国开电大 2025《22332 高等数学基础》期末考试题库小抄（按字母排版）

总题量 (258):单选题(109)判断题(2)填空题(78)主观题(69)

单选题(109)微信号：zydz_9527

1. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 满足（ ），则 $f(x)$ 在点 x_0 连续．答案：$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

2. 若 $f(x)=\cos\frac{\pi}{4}$，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=$（ ）． 答案：0

3. 设 $f(x)$ 在 (a,b) 内有连续的二阶导数，且 $f'(x)<0$，$f''(x)<0$，则 $f(x)$ 在此区间内是（ ）．答案：单调减少且是凸的

4. $\int_0^1 xe^x dx=$（ ）． 答案：1

5. $\int_0^\pi x\sin\frac{x}{2}dx=$（ ）． 答案：4

6. 设函数 $f(x)=x^2$，则 $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=$（ ）． 答案：4

7. 设 $f(x)=e^x$，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=$（ ）． 答案：e

8. 设 $f(x)=x(x-1)(x-2)\cdots(x-99)$，则 $f'(0)=$（ ）．答案：-99!

9. $\int_0^1 xe^{-x}dx=$（ ）． 答案：$1-\frac{2}{e}$

10. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，则函数 $f(x)+f(-x)$ 的图形关于（ ）对称．答案：y轴

11. $\frac{d}{dx}\int xf(x)dx=$ [() () 答案：xf(x)

12. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}|\sin x|dx=$（ ）． 答案：2

13. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x\cos x-2x^7+2)dx=$（ ）． 答案：2π

14. $\frac{d}{dx}\int xf(x^2)dx=$（ ）． 答案：$xf(x^2)$

15. [D]当k=（）时，f（x）= $\begin{cases} x+1 & x\geqslant 0 \\ x^2+k & x<0 \end{cases}$ 在点x=0处连续. 答案：1

16. [D]当时$x\to 0$，变量（　）是无穷小量. 答案：$x\sin\frac{1}{x}$

17. [D]当x→0时，变量（ ）是无穷小量. 答案：$x\sin\frac{1}{x}$

18. [D]当x→0时，变量（）是无穷小量. 答案：$x\sin\frac{1}{x}$

19. [D]当x→0时，变量（）是无穷小量. 答案：ln(x+1)

20. [D]当x→0时，变量（）是无穷小量。答案：e^x-1

21. [D]当x→0时，下列变量中（）是无穷大量。答案：$\frac{1+2x}{x}$

22. [D]当$x\to 0^+$时，下列变量中（）是无穷小量，答案：$\ln(x^2+1)$

23. [D]当x→0时，下列变量中（）是无穷小量。答案：$\ln(x^2+1)$

24. [D]当x趋向于（ ）时，f（x）= $\frac{1}{x}$ sinx为无穷小量. 答案：∞

25. [D]当x→∞时，变量()是无穷小量. 答案：$\frac{1}{x}$

26. [H]函数 $y=\frac{3^x+3^{-x}}{2}$ 的图形关于（　　）对称. 答案：y轴

27. [H]函数f（x）= $\frac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域是（）答案：（1，2）U（2，+∞）

28. [H]函数 f(x)=在 $\begin{cases} 1, & x\geqslant 0 \\ -1, & x<0 \end{cases}$ x=0处（）答案：左右皆不连续

29. [H]函数f（x）= $\begin{cases} \frac{\sin x}{5x}, & x\neq 0 \\ k, & x=0 \end{cases}$，在x=0处连续，则=k（）。答案：$\frac{1}{5}$

30. [H]函数曲线 $y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ 的图形关于（）对称. 答案：y轴

31. [H]函数曲线y= $\frac{3^x-3^{-x}}{2}$ 的图形关于（）对称. 答案：坐标原点

32. [H]函数y=2cosx十1的值域是（）答案：[-1，3]

33. [H]函数y＝2sinx的值域是（　　）. 答案：[－2, 2]

34. [H]函数y＝3cosx的值域是（　　）. 答案：[－3, 3]

35. [H]函数y=x2+2x-17在区间（-4，4）内满足（答案：先单调下降再单调上升

36. [H]函数$y=x^2+2x-3$在区间（2，4）内满足（）. 答案：单调上升

37. [H]函数$y=x^2-2x+6$在区间（2，5）内满足（）。答案：单调上升

38. [H]函数$y=-x^2+2x-7$在区间(-3,3)内满足(). 答案：先单调上升再单调下降

39. [H]函数$y=x^2+2x-7$在区间（-4，4）内满足（　　）. 答案：先单调下降再单调上升

40. [H]函数$y=x^2-6x-3$在区间（2，4）内满足（）。答案：先单调下降再单调上升

41. [H]函数$y=x^2$十2x一7在区间（一4，4）内满足（）答案：先单调下降再单调上升

42. [H]函数 y=x2-x+1在区间(-1,1)内满足（）答案：先单调下降再单调上升

43. [H]函数$y=x^2-x+1$在区间（-2,2）内满足（　　）. 答案：先单调下降再单调上升

44. [H]函数$y=x^2-x-6$在区间（-2，0）内满足（）. 答案：单调下降

45. [H]函数$y=x^2-x-6$在区间（-3，3）内满足（）答案：先单调下降再单调上升

46. [H]函数$y=x^2-x-6$在区间（-5，5）内满足（）。答案：先单调下降再单调上升

47. [H]函数$y=x^2$一x十1在区间（-1，1）内满足（）. 答案：先单调下降再单调上升

48. [H]函数 $f(x)=\begin{cases}1, & x\geqslant 0\\ -1, & x<0\end{cases}$ 在x=0处（）答案：右连续

49. [R]若 $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+c$,则 $\int \frac{1}{\sqrt{x}}f(\sqrt{x})\mathrm{d}x=(\quad)$. 答案：

$2F(\sqrt{x})+c$

50. [R]若 $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+c$,则 $\int \frac{1}{x}f(\ln x)\mathrm{d}x=(\quad)$. 答案：F(Inx)+c

51. [R]若 $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+c$,则 $\int \frac{1}{x}f(\ln x)\mathrm{d}x$ =（）答案：F(lnx)+c

52. [R]若F（x）是f（x）的一个原函数，则下列等式成立的是（）答案：

$\int_a^x f(x)\mathrm{d}x=F(x)-F(a)$

53. [R]若f（x）=cosx，则∫f’（x）dx=（）答案：cosx +c

54. [R]若f（x）的一个原函数是 $\frac{1}{x}$,则 $f'(x)=(\quad)$. 答案： $\frac{2}{x^3}$

55. [R]若f（x）的一个原函数是F（x），则f（3x-1）dx=（）答案：

$\frac{1}{3}F(3x-1)+C$

56. [R]若f(x)的一个原函数是F(x),则∫f（5x+1）dx=（）答案：

$\frac{1}{5}F(5x+1)+C$

57. [R]若f（x）的一个原函数是sinx，则 $\int f'(x)\mathrm{d}x=(\quad)$. 答案：sinx+c

58. [R]若f（x）的一个原函数是 $\frac{1}{x}$，则f’（x）=（）答案： $\frac{2}{x^3}$

59. [R]若f（x）的一个原函数是 $\frac{1}{x}$，则f（x）=（）答案： $-\frac{1}{x^2}$

60. [R]若f（x）=sinx，则 $\int f'(x)\mathrm{d}x=(\quad)$. 答案：sinx+c

61. [R]若函数f（x）在点x_0处可导，则（）是错误的. 答案：

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$,但 $A\neq f(x_0)$

62. [R]若函数f（x）在点x0满足满足（），则f（x）在点x0连续答案：

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

63. [R]若函数f（x）= $\begin{cases}\frac{\sin 2x}{x}, & x\neq 0\\ k, & x=0\end{cases}$，在x=0处连续，则k=（）答案：2

64. [R]若函数f(z)在点 x_0 满足（ ）则f(x)在点 x_0 连续。答案：

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

65. [S]设f（1）=0且 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}$ =（）答案：f′（1）

66. [S]设f（1）=0且极限 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}$ =（）答案：f'(1)

67. [S]设f（x）=e^x，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=(\quad)$. 答案：e

68. [S]设f（x）在点x=0处可导，则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2h)-f(0)}{h}=(\quad)$. 答案：2f’ (0)

69. [S]设f（x）在点x=1处可导，则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(1-h)-f(1)}{h}=(\quad)$. 答案：-f’(1)

70. [S]设f（x）在x_0可导 则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0-2h)-f(x_0)}{2h}=(\quad)$. 答案：

$-f'(x_0)$

71. [S]设f（x）在x_0可导 则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0-h)-f(x_0)}{h}$ （）答案：-f’(x_0)

72. [S]设函数f（x）的定义域为（-∞，+∞），则函数 f(x)-f(-x)的图形关于（）答案：坐标原点

73. [S]设函数f（x）的定义域为（-∞，+∞），则函数f（x）+f（-x）的图形关于（）对称。答案：y轴

74. [X]下列等式成立的是（　　）. 答案：$\frac{d}{dx}\int f(x)dx=f(x)$

75. [X]下列等式中正确的是（ ）答案：$3^x dx=\frac{d3^x}{\ln 3}$

76. [X]下列等式中正确的是（ ）答案：$d(\frac{1}{x})=-\frac{dx}{x^2}$

77. [X]下列等式中正确的是（　）。答案：$d(\frac{1}{x})=-\frac{dx}{x^2}$

78. [X]下列各函数对中，（　）中的两个函数相等. 答案：

$f(x)=\ln x^3$， $g(x)=3\ln x$

79. [X]下列各函数对中，（）中的两个函数相等。答案：f（x）=$\ln x^5$，g（x）=5 lnx

80. [X]下列函数在区间(-0,+0)上单调递增的是（）答案：x^3

81. [X]下列函数在区间$(-\infty,+\infty)$上单调递减的是（　　）. 答案：$-x^3$

82. [X]下列函数在区间上单调递增的是（　　）. 答案：x^3

83. [X]下列函数在区间（-∞，+∞）上单调减少的是（）。答案：3-x

84. [X]下列函数中为奇函数的是（　　）. 答案：$y=x+x^3$

85. [X]下列函数中为奇函数的是（）答案：y=xcosx

86. [X]下列函数中为奇函数的是（）答案：$y=x^2\sin x$

87. [X]下列函数中为奇函数是（　）. 答案：$y=x\cos x$

88. [X]下列函数中为奇函数是（）。答案：y =xcosx

89. [X]下列函数中为幂函数的是（　）. 答案：$y=x^{\sqrt{2}}$

90. [X]下列函数中为偶函数的是（ ）。答案：$y=x^3\sin x$

91. [X]下列函数中为偶函数的是（ ）。答案：$y=\ln(1+x^2)$

92. [X]下列函数中为偶函数的是（）答案：$y=x^3\sin x$

93. [X]下列函数中为偶函数是（）。答案：$y=\ln(1+x^2)$

94. [X]下列函数中，在（-∞，+∞）内是单调减少的函数是（）答案：$y=(\frac{1}{2})^x$

95. [X]下列积分计算正确的是（）答案：$\int_0^{+\infty}e^{-x}dx=1$

96. [X]下列极限计算不正确的是（　）. 答案：$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}=0$

97. [X]下列极限计算正确的是（　）. 答案：$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2+2}=1$

98. [X]下列极限中计算不正确的是。（）答案：$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}=0$

99. [X]下列结论中（　　）不正确. 答案：

$f(x)$在$x=x_0$处连续，则一定在x_0处可微.

100. [X]下列结论中（）不正确. 答案：函数的极值点一定发生在函数的不可导点上

101. [X]下列结论中正确的是（　　）. 答案：

若 $f(x)$ 在点 x_0 可导，则在点 x_0 有极限．

102.[X]下列无穷积分收敛的是（）答案：$\int_1^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^3}}dx$

103.[X]下列无穷限积分收敛的是（ ）．答案：$\int_0^{+\infty}e^{-x}dx$

104.[Y]已知 $\int f(x)dx=F(x)+C$，则 $\int\frac{1}{x}f(\ln x)dx=$（）答案：F(Inx)+c

105.[Z]在下列指定的变化过程中，（ ）是无穷小量．答案：$x\sin\frac{1}{x}(x\to0)$

106.[Z]在下列指定的变化过程中，（ ）是无穷小量．答案：

$$\frac{\sin}{x}(x\to+\infty)$$

107.[Z]在下列指定的变化过程中，（）是无穷小量答案：$x\sin\frac{1}{x}(x\to0)$

108.[Z]在下列指定的变化过程中，（）是无穷小量答案：ln(x+2)(x→0)

109.[Z]在斜率为的2x积分曲线族中，通过点（1,4）的曲线方程为（ ）．答案：

$$y=x^2+3$$

判断题(2)微信号：zydz_9527

1.

$$\text{函数 } f(x)=\frac{\sqrt{x^2-9}}{x+3}+\ln(1+x)\text{ 的定义域是}\{x\,|\,x>-1\text{ 或 }x<-3\}.$$

答案：错

2.[Y]已知函数f（x+1）=x^2+2x+9，则f（x）=-x^2+8.答案：错

填空题(78)微信号：zydz_9527

1. $\int(\sin x)'dx=$ [_]________答案：sinx+c

2. d∫$2x^2\sin(x+1)dx$ =________。答案：2x2sin(x+1)dx

3. [∫]∫f（x）dx=sinx+c，则，f（x）=________答案：-sinx

4. [H]函数f(X)=X^2+2的单调增加区间是 ________答案：（0，+∞）

5. [H]函数f（x-1）=x^2-2x+7，则f（x）=________答案：x^2+6

6. [H]函数f（x）= $\frac{\ln(x-3)}{\sqrt{5-x}}$ 的定义域是________答案：(3,5)

7. [H]函数f（x）= $\begin{cases}x-1 & x>0\\ \sin x & x\leqslant0\end{cases}$ 的间断点是________答案：x=0

8. [H]函数f（x）= $\frac{3^{-x}+3^x}{2}$ 的图形关于________ 对称.答案：y轴

9. [H]函数f（x）= $\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & x\neq1\\ a & x=1\end{cases}$，若f（x）在（0，+∞）内连续，则a=________答案：2

10. [H]函数f（x）=x^2-1的单调减少区间是________答案：(-∞,0)

11. [H]函数f（x）=x^2-1的单调增加区间是________答案：(0,+∞)

12. [H]函数f（x）= $\begin{cases}\frac{\sin2x}{x}, & x\neq0\\ k, & x=0\end{cases}$，在x=0处连续，则k=________答案：2

13. [H]函数y= $\frac{1}{\ln(3-x)}+\sqrt{1+x}$ 的定义域是________答案：[-1,2)U(2,3)

14. [H]函数y=$2e^{-x}$的单调减少区间是________答案：（-∞，+∞）

15. [H]函数y=2-$(x-1)^2$的单调减少区间是________。答案：(1,+∞)

16. [H]函数y=4$(x+2)^2$的单调增加区间是________答案：(-2,+∞)

17. [H]函数y=arctanx的单调增加区间是________答案：（-∞，+∞）

18. [H]函数y= $\ln(x+5)-\frac{1}{\sqrt{2-x}}$ 的定义域是________答案：(-5,2)

19. [H]函数y= $\begin{cases} \cos x, & x>1 \\ x^2+3, & x\leqslant 1 \end{cases}$ 的间断点是________________. 答案：x=1

20. [H]函数y= $\begin{cases} x^2+3, & x>0 \\ \cos x, & x\leqslant 0 \end{cases}$ 的间断点是x=（）答案：0

21. [H]函数y=e^{-x^2}的单调减少区间是__________________答案：(0,+∞)

22. [H]函数y=e^{-x}+ex的单调增加区间是________________。答案：(-1,+∞).也可写为“[-1.+∞)

23. [H]函数y=ln（1+x^2）的单调增加区间是__________________答案：(0,+∞)

24. [H]函数y=（x+1）2+1的单调减少区间是__________________答案：(-∞,-1)

25. [H]函数y=（x+1）^{2}+1的单调增加区间是__________________。答案：(-1,+∞)

26. [H]函数y=（x-1）^{2}的驻点是__________________答案：x=1

27. [H]函数y=x^2+4x-5的驻点是__________________答案：x=-2

28. [H]函数y=（x—2）^{2}+2的单调减少区间是__________________答案：(-∞,2)

29. [J]计算极限 $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sin(x+1)}{x^2-1}$. 答案：(-1,2)

30. [Q]曲线f（x）= $\sqrt{x}$+1在（1，2）处的切线斜率是__________________。答案：$\dfrac{1}{2}$

31. [Q]曲线f（x）=2^x在（0，1）点的切线斜率是：__________________答案：ln2

32. [Q]曲线f（x）=e^x+1在（0，2）处的切线斜率是__________________答案：1

33. [Q]曲线f（x）=sinx在（π，0）处的切线斜率是__________________答案：-1

34. [Q]曲线f（x）=sinx在（$\dfrac{\pi}{2}$，1）处的切线斜率是__________________答案：0

35. [Q]曲线f（x）=x^2+2在点（1，3）处的切线斜率是__________________答案：2

36. [Q]曲线f（x）=x^3+1在（1，2）处的切线斜率是__________________答案：3

37. [Q]曲线f（x）= $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ 在（1，1）处的切线斜率是__________________。答案：$-\dfrac{1}{2}$

38. [Q]曲线f（x）= $\sqrt{x}+1$ 在（1，2）处的切线斜率是__________________答案：$\dfrac{1}{2}$

39. [Q]曲线f（x）= $\sqrt{x}$ 在x=1处的切线斜率是__________________答案：$\dfrac{1}{2}$

40. [Q]曲线y=lnx在点（1，0）处的切线方程是=________________。答案：y=x-1

41. [Q]曲线 $f(x)=\sqrt{x+2}$ 在（2，2）处的切线斜率是__________________。答案：$\dfrac{1}{4}$

42. [Q]曲线 $f(x)=\sqrt{x+2}$ 在x=2处的切线斜率是________________。答案：$\dfrac{1}{4}$

43. [R]若 $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos+c$，则 $f(x)=$ __________________答案：-sinx

44. [R]若 $\int f(x)\mathrm{d}x$=cos2x+c，则f（x）=__________________答案：-2sin2x

45. [R]若f（x-1）=x^2-2x+2，则f（x）=__________________答案：x^2+1

46. [R]若f（x+1）=x^2+2x+4，则f（x）=__________________答案：x^2+3

47. [R]若f（x）=3x，则f’（3）=__________________答案：27ln3

48. [R]若f（x）的一个原函数为lnx，则f（x）=__________________答案：$\dfrac{1}{x}$

49. [R]若∫f（x）dx=F（a）+C，则∫ $\dfrac{1}{x}$ f（Inx）dx=答案：F(Inx)+C

50. [R]若∫f（x）dx=e^{-x}+C，则f（x）=__________________答案：$-e^{-x}$

51. [R]若∫f(x)dx =-sinx +C,则f(x) =________________.答案：-cosx

52. [R]若f（x）在闭区间[—5，3]内恒有f’（x）>0，则f（x）在[—5，3]上的最小值点是x=答案：-5

53. [R]若函数f（x）= $\begin{cases} x^2-3 & x\leqslant 0 \\ e^x+1 & x>0 \end{cases}$，则 $f(0)=$ __________________答案：-3

54. [R]若函数f(x+3)=x^2+6x-5,则f’（x）=________________.答案：2x

55. [R]若函数f（x-3）=x^2-6x+7，则f’（x）________________答案：2x

56. [R]若函数f（x-3）=x^2—6x+7，则 $f'(x)=$________. 答案：2t

57. [R]若函数f（x）在[a，6]上恒有f’（x）<0，则f（x）在[a，b]上的最小值为________________。答案：f(b)

58. [R]若函数f（x）在[a，b]上恒有f’（x）<0，则f’（x）在[a，b]上的最小值为________________答案：f（b）

59. [R]若函数 f(x)= $\begin{cases} x^2+k, & x\neq 0 \\ 1, & x=0 \end{cases}$ 在x=0处连续,则 k=______________. 答案：1

60. [R]若函数f（x）= $\begin{cases} x^2+1 & x\leqslant 0 \\ 2^x & x>0 \end{cases}$，则f（0）=________________。答案：1

61. [R]若函数y= $\begin{cases} \dfrac{\sin x}{x}, & x>0 \\ x^2+b, & x\leqslant 0 \end{cases}$ 在x=0处连续，则b=____________________. 答案：1

62. [R]若 $\dfrac{1}{x}$ 是f（x）的一个原函数，则f’（x）=________________答案：$\dfrac{2}{x^3}$

63. [R]若sinx是f（x）的一个原函数，则f’（x）=________________答案：-sinx

64. [R]若 $\int_{-\infty}^{0} e^{ax}\,dx=\dfrac{1}{3}$ ，则a=______________ . 答案：3

65. [R]若 $\int f(x)\,dx=\tan x+c$ ， 则f（x）=________________答案：$\dfrac{1}{\cos^2 x}$

66. [R]若 $\int_{1}^{+\infty} kxe^{-x^2}\,dx=\dfrac{1}{e}$ ，则k=______________。答案：2

67. [S]设函数 $f(x)=e^{\sqrt{x}}$ ，$f'(1)$ =______________。答案：$\dfrac{e}{2}$

68. [S]设函数f(x)= $\begin{cases} x^{2023}\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ 则 f’(0)=__________. 答案：0

69. [S]设y=cos3x- $2^{\sin x}$ ，求y’. 答案：

解：由导数四则运算法则和复合函数求导法则得：

$$y'=(\cos 3x-2^{\sin x})'$$

$$=(\cos 3x)'-(2^{\sin x})'$$

$$=-3\sin 3x-2^{\sin x}\ln 2\cdot(\sin x)'$$

$$=-3\sin 3x-(2^{\sin x}\cos x)\ln 2$$

70. $d\int 2x^2$ sin(x+1)dx=________________答案：$2X^2$sin(x+1)

71. [W]无穷积分 $\int_0^{+\infty}\frac{1}{x^p}dx$ 当p________________时是收敛的答案：>1

72. [W]无穷积分 $\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^p}$ dx当p______时是收敛的·答案：>1

73. $\frac{d}{dx}\int_{-e}^{-1}$ xIn(1+x2)dx=______________答案：0

74. $\frac{d}{dx}\int_{-e}^{-1}$ xlnx³dx =________________.答案：0

75. [Y]已知f（x）= $1-\frac{\sin x}{x}$ ，当（）时，f（x）为无穷小量.答案：x→0

76. [Y]已知f（x）=ln2x，，则$[f(2)]'$ =________________答案：0

77. [Y]已知f（x）=sinx²，则$[f(\sqrt{\pi})]'=$.________________答案：0

78. 若$\int f(x)dx=\cos x+C$，[Z]则f（x）________________答案：-sinx

主观题(69)微信号：zydz_9527

1. 当x>0时，证明不等式x>arctanx.
2. 当x>0时，证明不等式x>ln（1+x）。
3. 计算不定积分 .
4. 计算不定积分∫（2x-5）21dx.
5. 计算定积分 .
6. 计算定积分Inxdx.
7. 计算定积分x2Inxdx
8. 计算定积分xsindx
9. 计算极限.
10. 某制罐厂要生产一种体积为V的无盖圆柱形容器，问容器的底半径与...
11. 某制罐厂要生产一种体积为V的有盖圆柱形容器，问容器的底半径与...
12. 某制罐厂要生产一种体积为V的有盖圆柱形容器，问容器的底面半径...
13. 求曲线y2=x上的点，使其到点A（3，0）的距离最短.
14. 求曲线y=x2上的点，使其到点A（0，2）的距离最短.
15. 设y
16. 设y=2πx求y′.
17. 设y＝2x－sinx2，求y'.
18. 设y=3x-cosx2，求y'.
19. 设y=3x-sinx3，求y'.
20. 设y=Incos2x，求y'
21. 设y=Incosx2，求dy.
22. 设y=cos2x-x5，求dy.
23. 设y=cos3x-x2，求dy.
24. 设y=cos3x-x5，求dy.
25. 设y=cos5x-x2，求dy.
26. 设y=cosex-lnx，求dy.
27. 设y=ecosx+lnx，求dy.
28. 设y=esinx+2x，求dy.
29. 设y=esinx+3x，求dy.
30. 设y=esinx+5x，求dy.
31. 设y=esinx+sinx2，求y'.
32. 设y=esinx-x2，求y'.
33. 设y=esinx+x3，求dy.

34. 设y=ex2sinx，求y'。
35. 设y=extanx-lnx，求y'
36. 设y=lnx+cosex，求y'.
37. 设y=lnx+e-5x，求y'.
38. 设y=，求y'
39. 设y=sin2ex，求y ‘
40. 设y=sin2x+
41. 设y=sin2x+2cosx,求y′
42. 设y=sin2x+ecosx，求y'
43. 设y＝sin3x＋ln2x，求y'.
44. 设y=tanx+e-5x，求y'.
45. 设y=tanx+x2lnx，求y'
46. 设y=x5+ln3x，求y'.
47. 设y=xex2，求y'。
48. 设y=y（x）是由方程ey=ex+y3确定的函数，求dy.
49. 设y=y（x）是由方程x2siny=确定的函数，求y'
50. 设y=y（x）是由方程ycosx=ey;确定的函数，求dy.
51. 一体积为18的圆柱体，问底面半径与高各为多少时表面积最小?
52. 一体积为V的圆柱体,问底面半径与高各为多少时表面积最小?
53. 用钢板焊接一个容积为4m3的底部为正方形的水箱（无盖），问水...
54. 用钢板焊接一个容积为62.5cm3的底部为正方形的水箱（无盖...
55. 用钢板焊接一个容积为62.5m3的底部为正方形的水箱(无盖)...
56. 欲做一个底为正方形，容积为108立方米的长方体开口容器，问该...
57. 欲做一个底为正方形，容积为108立方米的长方体开口容器，问该...
58. 欲做一个底为正方形，容积为32cm3立方米的长方体开口容器，...
59. 欲做一个底为正方形，容积为32立方米的长方体开口容器，怎样做...
60. 欲做一个底为正方形，容积为32m3的长方体开口容器，怎样做法...
61. 欲做一个底为正方形，容积为4立方米的长方体开口容器,同该容器...
62. 欲做一个底为正方形，容积为4立方米的长方体开口容器，问该容器...
63. 欲做一个底为正方形，容积为62.5cm3长方形开口容器，怎样...
64. 欲做一个底为正方形，容积为V立方米的长方体开口容器，怎样做法...
65. 圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为6m,问当底面半径与高分...
66. 圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为l，问当底半径与高分别为...
67. 圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为｜，问当底半径与高分到为...
68. 在抛物线y2=4x上求一点，使其与x轴上的点A（3，0）的距...
69. 证明：若f（x）在[-a，a]上可积并为奇函数，

1. [D]当x>0时，证明不等式x>arctanx.

答案：

证明：设 $F(x)=x-\arctan x$，则有 $F'(x)=1-\dfrac{1}{1+x^2}=\dfrac{x^2}{1+x^2}$

当 $x>0$ 时，$F'(x)>0$，故 $F(x)$ 单调增加，所以当 $x>0$ 时有 $F(x)>F(0)=0$，即不等式 $x>\arctan x$ 成立，证毕.

2. [D]当x>0时，证明不等式x>ln（1+x）。

答案：

证明：设 $F(x)=x-\ln(1+x)$，则有 $F'(x)=1-\dfrac{1}{1+x}=\dfrac{x}{1+x}$

当 $x>0$ 时，$F'(x)>0$，故 $F(x)$ 单调增加，所以当 $x>0$ 时有 $F(x)>F(0)=0$，即不等式 $x>\ln(1+x)$ 成立，证毕.

3. [J]计算不定积分 $\int\dfrac{1}{x\ln x}dx$.

答案：

$$\int\frac{1}{x\ln x}dx=\int\frac{1}{\ln x}d(\ln x)=\ln(\ln x)+c$$

4. [J]计算不定积分∫（2x-5）^{21}dx.

答案：

解：由换元积分法得

$$\int(2x-5)^{21}dx=\frac{1}{2}\int(2x-5)^{21}d(2x-5)=\frac{1}{2}\frac{(2x-5)^{22}}{22}+C=\frac{(2x-5)^{22}}{44}+C$$

5. [J]计算定积分 $\int_0^1 5xe^x dx$.

答案：

$$\int_0^1 5xe^x\,dx=5xe^x|_0^1-\int_0^1 e^x\,d5x=5e-(5e-5)=5$$

6. [J]计算定积分 $\int_1^e x^2$ Inxdx.

答案：

解：由分部积分法得

$$\int_1^e x^2\ln x\,dx=\frac{x^3}{3}\ln x\Big|_1^e-\frac{1}{3}\int_1^e x^3 d(\ln x)=\frac{e^3}{3}-\frac{1}{3}\int_1^e x^2 dx=\frac{2e^3}{9}+\frac{1}{9}$$

7. [J]计算定积分 $\int_1^e$ x^2Inxdx

答案：

$$\int_1^e x^2\ln x\,dx$$

$$=\frac{1}{3}\int_1^e \ln x\,dx^3$$

$$=\frac{1}{3}e^3-\frac{1}{9}x^3\Big|_1^e$$

$$=\frac{1}{9}(2e^3+1)$$

8. [J]计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}$ xsin $\frac{x}{3}$ dx

答案：

解：由分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin\frac{x}{3}dx=-3x\cos\frac{x}{3}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+3\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\frac{x}{3}dx=-\frac{3\sqrt{3}}{4}\pi+9\sin\frac{x}{3}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=-\frac{3\sqrt{3}}{4}\pi+\frac{9}{2}$$

9. [J]计算极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x}{2x}$.

答案：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{2x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{2x\cos x}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{2\cos x}=\frac{1}{2}$$

10. [M]某制罐厂要生产一种体积为V的无盖圆柱形容器，问容器的底半径与高各为多少时用料最省？

答案：

解：设容器的底半径为 r，高为 h，则其表面积为

$$S=\pi r^2+2\pi rh=\pi r^2+\frac{2V}{r}$$

$$S'=2\pi r-\frac{2V}{r^2}$$

由 $S'=0$，得唯一驻点 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$，由实际问题可知，当 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ 时可使用料最省，此时 $h=\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$，即当容器的底半径与高均为 $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ 时，用料最省.

11. [M]某制罐厂要生产一种体积为V的有盖圆柱形容器，问容器的底半径与高各为多少时用料最省？

答案：

解：设容器的底半径为 r，高为 h，则其表面积为

$$S=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+\frac{2V}{r}$$

$$S'=4\pi r-\frac{2V}{r^2}$$

由 $S'=0$，得唯一驻点 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$，由实际问题可知，当 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ 时可使用料最省，此时 $h=\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$，即当容器的底半径与高分别为 $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ 与 $\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$ 时，用料最省.

12. [M]某制罐厂要生产一种体积为V的有盖圆柱形容器，问容器的底面半径与高各为多少时用料最省？

答案：

解：设容器的底半径为 r，高为 h，则其表面积为

$$S=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+\frac{2V}{r}$$

$$S'=4\pi r-\frac{2V}{r^2}$$

由 S'=0，得唯一驻点 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$，由实际问题可知，当 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ 即可使用料最省，此时 $h=\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$，即当容器的底半径与高分别为 $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ 与 $\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$ 时，用料最省。

13. [Q]求曲线$y^2=x$上的点，使其到点A（3，0）的距离最短.

答案：解：曲线$y^2=x$上的点到点A（3，0）的距离公式为 $d=\sqrt{(x-3)^2+y^2}$ d与d^2在同一点取到最大值，为计算方便求d的最大值点，将$y^2=x$代入得$d^2=(x-3)^2+x$

求导得

$(d^2)'=2(x-3)+1$

令 $(d^2)'=0$ 得 $x=\frac{5}{2}$. 并由此解出 $y=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$，即曲线 $y^2=x$ 上的点 $(\frac{5}{2},\frac{\sqrt{10}}{2})$ 和点 $(\frac{5}{2},-\frac{\sqrt{10}}{2})$ 到点 $A(3,0)$ 的距离最短.

14. [Q]求曲线$y=x^2$上的点，使其到点A（0，2）的距离最短.

答案：

解：曲线 $y=x^2$ 上的点到点 $A(0,2)$ 的距离公式为

$d=\sqrt{x^2+(y-2)^2}$

d 与 d^2 在同一点取到最大值，为计算方便求 d^2 的最大值点，将 $y=x^2$ 代入得

$d^2=y+(y-2)^2$

求导得

$(d^2)'=1+2(y-2)=2y-3$

令 $(d^2)'=0$ 得 $y=\frac{3}{2}$，并由此解出 $x=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$，即曲线 $y=x^2$ 上的点 $(\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{3}{2})$ 和点 $(-\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{3}{2})$ 到点 $A(0,2)$ 的距离最短.

15. [S]设 $y=\sqrt{x}-\sin x^2$，求 y'.

答案：

解：由导数运算法则和导数基本公式得

$$y'=(\sqrt{x}-\sin x^2)'=(\sqrt{x})'-(\sin x^2)'$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\cos x^2(x^2)'$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x}}-2x\cos x^2$$

16. [S]设 $y=2^{\pi x}-\sqrt{x^3}$，求y′.

答案：解:由导数四则运算法则和复合函数求导法则

$$
\begin{aligned}
y' &= (2^{\pi x} - \sqrt{x^3})' \\
&= (2^{\pi x})' - (\sqrt{x^3})' \\
&= 2^{\pi x}\ln 2 \cdot (\pi x)' - \frac{3\sqrt{x}}{2} \\
&= 2^{\pi x}\pi \ln 2 - \frac{3\sqrt{x}}{2}
\end{aligned}
$$

得:

17. [S]设y=2^x—sinx^2，求y'.

$$y' = 2^x ln2 - 2x \cos x^2$$

答案:

18. [S]设y=3^x-cosx^2，求y'.

解：由导数四则运算法则得

$$
\begin{aligned}
y' &= (3^x - \cos x^2)' = (3^x)' - (\cos x^2)' \\
&= 3^x \ln 3 + \sin x^2 (x^2)' \\
&= 3^x \ln 3 + 2x \sin x^2
\end{aligned}
$$

答案:

19. [S]设y=3^x-sinx^3，求y'.

答案:

解：由导数四则运算法则和复合函数求导法则得：

$$
\begin{aligned}
y' &= (3^x - \sin x^3)' \\
&= (3^x)' - (\sin x^3)' \\
&= 3^x \ln 3 - \cos x^3 \cdot (x^3)' \\
&= 3^x \ln 3 - 3x^2 \cos x^3
\end{aligned}
$$

20. [S]设y=Incos^{2}x，求y'

$$\text{解：} y' = \frac{-2\cos x \sin x}{\cos^2 x} = -\frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$$

答案:

21. [S]设y=Incosx^2，求dy.

$$\text{解：} y' = 2x \frac{-\sin x^2}{\cos x^2} = -2x \tan x^2$$

$$dy = -2x \tan x^2 \, dx$$

答案:

22. [S]设y=cos^{2}x-x^5，求dy.

解：由微分运算法则和微分基本公式得

$$
\begin{aligned}
dy &= d(\cos^2 x - x^5) = d(\cos^2 x) - d(x^5) \\
&= 2\cos x \, d(\cos x) - 5x^4 dx \\
&= -(2\cos x \sin x + 5x^4) dx
\end{aligned}
$$

答案:

23. [S]设y=cos^{3}x-x^2，求dy.

答案：

解：由微分运算法则和微分基本公式得

$$dy=d(\cos^3x-x^2)=d(\cos^3x)-d(x^2)$$

$$=3\cos^2x\,d(\cos x)-2x\,dx$$

$$=-(3\cos^2x\sin x+2x)dx$$

24. [S]设y=cos3x-x5，求dy.

答案：

解：由微分运算法则得

$$dy=d(\cos^3x)-d(x^5)$$

$$=3\cos^2x\,d(\cos x)-5x^4dx$$

$$=-(3\sin x\cos^2x+5x^4)dx$$

25. [S]设$y=\cos^5x-x^2$，求dy.

答案：

由微分运算法则和微分基本公式得

$$dy=d(\cos^5x-x^2)=d(\cos^5x)-d(x^2)$$

$$=5\cos^4x\,d(\cos x)-2x\,dx$$

$$=-(5\sin x\cos^4x+2x)dx$$

26. [S]设$y=\cos e^x-\ln x$，求dy.

答案：解：由微分四则运算法则和一阶微分形式不变性得

$$dy=d(\cos e^x-\ln x)=d(\cos e^x)-d(\ln x)$$

$$=-\sin e^x\,d(e^x)-\frac{1}{x}dx$$

$$=-(e^x\sin e^x+\frac{1}{x})dx$$

27. [S]设$y=e^{\cos x}+\ln x$，求dy.

答案：

解：由微分运算法则和微分基本公式得

$$dy=d(e^{\cos x}+\ln x)=d(e^{\cos x})+d(\ln x)$$

$$=e^{\cos x}d(\cos x)+\frac{1}{x}dx=(-e^{\cos x}\sin x+\frac{1}{x})dx$$

28. [S]设$y=e^{\sin x}+2^x$，求dy.

答案：

解：$dy=d(e^{\sin x})+d(2^x)$

$$=e^{\sin x}d(\sin x)+2^x\ln 2dx$$

$$=(e^{\sin x}\cos x+2^x\ln 2)dx$$

29. [S]设y=esinx+3x，求dy.

答案：

解：由微分运算法则和微分基本公式得

$$dy=d(e^{\sin x}+3^x)=d(e^{\sin x})+d(3^x)$$

$$=e^{\sin x}d(\sin x)+3^x\ln 3dx$$

$$=(e^{\sin x}\cos x+3^x\ln 3)dx$$

30. [S]设$y=e^{\sin x}+5^x$，求dy.

答案：

解：$\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2+2x-3}{x^2-5x+4}=\lim\limits_{x\to1}\frac{(x+3)(x-1)}{(x-4)(x-1)}=-\frac{4}{3}$

31. [S]设$y=e^{\sin x}+\sin x^2$，求y'.

答案：解：由导数四则运算法则和复合函数求导法则得

$y'=(e^{\sin x})'+(\sin x^2)'$

$=e^{\sin x}\cos x+2x\cos x^2$

32. [S]设$y=e^{\sin x}-x^2$，求y'.

答案：解：$y'=\cos x e^{\sin x}-2x$

33. [S]设$y=e^{\sin x}+x^3$，求dy.

答案：

解：由微分运算法则和微分基本公式得

$$dy=d(e^{\sin x}+x^3)=d(e^{\sin x})+d(x^3)$$
$$=e^{\sin x}d(\sin x)+3x^2dx$$
$$=e^{\sin x}\cos x dx+3x^2dx$$
$$=(e^{\sin x}\cos x+3x^2)dx$$

34. [S]设$y=e^{x^2}\sin x$，求y'。

答案：解：由导数四则运算法则和复合函数求导法则得

$$y'=(e^{x^2}\sin x)'=(e^{x^2})'\sin x+e^{x^2}(\sin x)'$$
$$=e^{x^2}(x^2)'\sin x+e^{x^2}\cos x$$
$$=2xe^{x^2}\sin x+e^{x^2}\cos x$$

35. [S]设$y=e^x\tan x-\ln x$，求y'

答案：

解：由导数四则运算法则得

$$y'=e^x\tan x+\frac{e^x}{\cos^2 x}-\frac{1}{x}$$

36. [S]设$y=\ln x+\cos e^x$，求y'.

答案：

解：$y'=\frac{1}{x}-e^x\sin e^x$

37. [S]设$y=\ln x+e^{-5x}$，求y'.

答案：

解：$y'=\frac{1}{x}-5e^{-5x}$

38. [S]设y=$\sqrt{x^3}+\ln^3 x$，求y'

答案：

解：由导数四则运算法则和复合函数求导法则得

$$y'=(\sqrt{x^3}+\ln^3 x)'=(\sqrt{x^3})'+(\ln^3 x)'$$
$$=\frac{3\sqrt{x}}{2}+3\ln^2 x(\ln x)'$$
$$=\frac{3\sqrt{x}}{2}+\frac{3\ln^2 x}{x}$$

39. [S]设$y=\sin^2 e^x$，求y‘

答案：解：y'$=2e^x\sin e^x\cos e2=e^x\sin(2e^x)$

40. [S]设y=sin2x+$e^{\cos x}$，求 y'.

答案：

$$y'=2\cos 2x+(-\sin x)e^{\cos x}$$
$$=2\cos 2x-\sin x\, e^{\cos x}$$

41. [S]设$y=\sin 2x+2^{\cos x}$，求y′

答案：

解：由导数四则运算法则和复合函数求导法则得：

$$y' = (\sin 2x + 2^{\cos x})'$$
$$= (\sin 2x)' + (2^{\cos x})'$$
$$= 2\cos 2x + 2^{\cos x}\ln 2 \cdot (\cos x)'$$
$$= 2\cos 2x - 2^{\cos x}\ln 2 \sin x$$

42. [S]设y=sin2x+$e^{\cos x}$，求y’

答案：解：由导数四则运算法则和复合函数求导法则得

$$y' = (\sin 2x + e^{\cos x})'$$
$$= (\sin 2x)' + (e^{\cos x})'$$
$$= 2\cos 2x + e^{\cos x}(\cos x)'$$
$$= 2\cos 2x - e^{\cos x}\sin x$$

43. [S]设y＝sin3x＋$\ln^2 x$，求y’.

$$y' = 3\cos 3x + \frac{2\ln x}{x}$$

答案：

44. [S]设y=tanx+e^{-5x}，求y’.

解：由导数运算法则和导数基本公式得

$$y' = (\tan x + e^{-5x})' = (\tan x)' + (e^{-5x})'$$
$$= \frac{1}{\cos^2 x} + e^{-5x}(-5x)'$$
$$= \frac{1}{\cos^2 x} - 5e^{-5x}$$

答案：

45. [S]设y=tanx+x^2lnx，求y’

答案：解：由导数四则运算法则得

$$y' = \frac{1}{\cos^2 x} + 2x\ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{\cos^2 x} + 2x\ln x + x$$

46. [S]设y=x^5+$\ln^3 x$，求y’.

解：由导数四则运算法则和复合函数求导法则得

$$y' = (x^5 + \ln^3 x)' = (x^5)' + (\ln^3 x)'$$
$$= 5x^4 + 3\ln^2 x(\ln x)'$$
$$= 5x^4 + \frac{3\ln^2 x}{x}$$

答案：

47. [S]设y=xe^{x^2}，求y’。

答案：解：$y' = e^{x^2} + 2x^2 e^{x^2}$

48. [S]设y=y（x）是由方程$e^y=e^x+y^3$确定的函数，求dy.

解：等式两端求微分得

左端 $= d(e^y) = e^y dy$

右端 $= d(e^x + y^3) = d(e^x) + d(y^3)$

$= e^x dx + 3y^2 dy$

由此得

$$e^y dy = e^x dx + 3y^2 dy$$

整理后得

答案：

$$dy = \frac{e^x}{e^y - 3y^2} dx$$

49. [S]设y=y（x）是由方程x^2siny= $\frac{2x}{y}$ 确定的函数，求y'

答案：解：等式两端求微分得

左端=d（x^2siny）=sinyd（x^2）+x^2d（siny）

右端 $= d(\frac{2x}{y}) = \frac{2y dx - 2x dy}{y^2}$

由此得

$$2x \sin y dx + x^2 \cos y dy = \frac{2y dx - 2x dy}{y^2}$$

整理后得

$$dy = \frac{2y - 2xy^2 \sin y}{x^2 y^2 \cos y + 2x} dx$$

即 $y' = \frac{2y - 2xy^2 \sin y}{x^2 y^2 \cos y + 2x}$

=2xsinydx+x^2cosydy

50. [S]设y=y（x）是由方程ycosx=e^y;确定的函数，求dy.

答案：解：等式两端求微分得

左端=d（ycosx）=yd（cosx）+cosxdy

=-ysinxdx+cosxdy

右端=d（e）=eydy

由此得

-ysinada+cosxdy =e^ydy

整理后得

$$dy = \frac{y \sin x}{\cos x - e^y} dx$$

51. [Y]一体积为18 m^3 的圆柱体，问底面半径与高各为多少时表面积最小？

答案：

解：设圆柱体的底面半径为 r，高为 h，则表面积为

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

因为 $\pi r^2 h=18$，即 $h=\dfrac{18}{\pi r^2}$，所以

$$S=2\pi r^2+\frac{36}{r}$$

$$S'=4\pi r-\frac{36}{r^2}$$

令 $S'=0$，得 $r=\sqrt[3]{\dfrac{9}{\pi}}$，容易验证该点是最小值点．此时

$$h=\frac{18}{\pi r^2}=2\sqrt[3]{\frac{9}{\pi}}$$

即当圆柱体的底面半径 $r=\sqrt[3]{\dfrac{9}{\pi}}$ m，高 $h=2\sqrt[3]{\dfrac{9}{\pi}}$ m 时，表面积最小．

52.[Y]一体积为V的圆柱体,问底面半径与高各为多少时表面积最小?

答案：

解：设圆柱体的底面半径为 r，高为 h，则表面积为

$$S=2\pi r^2+2\pi rh$$

因为 $\pi r^2 h=V$，即 $h=\dfrac{V}{\pi r^2}$，所以

$$S=2\pi r^2+\frac{2V}{r}$$

$$S'=4\pi r-\frac{2V}{r^2}$$

令 $S'=0$，得 $r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$，容易验证该点是最小值点．此时

$$h=\frac{V}{\pi r^2}=\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$$

即当圆柱体的底面半径 $r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$，高 $h=\sqrt[3]{\dfrac{4V}{\pi}}$ 时，表面积最小．

53.[Y]用钢板焊接一个容积为4m3的底部为正方形的水箱（无盖），问水箱的尺寸如何选择，可使水箱的表面积最小？

答案：

解：设水箱的底边长为 x m，高为 h m，表面积为 $S\,\mathrm{m}^2$，则有 $h=\dfrac{4}{x^2}$，所以

$$S=x^2+4xh=x^2+\frac{16}{x}$$

$$S'=2x-\frac{16}{x^2}$$

令 $S'=0$，得 $x=2$，因为本问题存在最小值，且函数的驻点唯一，所以当底边长为 2 m，高为 1 m 时，水箱的表面积最小．

54.[Y]用钢板焊接一个容积为62.5cm^{3}的底部为正方形的水箱（无盖），问水箱的尺寸如何选择，可使水箱的表面积最小？

答案：

解 设水箱的底边长为 x，高为 h，表面积为 S，且有 $h=\dfrac{62.5}{x^2}$，所以

$$S(x)=x^2+4xh=x^2+\frac{250}{x}$$

$$S'(x)=2x-\frac{250}{x^2}$$

令 $S'(x)=0$，得 $x=5$，因为本问题存在最小值，且函数的驻点唯一，所以，当 $x=5,h=2.5$ 时水箱的表面积最小.

55. [Y]用钢板焊接一个容积为62.5m3的底部为正方形的水箱(无盖)，同水箱的尺寸如何选择，可使水箱的表面积最小?

首先，我们可以确定容积为62.5立方厘米，则水箱底部正方形的一边长为：

$$\sqrt[3]{62.5\text{立方厘米}}=2.5\text{厘米}$$

设底部正方形的一边长为x，则水箱的高为$\frac{62.5}{x^2}$。水箱的表面积由底部和四个侧面组成：

$$S=x^2+4x\cdot\frac{62.5}{x^2}=x^2+250\frac{1}{x}$$

要使得表面积最小，可以对x求导数并令其等于0：

$$\frac{dS}{dx}=2x-250\frac{1}{x^2}=0$$

解得$x=\sqrt[3]{125}\text{厘米}\approx 5\text{厘米}$。因此，水箱底部正方形的一边长应该为5厘米，高为2.5厘米，能够使得水箱的表面积最小。

答案：

56. [Y]欲做一个底为正方形，容积为108立方米的长方体开口容器，问该容器的底边和高多少米时用料最省。

答案：

设 ~~边长~~ 底边边长为 x，高 h，用料 y

$\therefore x^2h=108 \quad h=\dfrac{108}{x^2}$

$y=x^2+4xh=x^2+\dfrac{432}{x}$

$y'=2x-\dfrac{432}{x^2}=0$

$\therefore x=6$ 为唯一驻点，为极小值点

当 $x=6$ 时，$h=3$

$\therefore$ 底边长为6，高为3时，用料最省

57. [Y]欲做一个底为正方形，容积为108立方米的长方体开口容器，问该容器的底边和高各为多少米时用料最省？

答案：

解：设底边的边长为x，高为h，用料量为y，由已知$x^2h=108$，$h=\frac{108}{x^2}$

$y=x^2+4xh=x^2+4x\cdot\frac{108}{x^2}=x^2+\frac{432}{x}$

令$y'=2x-\frac{432}{x^2}=0$，解得x=6是唯一驻点，

且$y''=2+\frac{2\times432}{x^3}\Big|_{x=6}>0$，说明x=6是函数的极小值点，也是最小值点.

58. [Y]欲做一个底为正方形，容积为32cm^3立方米的长方体开口容器，怎样做法用料最省？

答案：

解：设底边的边长为x，高为h，用材料为y，由已知$x^2h=32$，$h=\frac{32}{x^2}$

$y=x^2+4xh=x^2+4x\cdot\frac{32}{x^2}=x^2+\frac{128}{x}$

令$y'=2x-\frac{128}{x^2}=0$，解得$x=4$是唯一驻点，易知$x=4$是函数的最小值点，此时有$h=\frac{32}{4^2}$

$=2$，所以当$x=4$，$h=2$时用料最省.

59. [Y]欲做一个底为正方形，容积为32立方米的长方体开口容器，怎样做法用料最省？

答案：

解：设底边的边长为x，高为h，用材料为y，由已知$x^2h=32$，$h=\frac{32}{x^2}$

$y=x^2+4xh=x^2+4x\cdot\frac{32}{x^2}=x^2+\frac{128}{x}$

令$y'=2x-\frac{128}{x^2}=0$，解得$x=4$是唯一驻点，易知$x=4$是函数的极小值点，此时有

$h=\frac{32}{4^2}=2$，所以当$x=4$，$h=2$时用料最省.

60. [Y]欲做一个底为正方形，容积为32m^3的长方体开口容器，怎样做法用料最省？

答案：

解：设底边的边长为x，高为h，用材料为y，由已知$x^2h=32$，$h=\frac{32}{x^2}$

$y=x^2+4xh=x^2+4x\cdot\frac{32}{x^2}=x^2+\frac{128}{x}$

令$y'=2x-\frac{128}{x^2}=0$，解得$x=4$是唯一驻点，易知$x=4$是函数的极小值点，此时有$h=\frac{32}{4^2}=2$，所以当$x=4m$，$h=2m$时用料最省.

61. [Y]欲做一个底为正方形，容积为4立方米的长方体开口容器,同该容器的底边和高各为多少米时用料最省?

答案：

设底边长为a，高为h.

∴ $a^2h=4$，$h=\frac{4}{a^2}$

设用料一共为y.

则 $y=a^2+4ah$

$y=a^2+\frac{16}{a}$

$y'=2a-\frac{16}{a^2}$

$=2\left(\frac{a^3-8}{a^2}\right)=\frac{2}{a^2}(a-2)(a^2+2a+4)$

∴ $a=2$ 时有最小值

此时 用料 $y=12$

62. [Y]欲做一个底为正方形，容积为4立方米的长方体开口容器，问该容器的底边和高各为多少米时用料最省？

答案：

解：设底边的边长为 x 米，高为 h 米，用料量为 y 平方米，由已知 $x^2h=4, h=\frac{4}{x^2}$

$$y=x^2+4xh=x^2+4x\cdot\frac{4}{x^2}=x^2+\frac{16}{x}$$

令 $y'=2x-\frac{16}{x^2}=0$，解得 $x=2$ 是唯一驻点，

且 $y''=2+\frac{2\times16}{x^3}\Big|_{x=2}>0$，说明 $x=2$ 是函数的极小值点，也是最小值点．

当 $x=2$ 时，$h=\frac{4}{2^2}=1$.

所以当边长为 2 米，高为 1 米时用料最省．

63. [Y]欲做一个底为正方形，容积为62.5cm³长方形开口容器，怎样做法用料最省？

答案：

解：设底边的边长为 x，高为 h，容器表面积为 y，由已知 $x^2h=62.5, h=\frac{62.5}{x^2}$

$$y=x^2+4xh=x^2+4x\cdot\frac{62.5}{x^2}=x^2+\frac{250}{x}$$

令 $y'=2x-\frac{250}{x^2}=0$，解得 $x=5$ 是唯一驻点，易知 $x=5$ 是函数的最小值点，此时有 $h=\frac{62.5}{5^2}=2.5$，

所以当 $x=5$cm，$h=2.5$cm 时用料最省．

64. [Y]欲做一个底为正方形，容积为V立方米的长方体开口容器，怎样做法用料最省？

答案：

解：设底边的边长为 x，高为 y，容器表面积为 S，由已知 $x^2y=V, y=\frac{V}{x^2}$

$$S=x^2+4xy=x^2+4x\cdot\frac{V}{x^2}=x^2+\frac{4V}{x}$$

令 $S'=2x-\frac{4V}{x^2}=0$，解得 $x=\sqrt[3]{2V}$ 是唯一驻点，易知 $x=\sqrt[3]{2V}$ 是函数的最小值点，此时有

$y=\frac{\sqrt[3]{2V}}{2}$，所以当 $x=\sqrt[3]{2V}$，$y=\frac{\sqrt[3]{2V}}{2}$ 时用料最省.

65. [Y]圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为6m，问当底面半径与高分别为多少时，圆柱体的体积最大?

答案：解：圆柱体的高h与底面半径r满足 $h^2+r^2=6^2$ 圆柱体的体积公式为 $V=\pi r^2 h$ 将 $r^2=36-h^2$ 代入得：

$$V=\pi(36-h^2)h$$

求导得

$$V'=\pi[-2h^2+(36-h^2)]=\pi(36-3h^2)$$

令V'=0，得 $h=2\sqrt{3}$ ，并由此解出 $r=2\sqrt{6}$.

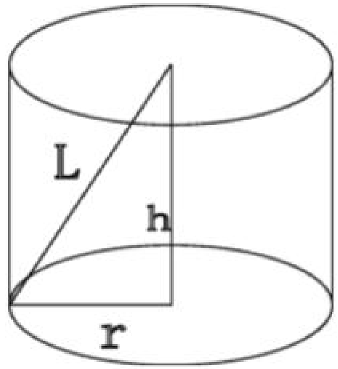
即当底面半径 $r=2\sqrt{6}\ \text{m}$ ，高 $h=2\sqrt{3}\ \text{m}$ 时，圆柱体的体积最大.

66. [Y]圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为l，问当底半径与高分别为多少时，圆柱体的体积最大?

答案：

解：如右图所示，设底面半径为 r ，高为 h ，体积为 V 。则上底中心到下底边沿的距离为

$$L^2=r^2+h^2$$



计算体积：

$$V=\pi r^2 h$$

$$=\pi h(L^2-h^2)$$

$$=\pi hL^2-\pi h^3$$

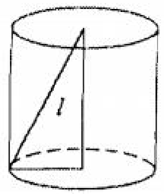
令 $V'=\pi L^2-3\pi h^2=0$ ，求得唯一驻点为 $h=\frac{\sqrt{3}L}{3}$ 。

67. [Y]圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为l，问当底半径与高分到为多少时，圆柱体的体积最大?

答案：

解：如图所示，圆柱体高 h 与底半径 r 满足

$$h^2+r^2=l^2$$



圆柱体的体积公式为

$$V=\pi r^2 h$$

将 $r^2=l^2-h^2$ 代入得

$$V=\pi(l^2-h^2)h$$

求导得

$$V'=\pi(-2h^2+(l^2-h^2))=\pi(l^2-3h^2)$$

令 $V'=0$ 得 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}l$，并由此解出 $r=\frac{\sqrt{6}}{3}l$. 即当底半径 $r=\frac{\sqrt{6}}{3}l$，高 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}l$ 时，圆柱体的体积最大.

68. [Z]在抛物线 $y^2=4x$ 上求一点，使其与x轴上的点A（3，0）的距离最短.

答案：解：设所求点P（x，y），则x，y满足 $y^2=4x$. 点P到点A的距离之平方为

$L=(x-3)^2+y^2=(x-3)^2+4x$

令 $L'=2(x-3)+4=0$，解得x=1是唯一驻点，易知x=1是函数的极小值点，当x=1时，y=2或y=-2，所以满足条件的有两个点（1，2）和（1，-2）.

69.[Z]证明：若f（x）在[-a，a]上可积并为奇函数，则$\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = 0.$

答案：

证明：由定积分的性质得

$$\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x$$

令 $x=-t$，则 $\mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$，且当 $x=-a$ 时，$t=a$，$x=0$ 时，$t=0$. 计算上式右端的第一项得

$$\int_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x = \int_{a}^{0} f(-t)\mathrm{d}(-t) = -\int_{a}^{0} f(-t)\mathrm{d}t = \int_{0}^{a} f(-t)\mathrm{d}t$$

因为 $f(x)$ 是奇函数，且定积分与积分变量的选取无关，于是有

$$\int_{0}^{a} f(-t)\mathrm{d}t = \int_{0}^{a} -f(t)\mathrm{d}t = -\int_{0}^{a} f(t)\mathrm{d}t = -\int_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x$$

所以$\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = 0$，证毕.