Вариант 16

Мохняков П.А. М80-108Б-19 Лист 1

№12

Ортогональное преобразование A и самосопряженное преобразование B пространства геометрических векторов V_3 в ортонормированном базисе $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ имеют соответственно матрицы A и B. Каждое преобразование привести к каноническому виду, т.е. найти ортонормированный базис $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_3$, в котором матрица преобразования имеет канонический вид, и найти эту матрицу. Выяснить геометрический смысл каждого преобразование

$$A = \frac{1}{27}\begin{pmatrix} 10 & 2 & 25 \\ 23 & 10 & -10 \\ -10 & 25 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Решение:

Преобразование A. Применяем алгоритм приведения ортогонального преобразования к каноническому виду.

1. Составляем характеристическое уравнение $\det(A-\lambda E)=0$ матрицы A:

$$\begin{vmatrix} \frac{10}{27}-\lambda & \frac{2}{27} & \frac{25}{27} \\ \frac{23}{27} & \frac{10}{27}-\lambda & \frac{-10}{27} \\ \frac{-10}{27} & \frac{25}{27} & \frac{2}{27}-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{27^3}\begin{vmatrix} 10-27\lambda & 2 & 25 \\ 23 & 10-27\lambda & -10 \\ -10 & 25 & 2-27\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Сделаем замену $t=27\lambda$ и разложим определитель

$$\begin{vmatrix} 10-t & 2 & 25 \\ 23 & 10-t & -10 \\ -10 & 25 & 2-t \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (10-t)^2(2-t)+200+14375+500(10-t)-46(2-t)=0$$

Упрощая получаем $t^3-22t^2+594t-19683=0$. Так как собственное значение ортогонального преобразование либо $\lambda=1$, либо $\lambda=-1$, то полученное уравнение должно иметь действительный корень $t=27$ или $t=-27$. Подстановкой убеждаемся, что $t_1=27$ является корнем. Разделив левую часть уравнения на двучлен $t-27$, приходим к квадратному уравнению $t^2+5t+729=0$, которое имеет два комплексно сопряженных корня $t_{2,3}=\frac{-5\pm 7i\sqrt{59}}{2}$.

Значит, характеристическое уравнение имеет корни $\lambda_1=1$, $\lambda_{2,3}=\frac{-5\pm 7i\sqrt{59}}{54}$

Вариант 16 Мохняков П.А. М8О-108Б-13 Лист 2

2. Для действительного корня $\lambda_1=1$, находим фундаментальную систему решений однородной системы $(A-\lambda_1 E)x=0$. Приводим матрицу к упрощенному виду:

$$A-\lambda_1E=\begin{pmatrix}\frac{10}{27}-1 & \frac{2}{27} & \frac{25}{27}\\ \frac{23}{27} & \frac{10}{27}-1 & \frac{-10}{27}\\ \frac{-10}{27} & \frac{25}{27} & \frac{2}{27}-1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}-17 & 2 & 25\\ 23 & -17 & -10\\ -10 & 25 & -25\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}-3 & 48 & -75\\ 6 & -15 & 15\\ 1 & 38 & -65\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}-1 & 16 & -25\\ 2 & -5 & 5\\ 1 & 38 & -65\end{pmatrix}\sim$$

$$\sim\begin{pmatrix}1 & -16 & 25\\ 0 & 27 & -45\\ 0 & 54 & -90\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1 & -16 & 25\\ 0 & 27 & -45\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1 & -16 & 25\\ 0 & 3 & -5\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & -3 & -5\end{pmatrix}$$

Общее решение системы: $x_1=x_2$, $x_3=\frac{3}{5}x_2$. Следовательно, фундаментальная система содержит решение $X_1=(5\ 5\ 3)^T$. Нормируя это решение $|X_1|=\sqrt{25+25+9}=\sqrt{59}$, получаем столбец $S_1=\left(\frac{5}{\sqrt{59}}\ \frac{5}{\sqrt{59}}\ \frac{3}{\sqrt{59}}\right)^T$

3. Для пары комплексных сопряженных корней $\lambda_{2,3}=\frac{-5\pm 7i\sqrt{59}}{54}$ ищем ФСР решений однородной системы $\left(A-\left(\frac{-5-7i\sqrt{59}}{54}\right)E\right)z=0$ приводим матрицу к упрощенному виду

$$\cancel{\begin{pmatrix}20 & -50 & \\ 46 & 25+7i\sqrt{59} & \\ 25+7i\sqrt{59} & 4 & \end{pmatrix}}\begin{pmatrix}25+7i\sqrt{59} & 4 & 50\\ 46 & 25+7i\sqrt{59} & -20\\ -20 & 50 & 9-7i\sqrt{59}\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}20 & -50 & -9-7i\sqrt{59}\\ 46 & 25+7i\sqrt{59} & -20\\ 25+7i\sqrt{59} & 4 & 50\end{pmatrix}\sim$$

$$\sim\begin{pmatrix}20 & -50 & -9-7i\sqrt{59}\\ 0 & 200+10i\sqrt{59} & 1+23i\sqrt{59}\\ 0 & 1330+350i\sqrt{59} & -1666+238i\sqrt{59}\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}20 & -50 & -9-7i\sqrt{59}\\ 0 & 200+10i\sqrt{59} & 1+23i\sqrt{59}\\ 0 & 330+300i\sqrt{59} & -1671+123\sqrt{59}\end{pmatrix}\sim$$

$$\sim\begin{pmatrix}20 & -50 & -9-7i\sqrt{59}\\ 0 & 200+10i\sqrt{59} & 1+23i\sqrt{59}\\ 0 & -10+10i\sqrt{59} & -62+2i\sqrt{59}\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}20 & -50 & -9-7i\sqrt{59}\\ 0 & 10 & 3+i\sqrt{59}\\ 0 & -5+5i\sqrt{59} & 31+i\sqrt{59}\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}5 & -5 & -\sqrt{59}\\ 0 & 10 & 3+i\sqrt{59}\\ 0 & -5+5i\sqrt{59} & 31+i\sqrt{59}\end{pmatrix}$$

Вторая и третья строки матрицы пропорциональны, так как $\begin{vmatrix}10 & 3+i\sqrt{59}\\ -5 & 31+i\sqrt{59}\end{vmatrix}=0$. Следовательно, третью строку матрицы можно удалить. Находим ненулевое решение оставшихся уравнений. Пусть $z_3=-10$, тогда из второго уравнения имеем $z_2=3+i\sqrt{59}$. Подставляя эти значения, получаем $z_1=3-i\sqrt{59}$. Таким образом столбец $z=(3-i\sqrt{59}\ \ 3+i\sqrt{59}\ \ -10)^T$. Выделяя действительные и мнимые части получаем столбцы $\mathrm{Re}\,z=(3\ 3\ -10)^T$ и $\mathrm{Im}\,z=(-\sqrt{59}\ \sqrt{59}\ 0)^T$, нормируя которые имеем $S_2=\left(\frac{3}{\sqrt{118}}\ \frac{3}{\sqrt{118}}\ \frac{-10}{\sqrt{118}}\right)$, $S_3=\left(-\frac{1}{\sqrt{118}}, \frac{1}{\sqrt{118}}\ 0\right)$

Вариант 16 Мохнясов П.А. М80-108Б-19 Лист 3

4. Записываем полученные столбцы s_1, s_2, s_3 в искомую матрицу перехода

$$S=\begin{pmatrix} \frac{5}{\sqrt{59}} & \frac{3}{\sqrt{118}} & \frac{-1}{\sqrt{118}} \\ \frac{5}{\sqrt{59}} & \frac{3}{\sqrt{118}} & \frac{1}{\sqrt{118}} \\ \frac{3}{\sqrt{59}} & \frac{-10}{\sqrt{118}} & 0 \end{pmatrix}$$

5. По формуле $\underset{(s)}{A}=S^TAS$ получаем канонический вид матрицы ортогонального преобразования

$$\underset{(s)}{A}=\begin{pmatrix} \frac{5}{\sqrt{59}} & \frac{5}{\sqrt{59}} & \frac{3}{\sqrt{59}} \\ \frac{3}{\sqrt{118}} & \frac{3}{\sqrt{118}} & \frac{-10}{\sqrt{118}} \\ \frac{-1}{\sqrt{118}} & \frac{1}{\sqrt{118}} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 10 & 2 & 25 \\ 23 & 10 & -10 \\ -10 & 25 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{5}{\sqrt{59}} & \frac{3}{\sqrt{118}} & \frac{-1}{\sqrt{118}} \\ \frac{5}{\sqrt{59}} & \frac{3}{\sqrt{118}} & \frac{1}{\sqrt{118}} \\ \frac{3}{\sqrt{59}} & \frac{-10}{\sqrt{118}} & 0 \end{pmatrix}\frac{1}{27}=$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-25}{27} & \frac{-3{,}5}{27} \\ 0 & \frac{3{,}5}{27} & \frac{\cancel{25}}{\cancel{3186}\ 27} \end{pmatrix}$$

Геометрический смысл преобразования A – это композиция поворота вокруг оси, содержащей вектор $\overline{s}_1$, на угол $\varphi=\operatorname{arctg}\frac{3{,}5}{27}$, если смотреть из конца вектора $\overline{s}_1$ на плоскость содержащую векторы $\overline{s}_2, s_3$, и зеркальное отражение этой плоскости.

Преобразование B.

1. Составляем характеристическое уравнение $\det(B-\lambda E)=0$ матрицы B:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 & -2 \\ -1 & -1-\lambda & 2 \\ -2 & 2 & 4-\lambda \end{vmatrix}=0 \iff (1-\lambda)^2(4-\lambda)+4+4-4(1-\lambda)-4(1-\lambda)-(4-\lambda)=0$$

$$\lambda^2(6-\lambda)=0$$

Находим корни: один корень двойной $\lambda_1=0$ и один простой $\lambda_2=\cancel{6}\,6$

Вариант 16 Мохнаков П.А М80-108Б-19 Лист 4

2^1. Для собственного значения $\lambda_1 = 0$ составляем расширенную матрицу системы $(A-\lambda_1 E)x = 0$ и приводим её к упрощенному виду

$$(A-\lambda_1 E|0) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 4 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Выражаем базисную переменную через свободные $x_1 = x_2 + x_3$ и находим фундаментальную систему решений

$\varphi_1 = (1\ 1\ 0)^T$, $\varphi_2 = (2\ 0\ 1)^T$. Ортогонализируем их: $\psi_1 = \varphi_1 = (1\ 1\ 0)^T$, $\psi_2 = \varphi_2 - \alpha\psi_1$. Коэффицент α выбираем из условия ортогональности $(\psi_1, \psi_2) = 0$

$$(1\ 1\ 0)\left[\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right] = 2-\alpha-\alpha = 2-2\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow \psi_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Нормируем столбцы:

$S_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\ \frac{\sqrt{2}}{2}\ 0\right)^T$; $S_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

2^2. Для собственного значения $\lambda_2 = 6$ составляем расширенную матрицу системы $(A-\lambda_2 E)x = 0$ и приводим ее к упрощенному виду

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -5 & -1 & -2 & 0 \\ -1 & -5 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & 24 & -12 & 0 \\ 0 & 12 & -6 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Выражаем не базисные переменные через свободную.

$x_1 = -x_2$; $x_3 = 2x_2$. При $x_2 = 1$ $\varphi_3 = (-1\ 1\ 2)^T$. Нормируем $S_3 = \left(-\frac{\sqrt{6}}{6}\ \frac{\sqrt{6}}{6}\ \frac{\sqrt{6}}{3}\right)^T$

3. Записываем столбцы в искомую матрицу перехода

$$S = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{6}}{6} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{6}}{3} \end{pmatrix}$$

Вариант 16 Мохняков П.А М80-103Б-19 Лаб 5

4. По формуле $\underset{(S)}{B} = S^T B S$ получаем канонический вид матрицы.

$$\underset{(S)}{B} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt2}{2} & \frac{\sqrt2}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt3}{3} & -\frac{\sqrt3}{3} & \frac{\sqrt3}{3} \\ -\frac{\sqrt6}{6} & \frac{\sqrt6}{6} & \frac{\sqrt6}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt2}{2} & \frac{\sqrt3}{3} & -\frac{\sqrt6}{6} \\ \frac{\sqrt2}{2} & -\frac{\sqrt3}{3} & \frac{\sqrt6}{6} \\ 0 & \frac{\sqrt3}{3} & \frac{\sqrt6}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Геометрический смысл преобразования B – это композиция ортогонального проектирования на ось, содержащую вектор $\bar{S}_3$ и растяжения вдоль оси с коэффициентом 4

Ответ: Преобразование A) $\underset{(S)}{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-25}{27} & \frac{-3,5}{27} \\ 0 & \frac{3,5}{27} & \frac{-2,5}{27} \end{pmatrix}$ относительно базиса $\bar{S}_1 = \frac{5}{\sqrt{59}}\bar{i} + \frac{5}{\sqrt{59}}\bar{j} + \frac{3}{\sqrt{59}}\bar{k}$; $\bar{S}_2 = \frac{3}{\sqrt{118}}\bar{i} + \frac{3}{\sqrt{118}}\bar{j} + \frac{10}{\sqrt{118}}\bar{k}$; $\bar{S}_3 = \frac{-1}{\sqrt{118}}\bar{i} + \frac{1}{\sqrt{118}}\bar{j}$;

Геометрический смысл – поворот вокруг оси, содержащей $\bar{S}_1$, на угол $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{3,5}{27}$, если смотреть из конца вектора $\bar{S}_1$ на плоскость, содержащую векторы $\bar{S}_2, \bar{S}_3$, и зеркальное отражение плоскости,

Преобразование B) матрица преобразования имеет вид $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ относительно базиса $\bar{S}_1 = \frac{\sqrt2}{2}\bar{i} + \frac{\sqrt2}{2}\bar{j}$; $\bar{S}_2 = \frac{\sqrt3}{3}\bar{i} - \frac{\sqrt3}{3}\bar{j} + \frac{\sqrt3}{3}\bar{k}$; $\bar{S}_3 = -\frac{\sqrt6}{6}\bar{i} + \frac{\sqrt6}{6}\bar{j} + \frac{\sqrt6}{3}\bar{k}$; Геометрический смысл – ~~проек~~ ортогональное проекция на ось содержащую вектор $\bar{S}_3$, с растяжением в 4 раза вдоль оси

Вариант 16 Мохнанов П.А. М8О-108Б-19 Лист 6

№15

Найти ортогональную замену переменных $x = Sy$ приводящую квадратичную форму к главным осям.

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

Решение

В виде матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Составляем характеристическое уравнение $\det(A - \lambda E) = 0$

$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & -1 \\ 1 & 1-\lambda & 1 \\ -1 & 1 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow (1-\lambda)^3 - 1 - 1 - 1 + \lambda - 1 + \lambda - 1 + \lambda = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda^3 - 3\lambda^2 + 4 = 0$

$\lambda_1 = -1$

$$\begin{array}{r|l} \lambda^3 - 3\lambda^2 + 4 & \lambda + 1 \\ \lambda^3 + \lambda^2 & \lambda^3 - 4\lambda^2 + 4 \\ \hline -4\lambda^2 & \\ -4\lambda^2 - 4\lambda & \\ \hline 4\lambda + 4 & \\ 4\lambda + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$D = 16 - 16 = 0$

$\lambda_2 = 2$

Два корня $\lambda_1 = -1$ и $\lambda_2 = 2$.

Для собственного значения $\lambda_1 = -1$ составляем расширенную матрицу системы $(A - \lambda_1 E)x = 0$ и приводим ее к упрощенному виду.

$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -3 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

Выражаем базисные переменные через свободную

$x_1 = -x_2$; $x_3 = -x_2$. При $x_2 = -1$ $\varphi_1 = (1\ {-1}\ 1)^T$. Нормируем $s_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\ {-\frac{\sqrt{3}}{3}}\ \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

Для собственного значения $\lambda_2 = 2$ составляем расширенную матрицу системы $(A - \lambda_2 E)x = 0$ приводим ее к упрощенному виду:

$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

Выражаем базисную переменную через свободные

$x_1 = x_2 - x_3$. Находим ФСР $\varphi_2 = (1\ 1\ 0)^T$, $\varphi_3 = (1\ 0\ -1)^T$

Ортогонализируем их:

Вариант 16 Мохнаков Р.А М80-103Б-19 Лист 7

$\Psi_1 = \psi_2 = (1\ 1\ 0)^T$

$\Psi_2 = \psi_2 - \alpha\Psi_1$. Коэфициент α выбираем из условия $(\Psi_1, \Psi_2) = 0$

$$(1\ 1\ 0)\left[\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix} - \lambda\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\right] = 1 - 2\lambda = 0$$

$$\lambda = 0{,}5$$

$$\Psi_2 = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0{,}5\\0{,}5\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}5\\-0{,}5\\-1\end{pmatrix}$$

Нормируем Ψ_1, Ψ_2

$S_2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\ \frac{\sqrt{2}}{2}\ 0\right)^T$

$S_3 = \left(\frac{2\sqrt{6}}{6}\ \ -\frac{2\sqrt{6}}{6}\ \ -\frac{4\sqrt{6}}{6}\right)^T$

Записываем полученные столбцы S_1, S_2, S_3 в матрицу S

$$S = \begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{2\sqrt{6}}{6}\\ -\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{2\sqrt{6}}{6}\\ \frac{\sqrt{3}}{3} & 0 & -\frac{4\sqrt{6}}{6}\end{pmatrix}$$

По формуле $\underset{(s)}{A} = S^T A S$ получаем канонический вид матрицы ортогонального преобразования

$$\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0\\ \frac{2\sqrt{6}}{6} & -\frac{2\sqrt{6}}{6} & -\frac{4\sqrt{6}}{6}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 1\\ -1 & 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{2\sqrt{6}}{6}\\ -\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{2\sqrt{6}}{6}\\ \frac{\sqrt{3}}{3} & 0 & -\frac{4\sqrt{6}}{6}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$$

Ответ: канонический вид квадратичной формы $-y_1^2 + 2y_2^2 + 2y_3^2$;

матрица ортогональной замены $\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{2\sqrt{6}}{6}\\ -\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{2\sqrt{6}}{6}\\ \frac{\sqrt{3}}{3} & 0 & -\frac{4\sqrt{6}}{6}\end{pmatrix}$