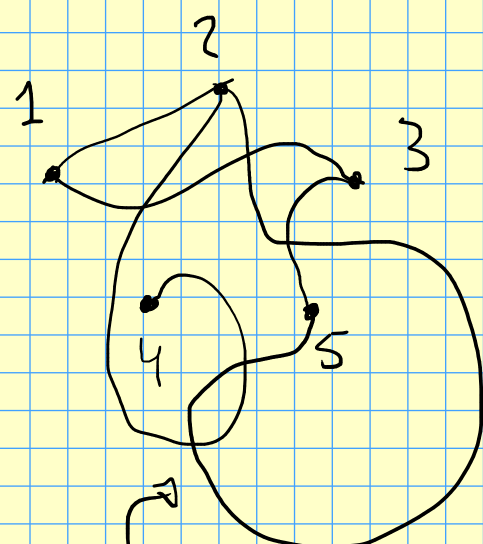
Teoría de gráficas.

Def. Una gráfica consiste de un conjunto V de vértices y un conjunto E de aristas de modo que E consiste de parejas no ordenadas de elementos de V.

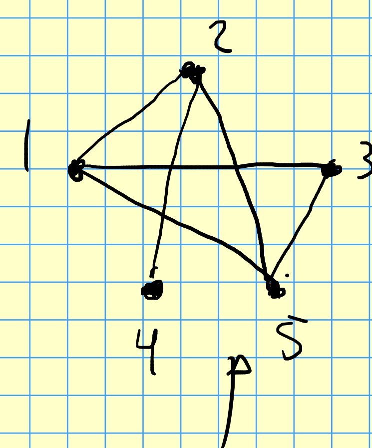
Ejemplo $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$E = \{\{1,2\}, \{4,2\}, \{3,5\}, \{1,5\}, \{2,5\}, \{1,3\}\}$$

Podemos hacer diagramas para representar esta información.



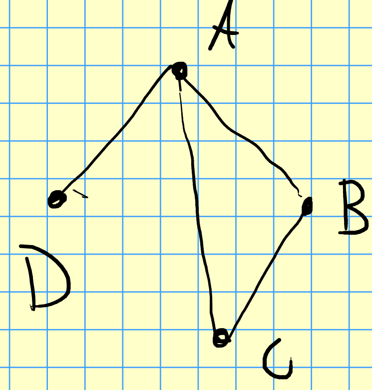
Muy complicado



Más fácil de entender

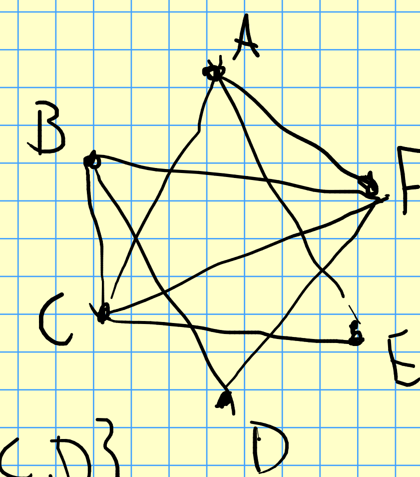
Usualmente al # de aristas le llamamos m y al número de vértices le llamamos n.

<u>Def.</u> Diremos que dos vértices u, v son <u>vecinos</u> si $\{u, v\}$ es una arista.



<u>Ej.</u> A es vecino de B, pero B no es vecino de D.

<u>Def.</u> Definimos a la <u>vecindad</u> de un vértice v como el conjunto de sus vecinos. A la cardinalidad de la vecindad de v le llamo el <u>grado de v</u>.

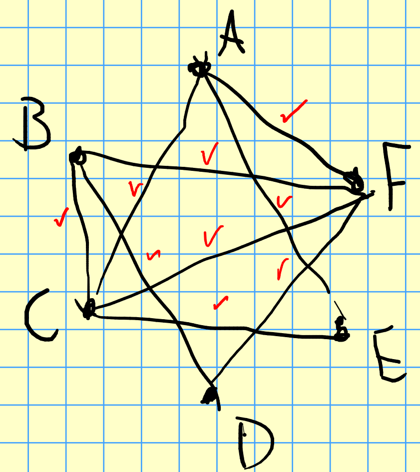


<u>Preg.</u>
- ¿Qué vértice en la gráfica tiene mayor grado?
- ¿Cuál es la vecindad de F? $N(F) = \{A, B, C, D\}$.
- ¿Cuál es el conjunto más grande que puedes encontrar de vértices tal que no sean vecinos entre ellos?

Teo. Sea G una gráfica con $V=\{v_1,v_2,\dots,v_n\}$ y E sus aristas.

$$2|E| = \sum_{i=1}^{n} \text{grado}(v_i).$$

Ejemplo



$2+2+3+3+4+4 = 18$

$\#\text{aristas} = 9.$

Dem. · Contemos cuantas aristas hay de acuerdo a sus vértices.

· Cada arista tiene dos vértices, entonces contribuye en 2 a los grados de cada uno de sus extremos.

· Como eso sucede para cada arista, se tiene el resultado.

$\square$

Corolario En cualquier gráfica G la cantidad de vértices de grado impar es par.