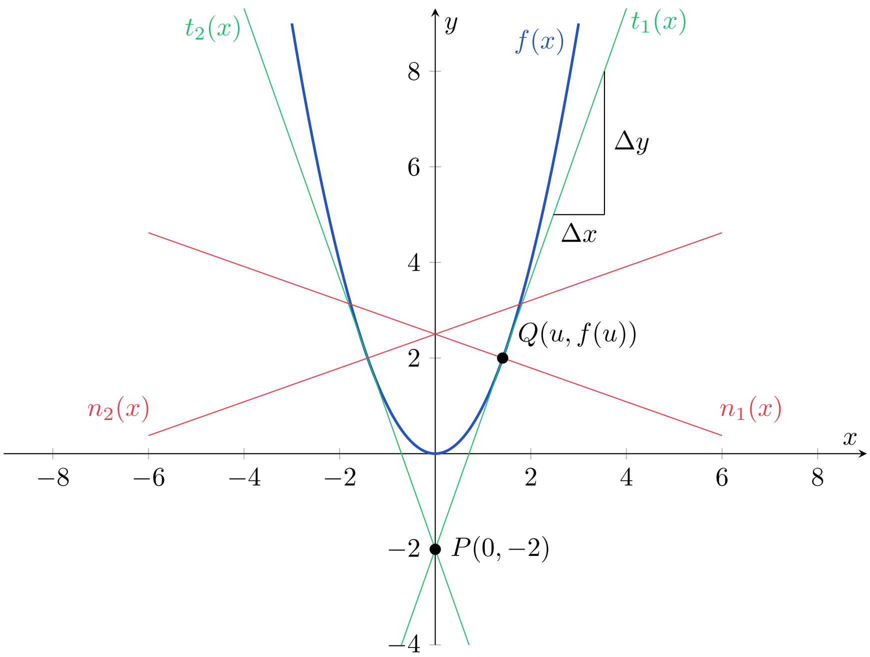
0.1 Tangente und Normale von Außen

Gegeben ist eine Funktion f und sowie ein Punkt P, der nicht auf f liegt.
Bestimme die Gleichung(en) der Tangente(n) durch P an f.

Allgemeine Tangentengleichung

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{t(x)-f(u)}{x-u} &= f'(x) && \mid \cdot (x-u) \\ t(x)-f(u) &= f'(u)\cdot(x-u) && \mid + f(u) \\ t(x) &= f'(u)\cdot(x-u)+f(u) \end{aligned}$$



1. Terme von $f(u)$ bzw. $f'(u)$ bestimmen.

$$f(u) = u^2;\ f'(u) = 2u$$

2. P in $t(x)$ einsetzen.

$$\begin{aligned} -2 &= 2u\cdot(0-u)+u^2 \\ -2 &= -2u^2+u^2 \\ -2 &= -u^2 \\ u &= \pm\sqrt{2} \end{aligned}$$

3. u_1 / u_2 in $t(x)$ einsetzen.

$$\begin{aligned} u_1: \qquad t_1(x) &= 2\sqrt{2}\cdot(x-\sqrt{2})+\left(\sqrt{u}\right)^2 \\ &= 2\sqrt{2}x-2 \\ u_2: \qquad t_2(x) &= -2\sqrt{2}x-2 \end{aligned}$$

Normale

Die Gerade, die die Tangente orthogonal schneidet heißt **Normale**.
Für die Steigung der Normalen gilt:

$$
\begin{aligned}
m_t \cdot m_n &= -1 \\
m_n &= -\frac{1}{m_t}
\end{aligned}
$$

$$n(x) = -\frac{1}{f'(u)} \cdot (x - u) + f(u)$$

$^1/_x$