Lab 1 - BCC406

REDES NEURAIS E APRENDIZAGEM EM PROFUNDIDADE

Regressão Linear

Prof. Eduardo e Prof. Pedro

Objetivos:

- Regressão e Descida do Gradiente

Data da entrega : 19/08

- Complete o código (marcado com ToDo) e quando requisitado, escreva textos diretamente nos notebooks. Onde tiver *None*, substitua pelo seu código.
- Execute todo notebook e salve tudo em um PDF **nomeado** como "NomeSobrenome-LabX.pdf"
- Envie o PDF via google [FORM]

Regressão e Descida do Gradiente (100pt)

Neste estudo dirigido, resolveremos um problema de regressão, usando algoritmos da descida do gradiente para otimização dos pesos. Vamos implementar a descida do gradiente tradicional e uma versão estocástica com mini-lotes.

Vamos aplicar em um problema de predição de preços de casas (**California Housing Dataset**)

Regressão (10pt)

Importando as bibliotecas

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.datasets import fetch_california_housing
from sklearn.metrics import mean_squared_error

np.random.seed(150794)
```

A biblioteca Scikit-learn é focada em aprendizagem de máquina e fornece diversos métodos de classificação, extração de características, etc. Ela também fornece algumas bases de dados clássicas, por meio de objetos do Pandas.

Se você não conhece o pacote Pandas, veja este curso rápido.

Carregando os dados

```
housing_data = fetch_california_housing()

Features = pd.DataFrame(housing_data.data, columns=housing_data.feature_names)
Target = pd.DataFrame(housing_data.target, columns=['Target'])

df = Features.join(Target)
```

Entendendo os dados

Vamos usar apenas uma característica, renda média (MedInc), como variável independente e o preço final como variável dependente.

```
df[['MedInc', 'Target']].describe()
```

	MedInc	Target
count	14653.000000	14653.000000
mean	3.040936	1.516223
std	0.979781	0.614151
min	0.499900	0.149990
25%	2.281300	1.006000
50%	3.034100	1.478000
75%	3.796900	1.931000
max	4.998400	2.993000

Resultado esperado (não precisa ser idêntico)

	MedInc	Target
count	20640.000000	20640.000000
mean	3.870671	2.068558
std	1.899822	1.153956
min	0.499900	0.149990
25%	2.563400	1.196000
50%	3.534800	1.797000
75%	4.743250	2.647250
max	15.000100	5.000010

Pré-processamento

Removendo outlier

Perceba que em 75% dos dados, a renda média (MedInc) é menor que 5 e que o valor da casa (Target) é menor que 3. Vamos remover rendas maiores que 5 e casas com preço maior que 3, para evitar valores espúrios e outliers.

```
df = df[df.MedInc < 5]
df = df[df.Target < 3]
```

Normalização

Também vamos deixar as duas variáveis na faixa entre 0 e 1

```
def scale(x):
    min = x.min()
    max = x.max()
    return pd.Series([(i - min)/(max - min) for i in x])

X = scale(df.MedInc)
y = scale(df.Target)
```

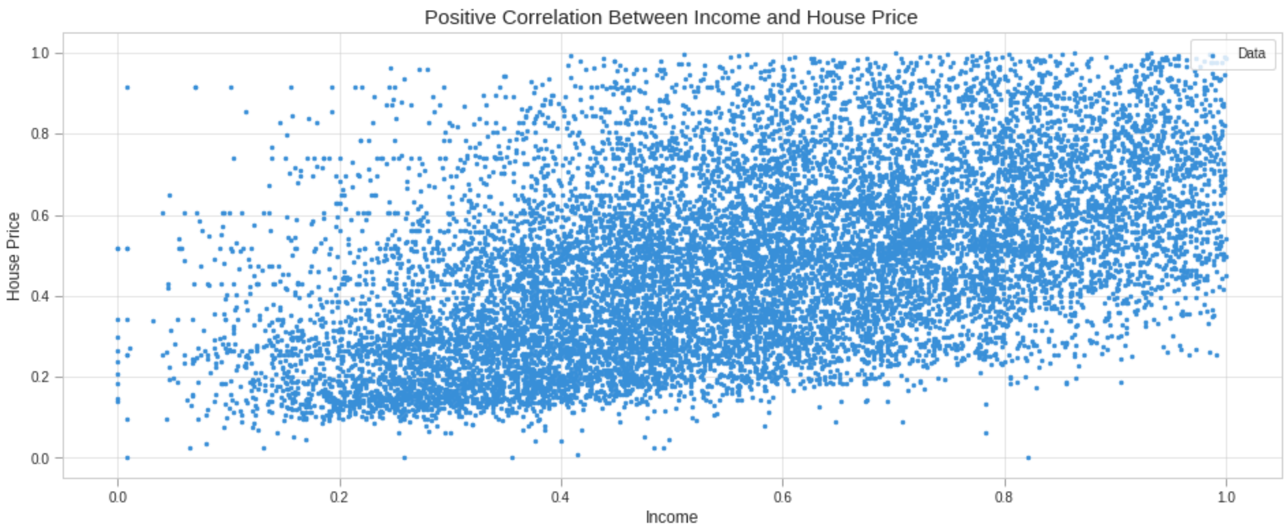
```
#conferindo o valor máximo
X.max(), y.max()
```

```
(1.0, 1.0)
```

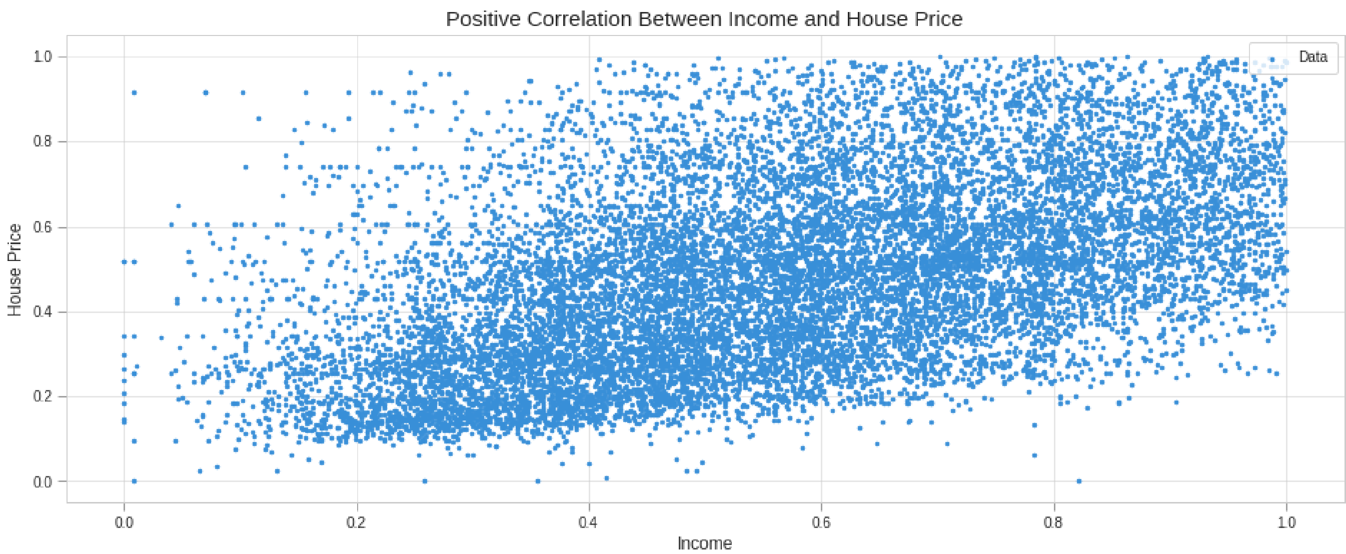
Valor esperado: (1.0, 1.0)

Plotando os dados

```
plt.figure(figsize=(16,6))
plt.rcParams['figure.dpi'] = 227
plt.style.use('seaborn-whitegrid')
plt.scatter(X, y, label='Data', c='#388fd8', s=6)
plt.title('Positive Correlation Between Income and House Price', fontSize=15)
plt.xlabel('Income', fontSize=12)
plt.ylabel('House Price', fontSize=12)
plt.legend(frameon=True, loc=1, fontsize=10, borderpad=.6)
plt.tick_params(direction='out', length=6, color='#a0a0a0', width=1, grid_alpha=.6)
plt.show()
```



Resultado esperado (não precisa ser idêntico)



ToDo: Discussão (10pt)

Por que os dados devem ser normalizados entre 0 e 1 ?

```
O objetivo da normalização é alterar os valores das colunas numéricas no conjunto de dados para
```

Descida do gradiente (90pt)

Vamos resolver uma regressão linear, de uma única característica - MedInc - (vetor de pesos tem uma dimensão), do tipo $Y = mX + b$, e usar erro quadrático médio (mean squared error) como funçào objetivo para a descida do gradiente.

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

considerando y chapéu como saída do nosso modelo e y como o rótulo. Expandindo a função é :

$$f(m, b) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - (mx_i + b))^2$$

Derivada em relação a m :

$$\frac{\partial f}{\partial m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} -2x_i(y_i - (mx_i + b))$$

Derivada em relação a b :

$$\frac{\partial f}{\partial b} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} -2(y_i - (mx_i + b))$$

ToDo: Função da descida do gradiente e para plotar a regressão (30pts)

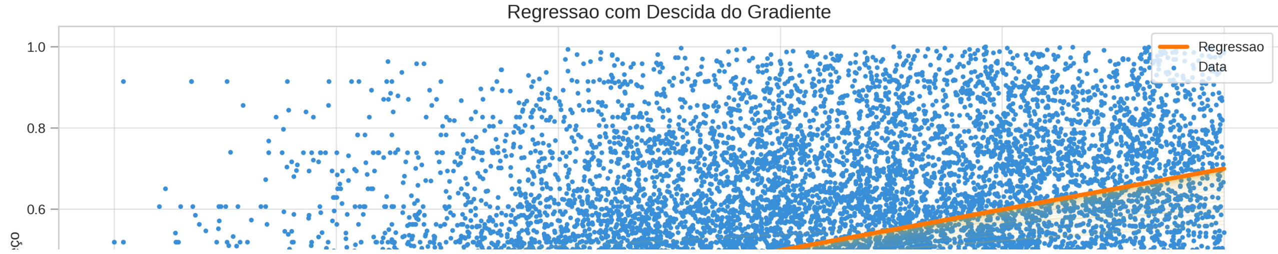
Vamos implementar uma função chamada *gradient_descent*, seguindo alguns passos:

1. Inicializar m e b aleatoriamente (entre 0 e 1)
2. Iterar por um número de épocas (*epoch*)
3. A cada iteração, calcular o valor predito, o erro quadrático entre o valor predito e y, atualizar os valores de m e b no sentido contrário do gradiente (o ajuste deve ser controlado por um taxa de aprendizado - *Learning Rate (lr)*).
4. Armazenar m, b e erro corrente para análise futura

```
def gradient_descent(X, y, lr=0.05, epoch=10):

    '''
    Descida do Gradiente
    '''

    m, b = np.random.uniform(), np.random.uniform() # ToDo : inicialize aleatoriamente ent

    log, mse_log = [], [] # listas para armazenar o processo de aprendizado
    N = len(X) # número de instâncias total do conjunto

    for e in range(epoch):

        predict = m*X + b # ToDo : propague (feed-forward) ara obter as predições : m*X +
        MSE = (1/N)*(sum((y-predict)**2)) # ToDo : calcule o erro quadrático médio, confor

        f = (1/N)*(sum((y-(m*X +b ))**2)) # ToDo : compute a derivada

        # atualize m e b
        m -= (1/N)*(sum((-2)*X*(y-(m*X +b )))) # ToDo : atualize m com base na equação aci
        b -= (1/N)*(sum((-2)*(y-(m*X +b )))) # ToDo : atualize b com base na equação acima

        # armazena para uso futuro
        log.append((m, b))
        mse_log.append(MSE)

    return m, b, log, mse_log
```

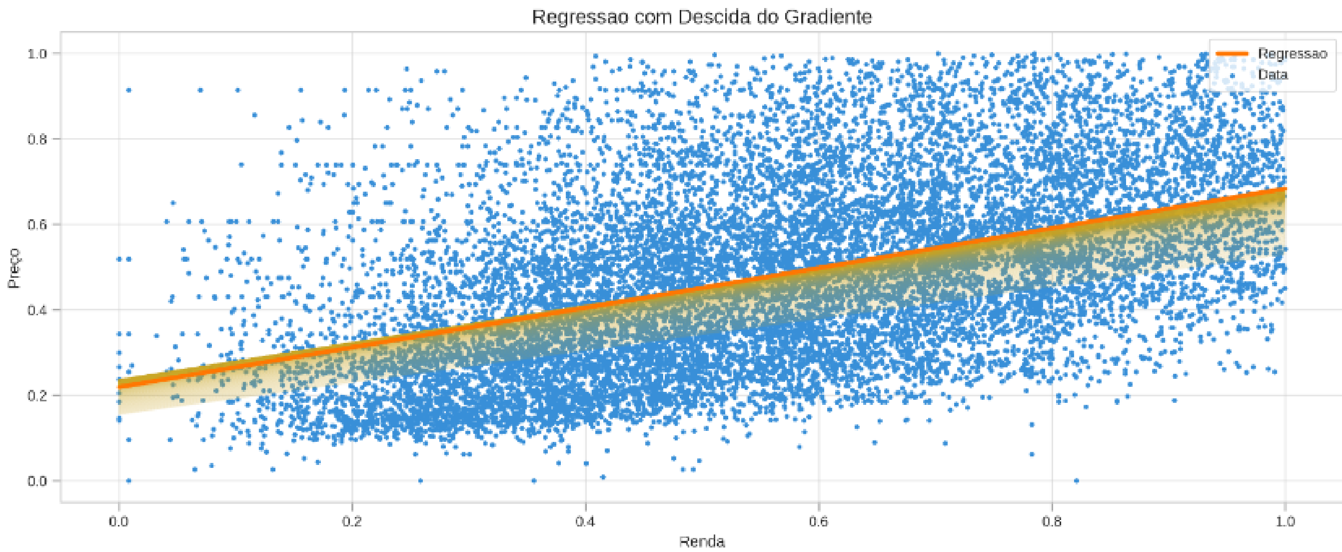
```
def plot_regression(X, y, y_pred, log=None, title="Linear Regression"):

    plt.figure(figsize=(16,6))
    plt.rcParams['figure.dpi'] = 227
    plt.scatter(X, y, label='Data', c='#388fd8', s=6)
    if log != None:
        for i in range(len(log)):
            plt.plot(X, log[i][0]*X + log[i][1], lw=1, c='#caa727', alpha=0.15)
    plt.plot(X, y_pred, c='#ff7702', lw=3, label='Regressao')
    plt.title(title, fontSize=14)
    plt.xlabel('Renda', fontSize=11)
    plt.ylabel('Preço', fontSize=11)
    plt.legend(frameon=True, loc=1, fontsize=10, borderpad=.6)
    plt.tick_params(direction='out', length=6, color='#a0a0a0', width=1, grid_alpha=.6)
    plt.show()


m, b, log1, mse1 = gradient_descent(X, y, lr=0.01, epoch=1000)

y_pred = m*X + b

print("MSE:",mean_squared_error(y, y_pred))
plot_regression(X, y, y_pred, log=log1, title="Regressao com Descida do Gradiente")

plt.figure(figsize=(16,3))
plt.rcParams['figure.dpi'] = 227
plt.plot(range(len(mse1)), mse1)
plt.title('Otimização por descida do gradiente', fontSize=14)
plt.xlabel('Num. de Épocas')
plt.ylabel('MSE')
plt.show()
```

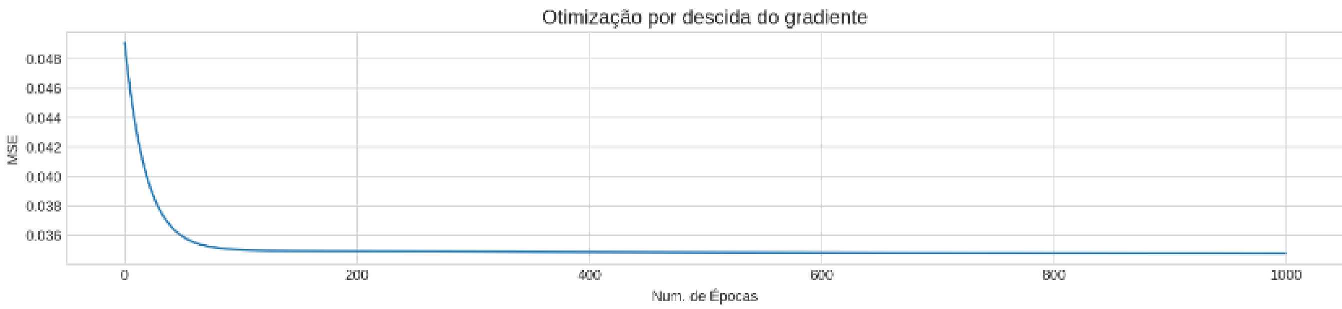
```
MSE: 0.03467085249585766
```



Resultados eperados (não precisa ser idêntico)

```
MSE: 0.034740339862818236
```





ToDo: Discussão (10pt)

Use a função gradient_descent, para o conjunto de dados de casas (X e y) carregados acima, com uma taxa de aprendizado de 0.01 por 1000 épocas. Analise as curvas plotadas. O que você pode dizer sobre as curvas?

```
Pela implementação feita, pode-se afirmar que em poucas épocas (menos que 10) o MSE tende a 0.0
```

ToDo: Descida do Gradiente Estocástica (40pt)

A descida do gradiente estocástica (do inglês Stochastic Gradient Descent - SGD) tem este nome por que ela não é realizada no conjunto de dados inteiro, mas em uma sub-amostragem do conjunto de dados. Esta sub-amostragem é aleatória. Na SGD, o gradiente é aplicado a um sub-conjunto dos dados (um lote ou mini-lote).

A função deve seguir:

1. Inicializar m e b aleatoriamente (entre 0 e 1)
2. Iterar por um número de épocas
3. A cada iteração, amostrar um mini-lote (sub-conjunto) de X (*batch_size*), calcular o valor predito para o mini-lote, calcular o erro quadrático para o mini-lote (entre valor predito e y), atualizar os valores de m e b, no sentido contrário do gradiente (o ajuste deve ser controlado por um taxa de aprendizado - *lr*).
4. Armazenar m, b e erro corrente para análise futura

```
0.7862398577303547
```

```
def SGD(X, y, lr=0.05, epoch=10, batch_size=1):

    '''
    Descida do Gradiente Estocástica
    '''

    m, b = 0.002, 0.5 # inicializa os parâmatros
    log, mse_log = [], [] # listas para armazenar o processo de aprendizado

    for _ in range(epoch):

        # ToDo : amostre aleatoriamnte algumas instâncias (até batch_size)

        indices = [np.random.randint(len(X)) for i in range(batch_size)]
        mini_batch_X = np.asarray([X[i] for i in indices]) # ToDo : complete
        mini_batch_y = np.asarray([y[i] for i in indices]) # ToDo : complete
        N = len(mini_batch_X)

        predict = m*mini_batch_X + b # ToDo : propague (feed-forward) ara obter as prediçõ

        MSE = (1/N)*(sum((mini_batch_y-predict)**2)) # ToDo : complete

        f = (1/N)*(sum((mini_batch_y-(m*mini_batch_X +b ))**2)) # ToDo : compute a derivac

        # Updating parameters m and b
        m -= (1/N)*(sum((-2)*mini_batch_X*(mini_batch_y-(m*mini_batch_X +b )))) # ToDo : a
        b -= (1/N)*(sum((-2)*(mini_batch_y-(m*mini_batch_X +b )))) # ToDo : atualize b com
```

```
        log.append((m, b))
        mse_log.append(MSE)

    return m, b, log, mse_log
```

Use a função SGD, para o conjunto de dados de casas (X e y) carregados acima, com uma taxa de aprendizado de 0.01 por 1000 épocas.

```
m, b, log2, mse2 = SGD(X, y, lr=0.01, epoch=1000, batch_size=2)

y_pred = m*X + b

print("MSE:",mean_squared_error(y, y_pred))
plot_regression(X, y, y_pred, log=log2, title="Regressão com SGD")

plt.figure(figsize=(16,3))
plt.rcParams['figure.dpi'] = 227
plt.plot(range(len(mse2)), mse2)
plt.title('Otimização com SGD', fontSize=14)
plt.xlabel('Épocas', fontSize=11)
plt.ylabel('MSE', fontSize=11)
plt.show()
```

```
MSE: 0.03837529294213954
```

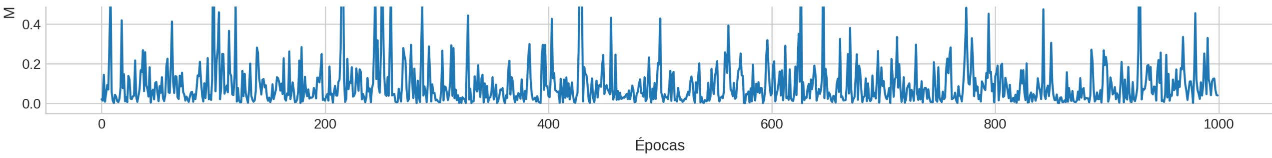
Resultado esperado (não precisa ser idêntico)

```
MSE: 0.03760346179860297
```

ToDo: Discussão (10pt)

O que você conclui, olhando para as duas curvas de custo (MSE x Épocas) ?

```
É possível concluir que utilizando a descida do gradiente estocástica também é possível converg
```



✓ 7 s concluído à(s) 16:47