Si la magnitud de a_n es "grande"[1] y n es pequeña, la función $g(t)$ en (A) tiene un comportamiento basado en frecuencias bajas (También si b_n es "grande")[1].

Si la magnitud de a_n es "grande" y n es grande, la función $g(t)$ en (A) tiene un comportamiento basado en frecuencias altas (También si la magnitud de b_n es grande).

Como resultado de estas observaciones, si usamos $f_i(t)$ en la página 35 para representar a $x_{G_i} = (x_{i1}, \dots, x_{ip})$, las primeras componentes de este vector estarán asociadas con frecuencias bajas y las últimas componentes con frecuencias altas en la gráfica de $f_i(t)$. Notemos que si permutamos las componentes de x_{G_i} para representar a $x'_{G_i} = (x_{i\pi_1}, x_{i\pi_2}, \dots, x_{i\pi_p})$

(1) La magnitud de a_n ó b_n

a través de $f_i'(t)$, esta función tendrá un aspecto diferente a la $f_i(t)$ obtenida de x_i, en otras palabras, la representación de x_i como una curva de Andrews depende del orden en que aparecen las componentes de x_i.

Si $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3})$ y $x_i' = (x_{i3}, x_{i1}, x_{i2})$

las funciones

$$f_i(t) = \frac{x_{i1}}{\sqrt{2}} + x_{i2}\sin(t) + x_{i3}\cos(t)$$

y

$$f_i'(t) = \frac{x_{i3}}{\sqrt{2}} + x_{i1}\sin(t) + x_{i2}\cos(t)$$

pueden ser muy diferentes.

Ejemplo: Consideremos los datos de mediciones de los billetes del banco Suizo.

En particular, nos concentreremos en las observaciones $x_{96}, x_{97}, \ldots, x_{105}$.

La figura J muestra una gráfica de las curvas de Andrews correspondientes

Sabemos que $x_{96}, x_{97}, \ldots, x_{100}$ corresponden

```r
rm(list = ls(all = TRUE))
graphics.off()

#install.packages("tourr")
library(tourr)

# setwd("C:/...")        # set working directory if windows
# setwd("/Users/...")    # set working directory if mac

data = read.table("SwissBank 1.txt")

x = data[96:105, ]
y = NULL
i = 1

while(i <= 6){
z = (x[, i] - min(x[, i])) / (max(x[, i]) - min(x[, i])) # zero-one scaling
y = cbind(y, z)
i = i + 1
}

Type = c(rep(1, 5), rep(2, 5))
f = as.integer(Type)
#grid = seq(0, 2 * pi, length = 1000)
grid = seq(0,1,length=1000)

#plot(grid, 2*pi*andrews(y[1, ])(2*pi*grid), type = "l", lwd = 1.5, main = "Andrews curves (Bank data)",
#     axes = FALSE, frame = TRUE, ylim = c(-0.3, 0.5), ylab = "", xlab = "")

plot(grid, 2*pi*andrews(y[1, ])(2*pi*grid), type = "l", lwd = 1.5, main = "Andrews curves (Bank data)",
     axes = FALSE, frame = TRUE, ylim = c(-2, 3), ylab = "", xlab = "")

for (i in 2:5){
lines(grid, 2*pi*andrews(y[i, ])(2*pi*grid), col = "black", lwd = 1.5)
}
for (i in 6:10){
lines(grid, 2*pi*andrews(y[i, ])(2*pi*grid), col = "red3", lwd = 1.5, lty = "dotted")
}
#axis(side = 2, at = seq(-.5, .5, .25), labels = seq(-.5, .5, .25))
#axis(side = 1, at = seq(0, 7, 1), labels = seq(0, 7, 1))

axis(side = 2, at = seq(-2, 3, 1), labels = seq(-2, 3, 1))
axis(side = 1, at = seq(0, 1, 0.2), labels = seq(0, 1, 0.2))
```

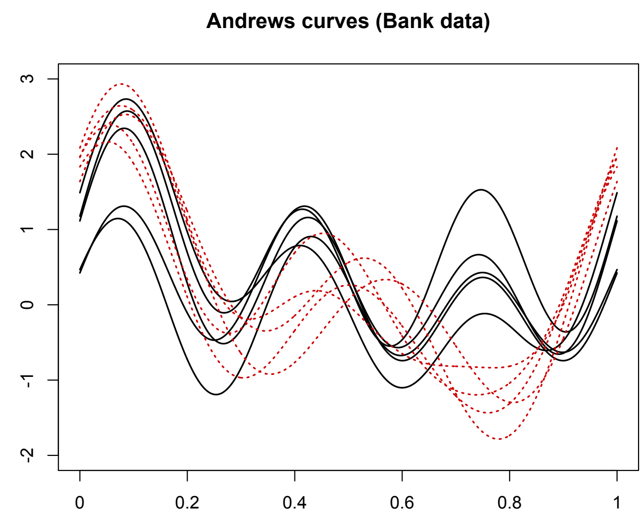

Figura J

a billetes verdaderos y $x_{101}, \dots, x_{105}$ corresponden a billetes falsos. En la figura J podemos ver que las curvas con línea punteada en color rojo guardan un comportamiento que las distingue de las demás, no obstante no es muy evidente la separación en dos grupos

Para esta figura el color negro corresponde a billetes verdaderos y el rojo corresponde a billetes falsos.

Como sabemos que la componente X_6 contiene información para separar dos grupos en los datos, procedemos a graficar las curvas de Andrews de los vectores

$$x_i' = (X_6, X_5, X_4, X_3, X_2, X_1)$$

La figura K muestra $f_{96}'(t), \dots, f_{105}'(t)$

Apreciación subjetiva: La segunda gráfica resulta más difícil de interpretar. En la primer gráfica X_6 está asociada a frecuencias altas, según parece, esto se refleja en el hecho de

```
# --------------------------------------------------------------------
# Description:  MVAandcur2 computes Andrew`s Curves for the observations
#               96-105 of the Swiss bank notes data (bank2.dat).
#               Here we changed the order of the variables.
# --------------------------------------------------------------------
# Output:       Plot of Andrew`s Curves for the observations
#               96-105 of the Swiss bank notes data.
# --------------------------------------------------------------------

rm(list=ls(all=TRUE))
graphics.off()

#install.packages("tourr")
library(tourr)
install.packages("matlab")
library(matlab)

# Load data
# The data file should be located in the same folder as this Qlet
# Set the R working directory to this directory using setwd()
# setwd("C:/...")       # set working directory if windows
# setwd("/Users/...")   # set working directory if mac
data = read.table("SwissBank 1.txt")

   x = data[96:105,]
   y = NULL
   i = 1

   while(i <= 6){
    z = (x[,i]-min(x[,i]))/(max(x[,i])-min(x[,i]))
    y = cbind(y,z)
    i = i+1}

  y = fliplr(y) # change the order

Type = c(rep(1,5), rep(2,5))
f = as.integer(Type)
#grid <- seq(0, 2*pi, length = 1000)
grid = seq(0,1,length=1000)

plot(grid, 2*pi*andrews(y[1, ])(2*pi*grid), type = "l", lwd = 1.5, main = "Andrews curves (Bank data)",
     axes = FALSE, frame = TRUE, ylim = c(-2, 3), ylab = "", xlab = "")

for (i in 2:5){
lines(grid, 2*pi*andrews(y[i,])(2*pi*grid), col="black",lwd=1.5)
}
for (i in 6:10){
   lines(grid, 2*pi*andrews(y[i,])(2*pi*grid), col="red3",lwd=1.5,lty="dotted")
   }

axis(side = 2, at = seq(-2, 3, 1), labels = seq(-2, 3, 1))
axis(side = 1, at = seq(0, 1, 0.2), labels = seq(0, 1, 0.2))
```

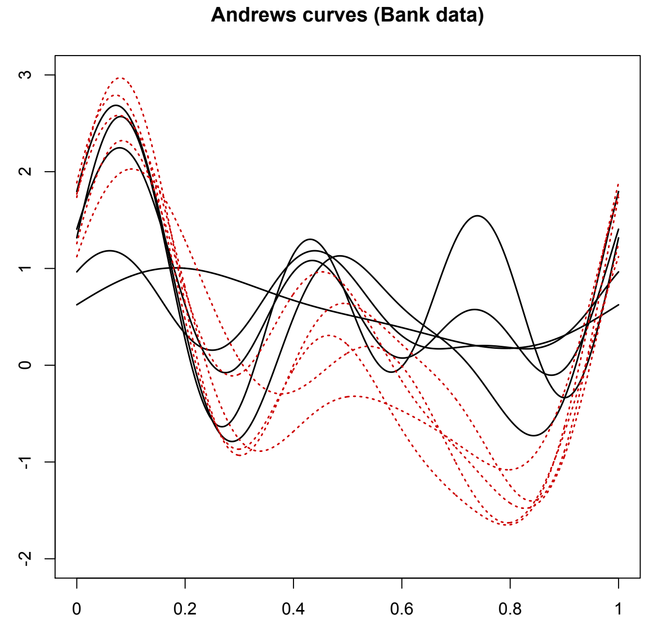

Figura K

de que las curvas negras oscilan en forma similar (seis cambios de concavidad) pero en forma diferente a la oscilación que presentan las curvas rojas. (4 cambios de concavidad). En la segunda figura X_6 esta asociada al término constante, hay dos curvas negras que ya no tienen la misma oscilación que las otras (curvas negras). Si en esta gráfica no se hubieran asignado colores, sería muy difícil proponer grupos.

Para este tipo de gráficas (las curvas de Andrews) se espera que un outlier en alguna componente de $X = (X_1, \ldots, X_p)$ se refleje en que una curva tendrá un comportamiento muy diferente al resto de las curvas. Si hay subconjuntos de curvas que son similares, estos agrupamientos se pueden usar para hacer grupos en los datos $x_1, \ldots, x_n$. Se sugiere usar la metodología conocida como "Componentes Principales", para encontrar un orden adecuado de las componentes de X y luego