

논리와 증명, 12번

문제: n^2 이 3의 배수이면 n 은 3의 배수임을 증명

풀이: 대우를 이용한 증명을 한다.

↳ n 이 3의 배수가 아니면, n^2 은 3의 배수가 아니다.

$n = 3n-1, 3n-2 \Rightarrow$ 둘다 3의 배수가 아닌 경우

① $n = 3n-1$

$$n^2 = 9n^2 - 6n + 1$$

$$= 3(3n^2 - 2n) + 1$$

\Rightarrow 3의 배수 이 1을 더하여 3의 배수가 아니다.

② $n = 3n-2$

$$n^2 = 9n^2 - 12n + 4$$

$$= 3(3n^2 - 4n + 1) + 1$$

\Rightarrow 3의 배수 이 1을 더하여 3의 배수가 아니다.

\therefore 둘다 3의 배수가 아니며, 이것을 대우를 만족

따라서 주어진 명제는 참이다.

수와 표현, 41번

문제: $x = \log_a b^z$ 일 때 x 를 2를 밑으로 하는 로그식으로 표현

풀이: \log 의 성질을 활용한다. (밑변환 공식)

$$\log_2 x = \frac{\log_2 b^z}{\log_2 a} = \frac{\log_2 b + \log_2 z}{\log_2 a}$$

집합과 조합론, 16번

문제 : 52개 카드에서 5개 카드 조합을 만들 때
숫자가 같은 카드가 한 쌍도 없는 경우

풀이 : $\binom{13}{5} \cdot \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}_{\text{5개의 카드 경우의 수}} = \frac{13!}{8! \cdot 5!} \cdot 4^5$
13개 수 중 5개를 뽑고 큰 곱해준다. $= 1,317,688$