

LAPORAN TUGAS KECIL 2

IF2211 Strategi Algoritma

Membangun Kurva Bezier dengan Algoritma Titik Tengah Berbasis *Divide and Conquer*



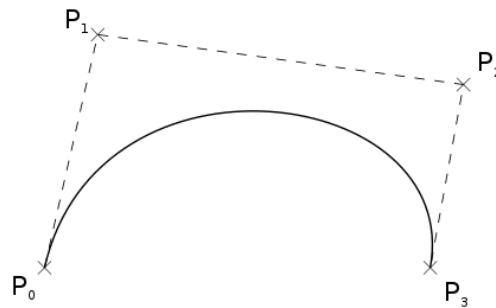
Disusun oleh:

Dhidit Abdi Aziz (13522040)

Nyoman Ganadipa Narayana (13522066)

Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganesha 10, Bandung 40132

1 Deskripsi Permasalahan



Gambar 1. Kurva Bézier Kubik

(Sumber: https://id.wikipedia.org/wiki/Kurva_B%C3%A9zier)

Kurva Bézier adalah kurva halus yang sering digunakan dalam desain grafis, animasi, dan manufaktur. Kurva ini dibuat dengan menghubungkan beberapa titik kontrol, yang menentukan bentuk dan arah kurva. Cara membuatnya cukup mudah, yaitu dengan menentukan titik-titik kontrol dan menghubungkannya dengan kurva. Kurva Bézier memiliki banyak kegunaan dalam kehidupan nyata, seperti pen tool, animasi yang halus dan realistis, membuat desain produk yang kompleks dan presisi, dan membuat font yang indah dan unik. Keuntungan menggunakan kurva Bézier adalah kurva ini mudah diubah dan dimanipulasi, sehingga dapat menghasilkan desain yang presisi dan sesuai dengan kebutuhan.

Sebuah kurva Bézier didefinisikan oleh satu set titik kontrol P_0 sampai P_n , dengan n disebut order ($n = 1$ untuk linier, $n = 2$ untuk kuadrat, dan seterusnya). Titik kontrol pertama dan terakhir selalu menjadi ujung dari kurva, tetapi titik kontrol antara (jika ada) umumnya tidak terletak pada kurva. Pada gambar 1 diatas, titik kontrol pertama adalah P_0 , sedangkan titik kontrol terakhir adalah P_3 . Titik kontrol P_1 dan P_2 disebut sebagai titik kontrol antara yang tidak terletak dalam kurva yang terbentuk.

Mengulas lebih jauh mengenai bagaimana sebuah kurva Bézier bisa terbentuk, misalkan diberikan dua buah titik P_0 dan P_1 yang menjadi titik kontrol, maka kurva Bézier yang terbentuk adalah sebuah garis lurus antara dua titik. Kurva ini disebut dengan kurva Bézier linier. Misalkan terdapat sebuah titik Q_0 yang berada pada garis yang dibentuk oleh P_0 dan P_1 , maka posisinya dapat dinyatakan dengan persamaan parametrik berikut.

$$Q_0 = B(t) = (1 - t)P_0 + tP_1, \quad t \in [0, 1]$$

dengan t dalam fungsi kurva Bézier linier menggambarkan seberapa jauh $B(t)$ dari P_0 ke P_1 . Misalnya ketika $t = 0.25$, maka $B(t)$ adalah seperempat jalan dari titik P_0 ke P_1 . sehingga seluruh

rentang variasi nilai t dari 0 hingga 1 akan membuat persamaan $B(t)$ membentuk sebuah garis lurus dari P_0 ke P_1 . Misalkan selain dua titik sebelumnya ditambahkan sebuah titik baru, sebut saja P_2 , dengan P_0 dan P_2 sebagai titik kontrol awal dan akhir, dan P_1 menjadi titik kontrol antara. Dengan menyatakan titik Q_1 terletak diantara garis yang menghubungkan P_1 dan P_2 , dan membentuk kurva Bézier linier yang berbeda dengan kurva letak Q_0 berada, maka dapat dinyatakan sebuah titik baru, R_0 yang berada diantara garis yang menghubungkan Q_0 dan Q_1 yang bergerak membentuk kurva Bézier kuadratik terhadap titik P_0 dan P_2 . Berikut adalah uraian persamaannya.

$$Q_0 = B(t) = (1 - t)P_0 + tP_1, \quad t \in [0, 1]$$

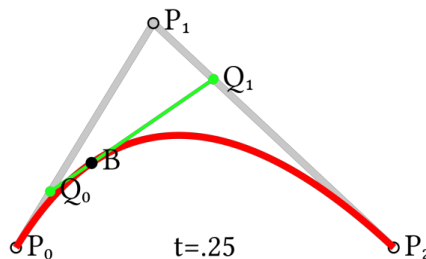
$$Q_1 = B(t) = (1 - t)P_1 + tP_2, \quad t \in [0, 1]$$

$$R_0 = B(t) = (1 - t)Q_0 + tQ_1, \quad t \in [0, 1]$$

dengan melakukan substitusi nilai Q_0 dan Q_1 , maka diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$R_0 = B(t) = (1 - t)^2P_0 + (1 - t)tP_1 + t^2P_2, \quad t \in [0, 1]$$

Berikut ini adalah ilustrasi dari proses di atas



Gambar 2. Pembentukan Kurva Bézier Kuadratik.

(Sumber: <https://simonhalliday.com/2017/02/15/quadratic-bezier-curve-demo/>)

Proses ini dapat juga diaplikasikan untuk jumlah titik yang lebih dari tiga, misalnya empat titik akan menghasilkan kurva Bézier kubik, lima titik akan menghasilkan kurva Bézier kuartik, dan seterusnya. Berikut adalah persamaan kurva Bézier kubik dan kuartik dengan menggunakan prosedur yang sama dengan yang sebelumnya.

$$S_0 = B(t) = (1 - t)^3P_0 + 3(1 - t)^2tP_1 + 3(1 - t)t^2P_2 + t^3P_3, \quad t \in [0, 1]$$

$$T_0 = B(t) = (1 - t)^4P_0 + 4(1 - t)^3tP_1 + 6(1 - t)^2t^2P_2 + 4(1 - t)t^3P_3 + t^4P_4, \quad t \in [0, 1]$$

Tentu saja persamaan yang terbentuk sangat panjang dan akan semakin rumit seiring bertambahnya titik. Oleh sebab itu, dalam rangka melakukan efisiensi pembuatan kurva Bézier yang sangat berguna ini, maka kami mengimplementasikan pembuatan kurva Bézier dengan algoritma titik tengah berbasis divide and conquer.

2 Analisis dan Implementasi dalam Algoritma Brute Force

Langkah-langkah:

1. Dari tiga titik awal, didefinisikan titik pertama (P_0) terdiri atas (x_0, y_0) , titik kedua (P_1) terdiri atas (x_1, y_1) , dan titik ketiga (P_2) terdiri atas (x_2, y_2) .
2. Kemudian, perlu dihitung terlebih dahulu berapa titik yang akan dihasilkan pada iterasi-n. Mari kita tinjau bersama-sama bagaimana polanya:
 - a. Pada iterasi ke-1, dari yang awalnya tiga titik tetap menjadi tiga titik
 - b. Pada iterasi ke-2, dari tiga titik menjadi lima titik, yaitu $(3 + 2^1)$
 - c. Pada iterasi ke-3, dari lima titik menjadi sembilan titik, yaitu $(3 + 2^1 + 2^2)$
 - d. Pada iterasi ke-4, dari sembilan titik menjadi tujuh belas titik, yaitu $(3 + 2^1 + 2^2 + 2^3)$

Misalkan banyaknya titik adalah m. Dapat disimpulkan bahwa pada iterasi ke-n (berlaku sejak $n=2$), akan terdapat m sebesar $(3 + \sum_{i=1}^n 2^{i-1})$

2. Setelah diketahui akan ada berapa titik pada suatu iterasi, dicari berapa jarak antar tiap titik pada kurva tersebut (skala nol sampai satu). Misalkan jarak antar tiap titik adalah k, maka $k = 1/(m-1)$
3. Titik kontrol awal dan kontrol akhir pasti akan muncul kembali di akhir proses, sehingga kita cukup mencari titik titik yang berada di antara keduanya melalui iterasi sebanyak $(m-2)$ kali.

Misalkan titik ke-n terdiri atas (x_n, y_n) . Pada tiap iterasinya, akan digunakan rumus bezier curve untuk mencari x_n dan y_n , yaitu:

$$x_n = (1 - t)^2 x_0 + (1 - t)x_1 + t^2 x_2$$

$$y_n = (1 - t)^2 y_0 + (1 - t)y_1 + t^2 y_2$$

Dengan t adalah jarak dari titik ke-n ke titik awal, yaitu $t = n*k$

4. Setelah didapatkan tiap titik, maka dihubungkan satu garis lurus yang membentuk kurva

3 Analisis dan Implementasi dalam Algoritma Divide and Conquer

3.1 Quadratic Bezier Curve

Langkah-langkah:

1. Diberikan 3 control points, katakanlah point-point tersebut adalah p_0 , p_1 , dan p_2 secara berurutan. dan sebuah angka jumlah iterasi, katakan K ($K \geq 0$).
2. (*EDGE CASE*) Jika K bernilai 0, kembalikan points semula yang diberikan.
3. Dibuat middle point dari segment P_0P_1 katakan Q_0 , dibuat middle point dari segment P_1P_2 katakan Q_1 , Sehingga terakhir dapat dibuat middle point dari segment Q_0Q_1 katakan R_0
4. (*BASE CASE*) Sekarang, jika K bernilai 1, maka kita selesai, yaitu cukup kembalikan array yang memuat Q_0 , R_0 , dan Q_1 .
5. (*RECURSIVE CASE*) Jika $K > 1$, maka lakukan pembagian area conquering, yaitu titik-titik pada first half dan second half. Untuk first half, conquer titik-titik P_0 , Q_0 , R_0 (menjadikannya P_0 , P_1 , dan P_2 pada iterasi selanjutnya) dengan jumlah iterasi sebanyak $K - 1$. Sementara untuk second half, lakukan conquer titik-titik R_0 , Q_1 , P_2 (menjadikannya P_0 , P_1 , dan P_2 pada iterasi selanjutnya) dengan jumlah iterasi sebanyak $K - 1$.
6. Setelah meng-conquer titik-titik pada first half dan second half, lakukan penggabungan hasil conquer titik-titik tersebut.

3.2 N Control points Bezier Curve

Langkah-langkah:

1. Diberikan N control points katakanlah point-point tersebut adalah p_0 , p_1 , ..., p_{N-1} secara berurutan. dan sebuah angka jumlah iterasi, katakan K ($K \geq 0$)(*EDGE CASE*) jika K bernilai 0, kembalikan points semula yang diberikan.
2. Buat dua buah array kosong: first dan second, untuk menyimpan titik-titik yang akan kita conquer pada iterasi selanjutnya
3. Lakukan perulangan yang dimulai pada titik-titik p_0 , p_1 , ..., p_N
 - a. Jika titik-titik yang diberikan berjumlah 1, maka lompat ke langkah nomor 3
 - b. Diberikan titik-titik, katakanlah T_0 , ..., T_c .
 - c. Untuk setiap i yang mungkin, buatlah titik M_i yang merupakan middle point dari segment T_iT_{i+1}
 - d. Dari langkah 3.b akan didapat $c - 1$ titik baru hasil konstruksi tersebut.
 - e. Copy M_0 , masukkan ke array first. Kemudian copy $M_{(c-1)}$, masukkan ke array second.

- f. Lakukanlah kembali perulangan dengan titik-titik tersebut adalah M_0, \dots, M_{c-1} .
4. Sekarang kita punya 1 titik, katakan M .
 5. (*BASE CASE*) Jika $K = 1$, maka kita sudah selesai, kembalikan array yang memuat $P_0, M, P(N-1)$
 6. (*RECURSIVE CASE*) Jika $K > 1$, lakukan conquer terhadap titik-titik yang disimpan pada array first, dan lakukan juga conquer terhadap titik-titik yang disimpan array second namun urutannya dibalik.
 7. Setelah melakukan conquer pada array first dan reversed second, lakukan penggabungan hasil conquer titik-titik tersebut.

4 Source Code

4.1 types.ts

Berisikan tipe struktur data yang kami gunakan, yaitu Points (titik), dan Segment (dua titik). Segment digunakan untuk memudahkan pencarian middle point dari dua titik.

```
export type Point = {
  x: number;
  y: number;
};

export type Segment = {
  start: Point;
  end: Point;
};
```

4.2 BezierCurve.ts

Terdapat beberapa tipe struktur data tambahan yang kami gunakan, yaitu QuadraticBezierCurveParams, yang berisikan tipe inputan metode perhitungan kurva yang diinginkan pengguna. Selain itu juga terdapat beberapa fungsi utama, yaitu:

- Fungsi QuadraticBezierCurve() berfungsi menerima inputan dan mengirimkan inputan tersebut ke fungsi berdasarkan kategorinya, apakah divide and conquer atau brute force.
- Fungsi QuadraticBezierCurveDnC() berfungsi untuk menjalankan divide and conquer untuk kurva kuadratik
- Fungsi BezierCurve(), berfungsi untuk menjalankan divide and conquer untuk n-titik

```
import { Point, Segment } from "../types";
import { QuadraticBezierBruteForce } from "./BezierBruteForce";

function middlePoint(s: Segment): Point {
  const xp = (s.start.x + s.end.x) / 2;
  const yp = (s.start.y + s.end.y) / 2;
  return {
    x: xp,
    y: yp,
  };
}
```



```

type QuadraticBezierCurveParams = {
  points: Point[];
  iteration: number;
} & (
  | {
    type: "DnC";
  }
  | {
    type: "Bruteforce";
  }
);

export function QuadraticBezierCurve(params: QuadraticBezierCurveParams):
{
  points: Point[];
  duration: number;
} {
  const { points, iteration, type } = params;
  let result;
  const startTime = performance.now();

  if (iteration === 0) {
    return {
      points,
      duration: performance.now() - startTime,
    };
  }

  if (type === "DnC") {
    result = QuadraticBezierDnC(points, iteration);
  } else {
    result = QuadraticBezierBruteForce(points, iteration);
  }

  const endTime = performance.now();

  return { points: result, duration: endTime - startTime };
}

function QuadraticBezierDnC(points: Point[], iteration: number): Point[] {

```

```

    if (iteration === 0) return points;
    const middle1 = middlePoint({ start: points[0], end: points[1] });
    const middle2 = middlePoint({ start: points[1], end: points[2] });
    const middle = middlePoint({ start: middle1, end: middle2 });

    if (iteration <= 1) {
        return [points[0], middle, points[2]];
    }

    let first = QuadraticBezierDnC([points[0], middle1, middle], iteration - 1);
    let second = QuadraticBezierDnC([middle, middle2, points[2]], iteration - 1);

    return [...first, ...second.slice(1)];
}

export function DnCBezierCurve(points: Point[], iteration: number) {
    const startTime = performance.now();

    const result = BezierCurve(points, iteration);
    const endTime = performance.now();
    return {
        points: result,
        duration: endTime - startTime,
    };
}

export function BezierCurve(points: Point[], iteration: number): Point[] {
    if (iteration === 0) return points;
    const degree = points.length;
    let middles: Point[][] = [];

    for (let i = 0; i < degree; i++) {
        middles.push([]);
        middles[0].push(points[i]);
    }

    for (let i = 1; i < degree; i++) {
        for (let j = 0; j < degree - i; j++) {

```

```

        middles[i].push(
            middlePoint({
                start: middles[i - 1][j],
                end: middles[i - 1][j + 1],
            })
        );
    }
}

let first: Point[] = [],
    second: Point[] = [];

for (let i = 0; i < degree; i++) {
    first.push(middles[i][0]);
}

for (let i = degree - 1; i >= 0; i--) {
    second.push(middles[i].at(-1) as Point);
}

if (iteration === 1) {
    return [points[0], middles[degree - 1][0], points[degree - 1]];
} else {
    return BezierCurve(first, iteration - 1).concat(
        BezierCurve(second, iteration - 1).slice(1)
    );
}
}

```

4.2 BezierCurveBruteforce.ts

QuadraticBezierBruteForce() merupakan fungsi utama yang menerima inputan list of titik dan jumlah iterasinya, kemudian mengeluarkan list of titik pada iterasi tersebut. Terdapat juga fungsi pembantu yaitu countNumSteps() untuk menghitung berapa titik yang akan dihasilkan pada suatu iterasi

```

import { Point } from "../types";

export function QuadraticBezierBruteForce(
    points: Point[],

```

```

    iteration: number
): Point[] {
    let numSteps: number = countNumSteps(3, iteration); //Menghitung
    banyaknya (titik) pada suatu iterasi
    const stepSize: number = 1.0 / (numSteps - 1); //Menghitung jarak antar
    titik pada suatu iterasi
    let returnArr: Point[] = [];
    returnArr.push(points[0]);
    for (let i = 1; i <= numSteps - 2; i++) {
        const t: number = stepSize * i;
        const xTemp: number =
            (1 - t) ** 2 * points[0].x +
            2 * (1 - t) * t * points[1].x +
            t ** 2 * points[2].x;
        const yTemp: number =
            (1 - t) ** 2 * points[0].y +
            2 * (1 - t) * t * points[1].y +
            t ** 2 * points[2].y;
        const pointTemp: Point = { x: xTemp, y: yTemp };
        returnArr.push(pointTemp);
    }
    returnArr.push(points[2]);
    return returnArr;
    //3
    //3 + 2
    //3 + 2 + 4
}

function countNumSteps(nBezier: number, iteration: number) {
    //Mencari berapa banyak titik pada iterasi ke-sekian
    let difference: number = nBezier - 1;
    let temp: number = nBezier;
    for (let i = 1; i < iteration; i++) {
        temp = temp + difference ** i;
    }
    return temp;
}

```

5 Testing dan Format Input

5.1 Testing Algoritma Brute Force

Format input mengikuti kebutuhan pada web apps, khususnya seperti pada testing di bawah ini.

Testing ke-1

Quadratic Bezier Curve

Point Table

	X	Y
Point 0 :	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
Point 1 :	<input type="text" value="15"/>	<input type="text" value="15"/>
Point 2 :	<input type="text" value="15"/>	<input type="text" value="0"/>

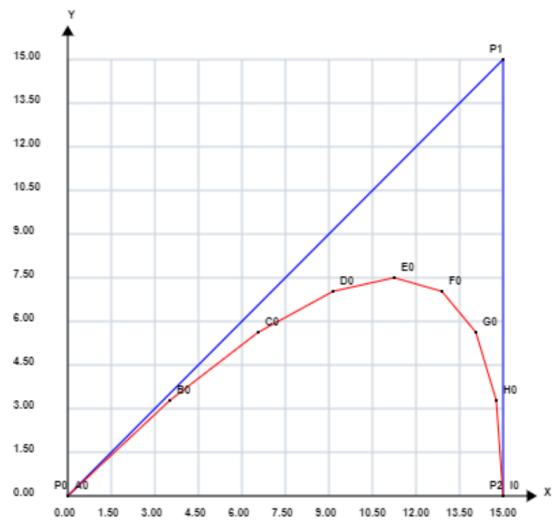
Brute Force ☐ Middle Point Divide and Conquer ☒

☒ Show all curve points

Number of iterations:

Showing iteration: 3.

Execution time: 0.00000 milliseconds.

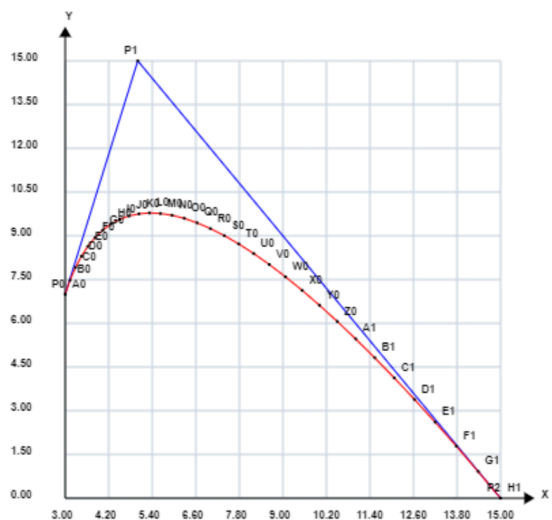


Testing ke-2

Quadratic Bezier Curve

Point Table

	X	Y
Point 0 :	<input type="text" value="03"/>	<input type="text" value="7"/>
Point 1 :	<input type="text" value="05"/>	<input type="text" value="15"/>
Point 2 :	<input type="text" value="15"/>	<input type="text" value="0"/>



☐

05

Showing iteration: 5.

Execution time: 0.10000 milliseconds.

Testing ke-3

Quadratic Bezier Curve

Point Table

X

Y

Point 0 :

035

7

Point 1 :

05

15

Point 2:

15

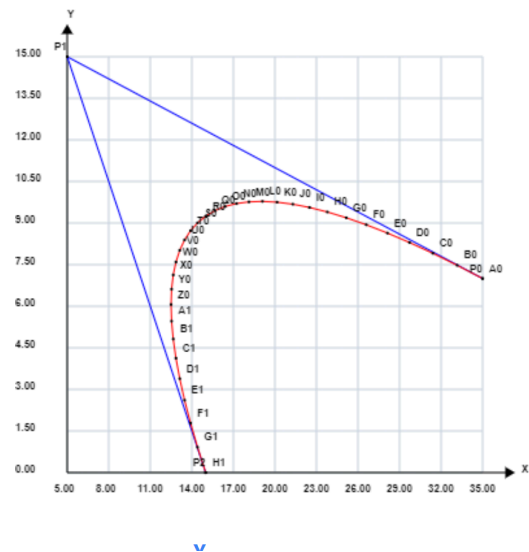
0

☐

05

Showing iteration: 5.

Execution time: 0.00000 milliseconds.



Quadratic Bezier Curve

Point Table

	X	Y
Point 0 :	<input type="text" value="07"/>	<input type="text" value="10"/>
Point 1 :	<input type="text" value="05"/>	<input type="text" value="15"/>
Point 2 :	<input type="text" value="03"/>	<input type="text" value="7"/>

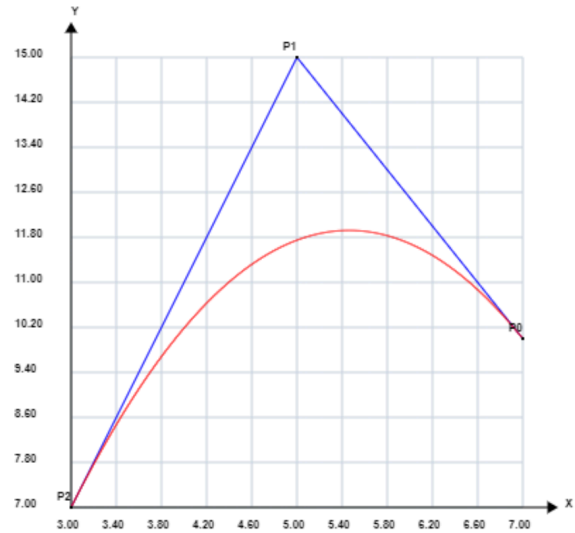
Brute Force ☐ Middle Point Divide and Conquer

☐ Show all curve points

Number of iterations:

Showing iteration: 10.

Execution time: 0.70000 milliseconds.



Testing ke-5

Quadratic Bezier Curve

Point Table

	X	Y
Point 0 :	<input type="text" value="07"/>	<input type="text" value="15"/>
Point 1 :	<input type="text" value="05"/>	<input type="text" value="4"/>
Point 2 :	<input type="text" value="03"/>	<input type="text" value="05"/>

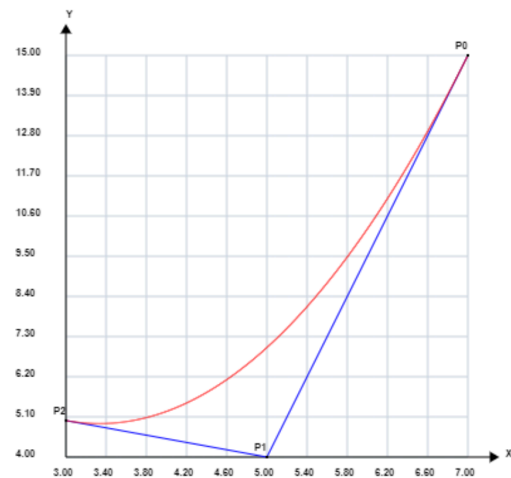
Brute Force ☐ Middle Point Divide and Conquer

☐ Show all curve points

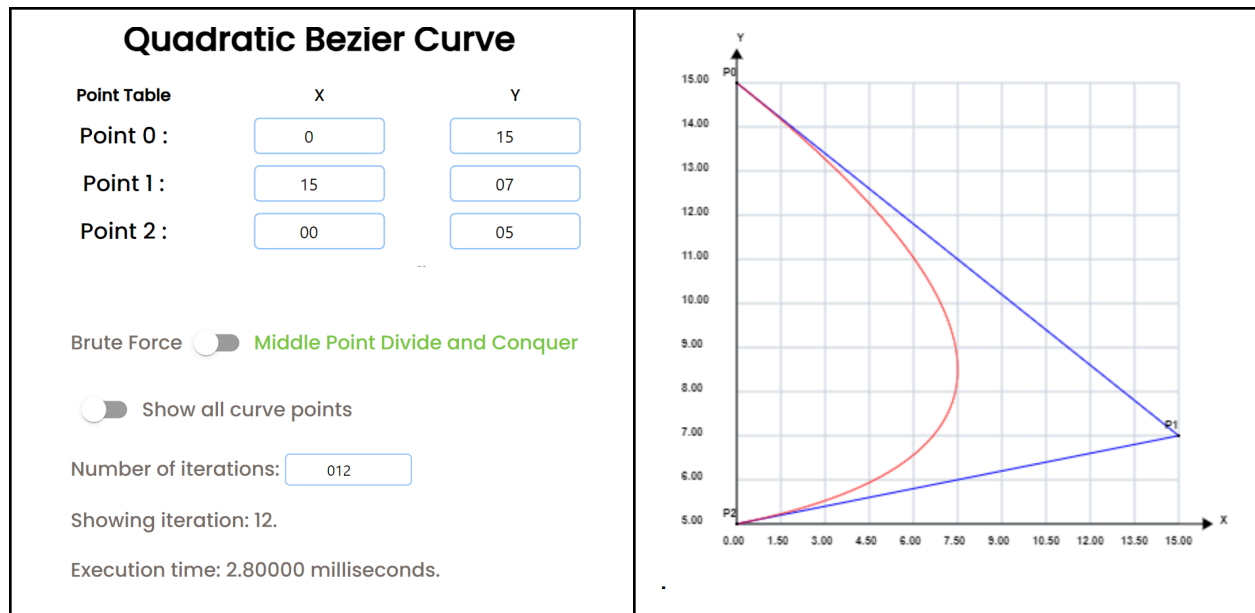
Number of iterations:

Showing iteration: 12.

Execution time: 1.00000 milliseconds.

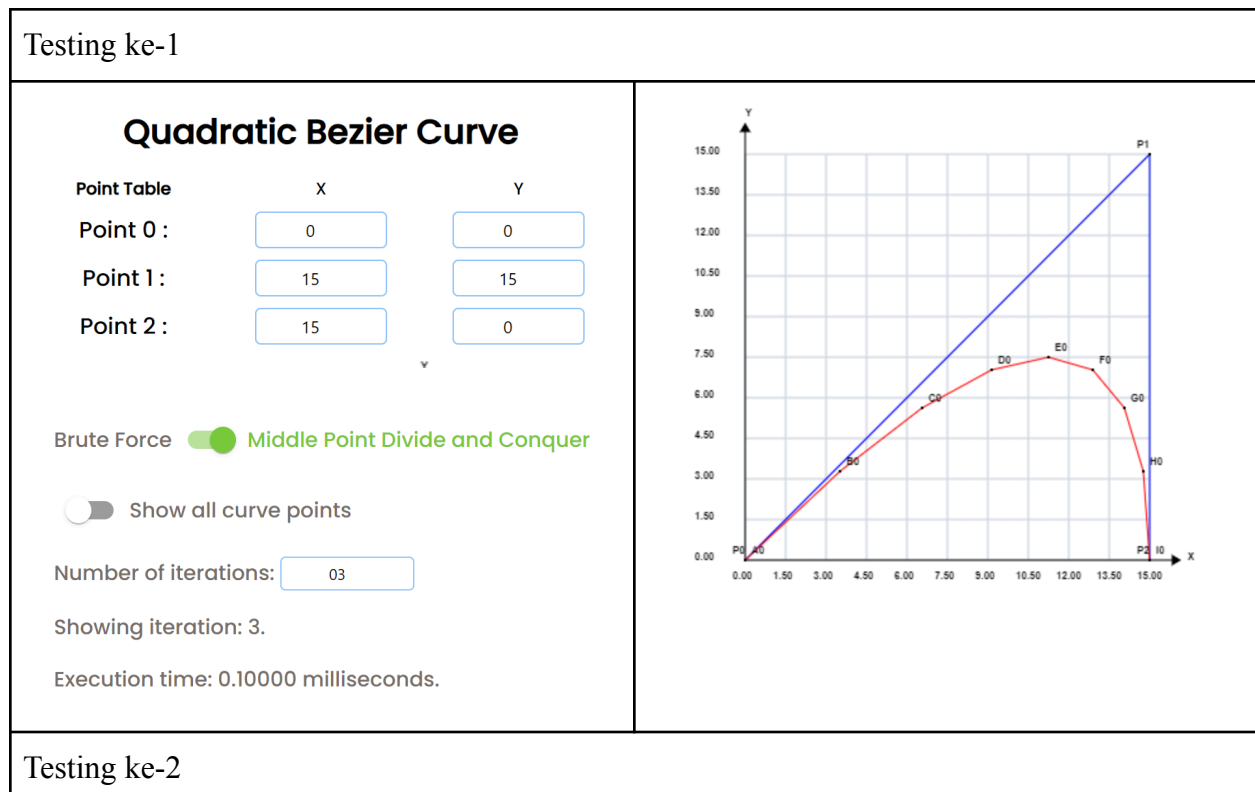


Testing ke-6



5.2 Testing Algorithm Divide and Conquer

5.2.1 Quadratic Bezier Curve



Quadratic Bezier Curve

Point Table

	X	Y
Point 0 :	03	07
Point 1 :	5	15
Point 2 :	15	0

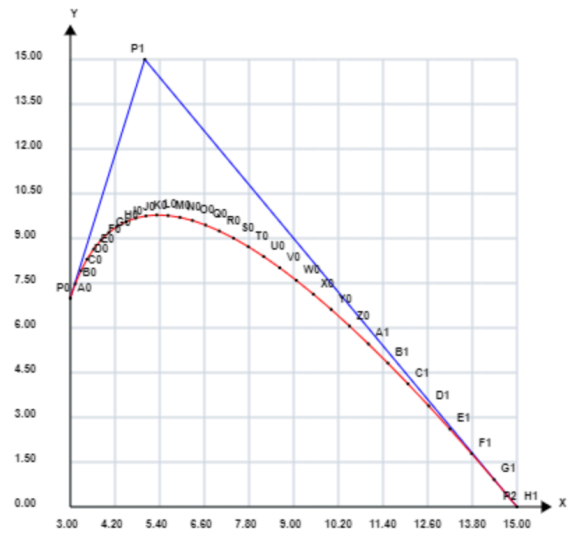
Brute Force ☐ Middle Point Divide and Conquer ☒

☒ Show all curve points

Number of iterations:

Showing iteration: 3.

Execution time: 0.00000 milliseconds.



Testing ke-3

Quadratic Bezier Curve

Point Table

	X	Y
Point 0 :	035	07
Point 1 :	5	15
Point 2 :	15	0

Brute Force ☐ Middle Point Divide and Conquer ☒

☒ Show all curve points

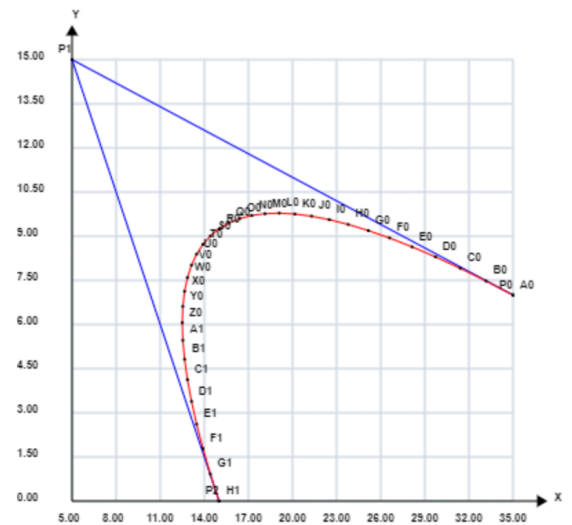
Number of iterations:

Showing iteration: 5.

Execution time: 0.00000 milliseconds.

Run

Animate



Testing ke-4

Quadratic Bezier Curve

Point Table

	X	Y
Point 0 :	07	010
Point 1 :	5	15
Point 2 :	03	07

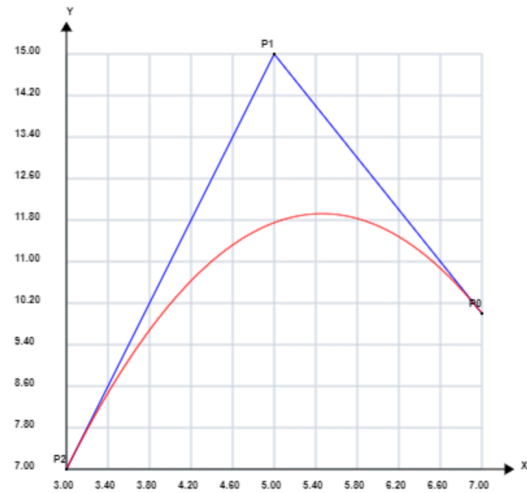
Brute Force ☒ Middle Point Divide and Conquer

☐ Show all curve points

Number of iterations: 010

Showing iteration: 10.

Execution time: 0.30000 milliseconds.



Testing ke-5

Quadratic Bezier Curve

Point Table

	X	Y
Point 0 :	07	15
Point 1 :	5	04
Point 2 :	03	05

Brute Force ☒ Middle Point Divide and Conquer

☐ Show all curve points

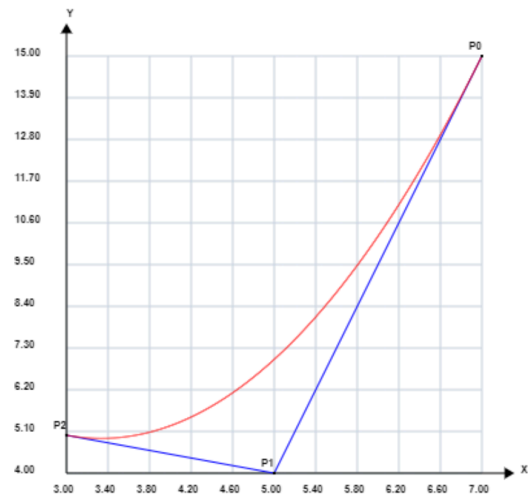
Number of iterations: 012

Showing iteration: 12.

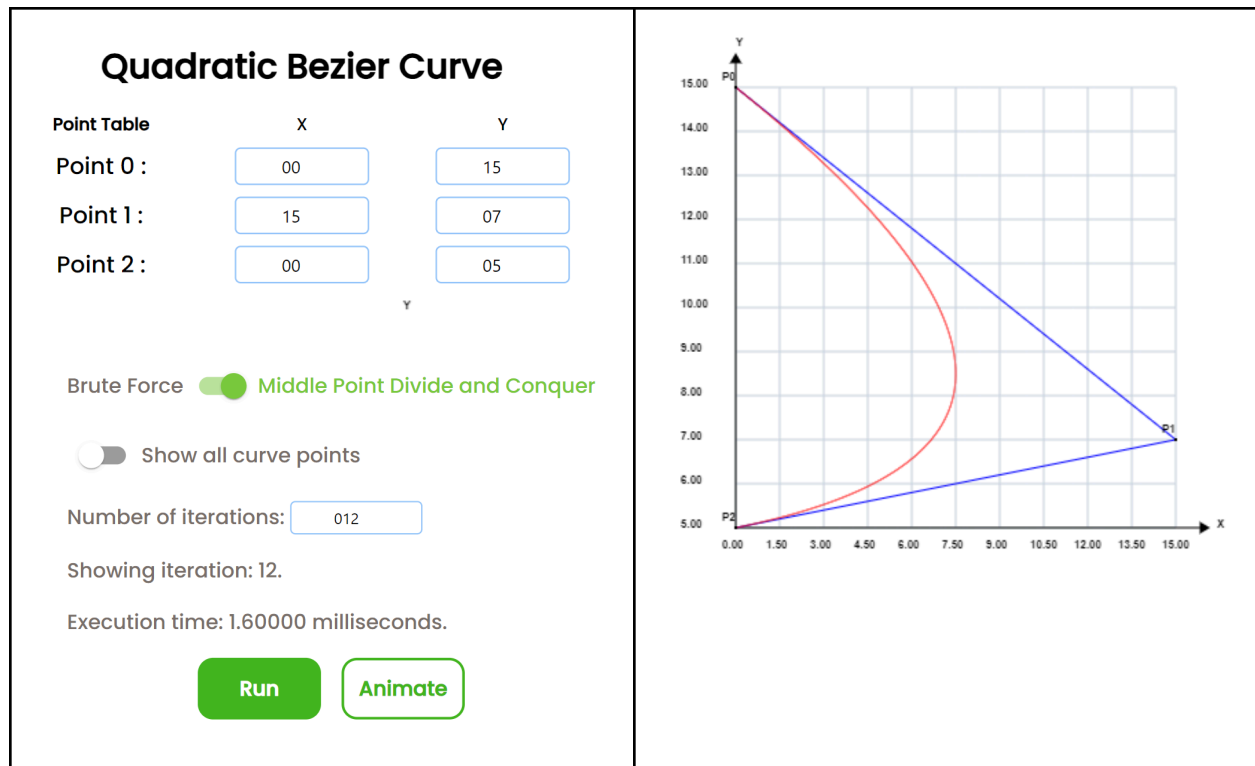
Execution time: 1.40000 milliseconds.

Run

Animate



Testing ke-6



5.2.2 Generalized Bezier Curve

Format input mengikuti format sebagai berikut

```

<N> (number of control points)
<P0_x> <P0_y>
<P1_x> <P2_y>
...
<PN-1_x> <PN-1_y>

```

Testing ke-1

Point input

3
1 2
2 1
3 3

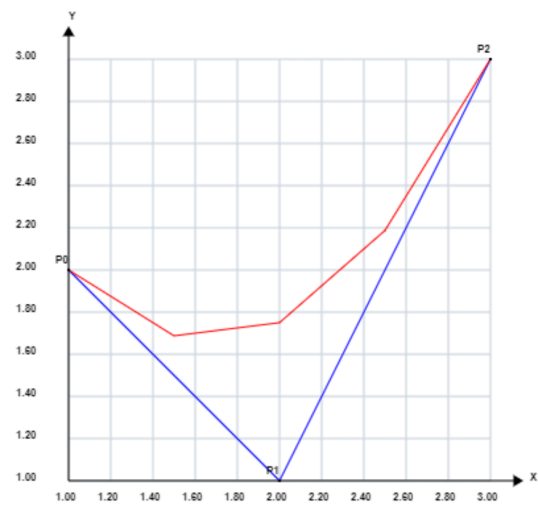
☐ Show all curve points

Number of iterations:

Execution time: 0.00000 milliseconds.

Run

Animate



Testing ke-2

Point input

5
1 2
2 1
3 3
4 7
7 8

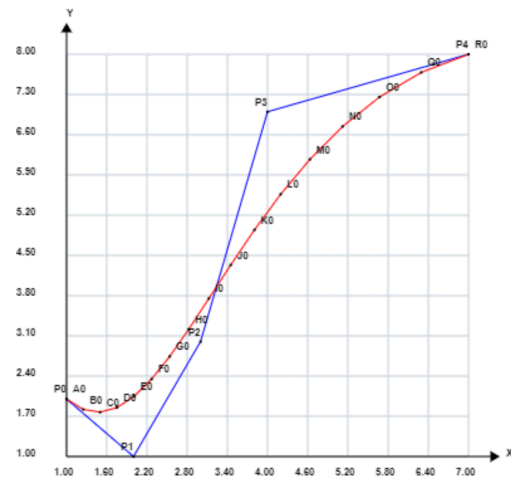
☒ Show all curve points

Number of iterations:

Execution time: 0.10000 milliseconds.

Run

Animate



Testing ke-3

Point input

5
1 2
2 1
3 3
4 7
7 0

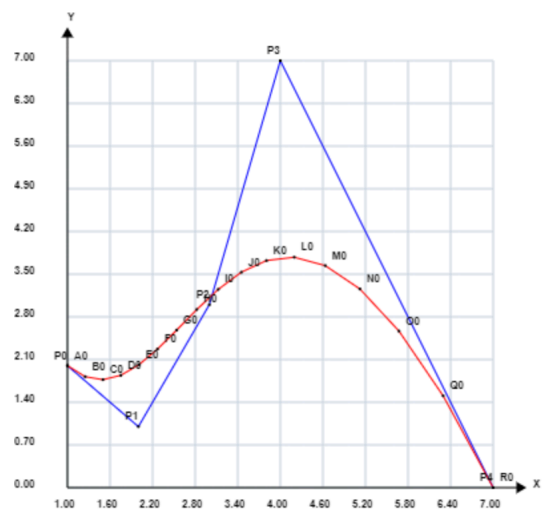
☒ Show all curve points

Number of iterations:

Execution time: 0.00000 milliseconds.

Run

Animate



Testing ke-4

Point input

11
12 43
30 74
22 20
85 38
99 25
16 71
14 27
92 81
57 74
63 71
97 82

Choose File

No file chosen

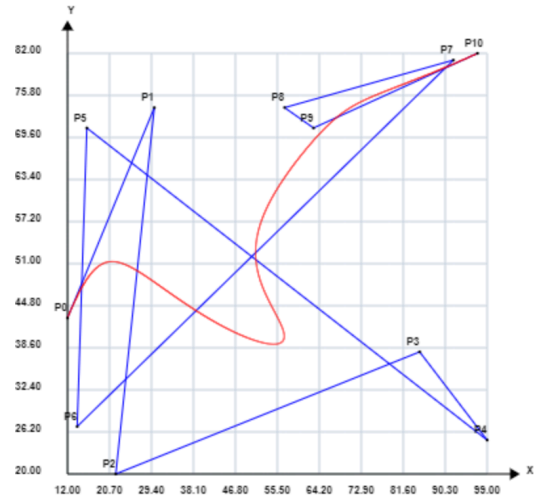
☐ Show all curve points

Number of iterations:

Execution time: 4.90000 milliseconds.

Run

Animate



Testing ke-5

Point input

10
85 28
37 6
47 30
14 58
25 96
83 46
15 68
35 65
44 51
88 9

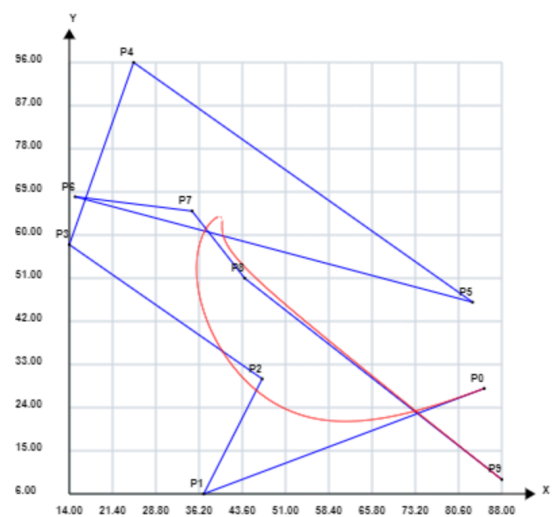
☐ Show all curve points

Number of iterations:

Execution time: 11.10000 milliseconds.

Run

Animate



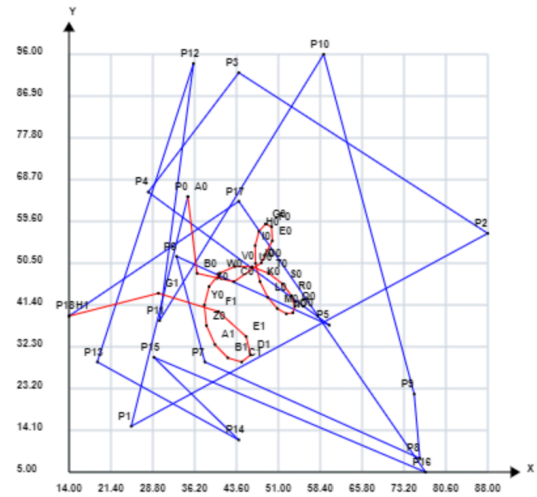
Testing ke-6

Point input

19
35 65
25 15
88 57
44 92
28 66
60 37
33 52
38 29
76 8
75 22
59 96

Point input

38 29
76 8
75 22
59 96
30 38
36 94
19 29
44 12
29 30
77 5
44 64
14 39



☒ Show all curve points

Number of iterations:

Execution time: 0.20000 milliseconds.

Run

Animate

6 Analisis Perbandingan Solusi Brute Force dengan Divide and Conquer

Dalam algoritma yang telah diimplementasikan, baik menggunakan brute force maupun menggunakan middle point divide and conquer, telah dilakukan test untuk mencari yang manakah algoritma yang lebih efisien. Dari waktu yang diperlukan untuk setiap eksekusi algoritma, disadari bahwa implementasi menggunakan brute force lebih cepat dibandingkan dengan implementasi menggunakan divide and conquer.

Dengan tidak menghitung operasi matematika sebagai jumlah operasi, akan dianalisis jumlah eksekusi masing-masing implementasi dan kompleksitasnya. Jumlah eksekusi quadratic bezier curve dengan implementasi brute force berjumlah $T(k) = 2^k$ dengan keterangan variabel k adalah jumlah iterasi. Hal ini disebabkan karena algoritma brute force langsung mendapatkan titik dari ekspresi polinomial menggunakan matematika.

Sementara kuadratik bezier curve dengan implementasi divide and conquer berjumlah $T(k) = 2 \cdot T(k - 1) + 9$ karena untuk setiap iterasi diperlukan (setengah dari) $3^2 = 9$ untuk mencari titik tengah kemudian menconquer masing-masing first-half dan second half dengan jumlah iterasi berkurang 1.

Jadi, untuk brute force, kompleksitasnya adalah $O(2^k)$ sementara untuk divide and conquer kompleksitasnya adalah $O(2^k \times 9)$.

Untuk eksplorasi lebih lanjut, telah dilakukan eksplorasi middle point divide and conquer untuk bezier curve dengan N control points, yaitu $O(2^k \times N^2)$. Kesimpulannya, untuk kasus bezier curve, implementasi algoritma divide and conquer tidak membuat pencarian lebih efektif.

7 Lampiran

7.1 Pemenuhan Spesifikasi Tugas Kecil

No	Poin	Ya	Tidak
1	Program berhasil dijalankan	V	
2	Program dapat melakukan visualisasi kurva Bezier	V	
3	Solusi yang diberikan program optimal	V	
4	[Bonus] Program dapat membuat kurva untuk n titik kontrol	V	
5	[Bonus] Program dapat melakukan visualisasi proses pembuatan kurva	V	

7.2 Penjelasan Implementasi Bonus

Langkah-langkah:

1. Diberikan N control points katakanlah point-point tersebut adalah p_0, p_1, \dots, p_{N-1} secara berurutan. dan sebuah angka jumlah iterasi, katakan K ($K \geq 0$)(EDGE CASE) jika K bernilai 0, kembalikan points semula yang diberikan.
2. Buat dua buah array kosong: first dan second, untuk menyimpan titik-titik yang akan kita conquer pada iterasi selanjutnya
3. Lakukan perulangan yang dimulai pada titik-titik p_0, p_1, \dots, p_N
 - a. Jika titik-titik yang diberikan berjumlah 1, maka lompat ke langkah nomor 3
 - b. Diberikan titik-titik, katakanlah T_0, \dots, T_c .
 - c. Untuk setiap i yang mungkin, buatlah titik M_i yang merupakan middle point dari segment $T_i T_{i+1}$
 - d. Dari langkah 3.b akan didapat c - 1 titik baru hasil konstruksi tersebut.
 - e. Copy M_0 , masukkan ke array first. Kemudian copy M_{c-1} , masukkan ke array second.
 - f. Lakukanlah kembali perulangan dengan titik-titik tersebut adalah M_0, \dots, M_{c-1} .
4. Sekarang kita punya 1 titik, katakan M.
5. (BASE CASE) Jika $K = 1$, maka kita sudah selesai, kembalikan array yang memuat $P_0, M, P(N-1)$
6. (RECURSIVE CASE) Jika $K > 1$, lakukan conquer terhadap titik-titik yang disimpan pada array first, dan lakukan juga conquer terhadap titik-titik yang disimpan array second namun urutannya dibalik.

7. Setelah melakukan conquer pada array first dan reversed second, lakukan penggabungan hasil conquer titik-titik tersebut.

Sementara untuk bonus visualisasinya pembuatannya, digunakan animasi hasil akhir per iterasi sampai dengan iterasi yang diinginkan seperti apa yang ditanyakan pada *qna* (nomor 8).

7.3 Pranala Github

https://github.com/ganadipa/Tucil2_13522040_13522066