1.

a) (P ⇒ Q) ∧ ¬Q ∧ ¬P

Satisfiabile, nevalida.

P	Q	¬P	¬Q	P ⇒ Q notat cu A	¬Q ∧ ¬P notat cu B	A ∧ B
1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1

b) (P ⇒ Q) ⇒ ((Q ⇒ S) ⇒ ((P ∨ Q) ⇒ R))

Satisfiabile, nevalida.

P	Q	S	R	P⇒Q notat cu A	Q⇒S notat cu B	P ∨Q notat cu C	C⇒R notat cu D	B⇒D notat cu E	A⇒E
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	1	1

0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1

c) ¬(P ⇒ Q) ⇔ ((P ∨ R) ∧ (¬P ⇒ Q))

Satisfiabile, nevalida.

P	Q	R	¬P	P⇒Q notat cu A	PVR notat cu B	¬P ⇒Q notat cu C	¬ A	B ∧ C notat cu D	¬ A ⇔ D
1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	1

d) (P ⇔ Q) ⇔ (¬(P ⇒ ¬Q))

Satisfiabile, nevalida.

P	Q	¬Q	P ⇔Q notat cu A	P ⇒ ¬Q notat cu B	¬ B	A ⇔¬ B
1	1	0	1	0	1	1

1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	1	0	0

2.

Reguli de reducere

a) (F ⇔ G) ~ (F ⇒ G) ∧ (G ⇒ F),

F	G	F ⇒G Notat cu A	G ⇒F Notat cu B	A∧B	F ⇔ G
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

b) (F ⇒ G) ~ (¬F ∨ G).

F	G	¬F	F ⇒G	¬F ∨ G
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

Reguli pentru comutativitate a) F ∨ G ~ G ∨ F, b) F ∧ G ~ G ∧ F, c) F ⇔ G ~ G ⇔ F.

F	G	F ∨ G	G ∨F	F ∧ G	G ∧ F	F ⇔ G	G ⇔ F
1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0

0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1

Reguli pentru asociativitate

a) (F ∨ G) ∨ H ~ F ∨ (G ∨ H),

F	G	H	F ∨ G Notat cu A	G ∨ H Notat cu B	A ∨ H	F ∨ B
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0

b) (F ∧ G) ∧ H ~ F ∧ (G ∧ H),

F	G	H	F ∧ G Notat cu A	G ∧ H Notat cu B	A ∧ H	F ∧ B
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

c) (F ⇔ G) ⇔ H ~ F ⇔ (G ⇔ H).

F	G	H	$F \Leftrightarrow G$ Notat cu A	$G \Leftrightarrow H$ Notat cu B	$A \Leftrightarrow H$	$F \Leftrightarrow B$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0

Reguli de distributivitate

a) $F \vee (G \wedge H) \sim (F \vee G) \wedge (F \vee H)$,

F	G	H	$G \wedge H$ Notat cu A	$F \vee G$ Notat cu B	$F \vee H$ Notat cu C	$F \vee A$	$B \wedge C$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

b) $F \wedge (G \vee H) \sim (F \wedge G) \vee (F \wedge H)$,

F	G	H	$G \vee H$ (=A)	$F \wedge G$ (=B)	$F \wedge H$ (=C)	$F \wedge A$	$B \vee C$
1	1	1	1	1	1	1	1

1	1	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

c) $(F \lor G) \Rightarrow H \sim (F \Rightarrow H) \land (G \Rightarrow H)$,

F	G	H	$F \lor G$ (=A)	$F \Rightarrow H$ (=B)	$G \Rightarrow H$ (=C)	$A \Rightarrow H$	$B \land C$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1

Reguli de absorbție:

a) $F \lor (F \land G) \sim F$

F	G	$F \land G$ (=A)	$F \lor A$
1	1	1	1
1	0	0	1

0	1	0	0
0	0	0	0

b) F ∧ (F ∨ G) ∼ F.

F	G	F ∨ G (=A)	F ∧ A
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	0
0	0	0	0

Reguli de anihilare:

a) F ∨ ¬F ∼ ⊤, ("tertium non datur")

F	notF	T	F V notF
1	0	1	1
0	1	1	1

b) F ∧ ¬F ∼ ⊥,

F	notF	_|_	F ∧ notF
1	0	0	0
0	1	0	0

c) F ⇒ F ∼ ⊤

F	T	F ⇒ F
1	1	1
0	1	1

Reguli pentru negație

a) ¬(¬F) ∼ F, („dublă negaţie")

F	notF	notnotF
1	0	1
0	1	0

b) ¬(F ∨ G) ∼ ¬F ∧ ¬G, („De Morgan")

F	G	notF	notG	F ∨ G (=A)	not A	notF ∧ notG
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1

c) ¬(F ∧ G) ~ ¬F ∨ ¬G, („De Morgan”)

F	G	notF	notG	F ∧ G (=A)	not A	notF ∨ notG
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

d) ¬(F ⇒ G) ~ F ∧ (¬G)

F	G	notG	F ⇒ G (=A)	notA	F ∧ notG
1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0

e) ¬(F ⇔ G) ~ F ⇔ (¬G).

F	G	notG	F ⇔ G (=A)	notA	F ⇔ notG
1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0

Alte reguli:

a) $F \Rightarrow G \sim F \Leftrightarrow (F \wedge G)$,

F	G	$F \Rightarrow G$	$F \wedge G$ (=A)	$F \Leftrightarrow A$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	0	0
0	0	1	0	1

b) $F \Rightarrow G \sim G \Leftrightarrow (F \vee G)$.

F	G	$F \Rightarrow G$	$F \vee G$ (=A)	$G \Leftrightarrow A$
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	1	0
0	0	1	0	1

3.

A-Superman poate sa previna raul

B- Superman vrea sa previna raul

C- Superman previne raul

D- Superman este lipsit de puteri

E- Superman e malefic

F – Superman exista

$(A \wedge B \Rightarrow C) \wedge (\neg A \Rightarrow D) \wedge (B \Rightarrow E) \wedge \neg C \wedge (F \Rightarrow \neg D \vee \neg E)$

Propozitia formata este conectata operatorul si. Pentru ca enuntul sa fie adevarat trebuie ca toate afirmatiile sa fie adevarate.

Avem urmatoarele tabele de adevar:

A	B	C	$A \wedge B$	$A \wedge B \Rightarrow C$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

A	D	$\neg A$	$\neg A \Rightarrow D$
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	1

B	E	$B \Rightarrow E$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

C	$\neg C$
0	1
0	1
1	0
1	0

F	D	E	$\neg D$	$\neg E$	$\neg D \vee \neg E$	$F \Rightarrow \neg D \vee \neg E$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Din cauza primei conditii putem spune ca:

a) $\neg A \Rightarrow D = 1$ deci A si D trebuie sa fie diferite de 0.

b) $B \Rightarrow E = 1$ deci B trebuie sa fie diferit de 1 si E diferit de 0.

c) $F \Rightarrow \neg D \vee \neg E = 1$. Stergand liniile ce contin E=0, D=0 sau $F \Rightarrow \neg D \vee \neg E = 0$ obtinem urmatorul tabel:

F	D	E	$\neg D$	$\neg E$	$\neg D \vee \neg E$	$F \Rightarrow \neg D \vee \neg E$
0	1	1	0	0	0	1

De aici rezulta ca „Superman nu exista” este o consecinta logica a propozitiei.