

Práctica 8: Ley de los grandes números

PASE

Octubre 2021

A continuación dos versiones de la ley de los grandes números:

1 Versión débil

Teorema. (Ley débil de los grandes números)

Sean X_1, X_2, \dots variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (iid) con media μ . Entonces

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \xrightarrow{p} \mu$$

2 Versión fuerte

Teorema. (Ley fuerte de los grandes números)

Sean X_1, X_2, \dots variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (iid) con media μ . Entonces

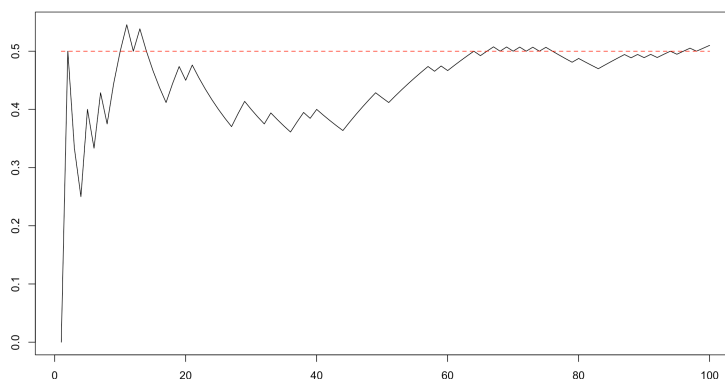
$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \xrightarrow{c.s.} \mu$$

Observación: La *ley débil* establece la convergencia en probabilidad y la *ley fuerte* dice que la convergencia es casi segura (c.s). La ley fuerte implica la ley débil.

3 Ejercicios

3.1 Tiempo de Convergencia

Considera las variables $Bernoulli(p)$ y $Pareto(a, b)$. Realiza con parámetros de tu elección y con $N = 100, 1000$, una gráfica de los promedios parciales; agrega también una línea punteada en $y = \mu$. Como la siguiente figura:



Para una $Bernoulli(0.5)$, ¿Con qué n , el error absoluto es menor $1e - 5$? Para una $Pareto(1.98, 6)$ ¿Con qué n , el error absoluto es menor $1e - 3$?

¿A qué crees que se debe que la Pareto tarda más en converger?

3.2 Estimación

Se tiran 7 dados idénticos, justos e independientes.

Sea X la suma de los dados.

Usen la Ley de los Grandes Números para estimar $P(X = k)$, $7 \leq X \leq 42$

¿Cómo aseguras que tu aproximación es buena?

Nota: No olvides poner el número de alumno en Moodle, y si desean poner su nombre que sea empezando por el apellido paterno pues así está en la lista.