

35.4 队列

概念

队列是一个线性结构，特点是在某一端添加数据，在另一端删除数据，遵循先进先出的原则

实现

这里会讲解两种实现队列的方式，分别是单链队列和循环队列。

单链队列

```
class Queue {  
  constructor() {  
    this.queue = []  
  }  
  enqueue(item) {  
    this.queue.push(item)  
  }  
  dequeue() {  
    return this.queue.shift()  
  }  
  getHeader() {  
    return this.queue[0]  
  }  
  getLength() {  
    return this.queue.length  
  }  
  isEmpty() {  
    return this.getLength() === 0  
  }  
}
```

js

因为单链队列在出队操作的时候需要 $O(n)$ 的时间复杂度，所以引入了循环队列。循环队列的出队操作平均是 $O(1)$ 的时间复杂度。

循环队列

js

```
class SqQueue {
  constructor(length) {
    this.queue = new Array(length + 1)
    // 队头
    this.first = 0
    // 队尾
    this.last = 0
    // 当前队列大小
    this.size = 0
  }
  enqueue(item) {
    // 判断队尾 + 1 是否为队头
    // 如果是就代表需要扩容数组
    // % this.queue.length 是为了防止数组越界
    if (this.first === (this.last + 1) % this.queue.length) {
      this.resize(this.getLength() * 2 + 1)
    }
    this.queue[this.last] = item
    this.size++
    this.last = (this.last + 1) % this.queue.length
  }
  dequeue() {
    if (this.isEmpty()) {
      throw Error('Queue is empty')
    }
    let r = this.queue[this.first]
    this.queue[this.first] = null
    this.first = (this.first + 1) % this.queue.length
    this.size--
    // 判断当前队列大小是否过小
    // 为了保证不浪费空间，在队列空间等于总长度四分之一时
    // 且不为 2 时缩小总长度为当前的一半
    if (this.size === this.getLength() / 4 && this.getLength() / 2 !== 0) {
      this.resize(this.getLength() / 2)
    }
    return r
  }
  getHeader() {
    if (this.isEmpty()) {
      throw Error('Queue is empty')
    }
    return this.queue[this.first]
  }
}
```

```
getLength() {
    return this.queue.length - 1
}
isEmpty() {
    return this.first === this.last
}
resize(length) {
    let q = new Array(length)
    for (let i = 0; i < length; i++) {
        q[i] = this.queue[(i + this.first) % this.queue.length]
    }
    this.queue = q
    this.first = 0
    this.last = this.size
}
}
```

35.5 链表

概念

链表是一个线性结构， 同时也是一个天然的递归结构。链表结构可以充分利用计算机内存空间， 实现灵活的内存动态管理。但是链表失去了数组随机读取的优点， 同时链表由于增加了结点的指针域， 空间开销比较大。

概念

链表是一个线性结构， 同时也是一个天然的递归结构。链表结构可以充分利用计算机内存空间， 实现灵活的内存动态管理。但是链表失去了数组随机读取的优点， 同时链表由于增加了结点的指针域， 空间开销比较大。

实现

单向链表

```
class Node {
    constructor(v, next) {
        this.value = v
```

js

```
        this.next = next
    }
}

class LinkedList {
    constructor() {
        // 链表长度
        this.size = 0
        // 虚拟头部
        this.dummyNode = new Node(null, null)
    }

    find(header, index, currentIndex) {
        if (index === currentIndex) return header
        return this.find(header.next, index, currentIndex + 1)
    }

    addNode(v, index) {
        this.checkIndex(index)
        // 当往链表末尾插入时, prev.next 为空
        // 其他情况时, 因为要插入节点, 所以插入的节点
        // 的 next 应该是 prev.next
        // 然后设置 prev.next 为插入的节点
        let prev = this.find(this.dummyNode, index, 0)
        prev.next = new Node(v, prev.next)
        this.size++
        return prev.next
    }

    insertNode(v, index) {
        return this.addNode(v, index)
    }

    addToFirst(v) {
        return this.addNode(v, 0)
    }

    addToLast(v) {
        return this.addNode(v, this.size)
    }

    removeNode(index, isLast) {
        this.checkIndex(index)
        index = isLast ? index - 1 : index
        let prev = this.find(this.dummyNode, index, 0)
        let node = prev.next
        prev.next = node.next
        node.next = null
        this.size--
        return node
    }

    removeFirstNode() {
        return this.removeNode(0)
    }
}
```

```

removeLastNode() {
    return this.removeNode(this.size, true)
}
checkIndex(index) {
    if (index < 0 || index > this.size) throw Error( 'Index error')
}
getNode(index) {
    this.checkIndex(index)
    if (this.isEmpty()) return
    return this.find(this.dummyNode, index, 0).next
}
isEmpty() {
    return this.size === 0
}
getSize() {
    return this.size
}
}

```

35.6 树

二叉树

- 树拥有很多种结构， 二叉树是树中最常用的结构， 同时也是一个天然的递归结构。
- 二叉树拥有一个根节点， 每个节点至多拥有两个子节点， 分别为：左节点和右节点。树的最底部节点称之为叶节点， 当一颗树的叶数量数量为满时， 该树可以称之为满二叉树。

二分搜索树

- 二分搜索树也是二叉树， 拥有二叉树的特性。但是区别在于二分搜索树每个节点的值都比他的左子树的值大， 比右子树的值小。
- 这种存储方式很适合于数据搜索。如下图所示， 当需要查找 6 的时候， 因为需要查找的值比根节点的值大， 所以只需要在根节点的右子树上寻找， 大大提高了搜索效率。

实现

```

class Node {
    constructor(value) {
        this.value = value
        this.left = null
    }
}

```

js

```

        this.right = null
    }
}
class BST {
    constructor() {
        this.root = null
        this.size = 0
    }
    getSize() {
        return this.size
    }
    isEmpty() {
        return this.size === 0
    }
    addNode(v) {
        this.root = this._addChild(this.root, v)
    }
    // 添加节点时，需要比较添加的节点值和当前
    // 节点值的大小
    _addChild(node, v) {
        if ( !node) {
            this.size++
            return new Node(v)
        }
        if (node.value > v) {
            node.left = this._addChild(node.left, v)
        } else if (node.value < v) {
            node.right = this._addChild(node.right, v)
        }
        return node
    }
}

```

- 以上是最基本的二分搜索树实现，接下来实现树的遍历。
- 对于树的遍历来说，有三种遍历方法，分别是先序遍历、中序遍历、后序遍历。三种遍历的区别在于何时访问节点。在遍历树的过程中，每个节点都会遍历三次，分别是遍历到自己，遍历左子树和遍历右子树。如果只需要实现先序遍历，那么只需要第一次遍历到节点时进行操作即可。

```

// 先序遍历可用于打印树的结构
// 先序遍历先访问根节点，然后访问左节点，最后访问右节点。
preTraversal() {
    this._pre(this.root)
}
_pre(node) {

```

js

```

    if (node) {
        console.log(node.value)
        this._pre(node.left)
        this._pre(node.right)
    }
}
// 中序遍历可用于排序
// 对于 BST 来说， 中序遍历可以实现一次遍历就
// 得到有序的值
// 中序遍历表示先访问左节点， 然后访问根节点， 最后访问右节点。
midTraversal() {
    this._mid(this.root)
}
_mid(node) {
    if (node) {
        this._mid(node.left)
        console.log(node.value)
        this._mid(node.right)
    }
}
// 后序遍历可用于先操作子节点
// 再操作父节点的场景
// 后序遍历表示先访问左节点， 然后访问右节点， 最后访问根节点。
backTraversal() {
    this._back(this.root)
}
_back(node) {
    if (node) {
        this._back(node.left)
        this._back(node.right)
        console.log(node.value)
    }
}
}

```

以上的这几种遍历都可以称之为深度遍历， 对应的还有种遍历叫做广度遍历， 也就是一层层地遍历树。对于广度遍历来说， 我们需要利用之前讲过的队列结构来完成。

```

breadthTraversal() {
    if ( !this.root) return null
    let q = new Queue()
    // 将根节点入队
    q.enqueue(this.root)
    // 循环判断队列是否为空， 为空

```

js

```
// 代表树遍历完毕
while ( !q.isEmpty() ) {
    // 将队首出队，判断是否有左右子树
    // 有的话，就先左后右入队
    let n = q.dequeue()
    console.log(n.value)
    if (n.left) q.enqueue(n.left)
    if (n.right) q.enqueue(n.right)
}
}
```

接下来先介绍如何在树中寻找最小值或最大数。因为二分搜索树的特性，所以最小值一定在根节点的最左边，最大值相反

```
getMin() {
    return this._getMin(this.root).value
}
_getMin(node) {
    if ( !node.left ) return node
    return this._getMin(node.left)
}
getMax() {
    return this._getMax(this.root).value
}
_getMax(node) {
    if ( !node.right ) return node
    return this._getMin(node.right)
}
```

js

向上取整和向下取整，这两个操作是相反的，所以代码也是类似的，这里只介绍如何向下取整。既然是向下取整，那么根据二分搜索树的特性，值一定在根节点的左侧。只需要一直遍历左子树直到当前节点的值不再大于等于需要的值，然后判断节点是否还拥有右子树。如果有的话，继续上面的递归判断。

```
floor(v) {
    let node = this._floor(this.root, v)
    return node ? node.value : null
}
_floor(node, v) {
    if ( !node ) return null
```

js


```

    if (node.value === v) return v
    // 如果当前节点值还比需要的值大，就继续递归
    if (node.value > v) {
        return this._floor(node.left, v)
    }
    // 判断当前节点是否拥有右子树
    let right = this._floor(node.right, v)
    if (right) return right
    return node
}

```

排名，这是用于获取给定值的排名或者排名第几的节点的值，这两个操作也是相反的，所以这个只介绍如何获取排名第几的节点的值。对于这个操作而言，我们需要略微的改造点代码，让每个节点拥有一个 size 属性。该属性表示该节点下有多少子节点（包含自身）

```

class Node {
    constructor(value) {
        this.value = value
        this.left = null
        this.right = null
        // 修改代码
        this.size = 1
    }
}
// 新增代码
_getSize(node) {
    return node ? node.size : 0
}
_addChild(node, v) {
    if (!node) {
        return new Node(v)
    }
    if (node.value > v) {
        // 修改代码
        node.size++
        node.left = this._addChild(node.left, v)
    } else if (node.value < v) {
        // 修改代码
        node.size++
        node.right = this._addChild(node.right, v)
    }
    return node
}

```

js

```

}
select(k) {
  let node = this._select(this.root, k)
  return node ? node.value : null
}
_select(node, k) {
  if (!node) return null
  // 先获取左子树下有几个节点
  let size = node.left ? node.left.size : 0
  // 判断 size 是否大于 k
  // 如果大于 k, 代表所需要的节点在左节点
  if (size > k) return this._select(node.left, k)
  // 如果小于 k, 代表所需要的节点在右节点
  // 注意这里需要重新计算 k, 减去根节点除了右子树的节点数量
  if (size < k) return this._select(node.right, k - size - 1)
  return node
}

```

接下来讲解的是二分搜索树中最难实现的部分：删除节点。因为对于删除节点来说，会存在以下几种情况

- 需要删除的节点没有子树
- 需要删除的节点只有一条子树
- 需要删除的节点有左右两条树

对于前两种情况很好解决，但是第三种情况就有难度了，所以先来实现相对简单的操作：删除最小节点，对于删除最小节点来说，是不存在第三种情况的，删除最大节点操作是和删除最小节点相反的，所以这里也就不再赘述。

```

deleteMin() {
  this.root = this._deleteMin(this.root)
  console.log(this.root)
}
_deleteMin(node) {
  // 一直递归左子树
  // 如果左子树为空，就判断节点是否拥有右子树
  // 有右子树的话就把需要删除的节点替换为右子树
  if ((node !== null) & !node.left) return node.right
  node.left = this._deleteMin(node.left)
  // 最后需要重新维护下节点的 `size`
  node.size = this._getSize(node.left) + this._getSize(node.right) + 1
}

```

js

```
    return node
}
```

- 最后讲解的就是如何删除任意节点了。对于这个操作，T.Hibbard 在 1962 年提出了解决这个难题的办法，也就是如何解决第三种情况。
- 当遇到这种情况时，需要取出当前节点的后继节点（也就是当前节点右子树的最小节点）来替换需要删除的节点。然后将需要删除节点的左子树赋值给后继节点，右子树删除后继节点后赋值给他。
- 你如果对于这个解决办法有疑问的话，可以这样考虑。因为二分搜索树的特性，父节点一定比所有左子节点大，比所有右子节点小。那么当需要删除父节点时，势必需要拿出一个比父节点大的节点来替换父节点。这个节点肯定不存在于左子树，必然存在于右子树。然后又需要保持父节点都是比右子节点小的，那么就可以取出右子树中最小的那个节点来替换父节点。

js

```
delete(v) {
    this.root = this._delete(this.root, v)
}
_delete(node, v) {
    if (!node) return null
    // 寻找的节点比当前节点小，去左子树找
    if (node.value < v) {
        node.right = this._delete(node.right, v)
    } else if (node.value > v) {
        // 寻找的节点比当前节点大，去右子树找
        node.left = this._delete(node.left, v)
    } else {
        // 进入这个条件说明已经找到节点
        // 先判断节点是否拥有左右子树中的一个
        // 是的话，将子树返回出去，这里和 `_deleteMin` 的操作一样
        if (!node.left) return node.right
        if (!node.right) return node.left
        // 进入这里，代表节点拥有左右子树
        // 先取出当前节点的后继节点，也就是取当前节点右子树的最小值
        let min = this._getMin(node.right)
        // 取出最小值后，删除最小值
        // 然后把删除节点后的子树赋值给最小值节点
        min.right = this._deleteMin(node.right)
        // 左子树不动
        min.left = node.left
        node = min
    }
    // 维护 size
    node.size = this._getSize(node.left) + this._getSize(node.right) + 1
}
```

```
    return node  
}
```

35.7 AVL 树

概念

二分搜索树实际在业务中是受到限制的，因为并不是严格的 $O(\log N)$ ，在极端情况下会退化成链表，比如加入一组升序的数字就会造成这种情况。

AVL 树改进了二分搜索树，在 AVL 树中任意节点的左右子树的高度差都不大于 1，这样保证了时间复杂度是严格的 $O(\log N)$ 。基于此，对 AVL 树增加或删除节点时可能需要旋转树来达到高度的平衡。

实现

- 因为 AVL 树是改进了二分搜索树，所以部分代码是于二分搜索树重复的，对于重复内容不作再次解析。
- 对于 AVL 树来说，添加节点会有四种情况
- 对于左左情况来说，新增加的节点位于节点 2 的左侧，这时树已经不平衡，需要旋转。因为搜索树的特性，节点比左节点大，比右节点小，所以旋转以后也要实现这个特性。
- 旋转之前：new < 2 < C < 3 < B < 5 < A，右旋之后节点 3 为根节点，这时候需要将节点 3 的右节点加到节点 5 的左边，最后还需要更新节点的高度。
- 对于右右情况来说，相反于左左情况，所以不再赘述。
- 对于左右情况来说，新增加的节点位于节点 4 的右侧。对于这种情况，需要通过两次旋转来达到目的。
- 首先对节点的左节点左旋，这时树满足左左的情况，再对节点进行一次右旋就可以达到目的。

```
class Node {  
    constructor(value) {  
        this.value = value  
        this.left = null  
        this.right = null  
        this.height = 1  
    }  
}
```

js

```
}
```

```
class AVL {
  constructor() {
    this.root = null
  }
  addNode(v) {
    this.root = this._addChild(this.root, v)
  }
  _addChild(node, v) {
    if (!node) {
      return new Node(v)
    }
    if (node.value > v) {
      node.left = this._addChild(node.left, v)
    } else if (node.value < v) {
      node.right = this._addChild(node.right, v)
    } else {
      node.value = v
    }
    node.height =
      1 + Math.max(this._getHeight(node.left), this._getHeight(node.right))
    let factor = this._getBalanceFactor(node)
    // 当需要右旋时，根节点的左树一定比右树高度高
    if (factor > 1 && this._getBalanceFactor(node.left) >= 0) {
      return this._rightRotate(node)
    }
    // 当需要左旋时，根节点的左树一定比右树高度矮
    if (factor < -1 && this._getBalanceFactor(node.right) <= 0) {
      return this._leftRotate(node)
    }
    // 左右情况
    // 节点的左树比右树高，且节点的左树的右树比节点的左树的左树高
    if (factor > 1 && this._getBalanceFactor(node.left) < 0) {
      node.left = this._leftRotate(node.left)
      return this._rightRotate(node)
    }
    // 右左情况
    // 节点的左树比右树矮，且节点的右树的右树比节点的右树的左树矮
    if (factor < -1 && this._getBalanceFactor(node.right) > 0) {
      node.right = this._rightRotate(node.right)
      return this._leftRotate(node)
    }

    return node
  }
  _getHeight(node) {
```

```

    if ( !node) return 0
    return node.height
}
_getBalanceFactor(node) {
    return this._getHeight(node.left) - this._getHeight(node.right)
}
// 节点右旋
//
//      5
//     / \
//    2   6  ==>
//   / \   1   5
//  / \  / \  / \
// 1   3 new 3   6
//   /
//  new
_rightRotate(node) {
    // 旋转后新根节点
    let newRoot = node.left
    // 需要移动的节点
    let moveNode = newRoot.right
    // 节点 2 的右节点改为节点 5
    newRoot.right = node
    // 节点 5 左节点改为节点 3
    node.left = moveNode
    // 更新树的高度
    node.height =
        1 + Math.max(this._getHeight(node.left), this._getHeight(node.right))
    newRoot.height =
        1 +
        Math.max(this._getHeight(newRoot.left), this._getHeight(newRoot.right))

    return newRoot
}
// 节点左旋
//
//      4
//     / \
//    2   6  ==>
//   / \   4   7
//  / \  / \  / \
// 5   7 2   5 new
//       \
//      new
_leftRotate(node) {
    // 旋转后新根节点
    let newRoot = node.right
    // 需要移动的节点
    let moveNode = newRoot.left
    // 节点 6 的左节点改为节点 4
    newRoot.left = node

```

```

// 节点 4 右节点改为节点 5
node.right = moveNode
// 更新树的高度
node.height =
  1 + Math.max(this._getHeight(node.left), this._getHeight(node.right))
newRoot.height =
  1 +
  Math.max(this._getHeight(newRoot.left), this._getHeight(newRoot.right))

return newRoot
}
}

```

35.8 Trie

概念

- 在计算机科学，trie， 又称前缀树或字典树， 是一种有序树，用于保存关联数组， 其中的键通常是字符串。

简单点来说， 这个结构的作用大多是为了方便搜索字符串，该树有以下几个特点

- 根节点代表空字符串，每个节点都有 N（假如搜索英文字符，就有 26 条）条链接，每条链接代表一个字符
- 节点不存储字符， 只有路径才存储， 这点和其他的树结构不同
- 从根节点开始到任意一个节点，将沿途经过的字符连接起来就是该节点对应的字符串

实现

总得来说 **Trie** 的实现相比别的树结构来说简单的很多， 实现就以搜索英文字符为例。

```

class TrieNode {
  constructor() {
    // 代表每个字符经过节点的次数
    this.path = 0
    // 代表到该节点的字符串有几个

```

js

```
        this.end = 0
        // 链接
        this.next = new Array(26).fill(null)
    }
}
class Trie {
    constructor() {
        // 根节点, 代表空字符
        this.root = new TrieNode()
    }
    // 插入字符串
    insert(str) {
        if ( !str) return
        let node = this.root
        for (let i = 0; i < str.length; i++) {
            // 获得字符先对应的索引
            let index = str[i].charCodeAt() - 'a'.charCodeAt()
            // 如果索引对应没有值, 就创建
            if ( !node.next [index]) {
                node.next [index] = new TrieNode()
            }
            node.path += 1
            node = node.next [index]
        }
        node.end += 1
    }
    // 搜索字符串出现的次数
    search(str) {
        if ( !str) return
        let node = this.root
        for (let i = 0; i < str.length; i++) {
            let index = str[i].charCodeAt() - 'a'.charCodeAt()
            // 如果索引对应没有值, 代表没有需要搜索的字符串
            if ( !node.next [index]) {
                return 0
            }
            node = node.next [index]
        }
        return node.end
    }
    // 删除字符串
    delete(str) {
        if ( !this.search(str)) return
        let node = this.root
        for (let i = 0; i < str.length; i++) {
            let index = str[i].charCodeAt() - 'a'.charCodeAt()
            // 如果索引对应的节点的 Path 为 0, 代表经过该节点的字符串
```



```

// 已经一个， 直接删除即可
if (--node.next [index].path == 0) {
    node.next [index] = null
    return
}
node = node.next [index]
}
node.end -= 1
}
}

```

35.9 并查集

概念

- 并查集是一种特殊的树结构，用于处理一些不交集的合并及查询问题。该结构中每个节点都有一个父节点，如果只有当前一个节点，那么该节点的父节点指向自己。

这个结构中有两个重要的操作，分别是：

- **Find**：确定元素属于哪一个子集。它可以被用来确定两个元素是否属于同一子集。
- **Union**：将两个子集合并成同一个集合。

实现

```

class DisjointSet {
    // 初始化样本
    constructor(count) {
        // 初始化时，每个节点的父节点都是自己
        this.parent = new Array(count)
        // 用于记录树的深度，优化搜索复杂度
        this.rank = new Array(count)
        for (let i = 0; i < count; i++) {
            this.parent [i] = i
            this.rank[i] = 1
        }
    }
    find(p) {
        // 寻找当前节点的父节点是否为自己，不是的话表示还没找到
        // 开始进行路径压缩优化
        // 假设当前节点父节点为 A

```

js

```

// 将当前节点挂载到 A 节点的父节点上， 达到压缩深度的目的
while (p !== this.parent[p]) {
  this.parent[p] = this.parent[this.parent[p]]
  p = this.parent[p]
}
return p
}
isConnected(p, q) {
  return this.find(p) === this.find(q)
}
// 合并
union(p, q) {
  // 找到两个数字的父节点
  let i = this.find(p)
  let j = this.find(q)
  if (i === j) return
  // 判断两棵树的深度，深度小的加到深度大的树下面
  // 如果两棵树深度相等，那就无所谓怎么加
  if (this.rank[i] < this.rank[j]) {
    this.parent[i] = j
  } else if (this.rank[i] > this.rank[j]) {
    this.parent[j] = i
  } else {
    this.parent[i] = j
    this.rank[j] += 1
  }
}
}
}

```

35.10 堆

概念

- 堆通常是一个可以被看做一棵树的数组对象。

堆的实现通过构造二叉堆， 实为二叉树的一种。这种数据结构具有以下性质。

1. 任意节点小于（或大于）它的所有子节点
 2. 堆总是一棵完全树。即除了最底层，其他层的节点都被元素填满，且最底层从左到右填入。
- 将根节点最大的堆叫做最大堆或大根堆，根节点最小的堆叫做最小堆或小根堆。
 - 优先队列也完全可以用堆来实现，操作是一模一样的。

实现大根堆

- 堆的每个节点的左边子节点索引是 $i * 2 + 1$ ，右边是 $i * 2 + 2$ ，父节点是 $(i - 1) / 2$ 。
- 堆有两个核心的操作，分别是 `shiftUp` 和 `shiftDown`。前者用于添加元素，后者用于删除根节点。
 - `shiftUp` 的核心思路是一路将节点与父节点对比大小，如果比父节点大，就和父节点交换位置。
 - `shiftDown` 的核心思路是先将根节点和末尾交换位置，然后移除末尾元素。接下来循环判断父节点和两个子节点的大小，如果子节点大，就把最大的子节点和父节点交换。

```
class MaxHeap {
  constructor() {
    this.heap = []
  }
  size() {
    return this.heap.length
  }
  empty() {
    return this.size() == 0
  }
  add(item) {
    this.heap.push(item)
    this._shiftUp(this.size() - 1)
  }
  removeMax() {
    this._shiftDown(0)
  }
  getParentIndex(k) {
    return parseInt((k - 1) / 2)
  }
  getLeftIndex(k) {
    return k * 2 + 1
  }
  _shiftUp(k) {
    // 如果当前节点比父节点大，就交换
    while (this.heap[k] > this.heap[this.getParentIndex(k)]) {
      this._swap(k, this.getParentIndex(k))
      // 将索引变成父节点
      k = this.getParentIndex(k)
    }
  }
  _shiftDown(k) {
```

js