



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO POLITÉCNICO
Pós-Graduação em Modelagem Computacional



Métodos Numéricos 2022/2

Prof. Antônio J. Silva Neto
Dra. Roseane Albani

Lista de Exercícios 1

Data de Apresentação: 11/07/22

Data de Entrega: 01/08/22

O problema de transferência de calor em regime permanente em superfícies estendidas (aletas) unidimensionais com área transversal constante é modelado matematicamente pela seguinte equação diferencial ordinária (EDO)

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} - m^2 [T(x) - T_{amb}] = 0 \quad (1.1)$$

onde

$$m^2 = \frac{hP}{kA} \quad (1.2)$$

sendo $T(x)$ a temperatura ao longo da aleta, T_{amb} a temperatura do ambiente com o qual a aleta está trocando calor, h é o coeficiente de troca de calor por convecção, k é a condutividade térmica do material da aleta, P é o seu perímetro e A a área transversal da mesma.

Para uma aleta com seção reta transversal circular,

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \quad (1.3a)$$

$$P = \pi D \quad (1.3b)$$

onde D é o diâmetro (vide Fig. 1).

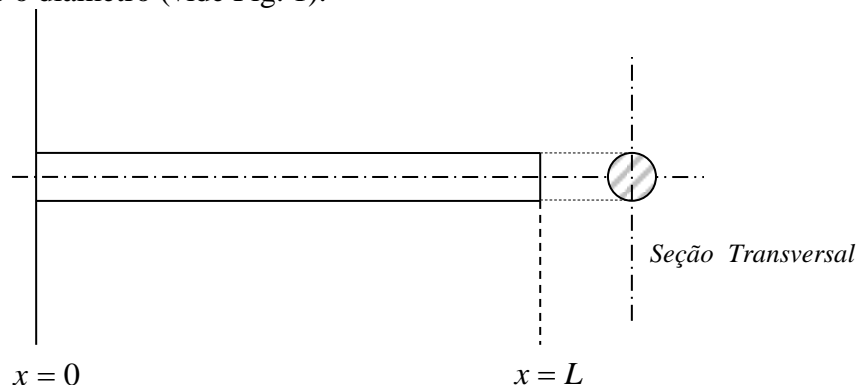


Figura 1 – Representação esquemática de uma aleta com seção transversal circular.



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO POLITÉCNICO
Pós-Graduação em Modelagem Computacional



Considerando condições de contorno de primeiro tipo (Dirichlet),

$$T(x)|_{x=0} = T_0 \quad (1.4a)$$

$$T(x)|_{x=L} = T_N \quad (1.4b)$$

- (i) escreva uma aproximação por diferenças finitas para o problema dado pela EDO (1.1) com as condições de contorno (1.4a,b), para uma malha espacial com $N + 1$ nós (veja a Motivação 1.1). Mostre todos os passos da dedução;
- (ii) determine a ordem do erro de truncamento de sua aproximação;
- (iii) represente esquematicamente o sistema de equações algébricas lineares para $N = 10$;
- (iv) obtenha uma solução para o problema empregando os seguintes valores

$$\begin{aligned} T_0 &= 180 \text{ } ^\circ\text{C} \\ T_N &= 65 \text{ } ^\circ\text{C} \\ T_{amb} &= 20 \text{ } ^\circ\text{C} \\ h &= 150 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \\ D &= 3,5 \times 10^{-3} \text{ m} \\ L &= 0,15 \text{ m} \\ k &= 120 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \end{aligned}$$

Observação:

Use um software comercial, como por exemplo, o MAPLE ou MATLAB, para a solução do sistema de equações. Se você preferir use a rotina tridag do livro Numerical Recipes (Seção 2.4 – *Tridiagonal and Band Diagonal Systems of Equations*).

Escreva um relatório com no máximo cinco páginas. Inclua a dedução das equações utilizadas. Apresente sempre que possível os resultados na forma de tabelas e gráficos. A estruturação do relatório, o conteúdo técnico/científico, os resultados e as conclusões constituem os principais itens de avaliação.

O trabalho será realizado em grupos de duas ou três pessoas.