

# Práctica 13

PASE

Noviembre 2021

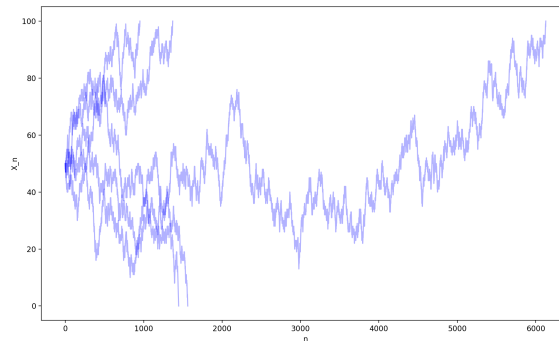
## 1 Problema de la ruina

Supongamos que existe un juego justo entre dos jugadores, basado en volados. El jugador  $A$  empieza con  $M$  pesos, el jugador  $B$  tiene crédito y, así, no se puede quedar sin dinero. Los jugadores apuestan un peso cada uno; de modo que si el jugador  $A$  gana, obtiene un peso de ganancia, y si no, pierde un peso.

Se dice que el juego llega a la ruina si el jugador  $A$  se queda sin dinero. El problema de la ruina suele **simplificarse** de la siguiente forma: el juego se detiene si el jugador  $A$  se queda sin dinero o si logra doblar la cantidad de dinero que tenía al principio del juego.

## 2 Ejercicios

1. El juego descrito en la sección anterior ¿Es un juego justo? (¿cómo definirías un juego justo?)
2. Simula el juego que se expuso en la sección anterior, el capital inicial  $M$ , del jugador  $A$ , debe ser un *input*. Grafica cinco ejecuciones con  $M = 50$ . Debe verse como en la figura de abajo.



3. Realiza una simulación de los tiempos de paro  $\tau_s$  para llegar a la ruina o a ganar  $2M$ , comenzando con un capital de  $X_0 = M$ :

$$\tau_s = \min\{n \geq 1 : X_n \in \{0, 2M\}\}.$$

y completa la siguiente tabla con  $E[\tau_s]$  para los siguientes valores (obtén los promedios de  $K$  de estas simulaciones); puedes reducir los valores de  $K$  si es necesario.

	$K = 100$	$K = 200$	$K = 400$
$M = 20$			
$M = 40$			
$M = 80$			
$M = 150$			

4. Realiza una simulación de los tiempos de paro  $\tau_r$  para llegar a la ruina, comenzando con un capital de  $X_0 = M$ :

$$\tau_r = \min\{n \geq 1 : X_n = 0\}.$$

y completa la siguiente tabla con  $E[\tau_r]$  para los siguientes valores (obtén los promedios de  $K$  de estas simulaciones); puedes reducir los valores de  $K$  si es necesario.

	$K = 100$	$K = 200$	$K = 400$
$M = 20$			
$M = 40$			
$M = 80$			
$M = 150$			

5. Compara los resultados de las dos tablas. ¿La probabilidad de ganar el juego depende de la cantidad inicial de capital, en qué forma?

Nota: Para esta práctica pueden utilizar Python y el módulo *multiprocessing*. No olviden anexar el código en formato .r o .py, poner el número de alumno en Moodle, y si desean poner su nombre que sea empezando por el apellido paterno pues así está en la lista.