Transformada de Fourier

Gabriel Alexander Valdivia Medina, Giulia Alexa Naval Fernandez, Rodrigo Alonso Torres Sotomayor

Universidad Católica San Pablo, Arequipa.

Abstract

Este trabajo está orientado en presentar la Tranformada de Fourier(TF), explicar su funcionamiento, capacidades y versiones, así como proponer un algoritmo en el lenguaje de programación C++ para su uso práctico. Se implementará una aplicación típica del algoritmo a modo de ejemplificación de lo que se puede lograr con este.

Keywords: Polynomial, solution, degree of a polynomial, linear, quadratic, quadratic formula, roots, cubics, quartics

1. La Serie de Fourier

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_ix^i$$

It will return 0 no matter what. Since it returns 0 for any given value of x, it has infinite solutions.[**?**]

2. Transformada de Fourier

La transformada de Fourier nos permite, entre muchas cosas, cambiar la forma en la que miramos una señal o potencia, pasando de mirar su comportamiento en base de tiempo a verla en base a su frecuencia.

Se relaciona con la Serie de Fourier, ya puede representar todas las amplitudes de las curvas encontradas en esta serie.

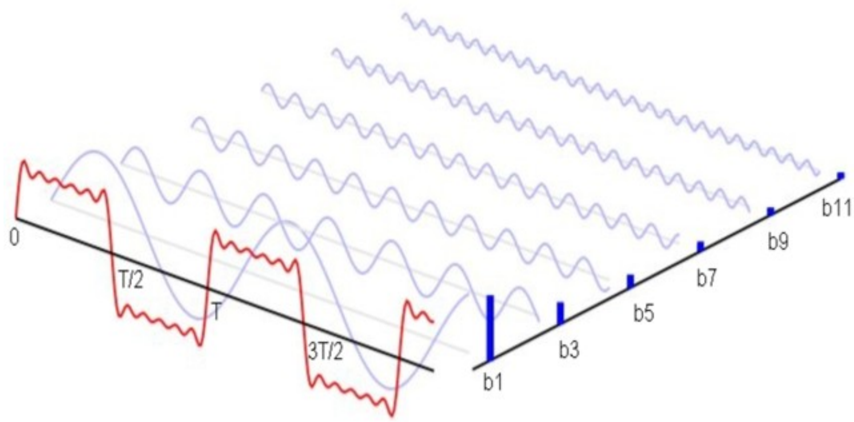

Figura1. En rojo, la señal recibida. En azul intenso, la transformada de Fourier. En morado, las series de Fourier. Fuente: wikimedia commons.

La transformada se halla con el producto interno entre la señal recibida y una exponencial compleja de frecuencia fija:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \cdot e^{-2\pi i f t} dt \tag{1}$$

Donde $X(t)$ es la señal en base tiempo definida, $X(f)$ la vista en base frecuencia que se busca. El cambio más común es de tiempo a frecuencia, pero no es el único que la transformada puede manejar.

2.1. Ejemplo 1

Hallaremos la transformada de la siguiente función:

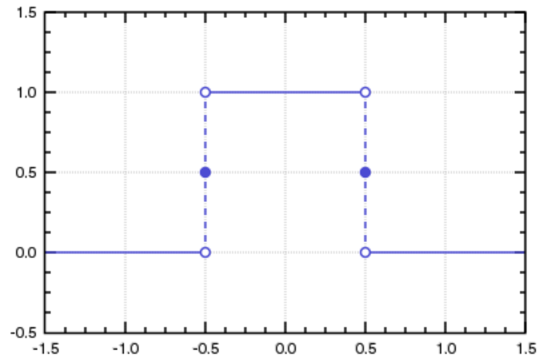

Figura 2. Función rectangular, función cajón, o pulso unitario.

Para hallar la transformada de una función por partes, se hallan las transformadas de las partes por separado:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{-0.5} rect(t) \cdot e^{-2\pi i f t} dt + \int_{-0.5}^{0.5} rect(t) \cdot e^{-2\pi i f t} dt + \int_{0.5}^{\infty} rect(t) \cdot e^{-2\pi i f t} dt$$

Sin embargo, dado que $rect(t)$ es igual a 0 tanto en la primera como en la tercera parte, nos quedamos sólo con la transformada del medio.

$$X(f) = \int_{-0.5}^{0.5} 1 \cdot e^{-2\pi i f t} dt$$

Desarrollamos la integral:

$$X(f) = [\frac{e^{-i2\pi f t}}{-i2\pi f}]_{-0.5}^{0.5}$$

$$X(f) = \frac{e^{-i\pi f} - e^{i\pi f}}{-2\pi f i}$$

Por teoría de números complejos, sabemos que las funciones *sen* y *cos* se relacionan con las funciones exponenciales de la forma:

$$cos(\theta) = \frac{1}{2}(e^{+i\theta} + e^{-i\theta}) \tag{2}$$

$$sen(\theta) = \frac{1}{2i}(e^{+i\theta} - e^{-i\theta}) \tag{3}$$

Entonces, pordemos acomodar nuestra ecuación para que satisfaga alguna:

$$X(f) = \frac{-e^{-i\pi f} + e^{i\pi f}}{2i} \cdot \frac{1}{\pi f}$$

$$X(f) = \frac{sen(\pi f)}{\pi f}$$

$$X(f) = sinc(\pi f)$$

3. Tranformada Inversa de Fourier

4. Algoritmo Cooley-Tukey

5. Algoritmo ...

6. Comparación de algoritmos

7. Aplicación Práctica: manipulación de audios usando la transformada de Fourier

8. Aplicación Práctica: procesado de imágenes usando la transformada de Fourier

Apéndice

A field is a set on which the binary operations $+$, $-$, $\times$ and $\div$ are defined. Besides integral fields, there are other fields where polynomials will behave differently and a polynomial with finite terms and of a finite degree can also have infinite solutions.

Bibliography