情報幾何学の基礎

大上由人

2024年5月16日

1 多様体のアフィン接続

1.1 ベクトル場の共変微分

一般の多様体上では、共変微分を用いて平行移動を定義する。以下では初めに共変微分の定義を述べる。

- Def: 共変微分 —

M を多様体とする。以下の 4 条件を満たす写像

$$\nabla: \mathfrak{X}(M) \times \mathfrak{X}(M) \to \mathfrak{X}(M) \tag{1.1}$$

を M 上の共変微分という。

1.

$$\nabla_X(Y+Z) = \nabla_X Y + \nabla_X Z \tag{1.2}$$

2.

$$\nabla_X(fY) = (Xf)Y + f\nabla_XY \tag{1.3}$$

3.

$$\nabla_{X+Y}Z = \nabla_X Z + \nabla_Y Z \tag{1.4}$$

4.

$$\nabla_{fX}Y = f\nabla_XY \tag{1.5}$$