

Práctica 5: Método de la Transformada Inversa para V.A. Continuas

PASE

Octubre 2021

1 El método de la transformada inversa

Sea \mathbf{X} una variable aleatoria continua con función de distribución F . Para simular una realización de \mathbf{X} se puede hacer lo siguiente:

1. Generar un número aleatorio $\mathbf{U} \sim \text{Uniforme}(0,1)$
2. Tomar $\mathbf{X} = F^{-1}(\mathbf{U})$

2 Weibull

La variable aleatoria Weibull tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x; \lambda, k) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} \exp \left\{ - \left(\frac{x}{\lambda}\right)^k \right\};$$

su función de distribución de probabilidad es:

$$F(x; \lambda, k) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{x}{\lambda}\right)^k \right\}.$$

3 Pareto

La variable aleatoria Pareto tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x; a, b) = \frac{ab^a}{(b+x)^{a+1}};$$

su función de distribución de probabilidad es:

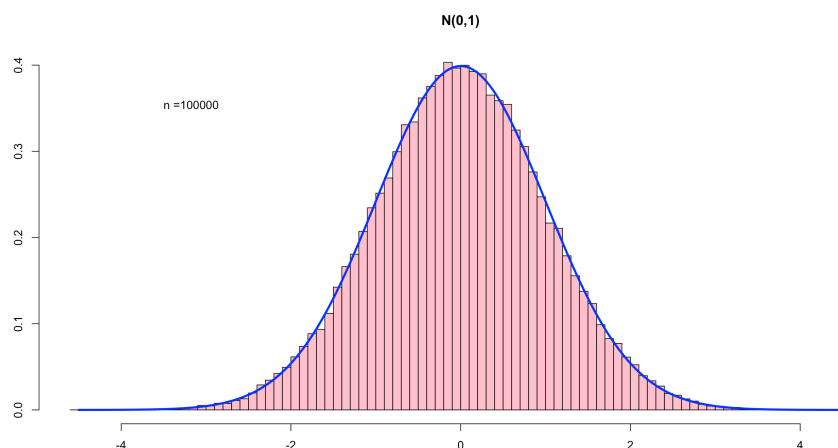
$$F(x; a, b) = 1 - \left(\frac{b}{b+x}\right)^a.$$

4 Ejercicios

Para esta práctica deberán utilizar el método de la transformación inversa para simular variables $\text{Weibull}(1,5)$ y $\text{Pareto}(10,3)$.

En un archivo **PDF** agreguen el procedimiento para encontrar la función F^{-1} para cada caso.

También deberán agregar tres histogramas para cada variable, que corresponderán a tomar un mayor número de uniformes. Usar $n = 100$, $n = 1000$, $n = 100000$, y comparar estos histogramas con la función de densidad teórica. Por lo tanto su reporte deberá tener seis gráficas como la siguiente:



Para esta figura hay que usar `hist()` con el parametro `probability = TRUE`, `par()` con el parámetro `new = TRUE` que permite superponer gráficas y el comando `lines(x,f(x))`, agregará la curva de la densidad dada por f .

Para esta figura hay que tomar en cuenta el soporte, y generar correctamente la x .

Agregar un breve comentario que explique en que situaciones se utilizan estas variables, y finalmente un comentario que explique por que la implementación de este algoritmo sería ineficiente para generar la variable aleatoria $\text{Normal}(\mu, \sigma^2)$.

Nota: No olviden poner el número de alumno en Moodle, y si desean poner su nombre que sea empezando por el apellido paterno pues así esta en la lista.