(forestMod, val)
```

```
# вычисляем коэффициент детерминации
# для модели случайного леса
TSS <- sum((val$creddebt-(mean(val$creddebt)))^2)
RSS <- sum((val$creddebt-predvalue_forest)^2)
R2 <- 1-(RSS/TSS)
R2
```

Сводка 3.35. Коэффициент детерминации модели случайного леса

```
[1] 0.6296923
```

Модель случайного леса позволяет объяснить 63% дисперсии зависимой переменной. О методе случайного леса мы подробнее поговорим в следующем модуле.