

永久機関は存在するか？

理学部物理学科 3 年 大上由人

1 観察 1

観察 1

どうやら自然界には、可能な操作と不可能な操作があるようだ。

例

- 断熱容器に対して、仕事をすることで気体の温度を上げることはできるが、逆に気体の温度を下げることはできない。

2 断熱到達可能性

定義 1

ある状態から別の状態に、熱のやりとりをせずに到達できるとき、状態間は断熱到達可能であるという。このとき、記号 \rightarrow を用いて、

$$X \rightarrow Y \quad (1)$$

と表す。また、両向きに到達可能なとき、

$$X \leftrightarrow Y \quad (2)$$

と表す。

やりたいことは、 \rightarrow がもっているルールを考察し、そのルールを用いて、定量的に状態間の断熱到達可能性を評価することである。

公理

\rightarrow は以下のルールを満たす。

- A1: $X \leftrightarrow X$
- A2: $X \rightarrow Y \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow Z$
- A3: $X \rightarrow X'$ かつ $Y \rightarrow Y' \Rightarrow (X, Y) \rightarrow (X', Y')$
- A4: $X \rightarrow Y \Rightarrow tX \rightarrow tY$
- A5: $X \leftrightarrow (tX, (1-t)X)$
- A6: $(X, \epsilon_1 Z) \rightarrow (Y, \epsilon_2 Z) \Rightarrow X \rightarrow Y$

それぞれのルールがどのようなものかを見ていく。

3 エントロピー

以上のルールをもとに、状態の断熱到達可能性を定量的に評価したい。そこで用いられる量がエントロピーである。

定義: エントロピー係数/エントロピー

ある状態 X_0, X_1 が $X_0 \rightarrow X_1$ であるとする。このとき、状態 X のエントロピー係数 λ_X は、

$$\lambda_X = \sup \{((1-\lambda)X_0 + \lambda X_1) \rightarrow X\} \quad (3)$$

で定義される。また、状態 X のエントロピー S_X は、

$$S_X = \lambda_X s^* (\text{単位エントロピー}) \quad (4)$$

で定義される。

このとき、以下の定理が成り立つことが知られている。

定理: エントロピー原理

以下の二つは同値である。

- \rightarrow が A1-A6 を満たす。
- エントロピー S について、

$$X \rightarrow Y \Leftrightarrow S_X \geq S_Y \quad (5)$$

が成り立ち、かつ、このようなエントロピーは、原点と目盛りの選び方を除いて一意である。

以上の定理から、「状態は、エントロピーが増える向きにしか到達できない」ということがわかる。

4 永久機関は存在するか？

以上の議論をもとに、永久機関が存在するかを考える。

定義: 第一種永久機関/第二種永久機関

- 第一種永久機関: 外部から何も受け取ることなく、仕事をする機械
- 第二種永久機関: 熱効率が 100% の機械

4.1 第一種永久機関

第一永久機関は自明に存在しない。というのも、エネルギー保存則から、仕事をする機械は、何かしらのエネルギーを受け取らなければならないからである。

4.2 第二種永久機関

第二永久機関が存在しないことを示す。