

# Homework 5B Result Report

## 快速排序与归并排序的分析

5120379091 高策

### 1 归并排序与快速排序的大致介绍与时间复杂度的分析

快速排序与归并排序，都是利用了分治的思想。两者都拥有很不错的时间复杂度。

**对于归并排序而言**，它是严格按照分治模式进行的。直观的操作如下：

分解：将  $n$  个元素分成各含  $n/2$  个元素的子序列；

解决：用归并排序法对两个子序列递归地排序；

合并：合并两个已排序的子序列以得到排序结果。

**时间代价：**设  $f(n)$  为数组长为  $n$  时的比较次数，则  $f(n)=f(n/2)+f((n+1)/2)+n$ 。则利用数学知识很容易看出  $f(n)$  为  $O(n\log(n))$  的。

**对于快速排序而言**，它也是基于分治策略，它的三个步骤如下：

分解：数组  $A[p..r]$  被划分为两个（可能空）子数组  $A[p..q-1]$  和  $A[q+1..r]$ ，使得  $A[p..q-1]$  中的每个元素都小于等于  $A(q)$ ，而且，小于等于  $A[q+1..r]$  中的元素，下标  $q$  也在这个分解过程中进行计算；

解决：通过递归调用快速排序，对子数组  $A[p..q-1]$  和  $A[q+1..r]$  排序；

合并：因为两个子数组是就地排序的，将它们的合并并不需要操作，整个  $A[p..r]$  已排序。

可以看到：快速排序与归并排序不同，对原问题进行单纯的对称分解；其求解动作在分解子问题开始前进行，而问题的分解基于原问题本身包含的信息；然后，自顶向下地递归求解每个子问题。可以通过下面的例子，观察快速排序的执行过程。由于在快速排序过程中存在不是基于比较的位置交换，因此，快速排序是不稳定的。

**时间代价：**最好情况是  $O(n \log n)$ ，最坏情况是  $O(n^2)$ 。如果设  $f(n)$  为数组长为  $n$  时的比较次数，则  $f(n)=[(f(1)+f(n-1))+(f(2)+f(n-2))+\dots+(f(n-1)+f(1))]/n$ 。利用数学知识易知  $f(n)=(n+1)*[1/2+1/3+\dots+1/(n+1)]-2n\sim 1.386n\log(n)$ 。

### 2. 测试思想

在测试两种排序算法的时间复杂度时，因为测试得到的数据太多，所以我是分成很多种情况，多次测量，然后将结果合并的。在容量较小的时候，由于每次程序运行的时间较短，因此采取了较多的测量次数，而当排序的数据越来越多时，就对于测量次数进行了适当的降低。

### 3. 结果

如图 1 所示

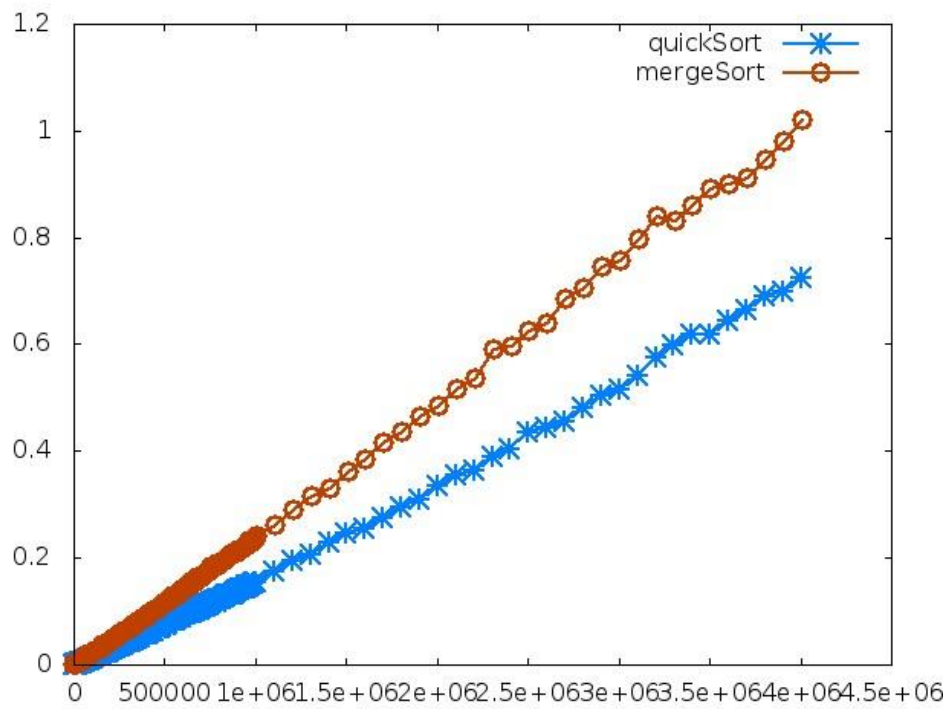


图 1

由于在 1000000 之前测量的密度很大，所以在前半段数据比较密集准确，而在数据越来越多时因为时间，机器等等原因取点较少。

#### 4. 总结

总而言之分析的还算准确，而且算法的时间复杂度很让人满意。