de lo anterior tenemos que

$$\sum_{j=1}^{p} r^2_{X_iY_j} = \sum_{j=1}^{p} g^2_{ij}\left(\frac{l_j}{\hat{\Sigma}_{ii}}\right) = \frac{\sum_{j=1}^{p} g^2_{ij}\, l_j}{\hat{\Sigma}_{ii}}$$

$$= \frac{\hat{\Sigma}_{ii}}{\hat{\Sigma}_{ii}} = 1 \, .$$

nuevamente podemos interpretar $r^2_{X_iY_j}$ como "la proporción de la varianza de de X_i explicada por la j-ésimo componente principal Y_j".

Para incorporar este análisis en una gráfica, podemos graficar las parejas ordenadas $(r_{X_iY_1}, r_{X_i,Y_2})$; $i=1,2,\ldots,p$ en el plano. Dadas las observaciones arriba, tenemos que $r^2_{X_iY_1} + r^2_{X_iY_2} \leq 1$, de forma que las parejas $(r_{X_iY_1}, r_{X_iY_2})$ yacen dentro del círculo de radio 1 en el plano. La **figura** E muestra estas parejas para los datos de los billetes del banco Suizo.

Ahí observamos que para las variables X_4 X_5 y X_6 las correspondientes parejas $(r_{X_i,Y_1}, r_{X_iY_2})$ estan más cercanas a la frontera del círculo unitario $(r^2_{X_iY_1} + r^2_{X_iY_2} \approx 1)$, siguiendo el razonamiento antes descrito concluimos que Y_1 y Y_2 están muy correlacionadas[1] con X_4, X_5 y X_6, pero no lo están al mismo grado con X_1, X_2 y X_3.

De la figura E, la correlación r_{X_6,Y_1} es negativa, la correlación r_{X_6,Y_2} es negativa y ambas son grandes, pero la correlación r_{X_4,Y_1} es positiva y la correlación r_{X_4,Y_2} es negativa, siendo ambas grandes. Esta información coincide con lo que teníamos

(1) La varianza de X_4, X_5 y X_6 esta bien explicada por Y_1 y Y_2.

observado antes: el coeficiente de x_6 en en y_1 es negativo y su magnitud grande (página 41), asimismo el coeficiente de x_4 es positivo (ecuación para y_1, página 41) y su magnitud es grande. En otras palabras y_1 es básicamente determinado por la diferencia entre x_4 y x_6.

En forma análoga r_{x_6,y_2} y r_{x_4,y_2} son negativos y grandes(1) (en comparación con r_{x_1,y_2}, r_{x_2,y_2} y r_{x_3,y_2}), así en la ecuación para y_2 en la página 41, los coeficientes de x_4 y x_6 son negativos y de magnitud mayor a los coeficientes de x_1, x_2 y x_3. Como r_{x_5,y_2} es positivo y su magnitud (en comparación con la de r_{x_1,y_2}, r_{x_2,y_2} y r_{x_3,y_2}) es grande

(1) Su magnitud es grande

observamos que en la ecuación para y_2 en la pagina 41 el coeficiente para X_5 es positivo y su magnitud es mayor que la de los coeficientes de X_1, X_2 y X_3.

Se confirma entonces que y_2 queda explicada por la diferencia entre el ancho del borde superior del billete y la suma de: el ancho del borde inferior y la longitud de la diagonal en los billetes.

		$r_{x_i y_1}$	$r_{x_i y_2}$	$r^2_{x_i y_1} + r^2_{x_i y_2}$
longitud	X_1	-0.201	0.028	0.041
ancho izquierda	X_2	0.538	0.191	0.326
ancho derecho	X_3	0.597	0.159	0.381
borde inf	X_4	0.921	-0.377	0.991
borde sup.	X_5	0.435	0.794	0.820
diagonal	X_6	-0.870	-0.410	0.926

El porcentaje de la varianza de X_1, X_2 y X_3 explicado por y_1 y y_2 es pequeño (las correlaciones $r_{x_i y_1}$ y $r_{x_i y_2}$ $i=1,2,3$ no tienen magnitud grande. De aquí que los coeficientes de x_1, x_2 y x_3 en las ecuaciones para y_1 y y_2 de la página 41 no son grandes (su magnitud no es grande) comparados con los coeficientes de x_4, x_5 y x_6. Estas observaciones explican la figura G (panel superior a la izquierda), nosotros ya habíamos observado que X_6 muestra dos subconjuntos (verdaderos ó falsos) en los billetes pero además en la figura D[1] se hace aparente que tambien X_5 es importamte. Pero la discusión de arriba nos dice que y_1 y y_2 dependen de X_4, X_5 y X_6 (no tanto de X_1, X_2 y X_3)

(1) Página 19 de las notas sobre métodos gráficos. Diagramas de dispersión.