Künstliche Intelligenz selbst gemacht

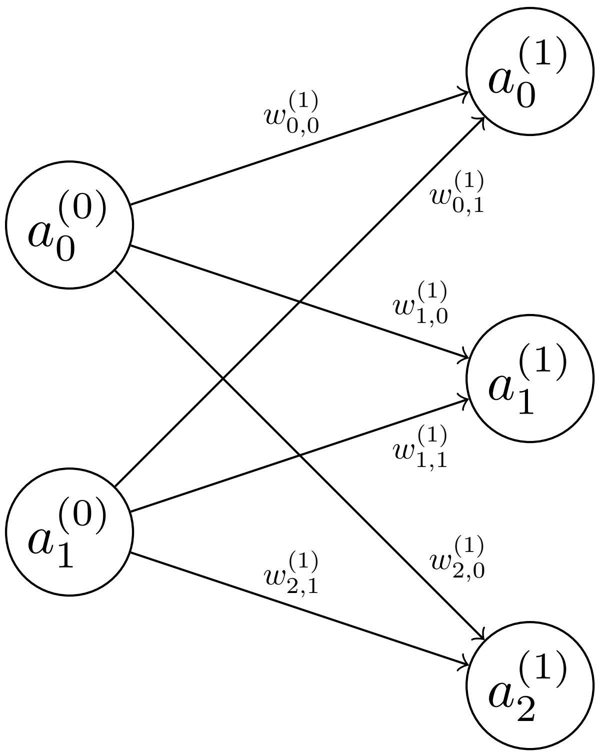
Ein neuronales Netz mit Python entwickeln

Notationen im neuronalen Netz

x_i	i-ter Eintrag im Inputvektor des Trainingsdatensatzes
$a_j^{(l)}$	Aktivierung des j-ten Neurons im Layer l
$b^{(l)}$	Bias im Layer l zum Links-Rechts-Shift der Aktivierungsfunktion
$w_{jk}^{(l)}$	Gewicht vom k-ten Neuron im Layer $l-1$ zum j-ten Neuron im Layer l
$z_j^{(l)}$	Gewichtete Summe aller eingehenden Neuronenaktivierungen im j-ten Neuron im Layer l
$\sigma^{(l)}$	Aktivierungsfunktion im Layer l
y_i	i-ter Eintrag im erwarteten Outputvektor des Trainingsdatensatzes

Aktivierungsfunktionen

Name	$f(x)$	$f'(x)$ **(1. Ableitung)**
Rectified Linear Unit	$ReLU(x) = \begin{cases} x & \text{wenn } x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	$ReLU'(x) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$
Sigmoid	$\sigma(x) = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$	$\sigma'(x) = \sigma(x) \cdot (1 - \sigma(x))$



$$A^{(1)} = \sigma^{(1)}\left(Z^{(1)}\right)$$

$$= \sigma^{(1)}\left(W^{(1)}A^{(0)}\right)$$

$$= \sigma^{(1)}\left[\begin{pmatrix} w_{0,0}^{(1)} & w_{0,1}^{(1)} \\ w_{1,0}^{(1)} & w_{1,1}^{(1)} \\ w_{2,0}^{(1)} & w_{2,1}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0^{(0)} \\ a_1^{(0)} \end{pmatrix}\right]$$

Die Kostenfunktion und ihre Ableitung

Squared Error Loss: $C = (A^{(l)} - Y)^2$

Ableitung:

$$\frac{\partial C}{\partial w_{jk}^{(l)}} = \frac{\partial C}{\partial a_j^{(l)}} \frac{\partial a_j^{(l)}}{\partial z_j^{(l)}} \frac{\partial z_j^{(l)}}{\partial w_{jk}^{(l)}}$$ 1

$$\frac{\partial z_j^{(l)}}{\partial w_{jk}^{(l)}} = \frac{\partial w_{jk}^{(l)} a_k^{(l-1)}}{\partial w_{jk}^{(l)}} = a_k^{(l-1)}$$ 2

$$\frac{\partial a_j^{(l)}}{\partial z_j^{(l)}} = \sigma^{(l)\prime}(z_j^{(l)})$$ 3

$$\frac{\partial C}{\partial a_j^{(l)}} = 2\left(a_j^{(l)} - y_j\right)$$ 4

$$\frac{\partial C}{\partial a_j^{(l)}} = \sum_{i=0}^{n^{(l+1)}-1} \left(\frac{\partial C}{\partial a_i^{(l+1)}} \frac{\partial a_i^{(l+1)}}{\partial z_i^{(l+1)}} w_{ij}^{(l+1)} \right)$$ 5

$$\frac{\partial C}{\partial w_{jk}^{(l)}} = \frac{\partial C}{\partial a_j^{(l)}} \frac{\partial a_j^{(l)}}{\partial z_j^{(l)}} \cdot a_k^{(l-1)} = \delta_j^{(l)} \cdot a_k^{(l-1)}$$ 6

$$\delta_j^{(l)} = \begin{cases} 2\left(a_j^{(l)} - y_j\right) \cdot \sigma^{(l)\prime}(z_j^{(l)}) & \text{für den Output-Layer} \\ \left(\sum_{i=0}^{n^{(l+1)}-1} \delta_j^{(l+1)} w_{ij}^{(l+1)} \right) \cdot \sigma^{(l)\prime}(z_j^{(l)}) & \text{für innere Layer} \end{cases}$$ 7

Anpassung der Gewichte

$$\Delta w_{jk}^{(l)} = -\eta \cdot \frac{\partial C}{\partial w_{jk}^{(l)}} = -\eta \cdot \delta_j^{(l)} \cdot a_k^{(l-1)}$$ 8