

Práctica 12: Introducción a Cópulas

PASE

Octubre 2021

1 Algoritmo de Cuadras-Augé

La cópula de Cuadras-Augé con parámetro $\theta \in (0, 1)$ está dada por

$$C(u, v) = \min(u, v) \max(u, v)^{1-\theta}.$$

El siguiente algoritmo genera pares de variables (U, V) con distribución dada por la cópula de Cuadras-Augé. Define

$$H(w, v; \theta) = \begin{cases} \frac{w}{1-\theta} v^\theta & \text{si } w < (1-\theta)v^{1-\theta} \\ v & \text{si } (1-\theta)v^{1-\theta} \leq w < v^{1-\theta} \\ w^{1-\theta} & \text{si } w \geq v^{1-\theta} \end{cases}$$

1. Para $\theta \in (0, 1)$. Genera de manera independiente W, V uniformes $(0, 1)$
2. Define $U = H(W, V; \theta)$
3. Regresa U, V

2 Ejercicios

1. Para cada valor de $\theta = 0, 0.1, 0.3, 0.85, 0.9$:
 - (a) Simula Variables 1000 aleatorias (U, V) con el algoritmo de Cuadras-Augé y verifica que las marginales de (U, V) son uniformes en $(0, 1)$.

- (b) Utilizando los datos anteriores, grafica (X, Y) con $X = -\log(U)$ y $Y = -\log(V)$.
 - (c) Verifica empíricamente que las marginales de X y Y tienen distribución exponencial.
2. Finalmente describe el procedimiento para realizar la simulación de tres variables aleatorias, usando una cópula $C(u_1, u_2, u_3)$.

Nota: No olviden anexar el código en formato .r, poner el número de alumno en Moodle, y si desean poner su nombre que sea empezando por el apellido paterno pues así está en la lista.