

Práctica 6: Método de Aceptación Rechazo

PASE

Octubre 2020

1 El método

Sea X una variable aleatoria con función de densidad f definida en $[a, b]$, sea $c := \sup\{f(x) : x \in [a, b]\}$

Podemos generar una realización de $X \sim f$ con los siguientes pasos:

1. Generar un número aleatorio $X \sim \text{Uniforme}(a, b)$
2. Generar $Y \sim \text{Uniforme}(0, c)$
3. Si $Y \leq f(X)$ regresa X , si no vuelve al paso 1.

2 Beta

La variable aleatoria Beta tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)} \mathbb{1}_{0 \leq x \leq 1}$$

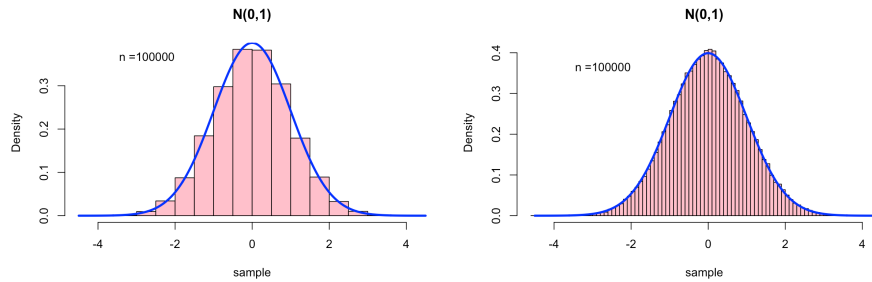
Donde $\mathbb{1}$ es la función indicadora y $B(\alpha, \beta)$ es la función Beta que tiene la siguiente propiedad:

$$B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + \beta)}$$

3 Ejercicios

Para esta práctica deberán utilizar el método de aceptación rechazo para simular variables Beta(2,2) y Beta(2,5)

De la misma manera que su práctica 5 deberán agregar a su reporte un histograma y su función de densidad. Escojan un n y el parámetro *break* de manera adecuada (figura de la derecha).



Tambien deberán estimar el número de iteraciones promedio que hay que realizar para poder simular n variables Beta, esta información debe reportarse con una gráfica, en el eje x pongan el número de variables Beta que se deseaba simular y en el eje y , el número promedio de iteraciones.

Probar con 7 valores distintos de n , por ejemplo, 10,100,200,500,1000,2000,3000. ¿Cuál crees que sea la complejidad del Algoritmo?

Finalmente agregar un breve comentario que explique que restricciones hay que poner sobre α, β para que $f(x; \alpha, \beta)$ este bien definida. Y ¿A variable aleatoria se reduce la $Beta(\alpha, \beta)$ cuando $\alpha = 1, \beta = 1$?

Notas:

La función $beta(\alpha, \beta)$ ya esta implementada en R y pueden usarla, pero la densidad si tienen que programarla(aunque ya este implementada).

Para la parte de las iteraciones promedio durante la clase prueben con n pequeñas, pero para hacer el reporte usen n grandes.

No olviden poner el número de alumno en Moodle, y si desean poner su nombre que sea empezando por el apellido paterno pues así esta en la lista.