

## 大物 II (下) 公式 by gMr

---



# 恒定磁场

## 毕萨定理

- $$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

真空磁导率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N \cdot A^{-2}$

## 常见电流形式

- 导线

- 直导线

- $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$

- 无限长直导线

- $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

若  $P$  在  $I$  延长线上则无磁场

- 载流圆线圈

- 完整圆环

- $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

- 一段圆弧

- $B = \frac{\mu_0 I}{2R} \cdot \frac{\phi}{2\pi}$

- 螺线管

$B = \mu n I$ ,  $n$  为单位长度线圈匝数

## 运动电荷

- $$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

## 磁场的高斯定理

- $$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

电流产生的磁感应线既没有起始点，也没有终止点，即磁场线既没有源头，也没有尾闾

证明磁场是无源场

## 安培环路定理

- 无磁介质

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_L I_i$$

- 有磁介质

$$\text{令 } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_L I_i$$

$$\text{且 } \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

证明磁场是有旋场

## 洛伦兹力

- $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

- $v$  和  $B$  垂直时

$$R = \frac{mv}{Bq}$$

$$T = \frac{2\pi m}{Bq}$$

## 安培力

- $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$

- 磁矩  $\vec{P}_m = IS\vec{e}_n$

- 磁力矩  $\vec{M}_m = \vec{P}_m \times \vec{B}$

## 电磁感应

### 磁通量

- $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$

- 全通量  $\Psi = N\Phi$

### 法拉第电磁感应定律

- $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

多匝时看做多个电源串联，所以乘  $N$

## 动生电动势

- $\varepsilon = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

## 感生电动势

- 感生电场的环路定理

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

自然界存在两种不同的电场：静电场、感生电场（涡旋电场）

静电场与感生电场比较	激发方式	环路定理	高斯定理	电场性质	电场线形状
	静止的电荷	$\oint_L \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{l} = 0$	$\oint_s \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{\text{内}} q_i$	保守场（无旋场），有源场	不闭合
	变化的磁场	$\oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \neq 0$	$\oint_s \vec{E}_i \cdot d\vec{S} = 0$	非保守场（有旋场），无源场	闭合

二者的唯一共性：都能对场中的电荷施以力的作用

## 自感

- $N\Phi = \Psi = LI$ ， $L$  为线圈自感系数，单位 H(亨利，Wb/a)
- $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$

## 互感

- $\Psi_{21} = MI_1, \Psi_{12} = MI_2$ ， $M$  为互感系数，单位 H(亨利，Wb/a)
- $\varepsilon_{21} = -M \frac{dI_1}{dt}, \varepsilon_{12} = -M \frac{dI_2}{dt}$

$\Psi_{21}$  表示是 1 对 2 的，即后面的对前面的。

## 电感储能公式

- $W = \frac{1}{2} LI^2$

## 磁场能量密度

- $w = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} BH$

# 麦克斯韦电磁场理论基础

- 位移电流

$$I_D = \frac{d\Phi_D}{dt} = \int_S \frac{d\vec{D}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

$$D = \varepsilon E$$

- 麦克斯韦方程组

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_{S_{\text{内}}} q_f$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$$

## 气体动理论

### 理想气体

- 状态方程

$$pV = \frac{M}{\mu} RT$$

普适气体常数  $R = 8.31 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

$M$  为气体质量,  $\mu$  为气体摩尔质量,  $\frac{M}{\mu}$  其实就是气体摩尔数

另一种形式:

$$\text{令 } n = \frac{N}{V}, k = \frac{R}{N_A}$$

$$p = nkT$$

$N$  为分子总个数,  $n$  为单位体积分子个数

玻耳兹曼常量  $k = 1.38 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1}$

- 压强公式

$$p = \frac{1}{3} nm \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_t}$$

其中  $\overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$  为 气体平均平动动能

- 温度的统计意义

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_t} \\ p &= nkT \end{aligned} \right\} \implies \overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT$$

- 标准状态

$$T_0 = 273.2 K, p_0 = 1.013 \times 10^5 Pa$$

# 能量按自由度分配的统计规律

- 能量按自由度均分定理

在温度为  $T$  的平衡态下，物质（气体、液体和固体）分子的每一个自由度都具有相同的平均动能，其值为  $\frac{1}{2}kT$

总自由度为  $i$  的分子： $\overline{\varepsilon_k} = \frac{i}{2}kT$

自由度表格：

分子种类	平动自由度 $t$	转动自由度 $r$	总自由度 $i = t + r$
单原子分子	3	0	3
刚性双原子分子	3	2	5
刚性三原子以上分子	3	3	6

注意，任何分子的平均平动动能都是  $\frac{3}{2}kT$

- 理想气体的内能

不考虑势能

$$E = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT = \frac{i}{2} pV$$

- 方均根速率

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

# 速率分布函数

- 定义

在速率  $v$  附近 **单位速率区间** 内的分子数占总分子数的 **百分比** 称为速率分布函数

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$$

$dN/N$  表示单个分子速率取值在  $v \sim v + dv$  区间内的概率

$f(v)$  表示单个分子速率取值在速率  $v$  附近单位速率间隔内的概率

# 麦克斯韦速率分布函数

- 三种特征速率

- 最概然速率

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

- 平均速率

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

### 3. 方均根速率

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

## 玻耳兹曼能量分布律

- 无外力场，动能分布的规律

$$f(\varepsilon_k) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \cdot \varepsilon_k^{1/2} \cdot e^{-\frac{\varepsilon_k}{kT}}$$

式子没 *dio* 用，玻耳兹曼分布与 **负指数因子**  $-\frac{\varepsilon_k}{kT}$  成正比，按照统计分布，分子总是 **优先占据低能量的状态**，即分子处于低能量状态的概率大。

- 有外力场

- 分子数密度按势能分布

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}}$$

- 分子数密度按高度分布

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}}$$

- 等温气压公式

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}}$$

## 气体分子平均碰撞频率及平均自由程

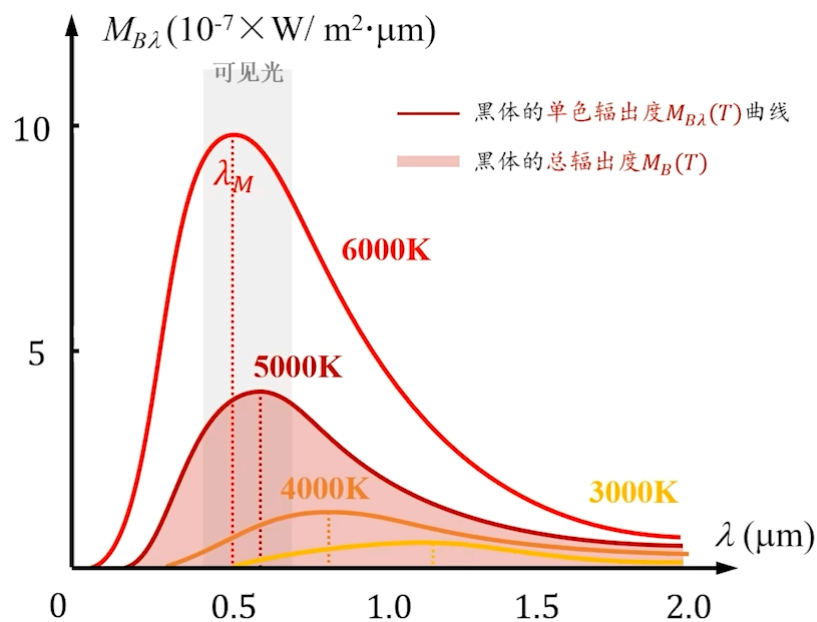
不知道考不考，待我先做一遍往年题。

疑似不考。那没事了。

## 量子力学

---

### 黑体



- 单色辐出度

$$M_\lambda(T) = \frac{dM_\lambda}{d\lambda}$$

- 辐出度

$$M_\lambda = \int_0^{+\infty} M_\lambda(T) d\lambda$$

- 斯特藩-玻耳兹曼定律

$$M_B(T) = \int_0^{+\infty} M_{B\lambda}(T) d\lambda = \sigma T^4$$

其中  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$

- 维恩位移定律

$$T\lambda_m = b, \quad \lambda_m \text{ 为峰值波长}$$

其中  $b = 2.897 \times 10^{-3} m \cdot K$

- 普朗克公式

- 能量量子假设

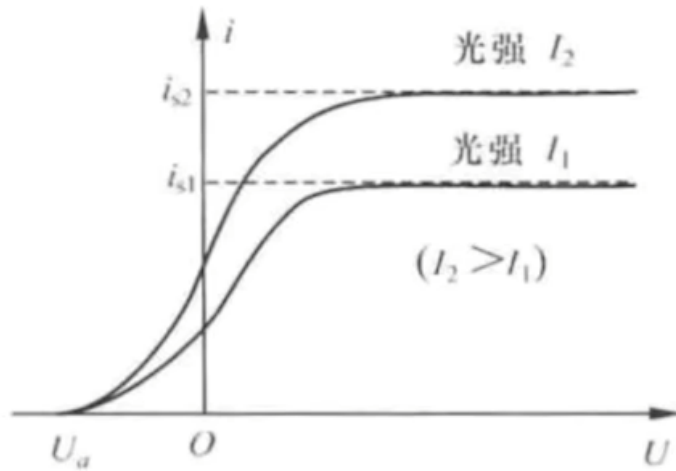
$$\varepsilon = h\nu$$

普朗克常数  $h = 6.63 \times 10^{-34} J \cdot s$

具体公式不会，不考，反正完美符合辐出度曲线



## 光电效应



- 饱和电流  $i_s$

$i_s \propto I$ ,  $I$  为光强

- 遏止电压  $U_a$

$$eU_a = \frac{1}{2}mv_m^2$$

与 **光强** 无关, 与光的频率  $\nu$  成线性关系

$$U_a = K\nu - U_0$$

- 截止频率  $\nu_0$  (红限频率)

$\nu < \nu_0$  时无光电效应发生

$$\nu_0 = \frac{U_0}{K}$$

- 瞬时响应

光照开始到发射光电子, 弛豫时间不超过  $10^{-9}s$

- 光的波粒二象性 (爱因斯坦光子理论)

- 光子能量

$$\varepsilon = h\nu$$

- 光子质量

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$$

- 光子动量

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

其中  $h$  为普朗克常量,  $c$  为光速,  $\nu$  为光波频率,  $\lambda$  为光波波长

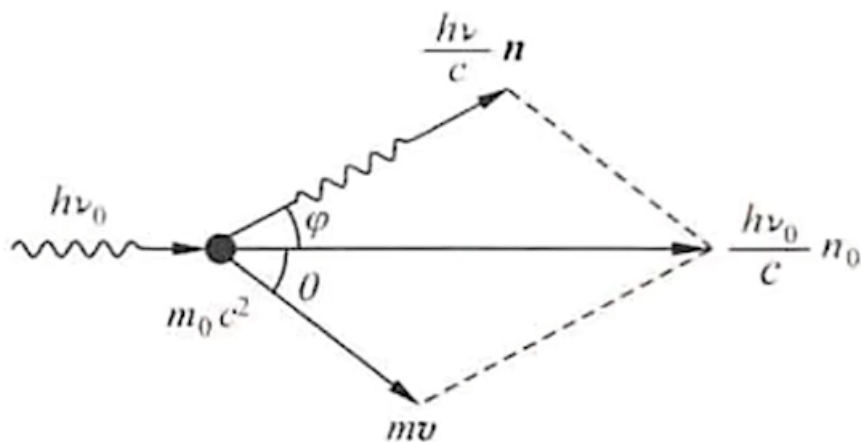
- 光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A$$

逸出功  $A = h\nu_0$ , 仅与材料有关

光电效应不遵守动量守恒, 遵守能量守恒

## 康普顿效应



- 康普顿效应

X射线经散射物质后发生散射，行进方向改变了  $\varphi$ ，但：

1. 散射光线包含波长为  $\lambda, \lambda + \Delta\lambda$  的两种射线，波长偏移量  $\Delta\lambda$  与物质无关，与角度  $\varphi$  有关
2. 不同散射物质只能引起散射线的组成差异，原子量越大的散射物质，原波长的光线越强，偏移波长的光线越弱

- 康普顿散射公式

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0c} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

康普顿效应遵守动量守恒和能量守恒

## 氢原子光谱

- 里德伯公式

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

其中里德伯常量  $R = 1.097 \times 10^{-7} m^{-1}$ ； $m$  为线系标识； $n$  为谱线标识， $n > m$

巴耳末系  $m = 2$

- 氢原子理论

1. **定态假设**：电子只能处于不连续的特定轨道上
2. **量子化条件**：电子的角动量只能取特定值的整数倍
$$L = mvr = n\left(\frac{h}{2\pi}\right), \text{ 其中 } \hbar = \frac{h}{2\pi} \text{ 为约化普朗克常量}$$
3. **频率条件**：电子在定态之间跃迁时才会发射一个光子或吸收一个光子

$$\nu = \frac{|E_n - E_m|}{h}$$

- 能量

基态能量  $E_1 = -13.6\text{eV}$

激发态能量  $E_n = \frac{E_1}{n^2}$

- 半径

$$r_n = n^2 r_1$$

## 实物粒子的波粒二象性

- 德布罗意波（物质波）

- $E = mc^2 = h\nu$

- $p = mv = \frac{h\nu}{v} = \frac{h}{\lambda}$

## 海森堡不确定性原理

由于波动性，粒子以一定的概率在空间出现——粒子在任一时刻不具有确定的位置。

- 坐标与动量不确定性

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

- 能量与时间不确定性

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

不确定量的含义：该量可能的 **上下限** 之差，计算时需要注意

## 波函数

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{r} \cdot \vec{p})} = \Psi_0 \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{r} \cdot \vec{p})\right]$$

$|\Psi(\vec{r}, t)|^2$  为概率密度，表示任一时刻  $t$  在空间某处单位体积内出现粒子的概率

- 波函数应满足的条件

1. 单值、有限、连续

2. 归一化条件

$$\iiint |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dx dy dz = 1$$

学不会一点，知道概率密度是平方应该就行了吧

## 薛定谔方程

这真的诗人学的????????

但是貌似只考一维无限深势阱

- 一维定态薛定谔方程

$$\frac{d^2 \Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi(x) = 0$$

不知道考不考，我选择背一下

- 一维无限深势阱

$$U(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ +\infty, & x = 0 \text{ or } x = a \end{cases}$$

$$\Psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}, & 0 < x < a \\ 0, & x \leq 0 \text{ or } x \geq a \end{cases}$$

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8ma^2}, \quad n = 1 \text{ 为基态能}$$

## 氢原子的量子理论

- 能量量子化

$$E_n = \frac{1}{n^2} E_1, (n = 1, 2, \dots, n) \quad (\text{主量子数})$$

- 角动量量子化

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar, (l = 0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (\text{角量子数})$$

- 角动量空间量子化

角动量  $\vec{L}$  在外磁场方向  $Z$  的投影

$$L_z = m_l \hbar, (m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l) \quad (\text{磁量子数})$$

电子的能量主要取决于 **主量子数**  $n$  , **角量子数**  $l$  决定了 电子绕核运动的角动量的大小, **磁量子数**  $m_l$  决定了电子绕核运动的角动量的  $z$  轴分量

根据我观察这边公式不考

## 电子自旋，四个量子数

- 电子自旋

电子除了轨道运动，还存在一种 **自旋运动**

- 电子自旋角动量大小

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar, (s = \frac{1}{2})$$

- $S$  在外磁场方向的投影

$$S_z = m_s \hbar, (m_s = \pm \frac{1}{2})$$

- 四个量子数

1. 主量子数  $n$

大体上决定了电子能量

**范围：正整数任选**

2. 角量子数  $l$

决定电子的轨道角动量大小，对能量有稍许影响

**范围：0 到  $n - 1$  任选**

3. 磁量子数  $m_l$

决定电子轨道角动量在外磁场方向上的分量

范围：0 到  $l$  任选，可正负

#### 4. 自旋磁量子数 $m_s$

决定电子自旋角动量在外磁场上的分量

范围： $\pm \frac{1}{2}$

公式好像也不需要，需要记的只有四个量子数的范围

## 原子系统的壳层结构

- 泡利不相容原理

一个原子中，不能有两个或两个以上的电子处于 **完全相同的量子态**，即不能具有一组 **完全相同的量子数** ( $n, l, m_l, m_s$ )

- 能量最小原则

原子处于正常状态时，每个电子都趋向占据可能的 **最低能级**

- 徐光宪定则

能级的高低由  $(n + 0.7l)$  的值来决定



愿 Einstein 和 Tesla 保佑大物高分捏