

## Отчёт по лабораторной работе №5 по курсу 1 Прикладная мат. и инф.

студента группы 08-108 Мохлякова Павла., № по списку 16.

Адреса www, e-mail, jabber, skype. pmokhliakov@gmail.com

Работа выполнена: “ ” 2001г.

Преподаватель: каф.806. Поповкин Александр

Входной контроль знаний с оценкой

Отчёт сдан “30” апреля 2020г., итоговая оценка

Подпись преподавателя

1. Тема: Знакомство с Tex

2. Цель работы: Сверстать страницы учебного материала по математика согласно варианту в Tex

3. Задание (вариант № 16): страницы 261-261

4. Оборудование (лабораторное):

ЭВМ PC, процессор i7-3770, имя узла сети alisa с ОП 16384 МБ  
НМД 400 ГБ. Терминал GNOME адрес 192.168.2.255. Принтер  
Другие устройства

Оборудование ПЭВМ студента, если использовалось:

Процессор Intel Core i5-3470, ОП 8192 МБ, НМД 120 ГБ. Монитор Acer IPS 23’  
Другие устройства

5. Программное обеспечение (лабораторное):

Операционная система семейства Linux, наименование Ubuntu версия 18.04.03  
Интерпретатор команд bash версия 4.4.19  
Система программирования версия  
Редактор текстов nano версия  
Утилиты операционной системы latex,divpdf

Прикладные системы и программы

Местонахождения и имена файлов программ и данных

Программное обеспечение ЭВМ студента, если использовалось:

Операционная система семейства Linux, наименование Manjaro версия 5.4.34  
Интерпретатор команд zsh версия 5.8  
Система программирования версия  
Редактор текстов atom, texlive версия

Утилиты операционной системы pdflatex

Прикладные системы и программы

Местонахождения и имена файлов программ и данных

**6. Идея, метод, алгоритм** решения задачи (в формах: словесной, псевдокода, графической [блок-схема, диаграмма, рисунок, таблица] или формальное описание с пред- и постусловиями)

Код	Предназначение
<pre>\documentclass{article} \usepackage[utf8x]{inputenc} \usepackage[english,russian]{babel} \usepackage{indentfirst} \usepackage{amssymb} \usepackage{amsmath} \usepackage[T2A]{fontenc}</pre>	<u>Тип документа и подключение пакетов</u>
<pre>\usepackage[a5paper,left=1cm,right=1cm,top=1.5cm,bottom=1cm, bindingoffset=0cm,headsep=5mm,nofoot,footskip=0mm]{geometry}</pre>	<u>Поля</u>
<pre>\usepackage{fancyhdr} \pagestyle{fancy} \fancyhead[C]{МЕРА, ИЗМЕРИМЫЕ ФУНКЦИИ, ИНТЕГРАЛ} \fancyhead[R]{ГЛ. V} \fancyhead[L]{262} \renewcommand{\headrulewidth}{0pt} \fancyfoot{}  \fancypagestyle{firststyle} { \fancyhead[C]{МЕРА ПЛОСКИХ ВЕЩЕСТВ} \fancyhead[R]{261} \fancyhead[L]{S 11} \renewcommand{\headrulewidth}{0pt} }</pre>	<u>Настройка колонтитул</u>

**7. Сценарий выполнения работы** [план работы, первоначальный текст программы в черновике (можно на отдельном листе) и тесты, либо соображения по тестированию].

1. Создание файла tex
2. Компиляция в pdfLaTeX
3. Скомпилированный файл приложен к работе (lb22.pdf)

Пункты 1-7 отчёта составляются **строго до** начала лабораторной работы.

Допущен к выполнению работы. Подпись преподавателя \_\_\_\_\_

**8. Распечатка протокола** (подклеить листинг окончательного варианта программы с текстовыми примерами, подписанный преподавателем)

 ~/Documents/LaTeX  lb22.tex

```
\documentclass{article}
\usepackage[utf8x]{inputenc}
\usepackage[english,russian]{babel}
\usepackage{indentfirst}
\usepackage{amssymb}
\usepackage{amsmath}
\usepackage[T2A]{fontenc}
\usepackage[a5paper,left=1cm,right=1cm,top=1.5cm,bottom=1cm,bindingoffset=0cm,headsep=5mm,nofoot,footskip=0mm]{geometry}
```

```
\usepackage{fancyhdr}
\pagestyle{fancy}
\fancyhead[C]{МЕРА, ИЗМЕРИМЫЕ ФУНКЦИИ, ИНТЕГРАЛ}
\fancyhead[R]{ГЛ. V}
\fancyhead[L]{262}
\renewcommand{\headrulewidth}{0pt}
\fancyfoot{}
```

```
\fancypagestyle{firststyle}
{
```

```

\newcommand{\headrulewidth}{0pt}
}

\begin{document}
\thispagestyle{firststyle}
Т\,е\,л\,а\,п\,е\,м\,а 8. \itshape Если \normalfont \{$A_n$\} --- \itshape последовательность попарно непересекающихся
измеримых множеств и \normalfont $\mathcal{A}=\bigcup\limits_n A_n$, \itshape то \normalfont

$$\mu(A)=\sum\limits_n \mu(A_n).$$

Д\,о\,к\,а\,з\,а\,т\,е\,л\,ь\,с\,т\,в\,о. В силу теоремы 6 при любом N

$$\mu\bigl(\bigcup\limits_{n=1}^N A_n\bigr) = \sum\limits_{n=1}^N \mu(A_n) < \mu(A)$$

\noindent Переходя к пределу при $N\rightarrow\infty$, получаем

$$\mu(A)\geq\sum\limits_{n=1}^{\infty} \mu(A_n). \quad \text{eqno(13)}$$

\noindent С другой стороны, согласно теореме 3

$$\mu(A)\leq\sum\limits_{n=1}^{\infty} \mu(A_n) \quad \text{eqno(14)}$$

\noindent Из (13) и (14) вытекает утверждение теоремы.

Установленное в теореме 8 свойство меры было названо ее \itshape счетной аддитивностью \normalfont, или \itshape
$\sigma$-аддитивностью. \normalfont Из $\sigma$-аддитивности вытекает следующее свойство меры, называемое
\itshape непрерывн
остью. \normalfont

Т\,е\,л\,а\,п\,е\,м\,а 9. \itshape Если \normalfont $A_1\supset A_2\supset\ldots$ --- \itshape последовательность
вложенных друг в друга измеримых множеств и \normalfont $\mathcal{A}=\bigcup\limits_n A_n$, \itshape то \normalfont

$$\mu(A)=\lim\limits_{n\rightarrow\infty} \mu(A_n).$$

Д\,о\,к\,а\,з\,а\,т\,е\,л\,ь\,с\,т\,в\,о. Достаточно рассмотреть случай $\mathcal{A}=\varnothing$; общий случай сводится к
этому заменой $A_n$ на $A_n\setminus A$.

\noindent Имеем

$$A_1=(A_1\setminus A_2)\cup(A_2\setminus A_3)\cup\ldots,$$
\noindent и
$$A_n=(A_n\setminus A_{n+1})\cup(A_{n+1}\setminus A_{n+2})\cup\ldots,$$
\noindent причем слагаемые не пересекаются. Поэтому, в силу $\sigma$-аддитивности $\mu$

$$\mu(A_1)=\sum\limits_{k=1}^{\infty} \mu(A_k\setminus A_{k+1}) \quad \text{eqno(15)}$$
\noindent и
$$\mu(A_n)=\sum\limits_{k=n}^{\infty} \mu(A_k\setminus A_{k+1}); \quad \text{eqno(16)}$$

\noindent так как ряд (15) сходится, то его остаток (16) стремится к 0 при $n\rightarrow\infty$. Таким образом,

$$\mu(A_n)\rightarrow 0 \quad \text{при} \quad n\rightarrow\infty$$

\noindent что и требовалось доказать.

С\,л\,е\,д\,с\,т\,в\,и\,е. \itshape Если \normalfont $A_1\supset A_2\supset\ldots$ --- \itshape возрастающая
последовательность измеримых множеств и \normalfont

$$\mathcal{A}=\bigcup\limits_n A_n,$$

\noindent \itshape то \normalfont

$$\mu(A)=\lim\limits_{n\rightarrow\infty} \mu(A_n).$$

Для доказательства достаточно перейти от множеств $A_n$ к их дополнениям и воспользоваться теоремой 9.

Отметим в заключение еще одно очевидное, но важное обстоятельство. \itshape Всякое множество \normalfont $A$,
\itshape внешняя мера которого равна \normalfont 0, \itshape измеримо. \normalfont Достаточно положить
$B=\varnothing$; тогда

```

$$\mu^*(A \triangle B) = \mu^*(A \triangle \varnothing) = \mu^*(A) = 0 < \varepsilon$$

Итак, мы распространили меру с элементарных множеств на более широкий класс  $\mathcal{M}_E$ , замкнутый относительно операций взятия счетных сумм и пересечений, т. е. представляющий собой  $\sigma$ -алгебру. Построенная мера  $\sigma$ -аддитивна на этом классе. Установленные выше теоремы позволяют составить следующее представление о совокупности измеримых по Лебегу множеств.

Всякое открытое множество, принадлежащее  $E$ , можно представить как объединение конечного или счетного числа открытых прямоугольников, т. е. измеримых множеств, и в силу теоремы 7 все открытые множества измеримы. Замкнутые множества суть дополнение открытых, следовательно, они тоже измеримы. Согласно теореме 7 измеримыми должны быть и все те множества, которые могут быть получены из открытых и замкнутых с помощью конечного или счетного числа операций взятия счетных сумм и пересечений. Можно показать, однако, что этими множествами все измеримые множества еще не исчерпываются.

Некоторые дополнения и обобщения. Выше мы рассматривали только те множества, которые содержатся в единичном квадрате  $E = \{0 \leq x, y \leq 1\}$ . Нетрудно освободиться от этого ограничения, например, следующим образом. Представив плоскость как сумму полуоткрытых квадратов  $E_{nm} = \{n < x \leq n+1, m < y \leq m+1\}$  ( $n, m$  — целые), мы будем говорить, что плоское множество  $A$  измеримо, если его пересечение  $A_{nm} = A \cap E_{nm}$  с каждым из этих квадратов измеримо. При

\end{document}%

```

~/Documents/LaTeX ls
lb22.tex
~/Documents/LaTeX pdflatex lb22.tex
This is pdfTeX, Version 3.14159265-2.6-1.40.20 (TeX Live 2019/Arch Linux) (preloaded format=pdflatex)
restricted \write18 enabled.
entering extended mode
./lb22.tex
LaTeX2e <2019-10-01> patch level 1
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/base/article.cls
Document Class: article 2019/08/27 v1.4j Standard LaTeX document class
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/base/size10.clo)
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/base/inputenc.sty
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/ucs/utf8x.def)
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/ucs/ucs.sty
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/ucs/data/uni-global.def)
(/usr/share/texmf-dist/tex/generic/babel/babel.sty
(/usr/share/texmf-dist/tex/generic/babel/switch.def)
(/usr/share/texmf-dist/tex/generic/babel-english/english.ldf
(/usr/share/texmf-dist/tex/generic/babel/babel.def
(/usr/share/texmf-dist/tex/generic/babel/txtbabel.def)))
(/usr/share/texmf-dist/tex/generic/babel-russian/russianb.ldf

Package babel Warning: No Cyrillic font encoding has been loaded so far.
(babel) A font encoding should be declared before babel.
(babel) Default 'T2A' encoding will be loaded on input line 74.
```

```

(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/cyrillic/t2aenc.def))
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/tools/indentfirst.sty)
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/amsfonts/amssymb.sty
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/amsfonts/amsfonts.sty))
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/amsmath/amsmath.sty
For additional information on amsmath, use the '?' option.
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/amsmath/amstext.sty
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/amsmath/amsgen.sty))
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/amsmath/amsbsy.sty)
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/amsmath/amsopn.sty))
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/base/fontenc.sty
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/cyrillic/t2aenc.def)
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/cyrillic/t2acmr.fd))
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/geometry/geometry.sty
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/graphics/keyval.sty)
(/usr/share/texmf-dist/tex/generic/oberdiek/ifpdf.sty)
(/usr/share/texmf-dist/tex/generic/oberdiek/iftex.sty)
```

```
(/usr/share/texmf-dist/tex/generic/iftex/iftex.sty)
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/fancyhdr/fancyhdr.sty)
No file lb22.aux.
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/ucs/ucsencs.def)
*geometry* driver: auto-detecting
*geometry* detected driver: pdftex
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/ucs/data/uni-4.def)
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/amsfonts/umsa.fd)
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/amsfonts/umsb.fd)
```

Package Fancyhdr Warning: \footskip is too small (0.0pt):  
 Make it at least 3.60004pt.  
 We now make it that large for the rest of the document.  
 This may cause the page layout to be inconsistent, however.

```
[1{/var/lib/texmf/fonts/map/pdftex/updmap/pdftex.map}]
(/usr/share/texmf-dist/tex/latex/amsfonts/ueuf.fd) [2] (./lb22.aux) )(/usr/shar
e/texmf-dist/fonts/enc/dvips/cm-super/cm-super-t2a.enc)</usr/share/texmf-dist/f
onts/type1/public/amsfonts/cm/cmex10.pfb></usr/share/texmf-dist/fonts/type1/pub
lic/amsfonts/cm/cmami10.pfb></usr/share/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfont
s/cm/cmami7.pfb></usr/share/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmami10.pfb></u
sr/share/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmami7.pfb></usr/share/texmf-d
ist/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmami10.pfb></usr/share/texmf-dist/fonts/type
1/public/amsfonts/cm/cmami7.pfb></usr/share/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfont
s/euler/eufm10.pfb></usr/share/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfonts/symbols/
msbm10.pfb></usr/share/texmf-dist/fonts/type1/public/cm-super/sfbx1000.pfb></us
r/share/texmf-dist/fonts/type1/public/cm-super/sfrm1000.pfb></usr/share/texmf-d
ist/fonts/type1/public/cm-super/sfti1000.pfb>
Output written on lb22.pdf (2 pages, 138671 bytes).
Transcript written on lb22.log.
ls
lb22.aux lb22.log lb22.pdf lb22.tex
```

9. **Дневник отладки** должен содержать дату и время сеансов отладки, и основные ошибки (ошибки в сценарии и программе, не стандартные операции) и краткие комментарии к ним. В дневнике отладки приводятся сведения об использовании других ЭВМ, существенном участии преподавателя и других лиц в написании и отладке программы.

№	Лаб. или дом.	Дата	Время	Событие	Действие по исправлению	Примечание

10. Замечание автора по существу работы \_\_\_\_\_

11. Выводы \_\_\_\_\_ Научился работать и верстать в Tex  
 Недочеты, допущенные при выполнении задания, могут быть устранены следующим образом \_\_\_\_\_

Подпись студента \_\_\_\_\_