

Listas de conteúdos disponíveis em [ScienceDirect](#)

# Pesquisa de Transporte - Parte E

Página inicial do jornal: [www.elsevier.com/locate/tre](http://www.elsevier.com/locate/tre)

Uma abordagem de pesquisa de vizinhança de variável híbrida para o problema de roteamento de veículos verdes multi-depósito

Mir Ehsan Hesam Sadati <sup>\*</sup>, Bülent Çatay

Faculdade de Engenharia e Ciências Naturais, Sabanci University, Istanbul, Turquia  
Smart Mobility and Logistics Lab, Sabanci University, Istanbul, Turquia

## ARTICLEINFO

### Palavras-chave:

Problema de roteamento de veículos verdes

Multi-depósito

Pesquisa de vizinhança variável

Pesquisa Tabu

Reabastecimento

## RESUMO

O Multi Depot Green Vehicle Routing Problem (MDGVRP) é uma extensão do bem conhecido Green Vehicle Routing Problem (GVRP), onde uma frota de veículos movidos a combustível alternativo (AFVs) são usados para atender os clientes. O GVRP consiste em determinar os percursos AFV de forma que a distância total percorrida seja mínima. Os AFVs saem do depósito, atendem a um conjunto de clientes e completam seus passeios no depósito sem exceder o seu *driving range* e a duração máxima do passeio. Os AFVs podem reabastecer durante o trajeto em postos públicos de reabastecimento. No MDGVRP, os AFVs são despachados de diferentes locais de depósito e podem reabastecer durante o dia em qualquer depósito ou estação de reabastecimento. Formulamos MDGVRP como um modelo de programação linear inteira mista e desenvolvemos uma abordagem híbrida de Busca Geral de Vizinhança Variável e Busca Tabu, propondo novas estruturas de vizinhança específicas do problema para resolver o problema de forma eficaz. Avaliamos o desempenho do nosso método usando o conjunto de dados GVRP da literatura. Nossos resultados mostram que o método proposto pode fornecer soluções de alta qualidade em curtos tempos de computação. Em seguida, estendemos essas instâncias para o caso de vários depósitos e comparamos nossas soluções para instâncias de pequeno porte com as soluções ideais. Também relatamos nossos resultados para problemas de grande porte e investigamos as compensações associadas à operação de vários depósitos e à adoção de diferentes políticas de reabastecimento para fornecer mais informações para acadêmicos e profissionais. Avaliamos o desempenho do nosso método usando o conjunto de dados GVRP da literatura. Nossos resultados mostram que o método proposto pode fornecer soluções de alta qualidade em curtos tempos de computação. Em seguida, estendemos essas instâncias para o caso de vários depósitos e comparamos nossas soluções para instâncias de pequeno porte com as soluções ideais. Também relatamos nossos resultados para problemas de grande porte e investigamos as compensações associadas à operação de vários depósitos e à adoção de diferentes políticas de reabastecimento para fornecer mais informações para acadêmicos e profissionais.

## 1. Introdução

As atividades de transporte são a maior fonte de emissões de gases de efeito estufa (GEE) nos EUA e a quarta maior globalmente ([www.epa.gov](http://www.epa.gov)) Foram responsáveis por 27% do total (GEE) na UE em 2017. As emissões de GEE aumentaram 2,2% em 2017 em comparação com 2016, principalmente devido ao aumento das emissões do transporte rodoviário. Quase 72% do total de emissões de GEE relacionadas ao transporte foram causadas pelo transporte rodoviário, dos quais 9% foram de veículos comerciais leves e 19% de veículos pesados ([www.eea.europa.eu](http://www.eea.europa.eu)) Em comparação com seus níveis de 1990, as emissões de GEE devem cair em cerca de dois terços até 2050, a fim de cumprir a meta de redução de emissões de 60% da Comissão Europeia ([Livro Branco do Transporte da CE, 2011](#)) Portanto, a mudança para veículos mais limpos no transporte público e de carga é uma obrigação para cumprir as metas e alcançar as reduções desejadas nas emissões de GEE para evitar níveis perigosos de aquecimento global.

Hoje em dia, muitas empresas de logística agregam suas frotas com veículos verdes que funcionam com combustíveis alternativos (como etanol, gás natural, eletricidade) ao invés de combustível fóssil para diminuir os efeitos adversos de suas operações no meio ambiente. Consequentemente, o planejamento de rotas desses veículos de combustível alternativo (AFVs) tem recebido atenção crescente na literatura do Problema de Roteamento de Veículos (VRP)

<sup>\*</sup> Autor para correspondência: Faculdade de Engenharia e Ciências Naturais, Universidade Sabanci, Istanbul, Turquia.  
Endereço de e-mail: [msadati@sabanciuniv.edu](mailto:msadati@sabanciuniv.edu) (MEH Sadati).

<https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102293>

Recebido em 11 de julho de 2020; Recebido em forma revisada em 28 de janeiro de 2021; Aceito em 9 de março de 2021

Disponível online 31 de março de 2021

1366-5545 / © 2021 Elsevier Ltd. Todos os direitos reservados.

na última década. No VRP clássico, a capacidade do tanque de combustível dos veículos é considerada ilimitada, uma vez que os veículos podem reabastecer com facilidade e rapidez em qualquer posto de gasolina público. No entanto, os veículos verdes precisam de postos de combustível alternativos (AFSs) para reabastecimento, que são escassos (Koç e Karaoglan, 2016). A ansiedade de alcance dos AFVs e a escassez dos AFSs tornam o VRP resultante mais complexo de modelar e resolver.

O Problema de Roteamento de Veículos Verdes (GVRP) foi proposto por Erdoğan e Miller-Hooks (2012) como uma extensão do VRP Capacitado (CVRP) onde uma frota de AFVs foi usada para atender os clientes ao invés de veículos com motor de combustão interna (ICEVs). Neste estudo, abordamos o Multi-Depot GVRP (MDGVRP), que é um problema relevante para muitas empresas de logística que operam vários depósitos regionais para suas operações de entrega de última milha e empregam AFVs para reduzir suas emissões e reduzir os custos de combustível. No MDGVRP, os AFVs partem do depósito, atendem a um conjunto de clientes e realizam seus roteiros no depósito sem ultrapassar o driving range e a duração máxima do passeio. Todos os clientes devem ser atendidos por exatamente um AFV e os AFVs podem reabastecer em depósitos e postos públicos de reabastecimento quando ficarem sem combustível. O objetivo é minimizar a distância total percorrida. Observe que a existência de vários depósitos aumenta significativamente a dificuldade do problema, pois cada subconjunto de clientes atribuídos a um depósito requer a resolução de um GVRP separado. Como a utilização de AFVs com autonomia limitada torna o GVRP um problema desafiador, sua extensão para MDGVRP traz ainda mais complexidade ao problema.

Para resolver este problema, desenvolvemos um algoritmo híbrido que combina Pesquisa de Vizinhança Variável (VNS) com Pesquisa Tabu (TS). O algoritmo proposto aplica TS com múltiplas estruturas de vizinhança específicas do problema como o mecanismo de busca local dentro do esquema geral VNS (GVNS) e é referido como GVNS / TS. Realizamos um extenso estudo experimental para investigar o desempenho do método proposto e fornecer insights para pesquisadores e profissionais. Vários algoritmos metaheurísticos foram empregados com sucesso para resolver diferentes variantes de VRP; no entanto, o VNS se destaca por sua estrutura algorítmica simples, facilidade de implementação e bom desempenho, apesar do uso de poucos parâmetros. Além disso, permitir movimentos não aprimorados em uma estrutura de vizinhança múltipla oferece mais potencial para alcançar soluções de alta qualidade em comparação com outros métodos de pesquisa locais simples, como Variable Neighbourhood Descent (VND). Esses fatores constituem a principal motivação por trás de nossa seleção de metodologia.

Nossas contribuições podem ser resumidas da seguinte forma: (i) apresentamos o MDGVRP e formulamos seu modelo MILP; (ii) propomos um método híbrido GVNS / TS eficiente para resolvê-lo através da implementação de novas estruturas de vizinhança para problemas específicos; (iii) apresentamos um extenso estudo computacional para avaliar o desempenho do método proposto e fornecer insights gerenciais; (iv) apresentamos novos resultados de benchmark para a literatura. O restante deste artigo está organizado da seguinte forma: [Seção 2](#) fornece uma revisão da literatura relacionada. [Seção 3](#) apresenta a formulação matemática do problema. [Seção 4](#) detalha a metodologia da solução GVNS / TS proposta. [Seção 5](#) apresenta o estudo computacional e discute os resultados numéricos. Finalmente, as observações de conclusão são fornecidas na última seção.

## 2. Revisão da literatura

No GVRP introduzido por Erdoğan e Miller-Hooks (2012) os AFVs foram autorizados a reabastecer durante o trajeto em postos públicos de reabastecimento e o tanque foi considerado totalmente abastecido em tempo constante. Os autores modelaram a formulação do problema em programação linear inteira mista (MILP) onde o objetivo é minimizar a distância total percorrida e propuseram duas heurísticas de construção para resolvê-lo. Schneider et al. (2014) investigou a utilização de uma frota de veículos elétricos (EV) no contexto de veículos verdes e introduziu o VRP elétrico com janelas de tempo (EVRPTW). EVRPTW é semelhante ao GVRP; entretanto, a duração da recarga não era constante e era uma função linear da energia total transferida. A bateria foi considerada totalmente recarregada na estação. Os autores propuseram uma abordagem de Busca de Vizinhança Variável e Busca Tabu, e resolveram os problemas que eles geraram com base em Solomon (1987) dados, bem como os dados GVRP de Erdoğan e Miller-Hooks (2012). Schneider et al. (2015) generalizou o GVRP introduzindo o Problema de Roteamento de Veículos com Paradas Intermediárias e propôs uma Busca de Vizinhança Variável Adaptativa (AVNS) para resolvê-lo. Bruglieri et al. (2016) propôs uma formulação eficiente de GVRP considerando implicitamente os AFSs e reduzindo o gráfico ao eliminar AFSs dominados que podem ser visitados entre cada par de clientes.

Montoya et al. (2016) apresentou uma heurística bifásica eficiente para lidar com GVRP. Na primeira fase, eles constroem um pool de rotas empregando um conjunto de heurísticas “rota-primeiro grupo-segundo” que inserem de forma otimizada os postos de abastecimento nas rotas. Em seguida, na segunda fase, eles resolvem o problema de particionamento de conjuntos usando as rotas armazenadas no pool. Koç e Karaoglan (2016) desenvolveu um algoritmo exato baseado em metaheurística para resolver GVRP. Sua abordagem acopla o Simulated Annealing a um método branch-and-bound.

Leggieri e Haouari (2017) formulou um novo modelo matemático de GVRP e introduziu um mecanismo de redução. Eles também apresentaram uma abordagem de solução prática que poderia resolver instâncias de tamanho médio de maneira ideal. Bruglieri et al. (2019) propôs um método de solução baseado em caminho bifásico para resolver GVRP. Na primeira fase, eles geram todos os caminhos viáveis e, na segunda fase, eles os combinam para gerar as rotas finais resolvendo um modelo MILP. Os autores também propuseram regras de dominância para eliminar os caminhos dominados e diminuir o tamanho do problema.

Várias variantes de EVRPTW foram estudadas após o estudo de Schneider et al. (2014). No Keskin e Çatay (2016) e Bruglieri et al. (2015) os autores relaxaram a restrição de recarga total e propuseram modelos de programação matemática e métodos de solução que permitem a recarga parcial da bateria em qualquer quantidade. Desaulniers et al. (2016) desenvolveu um algoritmo branch-price-and-cut para resolver EVRPTW, adotando estratégias totais e parciais, permitindo recargas únicas e múltiplas durante o trajeto.

No Goeke e Schneider (2015), os autores estenderam o EVRPTW considerando uma frota mista de veículos com motor de combustão interna (ICEVs) e EVs. Hiermann et al. (2016) também considerada uma frota mista que consistia em diferentes tipos de VEs. Montoya et al. (2017) funções de carregamento não linear propostas, enquanto Felipe et al. (2014) permitiu estações de carregamento rápido dentro do contexto de VRP elétrico (EVRP) sem janelas de tempo do cliente. Keskin e Çatay (2018) também investigou o impacto das estações de carregamento rápido no EVRPTW e observou que elas podem melhorar significativamente os planos de rota quando as janelas de tempo do cliente são estreitas.

Outras variantes de EVRP abordadas na literatura recente envolvem troca de bateria (Yang e Sun, 2015; Hof et al., 2017), frota heterogênea (Macrina et al., 2019; Hiermann et al., 2019), roteamento de localização (Hof et al., 2017; Schiffer e Walther, 2017), função de carregamento não linear (Froger et al., 2019), dois escalões (Jie et al., 2019), o efeito da temperatura ambiente (Rastani et al., 2019), estações de recarga capacitadas (Froger et al., 2017; Keskin et al., 2019), tempos de espera estocásticos nas estações de recarga (Keskin et al., 2021), e recarregar durante o serviço (Cortés-Murcia et al., 2019).

Em um estudo recente, Koyuncu e Yavuz (2019) apresentou duas formulações alternativas que envolveram várias configurações práticas, incluindo reabastecimento do veículo nos locais e estações dos clientes, diferentes políticas de reabastecimento, frota mista e investigou seus desempenhos. Para uma revisão detalhada da literatura GVRP e EVRP, recomendamos ao leitor Erdelić e Carić (2019) e Asghari e Al-e (2020).

Embora a pesquisa sobre GVRP tenha crescido rapidamente na comunidade de ciência de transporte e pesquisa de operações durante a última década, as operações logísticas usando vários depósitos têm atraído pouca atenção. Multi-depot VRP (MDVRP) é um problema amplamente estudado na literatura VRP devido à sua praticidade em muitas indústrias (Escobar et al., 2014b; Tu et al., 2014; Masmoudi et al., 2016; Zhen et al., 2020; Sadati et al., 2020a; Sadati et al., 2020b). Uma revisão abrangente do MDVRP pode ser encontrada em Montoya-Torres et al. (2015) e Ramos et al. (2020).

### 3. Formulação do problema

Nosso modelo estende a formulação GVRP de Erdoğan e Miller-Hooks (2012) para a configuração de depósito múltiplo. Para facilitar o entendimento, seguimos a mesma formulação matemática e convenção de notação. Deixar  $G = (V, A)$  denotam um gráfico direcionado completo onde  $V$  e  $U$  representam o conjunto de vértices e o conjunto de arcos, respectivamente.  $V$  consiste em três subconjuntos: conjunto de depósitos  $D = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ , conjunto de clientes  $eu = \{v_{m+1}, v_{m+2}, \dots, v_{m+n}\}$ , e um conjunto de postos de reabastecimento  $F = \{v_{m+n+1}, v_{m+n+2}, \dots, v_{m+n+f}\}$ .  $seu$  é o tempo de atendimento (tempo de reabastecimento) no cliente (estação)  $eu$ . Igual a Erdoğan e Miller-Hooks (2012), presumimos que o tanque de combustível do veículo está totalmente cheio e o tempo de reabastecimento é constante. Um custo não negativo  $c_{eu,j}$  e tempo de viagem  $t_{eu,j}$  estão associados a cada arco  $(eu,j)$ . A frota é composta por veículos idênticos com taxa de consumo de combustível  $r$  e capacidade do tanque de combustível  $Q$ . Os veículos partem e retornam ao mesmo depósito. O objetivo é desenhar um conjunto de roteiros que visitem cada cliente uma vez de forma que a distância total percorrida seja minimizada. Uma duração máxima da rota  $T_{max}$  é imposta ao tempo de viagem dos veículos. Uma estação de reabastecimento pode ser visitada várias vezes pelo mesmo veículo ou por veículos diferentes. Portanto, para cada visita potencial, adicionamos uma cópia da estação e criamos  $G = (V, U)$ , Onde  $V = V \cup F$  e  $F = F \cup \{v_{m+n+f+1}, v_{m+n+f+2}, \dots, v_{m+n+f+f}\}$ .

Figura 1 representa um exemplo ilustrativo que envolve 12 clientes (C1-C12), duas estações de reabastecimento (S1 e S2) e dois depósitos (D1 e D2). Os depósitos também podem ser usados para reabastecimento. Montamos  $Q = 100$  e  $r = 1$ . Os valores próximos às formas cilíndricas indicam o nível de combustível do tanque na chegada do AFV no nó correspondente. AFV # 1 sai do depósito D1, atende aos clientes C1 a C3 e, em seguida, retorna ao D1 para reabastecimento. Após o reabastecimento, ele continua seu percurso visitando C4-C6 e retorna a D1 no final de sua viagem. AFV # 2 parte de D2, serve C7 a C9, reabastece em S2 antes de visitar C10 e, em seguida, retorna ao seu depósito D2. Finalmente, AFV # 3 sai de D2, visita C11 e C12, e retorna para D2 sem necessidade de reabastecimento.

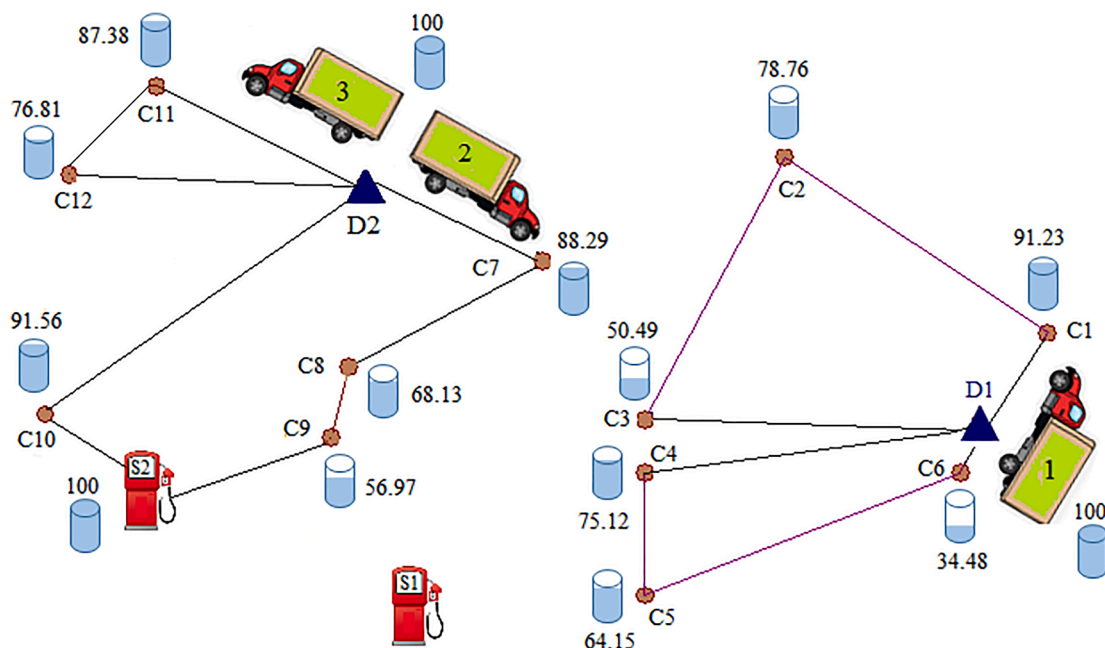


Figura 1. Um exemplo ilustrativo de MDGVRP.

A seguir, fornecemos a formulação MILP do problema. [tabela 1](#) resume a notação matemática.

$$\min \sum_{eu \in V} \sum_{\substack{j \in V \\ d_{eu,j} > 0}} d_{eu,j} x_{eu,j} \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{\substack{j \in V \\ e \neq j}} x_{eu,j} = 1, \quad \forall eu \in eu \quad (2)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ e \neq j}} x_{ji} = 1, \quad \forall eu \in eu \quad (3)$$

$$\sum_{j \in D} z_{eu,j} = 1, \quad \forall eu \in eu \quad (4)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ e \neq j}} x_{eu,j} \leq 1, \quad \forall eu \in F \quad (5)$$

$$\sum_{\substack{eu \in V \\ e \neq j}} x_{eu,j} - \sum_{\substack{eu \in V \\ e \neq j}} x_{ji} = 0, \quad \forall j \in V \quad (6)$$

$$x_{eu,j} \leq z_{eu,j}, \quad \forall eu \in R, \forall j \in D \quad (7)$$

$$x_{ji} \leq z_{eu,j}, \quad \forall eu \in R, \forall j \in D \quad (8)$$

$$x_{ik} + z_{eu,j} - z_{kj} \leq 1, \quad \forall eu \in R, \forall k \in R, eu \neq k, \forall j \in D \quad (9)$$

$$x_{ik} + z_{kj} - z_{eu,j} \leq 1, \quad \forall eu \in R, \forall k \in R, eu \neq k, \forall j \in D \quad (10)$$

$$t_j \geq t_{eu} + s_{eu} + t_{eu,j} - M \left( 1 - \sum_{\substack{eu \in V \\ e \neq j}} x_{eu,j} \right), \quad \forall eu \in V, \forall j \in R, eu \neq j \quad (11)$$

$$t_j \leq t_{eu} + s_{eu} + t_{eu,j} + M \left( 1 - \sum_{\substack{eu \in V \\ e \neq j}} x_{eu,j} \right), \quad \forall eu \in V, \forall j \in R, eu \neq j \quad (12)$$

**tabela 1**

Notação matemática.

<b>Conjuntos:</b>	
$eu$	Conjunto de clientes
$D$	Conjunto de depósitos
$F$	Conjunto de postos de abastecimento
$V$	Conjunto de depósitos, clientes e estações de reabastecimento
$R$	Conjunto de todas as estações de reabastecimento, incluindo estações fictícias
$R$	Conjunto de clientes e todas as estações de reabastecimento ( $R = eu \cup F$ )
$V$	Conjunto de todos os vértices ( $V = R \cup D$ )
<b>Parâmetros:</b>	
$d_{eu,j}$	Distância do nó $eu$ para o nó $j$ /Tempo de viagem
$l_{eu,j}$	do nó $eu$ para o nó $j$ /Capacidade do tanque de
$Q$	combustível do veículo Taxa de consumo de
$r$	combustível do veículo
$s_{eu}$	Tempo de serviço no nó $eu$ (tempo de serviço se $eu \in eu$ , tempo de reabastecimento se $eu \in F$ )
$T_{max}$	Duração máxima do passeio
$M$	Uma constante suficientemente grande $M = T_{max} + \max_{eu \in R} \{s_{eu} + t_{eu,j}\}$
<b>Variáveis de decisão</b>	
$x_{eu,j}$	1 se nó $j$ é visitado após o nó $eu$ , 0 caso contrário
$z_{eu,j}$	1 se nó $eu$ é visitado por um veículo atribuído ao depósito $j$ , 0, caso contrário, o nível de
$y_{eu}$	combustível do veículo após sua chegada ao nó $eu$ ( $y_{eu} = Q - E$ se $eu \in F$ ) Hora de chegada no nó $j$
$t_{eu}$	$t_j \geq s_j$ para $j \in D$ devido ao reabastecimento inicial no depósito

$$\tau_{eu} + s_{eu} + t_{eu,j} x_{eu,j} \leq T_{max}, \quad \forall eu \in R, \forall j \in D \quad (13)$$

$$y_j \leq y_{eu} - \left( \frac{r_{deu,j}}{r_{deu,j} + x_{eu,j} + Q} - \frac{1}{x_{eu,j}} \right) x_{eu,j}, \quad \forall eu \in V, \forall j \in E, eu \neq j \quad (14)$$

$$y_{eu} \geq \sum_{\substack{eu \in V \\ eu \neq j}} \left( \frac{r_{deu,j}}{r_{deu,j} + x_{eu,j}} \right) x_{eu,j}, \quad \forall eu \in E \quad (15)$$

$$y_{eu} = Q, \quad \forall eu \in F \quad (16)$$

$$x_{eu,j} \in \{0, 1\}, \quad \forall eu \in V \quad (17)$$

$$z_{eu,j} \in \{0, 1\}, \quad \forall eu \in R, \forall j \in D \quad (18)$$

$$y_{eu} \geq 0, \quad \forall eu \in V \quad (19)$$

$$\tau_{eu} \geq 0, \quad \forall eu \in V \quad (20)$$

A função objetivo (1) minimiza a distância total. As restrições (2) e (3) garantem que cada cliente seja visitado exatamente uma vez. As restrições (4) atribuem a cada cliente exatamente um depósito. As restrições (5) restringem a visita a uma estação em no máximo uma vez. Restrições (6) são as restrições de equilíbrio de fluxo. Restrições (7) e (8) garantem que um veículo viaje de um nó para um depósito ou de um depósito para um nó apenas se esse nó for atribuído a esse depósito. Restrições (9) e (10) afirmam que dois nós (cliente ou nó da estação de reabastecimento) devem ser atribuídos ao mesmo depósito se forem visitados consecutivamente pelo mesmo veículo. Restrições (11) - (13) mantenham o controle do tempo e certifique-se de que a duração máxima do passeio não seja excedida. Eles também evitam a formação de subtours. Restrições (14) manter o controle do nível de combustível do tanque em cada cliente enquanto as restrições (15) garantir que o veículo nunca fica sem combustível. Restrições (16) encher o tanque quando o veículo visitar um posto de reabastecimento. Finalmente, as restrições (17) - (20) definir as variáveis de decisão.

O VRP capacitado (CVRP) é um caso especial de MDGVRP onde um único depósito é usado em vez de vários depósitos e a capacidade do tanque de combustível (driving range) dos veículos é ilimitada ( $Q = \infty$ ). Uma vez que CVRP é *NP-difícil* (Toth e Vigo, 2002), MDGVRP é *NP-difícil* também.

#### 4. Metodologia da solução

Apresentamos um algoritmo GVNS / TS híbrido para resolver MDGVRP. O componente básico do algoritmo é a Pesquisa de Vizinhança de Variáveis Gerais (GVNS) desenvolvida por Mladenović e Hansen (1997). As estruturas de vizinhança no GVNS / TS são alteradas sistematicamente através da abordagem VNS e a busca local é aplicada pela implementação do TS, que foi originalmente desenvolvido por Glover (1986). O VNS tem uma estrutura algorítmica simples e envolve poucos parâmetros; no entanto, é uma das metaheurísticas de maior sucesso para resolver problemas difíceis de otimização combinatória. Foi aplicado a vários problemas de roteamento, como o VRP elétrico com Time Windows (Schneider et al., 2014), VRP com coleta simultânea e entrega com limite de tempo (Polat et al., 2015), VRP com restrições de carregamento bidimensional (Wei et al., 2015) VRP com entregas e coletas divisíveis (Polat, 2017), VRP agrupado (Hintsch e Irnich, 2018), e o problema do Dial-a-Ride com veículos elétricos (Masmoudi et al., 2018). A combinação de VNS com TS também foi usada no contexto de VRP para resolver o problema de roteamento de localização capacitada (Escobar et al., 2014a), VRP com backhauls agrupados e restrições de carregamento 3D (Bortfeldt et al., 2015), VRP com drones e operações em rota (Schermer et al., 2019), e problema de pooling de carros de longo prazo (Mlayah et al., 2020). Uma pesquisa recente mostra que TS e VNS são as duas abordagens metaheurísticas mais frequentemente empregadas para resolver o VRP e suas variantes. Nós referimos o leitor a Elshaer e Awad (2020) para detalhes.

##### 4.1. Pesquisa de vizinhança de variável geral

Em nosso método proposto, primeiro geramos uma solução inicial  $S_0$  usando o algoritmo de economia de Clarke e Wright (CW) (Clarke e Wright, 1964). Uma solução viável inicial para MDGVRP é criada primeiro atribuindo os clientes ao depósito mais próximo e, em seguida, aplicando o CW a cada depósito e aos clientes atribuídos. Implementamos a versão paralela do CW, onde várias rotas de veículos são construídas simultaneamente, respeitando o driving range e as limitações de duração do passeio.

Em seguida, implementamos GVNS / TS por meio de um conjunto de estruturas de vizinhança  $N_k (k = 1, \dots, k_{max})$  que compreende a fase de agitação, e outro conjunto de estruturas de vizinhança  $M_{eu} (eu = 1, \dots, eu_{max})$  que compreende a fase de busca local. Em agitação, solução  $S$  é gerado aleatoriamente na primeira vizinhança  $N_1$  do  $S_0$ , e então o TS é executado aplicando a primeira vizinhança  $eu_1$  para obter um novo solução  $\bar{S}$ . Se  $\bar{S}$  é viável e seu valor objetivo é melhor do que a solução existente  $S^*$ ,  $S^*$  é substituído por  $\bar{S}$  e TS é realizado por continuando com a vizinhança  $eu_1$ . De outra forma,  $eu$  é incrementado em 1 e o TS é executado para  $S$  pela próxima estrutura de bairro ( $eu = eu + 1$ ). Este procedimento é continuado até que todos os operadores de vizinhança de TS sejam explorados ( $eu = eu_{max}$ ) reiniciando da vizinhança  $eu_1$  sempre que uma solução viável melhorada for obtida. Durante o procedimento de TS, se uma nova solução incumbente for obtida, o índice  $k$  é redefinido para 1 para iniciar a partir do primeiro operador de vizinhança agitando. De outra forma,  $k$  é incrementado em 1 ( $k = k + 1$ ) e reinicializações GVNS / TS da solução atual  $S^*$ . Este procedimento é repetido e termina se a solução não melhorar para um número pré-especificado

de iterações consecutivas (*MaxNonImp*) ou um limite pré-especificado no número de iterações (*Iter*) foi alcançado. O pseudocódigo de GVNS / TS é apresentado em [Algoritmo 1](#).

---

**Algoritmo 1.** (O pseudocódigo de GVNS / TS)
 

---

```
// Conjunto das estruturas de vizinhança  $N_k(k = 1, \dots, k_{max})$  para tremer // Conjunto
das estruturas de vizinhança  $M_{eu}(eu = 1, \dots, eu_{max})$  para pesquisa tabu
1: Definir  $S_0 = S_{CW}$  // Gerar solução inicial usando o algoritmo de economia de Clarke e Wright2:
Definir  $S = S_0$ 
3: repetir
4:   para  $k = 1$  para  $k_{max}$  Faz
5:     selecione uma solução aleatória  $S'$  de  $k_{th}$  vizinhança  $N_k(S)$  do  $S$  // Tremendo
6:     1 para  $eu_{max}$  Faz
7:       Encontre o melhor vizinho  $\bar{S}$  do  $S$  no  $M_{eu}(S)$  // Pesquisa Tabu
8:       se  $\bar{S}$  é viável e  $Z(S) < Z(\bar{S})$ 
9:         Atualizar  $S' = \bar{S}$ 
10:        Definir  $eu = 1$ 
11:        Definir  $k = 0$ 
12:      outro
13:        Definir  $eu = eu + 1$ 
14:      fim se
15:      Definir  $S = S'$ 
16:    fim para
17:    E se  $k = 0$ 
18:      Definir  $k = 1$ 
19:    outro
20:      Definir  $k = k + 1$ 
21:    fim se
22:    Definir  $S = S'$ 
23:  fim para
24: até Condição de parada
```

---

#### 4.2. Tremendo

Em cada iteração da fase de agitação de GVNS / TS, uma solução aleatória é gerada usando um dos operadores de vizinhança  $N_k$ . Usamos os seguintes cinco bairros: 1-0 *Mover*, 1-1 *Intercâmbio*, 2-2 *Intercâmbio*, 1-2 *Intercâmbio* e 1-1-1 *Intercâmbio*.

1-0 *Mover* e 1-1 *Intercâmbio* são estruturas de vizinhança bem conhecidas na literatura. O primeiro remove um cliente e insere entre dois clientes consecutivos e o último troca dois nós de cliente. 2-2 *Intercâmbio* troca dois pares de clientes consecutivos, enquanto 1-2 *Intercâmbio* troca um cliente por dois clientes consecutivos. Todos os quatro são aplicados como ambos *intra-rota* e *inter-rotas* movimentos. 1-1-1 *Intercâmbio* é um operador inter-rotas de três vias que troca as posições de três clientes em três rotas diferentes simultaneamente. Todos esses operadores de vizinhança são explorados em uma ordem sequencial cíclica a partir de  $N_1 = 1-0$  *Mover* e seguindo a ordem acima.

#### 4.3. Oscilação estratégica para lidar com soluções inviáveis

GVNS / TS é realizado usando oscilação estratégica de Glover (2000) o que permite soluções inviáveis que violam a duração do passeio e as restrições do driving range do veículo. A oscilação estratégica é baseada na ideia de aceitar espaços de solução inviáveis na esperança de encontrar uma solução melhor viável nas seguintes iterações e tem sido empregada com sucesso em muitos estudos (Cordeau et al., 1997; Toth e Vigo, 2003) Ele aceita essa solução inviável penalizando o valor da função objetivo da seguinte forma:

$$Z(S) = Z(S) + \alpha Q(S) + \beta D(S) \quad (21)$$

$Z(S)$  refere-se ao valor da função objetivo (1) associado com solução  $S$  e

$$Q(S) = \sum_{eu \in V} \sum_{j \in eu} [y_j - y_{eu} + r \cdot d_{eu,j} - x_{eu,j} - Q - 1 - x_{eu,j}]^+ \quad (22)$$

$$D(S) = \sum_{eu \in R} \sum_{j \in D} [\tau_{eu} + s_{eu} + t_{eu,j} x_{eu,j} - T_{max}]^+ \quad (23)$$

Onde  $Q(S)$  e  $D(S)$  indicar a violação do driving range e duração máxima do passeio, respectivamente.  $\alpha$  e  $\beta$  são penalidades positivas coeficientes correspondentes a inviabilidades, e  $[\cdot]^+ = \max\{0, \cdot\}$ . Se a solução atual  $S$  é viável, então definimos  $Z(S) = Z(S)$  Após cada iteração, os coeficientes de penalidade são atualizados para encontrar soluções viáveis e inviáveis com aproximadamente a mesma frequência. Nós definir  $\alpha = \alpha(1 + \delta)$  E se  $S$  é inviável no que diz respeito à restrição de driving range; e caso contrário  $\alpha = \alpha(1 - \delta)$ . Da mesma forma, se  $S$  é inviável ou viável com relação à restrição de duração do passeio, definimos  $\beta = \beta(1 + \delta)$  ou  $\beta = \beta(1 - \delta)$  respectivamente, onde  $\delta$  é o parâmetro para atualizar  $\alpha$  e  $\beta$ .

## 4.4. Pesquisa tabu

TS com múltiplas estruturas de vizinhança tem sido efetivamente empregado na literatura (ver por exemplo [Schneider et al., 2014](#); [Soto et al., 2017](#); [Qiu et al., 2018](#)). Assim, a cada iteração de GVNS / TS, realizamos uma busca local aplicando TS usando quatro operadores de vizinhança: 2-Optar, 1-AddStation, 1-DropStation e 1-SwapStation. 2-Optar é um operador bem conhecido, enquanto os outros são específicos para o problema. Considerando cada estação não utilizada, 1-AddStation examina todos os arcos onde pode ser inserido e realiza a melhor inserção. “Melhor inserção” aqui se refere à inserção de uma estação em um arco que diminui o custo da solução atual mais ou aumenta menos, se não houver custo para melhorar a inserção. Em 1-DropStation, uma estação é removida da rota conectando seu nó predecessor a seu nó sucessor. A “melhor remoção” é realizada de forma que a remoção da estação da solução reduza mais o custo da solução atual ou o aumente menos, se não houver nenhuma remoção de melhoria de custo. Finalmente, 1-SwapStation aplica-se 1-AddStation e 1-DropStation simultaneamente. Todos os operadores de bairro são ilustrados em [Figs. 2-4](#).

TS é aplicado explorando o primeiro movimento  $eu$  e uma nova solução  $S$  é obtido a partir da solução atual  $S$ . Se  $S$  é uma solução viável com um valor de função objetivo melhor do que a solução atual  $S^*$ ,  $S$  será substituído por  $S^*$  e o TS é realizado reiniciando o índice de vizinhança para um ( $eu = 1$ ). De outra forma,  $eu$  é aumentado em 1 e o TS começa a partir de  $S$  com a próxima estrutura de bairro ( $eu = eu + 1$ ). Este procedimento é repetido até que todos os operadores de vizinhança sejam explorados ( $eu = eu_{max}$ ) na ordem do ciclo. O TS termina após  $\eta_{Tabu}$  iterações. Esses quatro operadores de vizinhança são explorados em uma ordem sequencial cíclica a partir de  $M_1 = 2\text{-Optar}$  e terminar com  $M_4 = 1\text{-SwapStation}$ .

Para evitar ciclos na exploração do espaço de solução, são utilizadas condições tabu associadas a cada bairro. A condição tabu de cada movimento é definida como segue: Um (o) nó (s) cuja posição é (são) alterada (trocada) por um movimento não pode ser deslocado (re-trocada) pelo mesmo movimento.

A condição do tabu é revogada no final do tabu duration  $\lambda$  ou se o critério de aspiração for satisfeito, ou seja, se a solução atual for melhorada. Além disso, implementamos a estratégia de diversificação de [Gendreau et al. \(2008\)](#) que visa buscar o inexplorado regiões do espaço de solução. Este procedimento é o seguinte: deixe  $S$  seja o atual e  $\hat{S}$  seja a nova solução obtida pelo  $eu^o$  vizinhança.

Se o valor da função objetivo das novas soluções for maior que igual ao valor da função objetivo da solução atual ( $Z(\hat{S}) \geq Z(S)$ ), então  $\eta = nv \sqrt{\rho} \frac{IM}{t}$   $Z(\hat{S}) - Z(S)$  é adicionado a  $Z(\hat{S})$  como uma penalidade, onde  $v$  e  $n$  representam o número de rotas e o número de clientes visitados em  $S$ , respectivamente.  $\rho_{eu,IM}$  indica o número de vezes que o cliente / estação  $eu$  é movido pelo operador  $eu$  até então e  $t$  é o número total de iterações realizadas até o momento.

Uma vez que uma pesquisa exaustiva dessas vizinhanças requer um esforço computacional significativo, implementamos uma pesquisa granular de vizinhança de [Toth e Vigo \(2003\)](#). Na pesquisa granular, aceitamos os arcos com distâncias mais curtas (custo) do que o valor limite definido como  $= Z + \frac{v}{n} \frac{Z - Z_{best}}{t}$ . Onde  $Z$  denota o valor da função objetivo da solução inicial. Os arcos aceitáveis são reconstruídos após  $2n$  iterações por atualizando o limite de granularidade para  $\rho = \frac{v}{n} \frac{Z - Z_{best}}{t}$ . Onde  $Z$ ,  $v$  e  $n$  são os valores da função objetivo da melhor solução obtida por GVNS / TS, o número de rotas e o número de clientes, respectivamente.

## 5. Estudo experimental

Nesta seção, primeiro ajustamos os parâmetros de GVNS / TS realizando experimentos iniciais usando um subconjunto das instâncias GVRP geradas por [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#). Em seguida, avaliamos o desempenho do GVNS / TS usando todo o conjunto de instâncias GVRP

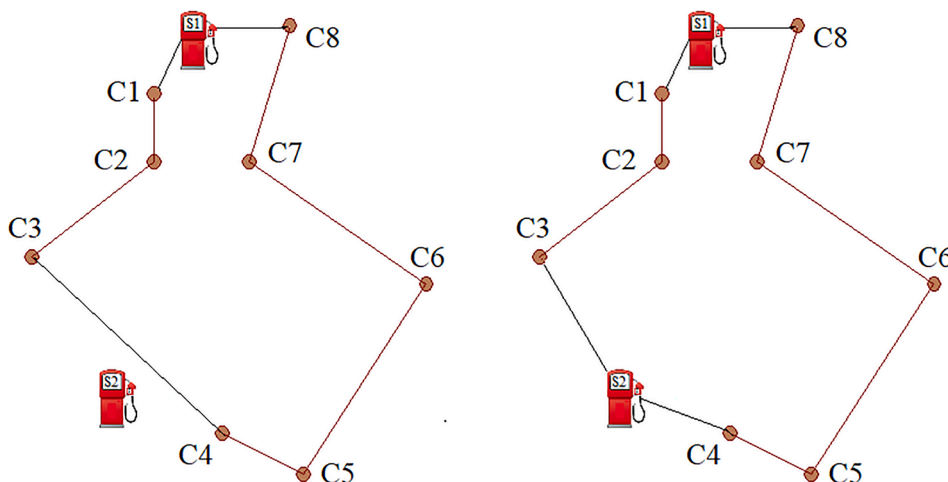


Figura 2. 1-AddStation operador: (a) solução atual, (b) solução após 1-AddStation mover.

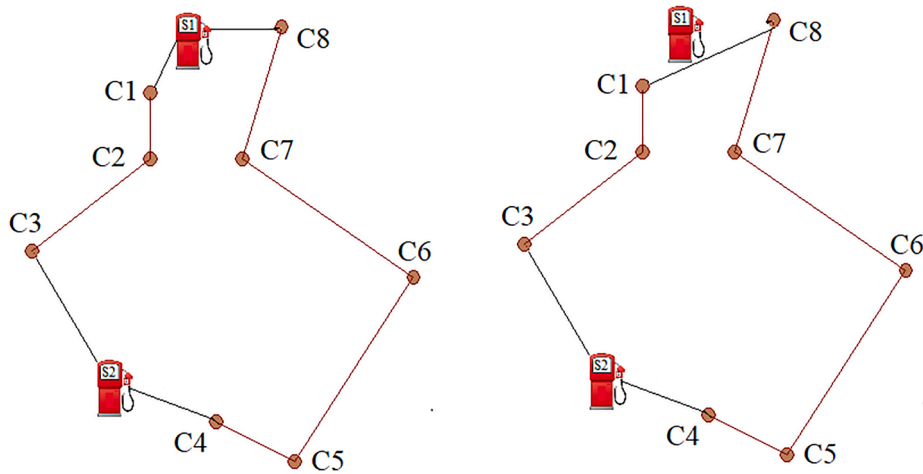


Fig. 3. 1-DropStation operator: (a) solução atual, (b) solução após 1-DropStation mover.

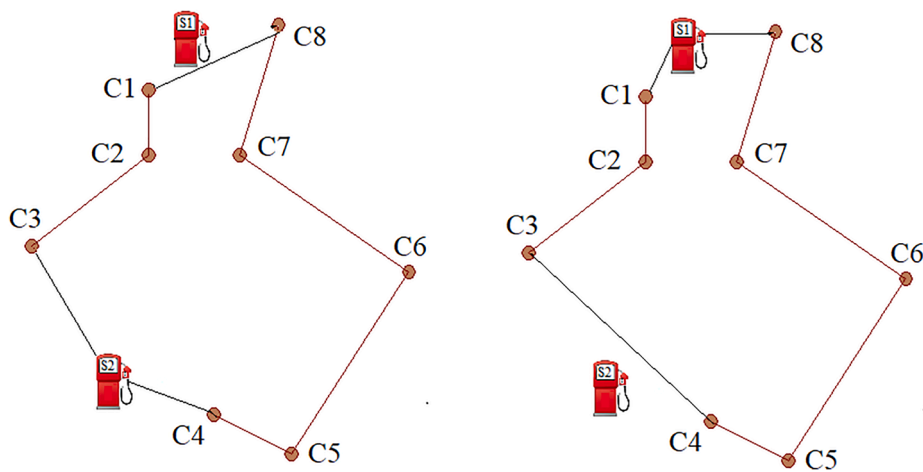


Fig. 4. 1-SwapStation operator: (a) solução atual, (b) solução após 1-SwapStation mover.

comparando seus resultados com os da literatura. Em seguida, modificamos as instâncias GVRP para criar instâncias MDGVRP e resolvê-las com GVNS / TS. Para conjuntos de dados de tamanho pequeno, usamos o CPLEX para avaliar seu desempenho. Para conjuntos de dados de grande porte, relatamos nossas melhores soluções como benchmarks para pesquisas futuras. Todos os experimentos foram realizados em um computador equipado com CPU Intel Core i7-8700 de 3,2 GHz e 32 GB de RAM. O algoritmo foi codificado em C # da Microsoft® Visual Studio 2019.

## mesa 2

Ajuste de parâmetro.

Parâmetro	Definição	Valores ( $\Delta\%$ )					
$\lambda$	Duração tabu	1	2	5	<b>10</b>	20	40
		(0,12)	(0,05)	(0,02)	<b>(0,00)</b>	(0,00)	(0,00)
$\alpha$	Penalidade por violação da capacidade de combustível	0,2	0,3	<b>0,5</b>	1	2	-
		(0,04)	(0,04)	<b>(0,00)</b>	(0,00)	(0,00)	-
$\beta$	Penalidade por violação da duração máxima do passeio	0,2	0,3	<b>0,5</b>	1	2	-
		(0,03)	(0,02)	<b>(0,00)</b>	(0,00)	(0,00)	-
$\delta$	Parâmetro para atualizar $\alpha, \beta$	-	-	0,1	0,25	<b>0,5</b>	0,75
		-	-	(0,09)	(0,01)	<b>(0,00)</b>	(0,00)
<i>Iter</i>	Número total de iterações	3000	5000	<b>10.000</b>	12.000	15.000	-
		(0,90)	(0,42)	<b>(0,00)</b>	(0,00)	(0,00)	-
$\eta_{Tabu}$	Número de iterações de pesquisa tabu	10	20	25	<b>50</b>	100	200
		(0,14)	(0,08)	(0,08)	<b>(0,00)</b>	(0,00)	(0,00)
<i>MaxNonImp</i>	Número máximo de iterações sem melhoria	100	200	300	<b>500</b>	1000	2000
		(0,26)	(0,10)	(0,05)	<b>(0,00)</b>	(0,00)	(0,00)



## 5.1. Ajuste de parâmetro

Selecionamos 10 instâncias aleatoriamente do conjunto de dados GVRP e executamos 10 execuções para cada uma, considerando diferentes valores para cada parâmetro. As instâncias selecionadas são 20c3sU1-U2, 20c3sU9-U10, 20c3sC1-C2, 20c3sC9-C10, S1\_10i6s e S2\_10i6s. Para cada parâmetro, calculamos o desvio percentual médio (em 10 execuções) da melhor solução ( $\Delta\%$ ) e definimos o valor do parâmetro correspondente para o valor que produziu o menor  $\Delta\%$ . Repetimos esse procedimento até que os parâmetros fossem ajustados. Os parâmetros, seus valores considerados e o desvio percentual médio para cada valor são relatados em [Tabela 2](#). Os valores selecionados são indicados em negrito. Se dois valores de parâmetro gerassem o mesmo desvio, preferíamos o valor menor.

## 5.2 Resultados computacionais para instâncias GVRP

Primeiro testamos o desempenho de GVNS / TS usando as instâncias GVRP de [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#) assim como [Andelmin e Bartolini \(2017\)](#) instâncias. Em casos padrão do GVRP, alguns clientes podem ser inviáveis e não podem ser visitados devido ao intervalo de direção (capacidade do tanque de combustível) do veículo e às restrições de duração máxima do passeio. Portanto, esses clientes inviáveis são identificados e descartados do problema. Portanto, adotamos a mesma abordagem.

Tabela 3

Resultados para dados de Erdoğan e Miller-Hooks de tamanho pequeno.

Instância	n	V	Ótimo	GVNS / TS		SSG		SSH		MGMV	
				Best / Avg	$t(s)_{ma}$	$t(s)_b$	$\Delta\%$	$t(s)_b$	$\Delta\%$	$t(s)_c$	$\Delta\%$
20c3sU1	20	6	1797,49	1797,49	1,26	41,40	0,00	9,60	0,00	4,80	0,00
20c3sU2	20	6	1574,77	1574,78	0,63	38,40	0,00	9,00	0,00	4,20	0,00
20c3sU3	20	6	1704,48	1704,48	0,63	38,40	0,00	7,80	0,00	4,20	0,00
20c3sU4	20	5	1482,00	1482,00	1,26	39,00	0,00	10,20	0,00	4,20	0,00
20c3sU5	20	6	1689,37	1689,37	1,26	40,20	0,00	10,80	0,00	4,20	0,00
20c3sU6	20	6	1618,65	1618,65	0,63	40,20	0,00	9,00	0,00	4,20	0,00
20c3sU7	20	6	1713,66	1713,66	1,26	38,40	0,00	11,40	0,00	4,20	0,00
20c3sU8	20	6	1706,50	1706,50	1,26	40,20	0,00	9,60	0,00	4,20	0,00
20c3sU9	20	6	1708,81	1708,82	0,63	39,60	0,00	11,40	0,00	4,20	0,00
20c3sU10	20	4	1181,31	1181,31	0,63	38,40	0,00	13,80	0,00	4,20	0,00
20c3sC1	20	4	1173,57	1173,57	0,63	37,20	0,00	22,80	0,00	4,20	0,00
20c3sC2	19	5	1539,97	1539,97	0,63	34,80	0,00	12,60	0,00	4,80	0,00
20c3sC3	12	3	880,20	880,20	0,63	15,00	0,00	9,00	0,00	2,40	0,00
20c3sC4	18	4	1059,35	1059,35	0,63	31,80	0,00	13,80	0,00	3,60	0,00
20c3sC5	19	7	2156,01	2156,01	0,63	36,00	0,00	8,40	0,00	6,00	0,00
20c3sC6	17	8	2758,17	2758,17	0,63	42,60	0,00	8,40	0,00	4,80	0,00
20c3sC7	6	4	1393,99	1393,99	0,02	10,80	0,00	2,40	0,00	3,60	0,00
20c3sC8	18	9	3139,72	3139,72	1,26	37,20	0,00	4,80	0,00	7,20	0,00
20c3sC9	19	6	1799,94	1799,94	0,63	36,00	0,00	9,60	0,00	6,00	0,00
20c3sC10	15	8	2583,42	2583,42	0,63	27,00	0,00	5,40	0,00	4,20	0,00
S1_2i6s	20	6	1578,12	1578,12	1,26	42,60	0,00	9,60	0,00	4,20	0,00
S1_4i6s	20	5	1397,27	1397,27	1,26	45,00	0,00	9,60	0,00	4,20	0,00
S1_6i6s	20	5	1560,49	1560,49	1,26	43,80	0,00	12,00	0,00	4,20	0,00
S1_8i6s	20	6	1692,32	1692,32	1,26	44,40	0,00	10,20	0,00	4,20	0,00
S1_10i6s	20	4	1173,48	1173,48	1,26	42,60	0,00	14,40	0,00	4,20	0,00
S2_2i6s	20	6	1633,10	1633,10	0,63	45,00	0,00	11,40	0,00	5,40	0,00
S2_4i6s	19	6	1505,07	1505,07	0,63	52,80	- 1,82	8,40	0,00	5,40	0,00
S2_6i6s	20	7	2431,33	2431,33	1,89	46,80	0,00	7,80	0,00	4,20	0,00
S2_8i6s	16	7	2158,35	2158,35	1,26	34,20	0,00	5,40	0,00	3,60	0,00
S2_10i6s	16	5	1585,46	1585,46	1,26	36,60	- 19,05	9,00	0,00	3,60	0,00
S1_4i2s	20	6	1582,20	1582,21	1,26	37,80	0,00	7,80	0,00	4,20	0,00
S1_4i4s	20	5	1460,09	1460,09	1,26	40,80	0,00	9,60	0,00	4,20	0,00
S1_4i6s5	20	5	1397,27	1397,27	1,26	45,00	0,00	9,60	0,00	4,20	0,00
S1_4i8s	20	5	1397,27	1397,27	1,26	49,20	0,00	10,20	0,00	4,20	0,00
S1_4i10s	20	5	1396,02	1396,02	1,89	51,00	0,00	13,80	0,00	4,20	0,00
S2_4i2s	18	4	1059,35	1059,35	0,63	30,60	0,00	13,80	0,00	3,60	0,00
S2_4i4s	19	5	1446,08	1446,08	0,63	36,00	0,00	12,60	0,00	5,40	0,00
S2_4i6s5	20	5	1434,14	1434,14	1,26	41,40	0,00	12,00	0,00	4,80	0,00
S2_4i8s	20	5	1434,14	1434,14	1,26	45,00	0,00	12,00	0,00	4,80	0,00
S2_4i10s	20	5	1434,13	1434,13	1,26	46,80	0,00	14,40	0,00	5,40	0,00
Média			1635,43	1635,43	1,26	39,00	- 0,52	10,20	0,00	4,20	0,00

uma Intel Core i7-8700 com 3,2 GHz (CPU Mark: 2696).

b Intel Core i5-750 com 2,67 GHz (CPU Mark: 1146).

c Intel Xeon E5410 com 2,33 GHz (CPU Mark: 997).

### 5.2.1. Resultados numéricos em instâncias GVRP de tamanho pequeno

O pequeno conjunto de dados de [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#) inclui 40 ocorrências envolvendo 20 clientes e o número de postos de abastecimento varia entre 2 e 10. [Tabela 3](#) fornece nossos resultados e os compara com aqueles obtidos pelos métodos mais modernos publicados na literatura. Nesta tabela, as três primeiras colunas "Instância", " $n$ ", e " $\nu$ " forneça o nome da instância, o número de clientes e o tamanho da frota, respectivamente. A coluna "Ótimo" mostra as soluções ótimas relatadas por [Bruglieri et al. \(2019\)](#) enquanto as três colunas em "GVNS / TS" relatam nossas soluções onde "Melhor", "Média" e " $\bar{t}(s)$ " denotam a melhor solução, solução média e tempo de CPU da melhor solução em segundos, respectivamente. Nas colunas a seguir, "SSG", "SSH" e "MGMV" referem-se a Pesquisa de Vizinhança de Variável Híbrida / Pesquisa Tabu de [Schneider et al. \(2014\)](#), Pesquisa de Vizinhança de Variável Adaptável de [Schneider et al. \(2015\)](#) e Heurística de Amostragem Multi-Espaço de [Montoya et al. \(2016\)](#), respectivamente. As duas colunas " $\bar{t}(s)$ " e " $\Delta\%$ " em cada algoritmo mostram o tempo de CPU das melhores soluções e os desvios percentuais de nossas soluções em relação às melhores soluções dos algoritmos correspondentes, respectivamente. Todos os resultados são melhores de 10 execuções e todos os tempos de CPU estão em segundos.

Os resultados em [Tabela 3](#) mostram que nosso GVNS / TS proposto foi capaz de encontrar a solução ótima em todas as 40 instâncias. Além disso, as soluções médias e melhores são as mesmas, ou seja, o GVNS / TS convergiu para a solução ótima em todas as 10 execuções, o que é uma indicação clara da robustez do algoritmo. A comparação com SSG, SSH, MGMV revela que nosso método supera SSG e tem um desempenho tão bom quanto SSH e MGMV. Embora os resultados médios não sejam relatados no artigo, observamos que nossa média geral para 40 instâncias supera ligeiramente SSH e MGMV em 0,15% e 0,01%, respectivamente (SSG não forneceu seus resultados médios). Por outro lado, nossos tempos de CPU são significativamente mais baixos. Enquanto o tempo médio de execução é 1,26 s, os tempos de execução de SSG, SSH e MGMV são 39,00, 10,20 e 4,20 s, respectivamente.

Para uma comparação justa, especificamos a CPU (Single Thread Performance) usada por cada método e relatamos sua marca de CPU fornecida por Passmark abaixo da tabela ([www.cpubenchmark.net](http://www.cpubenchmark.net)). A velocidade da CPU é proporcional ao valor relatado. De acordo com esses valores, vemos que nosso CPU é 2,52 vezes (15134/6007) mais rápido que o do MGMV enquanto nosso tempo médio de execução é 3,34 vezes mais rápido (4,20 / 1,26). Da mesma forma, enquanto nosso CPU é 4,07 vezes mais rápido do que SSG e SSH, nosso tempo médio de execução é 30,95 e 8,10 vezes mais rápido que SSG e SSH, respectivamente. Portanto, concluímos que nosso método proposto supera todos os métodos de benchmark em termos de esforço computacional.

### 5.2.2. Resultados numéricos em instâncias GVRP de tamanho grande

As instâncias de grande tamanho propostas por [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#) envolvem 111 a 500 clientes e 21 a 28 postos de abastecimento. Os resultados são dados em [Tabela 4](#). Igual a [Tabela 3](#), as três primeiras colunas fornecem o nome da instância, o número de clientes e o tamanho da frota, respectivamente. As colunas "BKS" e "Ref." indicam a solução mais conhecida relatada na literatura e a referência correspondente, respectivamente. As colunas em "GVNS / TS" relatam nossas melhores soluções ("Best"), soluções médias ("Avg"), os tempos de CPU das melhores soluções em segundos (" $\bar{t}(s)$ "), e desvio percentual das melhores soluções ("Best  $\Delta\%$ ") e da média ("Avg  $\Delta\%$ ") de BKSs, respectivamente.

Observamos que o desvio médio das soluções obtidas pelo GVNS / TS do BKS é de apenas 0,13% na melhor das 10 corridas e 0,57% na média das 10 corridas. Nosso tempo médio de CPU é 794 s. Assim, concluímos que o algoritmo proposto converge para soluções muito boas em tempos de computação razoáveis.

Em seguida, testamos o desempenho de nosso GVNS / TS usando o conjunto de dados criado por [Andelmin e Bartolini \(2017\)](#) removendo alguns clientes das instâncias de grande porte de [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#). Ele consiste em 40 instâncias envolvendo 50 a 100 clientes e categorizados como subconjuntos AB1 e AB2. O cliente e as estações de reabastecimento são iguais em ambos os subconjuntos; no entanto, a velocidade e a taxa de consumo de combustível dos veículos nas instâncias AB2 são 60 milhas por hora (mph) e 0,2137 galões por milha, respectivamente, enquanto eles são definidos para 40 mph e 0,2 galões por milha no AB1 e nos dados originais. Semelhante às instâncias originais, alguns clientes podem ser inviáveis no conjunto de dados AB1 e não podem ser visitados devido ao intervalo de direção (capacidade do tanque de combustível) do veículo e às restrições de duração máxima do passeio. Por outro lado, todos os clientes são viáveis no conjunto de dados AB2.

No [Tabela 5](#), fornecemos nossos resultados para todas as instâncias AB e os comparamos com os resultados relatados por [Andelmin e Bartolini \(2017\)](#)

**Tabela 4**

Resultados para dados de Erdoğan e Miller-Hooks de tamanho grande.

Instância	$n$	$\nu$	BKS	Ref.	GVNS / TS				
					Melhor	Média	$\bar{t}(s)$	Melhor $\Delta\%$	Avg $\Delta\%$
111c_21s	109	17	4770,47	SSH	4772,43	4801,42	224	0,04	0,65
111c_22s	109	17	4774,65	MGMV	4778,29	4802,69	193	0,08	0,59
111c_24s	109	17	4767,14	SSH	4768,20	4785,26	168	0,02	0,38
111c_26s	109	17	4767,14	SSH	4768,20	4781,11	145	0,02	0,29
111c_28s	109	17	4765,52	SSH	4767,03	4779,81	194	0,03	0,30
200c_21s	192	31	8839,62	MGMV	8848,71	8902,73	395	0,10	0,71
250c_21s	237	37	10482,52	MGMV	10496,11	10548,74	476	0,13	0,63
300c_21s	283	44	12367,60	MGMV	12386,39	12452,28	977	0,15	0,68
350c_21s	329	50	14073,34	MGMV	14100,29	14180,61	1303	0,19	0,76
400c_21s	378	59	16660,20	MGMV	16695,89	16751,32	1543	0,21	0,55
450c_21s	424	65	18241,48	MGMV	18289,31	18332,08	1751	0,26	0,50
500c_21s	471	73	20496,50	MGMV	20562,18	20665,92	2153	0,32	0,83
Média			10417,18		10436,09	10482,00	794	0,13	0,57

Tabela 5

Resultados para dados de Andelmin e Bartolini.

Instância	n	v	AB		BMPP		GVNS / TS				
			Melhor	$t(s)_{\text{uma}}$	Melhor	$t(s)_b$	Melhor	Média	$t(s)$	Melhor $\Delta\%$	Avg $\Delta\%$
AB101	50	9	<b>2566,62</b>	1391	2584,88	211	<b>2566,62</b>	2571,05	13	0,00	0,17
AB102	50	10	<b>2876,26</b>	2266	2908,77	381	<b>2876,26</b>	2880,18	14	0,00	0,14
AB103	50	10	<b>2804,07</b>	1621	2869,37	379	<b>2804,07</b>	2807,35	14	0,00	0,12
AB104	47	9	<b>2634,17</b>	488	2660,33	185	2635,14	2637,70	16	0,04	0,13
AB105	73	14	<b>3939,96</b>	11082	3961,24	637	<b>3939,96</b>	3941,99	37	0,00	0,05
AB106	74	13	<b>3915,15</b>	3781	3953,20	610	3917,59	3920,40	27	0,06	0,13
AB107	75	13	<b>3732,97</b>	10905	3884,79	899	3737,18	3740,70	26	0,11	0,21
AB108	75	13	<b>3672,40</b>	4443	3760,92	609	3675,79	3678,30	20	0,09	0,16
AB109	75	13	<b>3722,17</b>	5679	3851,97	893	3723,29	3728,65	32	0,03	0,17
AB110	75	13	3612,95	9806	3753,00	796	3635,42	3640,81	38	0,62	0,77
AB111	71	14	<b>3996,96</b>	8484	4007,44	851	4003,28	4007,17	40	0,16	0,26
AB112	100	18	<b>5487,87</b>	11030	5844,05	2192	5495,82	5497,99	126	0,14	0,18
AB113	100	17	<b>4804,62</b>	12276	4980,98	1829	4810,16	4815,15	139	0,12	0,22
AB114	100	18	<b>5324,17</b>	11198	5505,54	2656	5330,29	5335,95	131	0,11	0,22
AB115	100	17	<b>5035,35</b>	13236	5338,85	2773	5040,68	5044,48	127	0,11	0,18
AB116	100	16	<b>4511,64</b>	11371	4600,60	2028	4520,19	4522,85	146	0,19	0,25
AB117	99	18	<b>5370,28</b>	12006	5439,55	2030	5380,49	5384,69	142	0,19	0,27
AB118	100	19	<b>5756,88</b>	13120	5857,64	2037	5760,19	5763,25	148	0,06	0,11
AB119	98	19	<b>5599,96</b>	11226	5682,33	2512	5601,29	5607,19	124	0,02	0,13
AB120	96	19	<b>5679,81</b>	11343	5846,51	1806	<b>5679,81</b>	5684,59	122	0,00	0,08
AB201	50	6	<b>1836,25</b>	1263	1882,75	423	<b>1836,25</b>	1839,52	21	0,00	0,18
AB202	50	6	<b>1966,82</b>	500	2008,90	443	<b>1966,82</b>	1969,66	16	0,00	0,14
AB203	50	6	<b>1921,59</b>	6149	1983,83	482	<b>1921,59</b>	1925,92	17	0,00	0,23
AB204	50	6	<b>2001,70</b>	1773	2.048,12	367	<b>2001,70</b>	2006,03	26	0,00	0,22
AB205	75	9	<b>2793,01</b>	11056	2855,81	615	<b>2793,01</b>	2796,22	45	0,00	0,11
AB206	75	9	<b>2891,48</b>	12255	2976,43	594	<b>2891,48</b>	2894,74	35	0,00	0,11
AB207	75	8	<b>2717,34</b>	3145	2791,66	581	<b>2717,34</b>	2720,32	34	0,00	0,11
AB208	75	8	<b>2552,18</b>	3926	2619,92	411	2555,31	2559,09	20	0,12	0,27
AB209	75	8	<b>2517,69</b>	6814	2550,89	535	<b>2517,68</b>	2522,55	44	0,00	0,19
AB210	75	8	<b>2.479,97</b>	9802	2538,98	573	<b>2.479,89</b>	2482,05	33	0,00	0,08
AB211	75	9	2977,63	8358	3008,80	613	2979,19	2981,24	53	0,05	0,12
AB212	100	11	<b>3341,43</b>	11568	3409,74	1933	<b>3341,43</b>	3346,54	164	0,00	0,15
AB213	100	10	<b>3133,24</b>	11149	3207,99	1541	<b>3133,24</b>	3137,54	180	0,00	0,14
AB214	100	11	3384,28	12910	3457,66	1883	3384,28	3386,61	146	0,00	0,07
AB215	100	11	3480,52	12029	3537,11	2404	3481,98	3484,72	178	0,04	0,12
AB216	100	10	3221,78	13026	3301,22	1865	3222,16	3227,49	142	0,01	0,18
AB217	100	11	<b>3714,94</b>	12759	3797,22	1827	3715,19	3719,99	168	0,01	0,14
AB218	100	11	<b>3658,17</b>	14707	3727,27	1834	3661,29	3666,69	135	0,09	0,23
AB219	100	11	3790,71	12482	3862,63	1929	3795,09	3800,12	192	0,12	0,25
AB220	100	11	<b>3737,88</b>	11318	3807,88	1840	3741,26	3744,01	164	0,09	0,16
Média			3579,07	8594	3666,67	12: 25h	3581,74	3585,54	82	0,06	0,18

e Bruglieri et al. (2019). Nesta tabela, as três primeiras colunas fornecem o nome da instância, o número de clientes e o tamanho da frota, respectivamente. As seguintes colunas "AB" e "BMPP" referem-se a Andelmin e Bartolini (2017) e Bruglieri et al. (2019), respectivamente. Semelhante às tabelas anteriores, as duas colunas em cada algoritmo mostram a melhor solução e os tempos de CPU dos algoritmos correspondentes em segundos; e as cinco colunas seguintes em "GVNS / TS" relatam nossas melhores soluções, soluções médias, os tempos de CPU das melhores soluções em segundos e desvio percentual de nossos melhores resultados e média de BKSs, respectivamente.

Todos os resultados são melhores de 10 execuções e todos os tempos de CPU estão em segundos. Observe que Andelmin e Bartolini (2017) propôs uma abordagem exata que forneceu a solução ótima na maioria das instâncias. Os valores em negrito nas colunas "Melhor" AB e GVNS / TS indicam que o resultado fornecido é ideal. Os resultados mostram que GVNS / TS encontrou a solução ótima em 16 instâncias. Além disso, o desvio médio das soluções obtidas por GVNS / TS daquelas de AB é de apenas 0,06% e 0,18% para a melhor e média de 10 execuções, respectivamente. Quando comparamos nossos resultados com os do BMPP, observamos que o GVNS / TS supera o BMPP em todas as instâncias e a melhor média é de 2,22%. Além disso, o tempo médio de CPU de GVNS / TS é de 82 s, em comparação com 8594 s de AB e 1225 s de BMPP. Embora nosso CPU seja mais rápido, essas diferenças nos tempos de execução são notáveis. Geral, esses resultados mostram o desempenho superior do GVNS / TS na solução de instâncias GVRP no que diz respeito ao tempo computacional e à qualidade da solução. A seguir, testamos seu desempenho em instâncias MDGVRP de tamanho pequeno.

### 5.3. Resultados computacionais para instâncias MDGVRP

Para gerar instâncias MDGVRP, modificamos as instâncias GVRP propostas por Erdoğan e Miller-Hooks, convertendo algumas das estações de reabastecimento em depósitos. Para MDGVRP de pequeno porte, selecionamos dois depósitos, um é o depósito original e o outro é o primeiro posto de reabastecimento nos dados. No MDGVRP de grande porte, selecionamos os dois primeiros postos de abastecimento como depósitos, além do original

depósito.

### 5.3.1. Resultados para dados de tamanho pequeno

Para testar o desempenho do GVNS / TS, resolvemos as instâncias MDGVRP de tamanho pequeno no IBM ILOG CPLEX v.12.9.0 com um limite de tempo de duas horas. Usamos C # para chamar a biblioteca CPLEX usando o mesmo computador. Os resultados são relatados em **Tabela 6**. Nesta tabela, "*m*" representa o número de depósitos. Três colunas sob CPLEX indicam o limite superior ("UB"), a lacuna de otimização de porcentagem ("% de lacuna") e o tempo de execução em segundos ("*t*(s)"), respectivamente. As colunas "Melhor", "Melhor Δ%", "*t*(s)" sob GVNS / TS indicam a melhor solução obtida após 10 execuções de GVNS / TS, a diferença percentual entre nossa melhor solução e o limite superior do CPLEX e o tempo de CPU da melhor solução em segundos, respectivamente. Semelhante às instâncias GVRP, alguns clientes com problemas MDGVRP não podem ser atendidos por causa do intervalo de condução limitado e restrições de duração máxima do passeio. Portanto, esses clientes inviáveis são descartados da instância correspondente.

Observamos que o CPLEX poderia resolver 14 instâncias de 40 para otimização dentro do limite de tempo determinado de duas horas. A lacuna de otimização média é de 15,3% e o tempo de execução médio de 5311 s. GVNS / TS encontra a solução ideal em 14 instâncias e corresponde ao limite superior do CPLEX em 21 instâncias. Nas cinco instâncias de alargamento, GVNS / TS forneceu soluções melhores do que o limite superior do CPLEX (indicado em **negrito**). Além disso, o tempo médio de computação de GVNS / TS é de apenas 4,27 s. Observe que o desvio da média das soluções médias do GVNS / TS do CPLEX UB em 10 execuções é de apenas - 0,04%. Esses resultados validam ainda mais o desempenho e a robustez do algoritmo GVNS / TS proposto.

### 5.3.2. Resultados para dados de grande porte

Os resultados para 12 instâncias MDGVRP de tamanho grande são apresentados em **Tabela 7**. Relatamos as melhores ("Melhores") e médias ("Médias") soluções

**Tabela 6**

Resultados para instâncias MDGVRP de tamanho pequeno.

Instância	<i>n</i>	<i>m</i>	<i>v</i>	CPLEX			GVNS / TS		
				UB	Lacuna%	<i>t</i> (s)	Melhor	Melhor Δ%	<i>t</i> (s)
20c3sU1	20	2	6	1646,65	18,01	7200	1646,65	0,00	3,00
20c3sU2	20	2	5	1399,65	0,00	345	1399,65	0,00	3,31
20c3sU3	20	2	6	1640,55	0,00	2953	1640,55	0,00	3,48
20c3sU4	20	2	5	1338,35	0,00	5340	1338,35	0,00	3,27
20c3sU5	20	2	5	1395,60	11,10	7200	1395,60	0,00	2,46
20c3sU6	20	2	6	1402,06	0,00	1981	1402,06	0,00	2,97
20c3sU7	20	2	5	1518,18	0,00	2516	1518,18	0,00	3,45
20c3sU8	20	2	6	1493,79	0,00	5935	1493,79	0,00	3,89
20c3sU9	20	2	6	1663,46	25,69	7200	1663,46	0,00	3,95
20c3sU10	20	2	4	1115,89	0,00	51	1115,89	0,00	3,15
20c3sC1	20	2	4	1110,55	26,83	7200	1110,55	0,00	2,86
20c3sC2	19	2	5	1178,42	0,00	1564	1178,42	0,00	2,76
20c3sC3	12	2	3	880,20	0,00	16	880,20	0,00	1,90
20c3sC4	20	2	7	1640,45	21,12	7200	1640,45	0,00	3,56
20c3sC5	18	2	6	1760,20	69,66	7200	1760,20	0,00	3,49
20c3sC6	17	2	7	2270,48	9,31	7200	2213,44	<b>i2,51</b>	2,89
20c3sC7	6	2	3	911,01	0,00	1	911,01	0,00	0,80
20c3sC8	18	2	9	2852,19	0,00	897	2852,19	0,00	7,33
20c3sC9	19	2	5	1473,56	11,57	7200	1473,56	0,00	2,63
20c3sC10	18	2	9	2703,73	51,97	7200	2600,02	<b>i3,84</b>	6,19
S1_2i6s	20	2	6	1391,42	19,83	7200	1391,42	0,00	3,52
S1_4i6s	20	2	5	1194,63	10,09	7200	1194,63	0,00	3,86
S1_6i6s	20	2	5	1471,78	14,94	7200	1471,78	0,00	4,75
S1_8i6s	20	2	5	1393,45	8,70	7200	1393,45	0,00	3,14
S1_10i6s	20	2	4	1165,36	7,75	7200	1165,36	0,00	2,65
S2_2i6s	20	2	5	1509,96	36,59	7200	1509,96	0,00	5,52
S2_4i6s	19	2	4	1404,42	19,80	7200	1404,42	0,00	3,25
S2_466s	20	2	7	2341,91	0,00	389	2341,91	0,00	9,85
S2_8i6s	17	2	6	1554,22	15,46	7200	1509,22	<b>i2,90</b>	4,16
S2_10i6s	16	2	4	1625,28	48,11	7200	1625,28	0,00	5,78
S1_4i2s	20	2	6	1379,57	0,00	2038	1379,57	0,00	4,79
S1_4i4s	20	2	5	1263,85	0,00	1196	1263,85	0,00	2,99
S1_4i6s5	20	2	5	1194,63	10,04	7200	1194,63	0,00	4,09
S1_4i8s	20	2	5	1194,63	17,48	7200	1194,63	0,00	4,63
S1_4i10s	20	2	5	1194,63	19,43	7200	1194,63	0,00	5,71
S2_4i2s	20	2	7	1640,45	19,55	7200	1640,45	0,00	4,01
S2_4i4s	20	2	7	1640,35	21,33	7200	1640,35	0,00	4,31
S2_4i6s5	20	2	5	1315,61	28,09	7200	1315,61	0,00	7,12
S2_4i8s	20	2	5	1345,27	30,55	7200	1315,61	<b>i2,20</b>	8,75
S2_4i10s	20	2	5	1321,57	38,99	7200	1315,61	<b>i0,45</b>	10,72
Média				1498,45	15,30	5311	1492,41	<b>i0,30</b>	4,27

mais de 10 execuções, tempo de CPU da melhor solução em segundos (" $t(s)$ "), e o desvio percentual da solução média da melhor solução (" $\Delta\%$ "). O tempo de CPU em média é 995 se o desvio da média geral das soluções médias das melhores soluções é 0,21%. Este pequeno desvio mostra a robustez do método proposto na solução de problemas de grande porte.

### 5.3.3. Efeito do uso de pesquisa tabu na pesquisa local

Permitir movimentos não aprimorados em uma estrutura de vários bairros oferece mais potencial para alcançar soluções de alta qualidade em comparação com aquelas fornecidas pela VND na fase de busca local. Para investigar o efeito do TS no desempenho do algoritmo, repetimos nossos testes substituindo TS por VND e chamamos esse algoritmo de GVNS / VND. Portanto, resolvemos todas as 12 instâncias de MDGVRP de tamanho grande usando GVNS / VND removendo o recurso TS básico que permite movimentos sem melhoria e encerrando a pesquisa em cada vizinhança de 2-*Optar*, 1-*AddStation*, 1-*DropStation*, e 1-*SwapStation* quando convergiu para o ótimo local. Esses quatro bairros são explorados em uma ordem sequencial cíclica a partir de  $M_1 = 2\text{-Optar}$  e terminar com  $M_4 = 1\text{-SwapStation}$ . Enquanto GVNS / VND para de explorar uma vizinhança quando a solução não pode mais melhorar, GVNS / TS continua explorando aquela vizinhança aceitando movimentos que não melhoram se eles não forem tabu. Espera-se que o tempo de execução de GVNS / VND seja menor do que o de GVNS / TS. Observe que uma comparação perfeita não é possível porque os tempos de CPU diferem de uma execução para outra. Para permitir tempos de execução semelhantes para uma comparação justa, aumentamos o limite do número de iterações de GVNS / VND e definimos um limite de tempo igual ao tempo de execução da melhor solução obtida com GVNS / TS.

Os resultados são fornecidos em Tabela 8 onde as colunas "Melhor  $\Delta\%$ " e "Avg  $\Delta\%$ " mostram o desvio percentual dos melhores valores GVNS / VND e valores médios da função objetivo ao longo de 10 execuções daqueles de GVNS / TS. Um valor  $\Delta\%$  positivo indica que o desempenho do TS é melhor do que o do VND. Observe que nossa configuração favoreceu ligeiramente GVNS / VND com um tempo de execução médio geral de 995 s em comparação com 968 s para GVNS / TS. Apesar desta desvantagem, os resultados mostram que GVNS / TS supera GVNS / VND em todas as instâncias e a contribuição de TS para a qualidade da solução é em média 1,74% e 2,22% para os melhores e médios valores de função objetivo, respectivamente, quando comparados para o desempenho do VND. Além disso, observamos que o TS pode melhorar o desempenho do algoritmo em até 6,79% e 6,97% (instância 111c\_22s) nas soluções melhores e médias, respectivamente. A partir desses resultados,

## 5.4 Análise de trade-off

Nesta seção, consideramos cinco instâncias MDGVRP de grande porte (111c\_21s, 200c\_21s, 300c\_21s, 400c\_21s e 500c\_21s) que envolvem as mesmas estações, mas um número diferente de clientes, e investigamos as compensações em relação à operação de diferentes números de depósitos e permitindo reabastecimento apenas nos depósitos.

### 5.4.1. Influência do número de depósitos

Originalmente, o número de depósitos é  $m = 3$ . Agora, consideramos  $m = \{1, 2, 4, 5\}$  mantendo o depósito original e assumindo que o primeiro  $m - 1$  estações de reabastecimento nos dados GVRP são depósitos. Nosso objetivo é investigar as compensações entre operar mais depósitos e vários fatores de desempenho, como o número de clientes atendidos, tamanho da frota e distância total percorrida. Observe que quando  $m = 1$ , o problema se reduz ao GVRP padrão.

Os resultados são resumidos em Fig. 5. Fig. 5(a) mostra que aumentar o número de depósitos melhora o nível de serviço à medida que mais clientes podem ser alcançados pela disponibilidade de depósitos adicionais. Em outras palavras, o alcance dos AFVs é menos restritivo para atingir os clientes. Além disso, em Fig. 5(b) observamos que uma frota menor é necessária quando mais depósitos são utilizados.

Por exemplo, no caso 500c\_21s, aumentar o número de depósitos de um para cinco diminui o tamanho da frota de 73 para 47 veículos. Portanto, o custo de operar mais depósitos pode ser compensado pelo uso de menos AFVs. Finalmente, Fig. 5(c) mostra como diferentes números de depósitos afetam a distância total (custo de combustível) da solução. Quanto mais os depósitos são operados, menor é a distância total que os veículos percorrem, embora mais clientes possam ser atendidos com mais depósitos. Isso é esperado porque o aumento do número de depósitos permite que os clientes localizados naquele bairro sejam atendidos de seus depósitos mais próximos. No geral, os resultados em Fig. 5 revelam os benefícios de

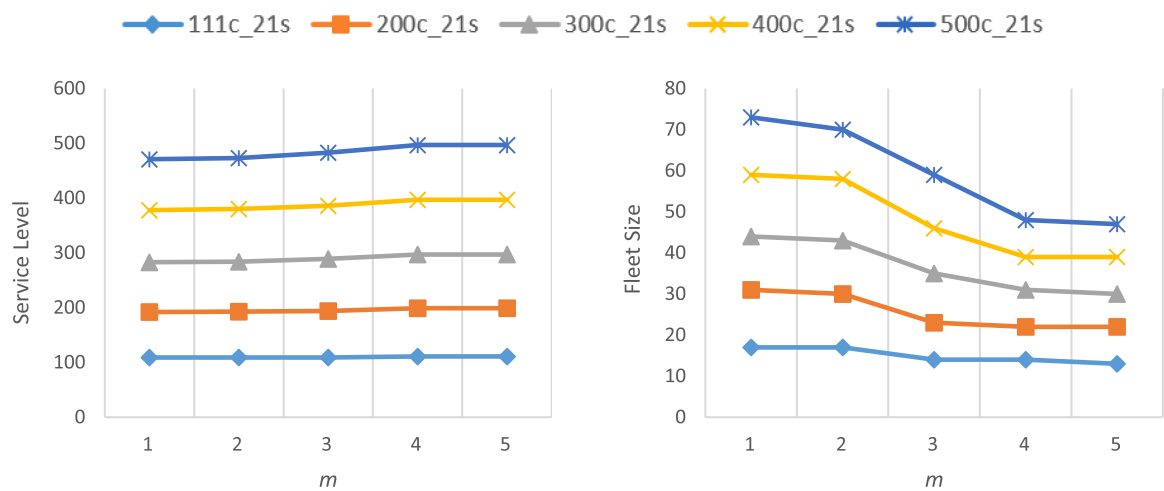
**Tabela 7**

Resultados para instâncias MDGVRP de tamanho grande.

Instância	$n$	$m$	$V$	Melhor	Média	$t(s)$	$\Delta\%$
111c_21s	109	3	14	3084,35	3084,35	278	0,00
111c_22s	109	3	14	3067,00	3069,18	293	0,07
111c_24s	109	3	14	3067,00	3067,00	269	0,00
111c_26s	109	3	14	3064,57	3066,12	269	0,05
111c_28s	109	3	14	3067,00	3067,00	282	0,00
200c_21s	194	3	23	5255,96	5260,89	653	0,09
250c_21s	240	3	27	6344,42	6380,92	801	0,58
300c_21s	289	3	35	8438,27	8470,21	1130	0,38
350c_21s	337	3	41	10170,07	10200,32	1340	0,30
400c_21s	386	3	46	11285,80	11312,87	1419	0,24
450c_21s	434	3	52	12610,96	12680,59	2304	0,55
500c_21s	483	3	59	14614,24	14647,20	2896	0,23
Média				7005,80	7025,55	995	0,21

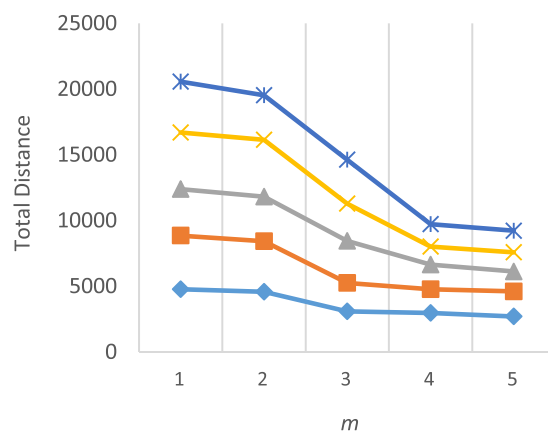
**Tabela 8**  
Comparação de TS e VND.

Instância	Melhor $\Delta\%$	Avg $\Delta\%$
111c_21s	2,40	4,01
111c_22s	6,79	6,97
111c_24s	2,82	3,93
111c_26s	1,22	1,69
111c_28s	0,94	1,54
200c_21s	1,69	2,57
250c_21s	0,46	0,58
300c_21s	0,63	0,66
350c_21s	0,60	0,77
400c_21s	1,12	1,56
450c_21s	0,87	0,97
500c_21s	1,29	1,37
Média	1,74	2,22



(a) Influence on service level

(b) Influence on fleet size



(c) Influence on total distance

**Fig. 5.** Influência de diferentes números de depósitos nos fatores de desempenho.

operando vários depósitos. No entanto, uma análise de custo-benefício é necessária para avaliar os números reais em um ambiente de negócios real.

#### 5.4.2. Influência do reabastecimento apenas nos depósitos

Neste estudo, permitimos AFSs para reabastecer em depósitos e estações públicas. Mesmo que vários AFSs públicos possam existir na região, nem todos eles são amigáveis para caminhões (Trey et al., 2016). Além disso, muitas empresas que empregam AFSs preferem reabastecê-los em suas próprias instalações devido à utilização ineficiente do tempo dos motoristas e às preocupações com a segurança de sua carga (Morganti e Browne, 2018). Portanto, o reabastecimento em depósitos pode ser uma situação comum em operações logísticas do mundo real, considerando as infraestruturas AFS limitadas na maioria das regiões. A fim de investigar a influência do reabastecimento apenas em depósitos de propriedade da empresa nas decisões de roteamento, resolvemos as mesmas cinco instâncias de MDGVRP discutidas na seção anterior, definindo  $m = 3$  e removendo todas as estações de reabastecimento.

Fig. 6 resume os resultados de acordo com os mesmos fatores de desempenho, ou seja, número de clientes atendidos, tamanho da frota e total distância viajada. Nesta figura, os resultados são dados em termos da proporção dos valores dos fatores de desempenho observados, permitindo reabastecimento em AFSs públicos vs. reabastecimento em depósitos. Por exemplo, no caso do tamanho da frota, o valor fornecido representa  $\frac{\text{Veículos necessários}}{\text{Veículos disponíveis}}$ . Em todas as instâncias de tamanhos diferentes, observamos que todas as razões são maiores que um. Ou seja, limitar o reabastecimento nos depósitos diminui o número de clientes atendidos, o tamanho da frota e a distância total. Embora os dois últimos indiquem melhorias, uma diminuição no número de clientes sugere um menor nível de serviço. Assim, as reduções no tamanho da frota e na distância são obtidas visitando menos clientes. Isso se deve ao fato de o driving range dos AFSs não permitir o atendimento a alguns clientes distantes se os veículos não forem reabastecidos em postos públicos disponíveis em suas regiões. Além disso, notamos uma tendência de aumento nos valores de razão à medida que o tamanho do problema fica maior. Uma vez que todas as cinco instâncias envolvem as mesmas estações,

## 6. Observações finais

Neste artigo, apresentamos uma variante do conhecido Problema de Roteamento de Veículos Verdes, ou seja, o Problema de Roteamento de Veículos Verdes Multi-Depot, onde os clientes são atendidos por um conjunto de depósitos usando uma frota de AFSs. Para resolver o problema, desenvolvemos uma abordagem híbrida GVNS / TS que combina o método General Variable Neighbourhood Search (GVNS) com Tabu Search (TS). Em nosso GVNS / TS, as estruturas de vizinhança estão mudando sistematicamente através da abordagem VNS e um procedimento de busca local baseado em TS é implementado para explorar o espaço de busca. Validamos o desempenho do método proposto resolvendo instâncias de GVRP e comparando nossos resultados com aqueles dos métodos mais modernos propostos na literatura. Em seguida, modificamos os dados GVRP para gerar instâncias MDGVRP e os resolvemos usando GVNS / TS. Comparamos os resultados de problemas de pequeno porte com soluções (quase) ótimas obtidas com o CPLEX. Nossos testes nos dados GVRP e MDGVRP mostraram que GVNS / TS é robusto e capaz de encontrar soluções de alta qualidade em tempos de computação razoáveis. Também fornecemos insights gerenciais sobre a influência de operar um número diferente de depósitos e permitir o reabastecimento apenas nos depósitos nas decisões de roteamento e níveis de serviço ao cliente.

Neste estudo, assumimos que os tanques de combustível dos AFSs estão cheios até a capacidade em tempo constante. Pesquisas futuras neste tópico podem

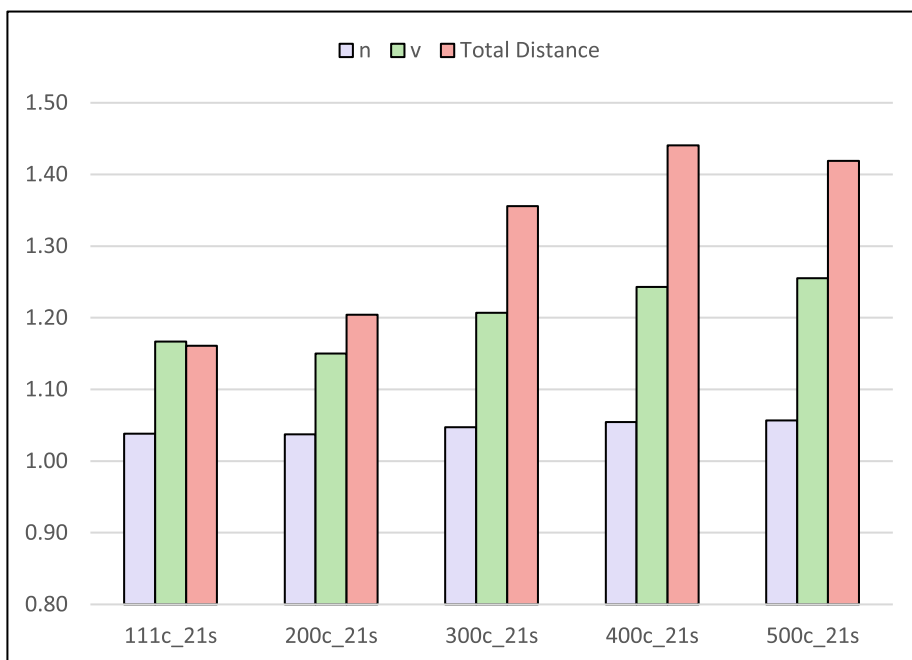


Fig. 6. Reabastecimento apenas em depósitos vs. reabastecimento em estações públicas.



abordar outras variantes realistas de GVRP onde diferentes tipos de AFVs podem ser usados com restrições e limitações adicionais. Entre eles, os problemas de roteamento de veículos elétricos (EVRPs) surgem com atributos desafiadores, como longos períodos de recarga nas estações. Os autores estão planejando estender seu método para resolver EVRP com janelas de tempo, bem como suas variantes multi-depósito, que exigiriam novos mecanismos para lidar com a restrição da janela de tempo de serviço e tempo de recarga variável devido à cobrança parcial. Uma vez que não é prático converter toda a frota em AFVs em um curto espaço de tempo, pesquisas adicionais sobre este tópico podem se concentrar na utilização de uma frota mista que pode consistir em ICEVs e diferentes tipos de AFVs. Uma vez que os tipos de veículos estão associados a diferentes custos totais de propriedade e custos de combustível,

## Declaração de contribuição de autoria CRediT

**Mir Ehsan Hesam Sadati:** Conceptualização, Metodologia, Software, Validação, Análise formal, Escrita - rascunho original, Visualização, Investigação, Curadoria de dados. **Bülent Çatay:** Conceptualização, Metodologia, Validação, Análise Formal, Recursos, Redação - rascunho original, Redação - revisão e edição, Curadoria de dados.

## Agradecimentos

Os autores desejam agradecer aos três revisores anônimos por fornecerem comentários e sugestões valiosos durante o processo de revisão do artigo.

## Referências

- Andelmin, J., Bartolini, E., 2017. Um algoritmo exato para o problema de roteamento de veículos verdes. *Transporte. Sci.* 51 (4), 1288-1303. Asghari, M., Al-e, SMJM, 2020. Problema de roteamento de veículos verdes: uma revisão do estado da arte. *Int. J. Prod. Econ.*
- Bortfeldt, A., Hahn, T., Männel, D., Mönch, L., 2015. Algoritmos híbridos para o problema de roteamento de veículos com backhauls agrupados e restrições de carregamento 3D. *EUR. J. Oper. Res.* 243 (1), 82-96.
- Bruglieri, M., Pezzella, F., Pisacane, O., Suraci, S., 2015. Uma ramificação de busca de vizinhança variável para o problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo. *Elétron. Notes Discret. Matemática.* 47, 221-228.
- Bruglieri, M., Mancini, S., Pezzella, F., Pisacane, O., 2016. Um novo modelo de programação matemática para o problema de roteamento de veículos verdes. *Elétron. Notes Discret. Matemática.* 55, 89-92.
- Bruglieri, M., Mancini, S., Pezzella, F., Pisacane, O., 2019. Uma abordagem de solução baseada em caminho para o problema de roteamento de veículos verdes. *Comput. Oper. Res.* 103, 109-122.
- Clarke, G., Wright, JW, 1964. Programação de veículos de um depósito central para vários pontos de entrega. *Oper. Res.* 12, 568-581.
- Cordeau, JF, Gendreau, M., Laporte, G., 1997. Uma heurística de pesquisa tabu para problemas de roteamento de veículos periódicos e multi-depósito. *Redes* 30 (2), 105-119. Cortés-Murcia, DL, Prodhon, C., Afsar, HM, 2019. O problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo, recargas parciais e clientes de satélite. *Transp. Res. Parte E Logist. Transp. Rev.* 130, 184-206.
- Desaulniers, G., Errico, F., Irnich, S., Schneider, M., 2016. Algoritmos exatos para problemas de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo. *Oper. Res.* 64 (6), 1388-1405. Elshaer, R., Awad, H., 2020. Uma revisão taxonômica de algoritmos metaheurísticos para resolver o problema de roteamento de veículos e suas variantes. *Comput. Ind. Eng.* 140, 106242. Erdelić, T., Carić, T., 2019. Uma pesquisa sobre o problema de roteamento de veículos elétricos: variantes e abordagens de solução. *J. Adv. Transp.* 2019. Erdoğan, S., Miller-Hooks, E., 2012. Um problema de roteamento de veículos verdes. *Transp. Res. Parte E Logist. Transp. Rev.* 48, 100-114.
- Escobar, JW, Linfati, R., Baldoquin, MG, Toth, P., 2014a. Uma variável granular tabu busca vizinhança para o problema de roteamento de localização capacitado. *Transp. Res. Part B Methodol.* 67, 344-356.
- Escobar, JW, Linfati, R., Toth, P., Baldoquin, MG, 2014b. Um algoritmo de pesquisa tabu granular híbrido para o problema de roteamento de veículos multi-depósito. *J. Heuristics* 20, 483-509.
- Livro Branco da Comissão Europeia sobre os Transportes. 2011 [https://ec.europa.eu/transport/themes/european-strategies/white-paper-2011\\_en](https://ec.europa.eu/transport/themes/european-strategies/white-paper-2011_en). (Acessado em 28 de janeiro 2021).
- Felipe, Á., Ortuño, MT, Righini, G., Tirado, G., 2014. Uma abordagem heurística para o problema de roteamento de veículos verdes com múltiplas tecnologias e recargas parciais. *Transp. Res. Parte E Logist. Transp. Rev.* 71, 111-128.
- Froger, A., Mendoza, JE, Jabali, O., Laporte, G., 2017. Uma matemática para o problema de roteamento de veículos elétricos com estações de carregamento capacitadas. *CIRRELT*. Froger, A., Mendoza, JE, Jabali, O., Laporte, G., 2019. Formulações melhoradas e componentes algorítmicos para o problema de roteamento de veículos elétricos com não lineares funções de carregamento. *Comput. Oper. Res.* 104, 256-294.
- Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G., Martello, S., 2008. Uma heurística de busca tabu para o problema de roteamento de veículos com restrições de carregamento bidimensionais. *Redes* 51, 4-18.
- Glover, F., 2000. *Multi-start and Strategic Oscillation Methods-sources to Exploit Adaptive Memory*. Springer, Boston, MA, pp. 1-23. Glover, F., 1986. Caminhos futuros para programação inteira e links para inteligência artificial. *Comput. Oper. Res.* 13, 533-549. Goeke, D., Schneider, M., 2015. Encaminhando uma frota mista de veículos elétricos e convencionais. *EUR. J. Oper. Res.* 245, 81-99.
- Hiermann, G., Puchinger, J., Ropke, S., Hartl, RF, 2016. O tamanho da frota elétrica e o problema de roteamento de veículos mistos com janelas de tempo e estações de recarga. *EUR. J. Oper. Res.* 252, 995-1018.
- Hiermann, G., Hartl, RF, Puchinger, J., Vidal, T., 2019. Encaminhando uma mistura de veículos convencionais, híbridos plug-in e elétricos. *EUR. J. Oper. Res.* 272 (1), 235-248. Hintsch, T., Irnich, S., 2018. Grande pesquisa de vizinhança múltipla para o problema de roteamento de veículos agrupados. *EUR. J. Oper. Res.* 270, 118-131.
- Hof, J., Schneider, M., Goeke, D., 2017. Resolvendo o problema de roteamento de localização da estação de troca de bateria com veículos elétricos capacitados usando um algoritmo AVNS para problemas de roteamento de veículos com paradas intermediárias. *Transp. Res. Part B Methodol.* 97, 102-112.
- Jie, W., Yang, J., Zhang, M., Huang, Y., 2019. O problema de roteamento de veículos elétricos capacitados de dois escalões com estações de troca de bateria: formulação e eficiência metodologia. *EUR. J. Oper. Res.* 272, 879-904.
- Keskin, M., Çatay, B., 2016. Estratégias de recarga parcial para o problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo. *Transp. Res. Parte C Emerg. Technol.* 65, 111-127. Keskin, M., Çatay, B., 2018. Um método matemático para o problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo e carregadores rápidos. *Comput. Oper. Res.* 100, 172-188. Keskin, M., Laporte, G., Çatay, B., 2019. Problema de roteamento de veículos elétricos com tempos de espera dependentes do tempo em estações de recarga. *Comput. Oper. Res.* 107, 77-94. Keskin, M., Çatay, B., Laporte, G., 2021. Uma heurística baseada em simulação para o problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo e tempos de espera estocásticos em estações de recarga. *Comput. Oper. Res.* 125, 105060.
- Koç, Ç., Karaoglan, I., 2016. O problema de roteamento de veículos verdes: uma abordagem de solução exata baseada em heurísticas. *Appl. Soft Comput. J.* 39, 154-164.
- Koyuncu, I., Yavuz, M., 2019. Duplicando nós ou arcos no roteamento de veículos verdes: uma comparação computacional de duas formulações. *Transp. Res. Parte E Logist. Transp. Rev.* 122, 605-623.
- Leggieri, V., Haouari, M., 2017. Uma abordagem de solução prática para o problema de roteamento de veículos verdes. *Transp. Res. Parte E Logist. Transp. Rev.* 104, 97-112.
- Macrina, G., Di Puglia Pugliese, L., Guerriero, F., Laporte, G., 2019. O problema de roteamento de veículos da frota mista verde com recarga parcial da bateria e janelas de tempo. *Comput. Oper. Res.* 101, 183-199.



- Masmoudi, MA, Hosny, M., Braekers, K., Dammak, A., 2016. Três metaheurísticas eficazes para resolver o problema heterogêneo dial-a-ride multi-depot multi-trip. *Transp. Res. Parte E Logist. Transp. Rev.* 96, 60-80.
- Masmoudi, MA, Hosny, M., Demir, E., Genikomsakis, KN, Cheikhrouhou, N., 2018. O problema dial-a-ride com veículos elétricos e estações de troca de bateria. *Transp. Res. Parte E Logist. Transp. Rev.* 118, 392-420.
- Mladenović, N., Hansen, P., 1997. Pesquisa de vizinhança variável. *Comput. Oper. Res.* 24, 1097-1100.
- Mlayah, I., Boudali, I., Tagina, M., 2020. Um tabu de vizinhança de variável híbrida procura o problema de pooling de carros de longo prazo. In: *Avanços em Sistemas Inteligentes e Informática*. Springer Verlag, pp. 481-490.
- Montoya, A., Guéret, C., Mendoza, JE, Villegas, JG, 2017. O problema de roteamento de veículos elétricos com função de carregamento não linear. *Transp. Res. Parte B Methodol.* 103, 87-110.
- Montoya, A., Guéret, C., Mendoza, JE, Villegas, JG, 2016. Uma heurística de amostragem multi-espaco para o problema de roteamento de veículos verdes. *Transp. Res. Parte C Emerg. Technol.* 70, 113-128.
- Montoya-Torres, JR, Franco, JL, Isaza, SN, Jiménez, HF, Herazo-Padilla, N., 2015. Uma revisão da literatura sobre o problema de roteamento de veículos com múltiplos depósitos. *Comput. Ind. Eng.* 79, 115-129.
- Morganti, E., Browne, M., 2018. Obstáculos técnicos e operacionais para a adoção de vans elétricas na França e no Reino Unido: uma perspectiva do operador. *Transp. Política* 63, 90-97.
- Polat, O., 2017. Uma pesquisa de vizinhança de variável paralela para o problema de roteamento de veículos com entregas e coletas divisíveis. *Comput. Oper. Res.* 85, 71-86. Polat, O., Kalayci, CB, Kulak, O., Günther, HO, 2015. Uma heurística de pesquisa de vizinhança variável baseada em perturbação para resolver o problema de roteamento de veículos com Coleta e entrega simultâneas com limite de tempo. *EUR. J. Oper. Res.* 242, 369-382.
- Qiu, M., Fu, Z., Egelse, R., Tang, Q., 2018. Um algoritmo de Busca Tabu para o problema de roteamento de veículos com entregas e coletas separadas. *Comput. Oper. Res.* 100, 102-116.
- Rastani, S., Yüksel, T., Çatay, B., 2019. Efeitos da temperatura ambiente no planejamento de rotas de veículos elétricos de carga. *Transp. Res. Parte D Transp. Environ.* 74, 124-141.
- Ramos, TRP, Gomes, MI, Póvoa, APB, 2020. Problema de roteamento de veículos multi-depósito: um estudo comparativo de formulações alternativas. *Int. J. Logist. Res. Appl.* 23 (2), 103-120.
- Sadati, MEH, Aksen, D., Aras, N., 2020a. O problema de roteamento seletivo de veículos de múltiplos depósitos com interdição r. *Int. Trans. Oper. Res.* 27 (2), 835-866.
- Sadati, MEH, Aksen, D., Aras, N., 2020b. Um problema de roteamento de veículos multi-depósito seletivo de interdição r de três níveis com proteção de depósito. *Comput. Oper. Res.* 104996.
- Schermer, D., Moenig, M., Wendt, O., 2019. Um algoritmo de pesquisa híbrido VNS / Tabu para resolver o problema de roteamento de veículos com drones e operações em rota. *Comput. Oper. Res.* 109, 134-158.
- Schiffer, M., Walther, G., 2017. O problema de roteamento de localização elétrica com janelas de tempo e recarga parcial. *EUR. J. Oper. Res.* 260 (3), 995-1013. Schneider, M., Stenger, A., Goetsch, D., 2014. O problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo e estações de recarga. *Transp. Sci.* 48, 500-520. Schneider, M., Stenger, A., Hof, J., 2015. Um algoritmo VNS adaptativo para problemas de roteamento de veículos com paradas intermediárias. *OR Spectr.* 37, 353-387. Solomon, MM, 1987. Algoritmos para problemas de roteamento e programação de veículos com restrições de janela de tempo. *Oper. Res.* 35 (2), 254-265.
- Soto, M., Sevaux, M., Rossi, A., Reinholz, A., 2017. Pesquisa de múltiplos bairros, pesquisa tabu e cadeias de ejeção para o problema de roteamento de veículos abertos de múltiplos depósitos. *Comput. Ind. Eng.* 107, 211-222.
- Toth, P., Vigo, D. (Eds.), 2002. *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Toth, P., Vigo, D., 2003. A pesquisa tabu granular e sua aplicação ao problema de roteamento de veículos. *INFORMS J. Comput.* 15, 333-346.
- Trey, R., Baker, N., Norboge, N., Moran, M., Wagner, J., Storey, B., 2016. *Alternative Fuel Vehicle Forecasts Final Report*. Texas A&M Transportation Institute. Tu, W., Fang, Z., Li, Q., Shaw, SL, Chen, B., 2014. Uma metaheurística baseada em diagrama de Voronoi de dois níveis para um problema de roteamento de veículos multi-depósito em grande escala. *Transp. Res. Parte E Logist. Transp. Rev.* 61, 84-97.
- Wei, L., Zhang, Z., Zhang, D., Lim, A., 2015. Uma busca de vizinhança variável para o problema de roteamento de veículos capacitados com restrições de carregamento bidimensionais. *EUR. J. Oper. Res.* 243, 798-814.
- Yang, J., Sun, H., 2015. Problema de roteamento de localização de estação de troca de bateria com veículos elétricos capacitados. *Comput. Oper. Res.* 55, 217-232.
- Zhen, L., Ma, C., Wang, K., Xiao, L., Zhang, W., 2020. Problema de roteamento de veículos de múltiplas viagens de depósito múltiplo com janelas de tempo e datas de lançamento. *Transp. Res. Parte E Logist. Transp. Rev.* 135, 101866.