



TECHNISCHE UNIVERSITÄT
BERGAKADEMIE FREIBERG

Die Ressourcenuniversität. Seit 1765.

Interpolation

Projekt Einführung in die Geoinformatik

Annemarie Bär

Bjarne Jacobsen

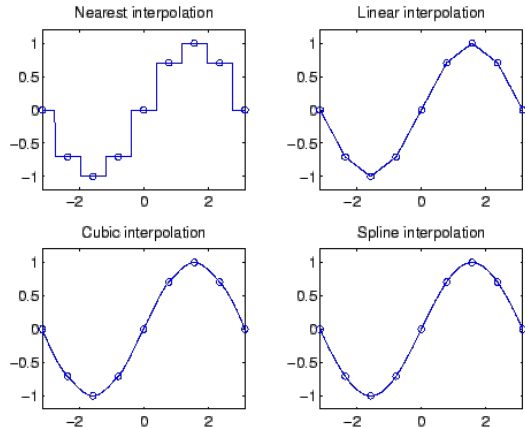
Lena Zimmermann

Gliederung

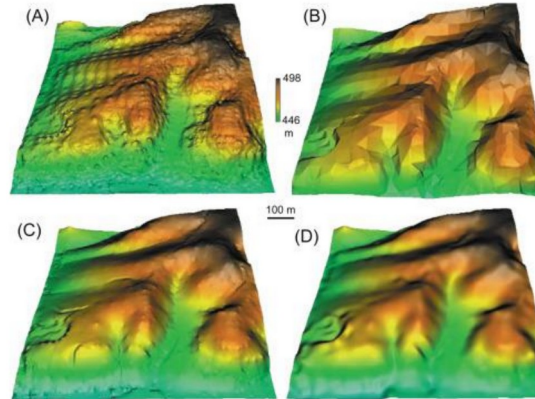
1. Was ist Interpolation?
2. Radiale Basisfunktion
3. Kriging
4. Variogramme
5. Implementierung und Beispiele in MATLAB

Was ist Interpolation?

- Abschätzen unbekannter Daten zwischen gemessenen Werten
- Funktionen oder Flächen



<https://ftp.tugraz.at/LV/kernbich/AppSoft-1/appsoft1/img372.gif>



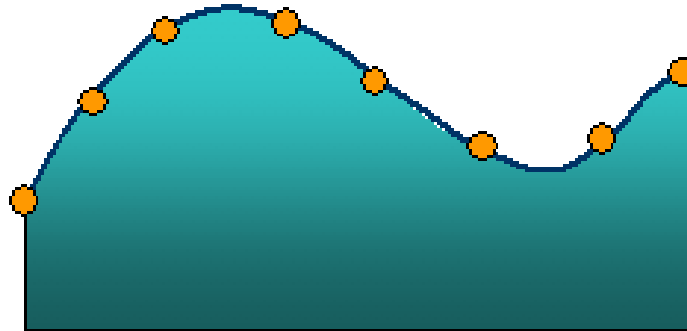
https://bildungsportal.sachsen.de/opal/g/PEEK_VIEW_WRAPPER--32227196930--9456742439238--1648006225572939012_global/Lecture_Notes_EinfG_L6.pdf

Radiale Basisfunktion

- Eigenschaften:
 - eindimensional
 - nicht gitterbasiert
 - exakt
- Ziel: glatte Oberfläche

Radiale Basisfunktion

Besonderheit:



<https://desktop.arcgis.com/de/arcmap/10.4/extensions/geostatistical-analyst/GUID-8027C5DF-191E-4EF4-9BD7-AE8DA7A1BBFC-web.gif>

Interpolation: Radiale Basisfunktion

Gewichtung

- mittels extra Parameter
- Lösen eines Gleichungssystems
- stark verschiedene Ergebnisse

Vorteile und Nachteil

- Gitterfreiheit
- Numerische Formulierung
- Raum ist datenabhängig
- lokale Extrema



Interpolation: Radiale Basisfunktion

Anwendung

- Geländeprofile
- angewandte Mathematik
- Neurowissenschaften



Interpolation: Kriging

Kriging

- Interpolationsverfahren der Geostatistik
- Berücksichtigung der räumlichen Varianz
- Bildung der gewichteten Summe der Daten:

Kriging

- Interpolationsverfahren der Geostatistik
- Berücksichtigung der räumlichen Varianz
- Bildung der gewichteten Summe der Daten:

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(s_i)$$

$Z(s_i)$ - gemessener Wert am i-ten Ort

λ_i - unbekannte Gewichtung für den am i-ten Ort gemessenen Wert

s_0 - vorhergesagter Ort

N - Anzahl der gemessenen Werte

Interpolation: Kriging

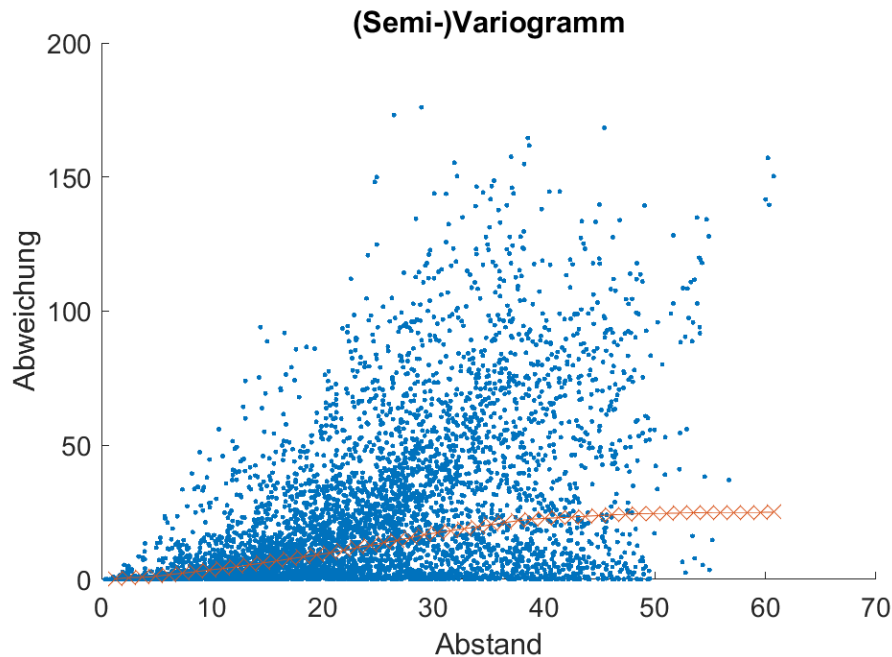
Kriging

- die Gewichte sind abhängig:
 - vom gewählten Modell
 - von der Entfernung zum vorhergesagtem Ort
 - von räumlichen Beziehungen der umliegenden Datenpunkte
- Kriging in zwei Schritten:
 1. Erstellen des Variogramms → räumliche Autokorrelation der Daten
 2. Vorhersage der unbekannten Werte → „Ordinary“ und „Universal“ Kriging

Variogramme

- sind Grundlage für Kriging
- Aussage über räumliche Beziehungen benachbarter Datenpunkte
- zeigen Ähnlichkeit der Datenpunkte in Abhängigkeit der Entfernung
- Stationarität wird vorausgesetzt
- Werte von Punktpaaren werden verglichen:
 - Bilden der quadrierten Differenz und Halbieren
 - Darstellen in Abhängigkeit der Distanz h der Punkte

Variogrammwolke



Formel

$$\gamma(h) = \frac{1}{N_h} \sum_{x_i - x_j = h} \frac{(Z(x_i) - Z(x_j))^2}{2}$$

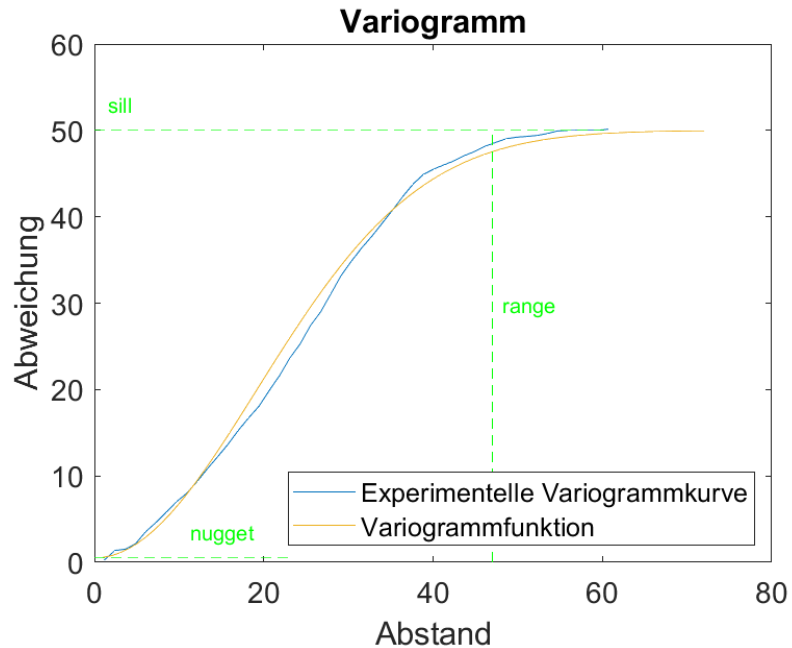
N_h - Anzahl der Punktpaare derselben Distanz

h - Distanz der Punkte

(x_i, x_j) - Punktpaare

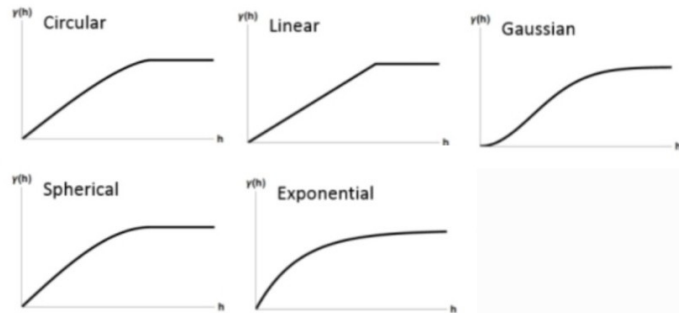
Z - Messwerte

Das empirische Variogramm



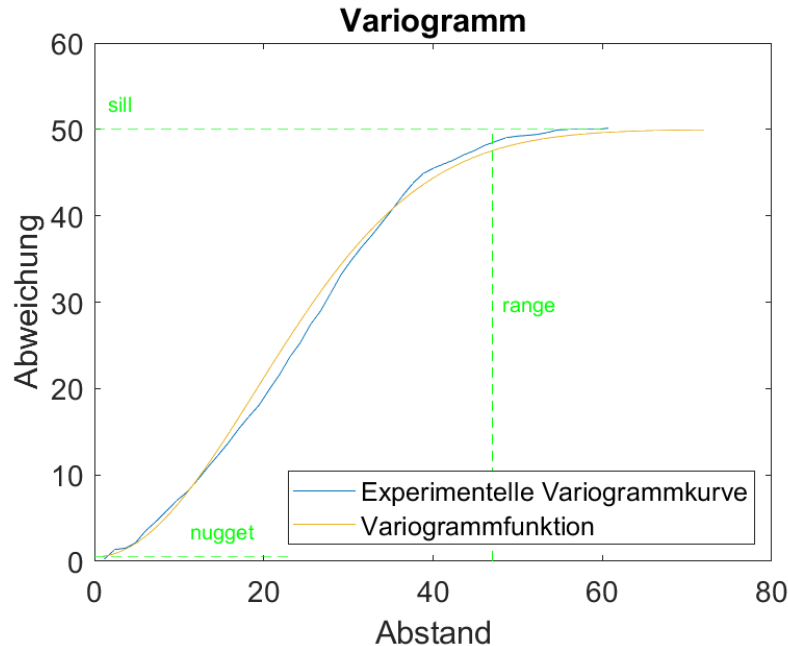
Theoretisches Modell

- Kurve durch das empirische Variogramm
- häufige Formen: kreisförmige, sphärische, lineare, exponentiale und gaußsche Variogramme
- Modell und Parameter beeinflussen Vorhersage beim Kriging



<https://pro.arcgis.com/de/pro-app/latest/tool-reference/3d-analyst/how-kriging-works.htm>

Parameter



- Sill: Grenzwert
- Range: y-Werte erreichen 95% des Sills → keine korrelative Beziehung der Daten mehr
- Nugget: y-Wert, an dem Kurve y-Achse schneidet → Datenrauschen



Interpolation: Implementierung

Implementierung und Beispiele

MATLAB...

Quellen

- <https://num.math.uni-goettingen.de/picap/pdf/E562.pdf> 22.9.2022, 11:51
- <https://datamines.de/cross-validation/> 22.9.2022, 17:36
- Zitat: <https://num.math.uni-goettingen.de/picap/pdf/E562.pdf> Seite 8, Zeile 4f.
- <https://www.spektrum.de/lexikon/neurowissenschaft/radiales-basisfunktionen-netzwerk/10668> 22.9.2022, 10:03
- https://desktop.arcgis.com/de/arcmap/10.7/tools/spatial-analyst-toolbox/comparing-interpolation-methods.htm#ESRI_SECTION1_44CF7274A3FE455DB9D528308BB8001D 22.9.2022, 12:21
- <https://www.geothermie.de/bibliothek/lexikon-der-geothermie/k/kriging.html>, 03.10.2022, 15:02
- <https://pro.arcgis.com/de/pro-app/latest/tool-reference/3d-analyst/how-kriging-works.htm>, 03.10.2022, 15:31
- http://www.gitta.info/ContiSpatVar/de/html/Interpolatio_learningObject3.html, 01.08.2022, 11:42

Quellen

- <https://de.wikipedia.org/wiki/Semivariogramm>, 01.08.2022, 12:01
- <https://www.geo.fu-berlin.de/en/v/soga/Geodata-analysis/geostatistics/Geostatistical-Interpolation/Modeling-the-Semivariogram/index.html>, 12.10.2022, 20:05
- <https://www.spektrum.de/lexikon/geographie/variogramm/8520>, 01.08.2022, 12:34
- <https://desktop.arcgis.com/de/arcmap/10.4/extensions/geostatistical-analyst/how-radial-basis-functions-work.htm> 27.7.2022, 17:30
- Vorlesungsfolien Einführung in die Geoinformatik Nummer 5 und 6, sowie Notizen dazu

tu-freiberg.de



 TU Bergakademie Freiberg  bergakademie_freiberg  TUBergakademie  TUBergakademie

TU BERGAKADEMIE FREIBERG
Universitätskommunikation
Prüferstr. 2
09599 Freiberg
Tel. +49(0)3731 39-2711, -3461
kommunikation@zuv.tu-freiberg.de

**WELTOFFENE
HOCHSCHULEN**
GEGEN FREMDEN-
FEINDLICHKEIT



**FAMILIE IN DER
HOCHSCHULE**



Europa fördert Sachsen.
EFRE
Europäischer Fonds für
regionale Entwicklung

