工程数学（本）网上形考作业 1—3 参考答案

每个题序号里是两个题型，做题时对应抽题序号核对题和答案

形成性考核作业 1

1、*n* 阶行列式中 D_n 元素 a_{ij} 的代数余子式 A_{ij} 与余子式 M_{ij} 之间的关系是（$A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$）．

1、三阶行列式 $\begin{vmatrix}1 & 2 & 0\\4 & -3 & 8\\0 & -1 & 2\end{vmatrix}$ 的余子式 *M*

=（$\begin{vmatrix}1 & 2\\0 & -1\end{vmatrix}$）．

2、若 *A* 为 3×4 矩阵，*B* 为 2×5 矩阵，且乘积 *AC′B′* 有意义，则 *C* 为（5×4）矩阵.

2、设 *A* 为 3×4 矩阵，*B* 为 4×3 矩阵，则下列运算可以进行的是（*AB*）.

3、设 $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\4 & 0\\-3 & 4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 0\\3 & -1 & 4\end{bmatrix}$，则 $(A+B')'=$（$\begin{bmatrix}0 & 6 & -3\\5 & -1 & 8\end{bmatrix}$）．

3、设 $A=\begin{bmatrix}3 & 5\\5 & 8\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$，则 *BA*

（$\begin{bmatrix}2 & -1\\-4 & 3\end{bmatrix}$）．

4、设 *A,B* 均为 *n* 阶可逆矩阵，则下列运算关系正确的是（$\left|(AB)^{-1}\right|=|BA|^{-1}$）．

4、设 *A,B* 均为 *n* 阶方阵，*k>0* 且 $k\neq 1$，则下列等式正确的是（$|-kA|=(-k)^n|A|$）．

5、下列结论正确的是（对任意方阵 *A*，*A+A′* 是对称矩阵）．

5、设 *A,B* 均为 *n* 阶方阵，满足 *AB=BA*，则下列等式不成立的是（$|A|+|B|=|A+B|$）．

6、方阵 *A* 可逆的充分必要条件是（$|A|\neq 0$）．

6、设矩阵 *A* 可逆，则下列不成立的是（$A^{-1}=|A|A^*$）．

7、二阶矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}^5=$（$\begin{bmatrix}1 & 5\\0 & 1\end{bmatrix}$）．

7、二阶矩阵 $A=\begin{bmatrix}-1 & 1\\0 & -1\end{bmatrix}^4=$（$\begin{bmatrix}1 & -4\\0 & 1\end{bmatrix}$）．

8、向量组 $\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\0\\4\end{bmatrix}$ 的秩为（3）．

8、向量组 $[1,2,3], [1,2,0], [1,0,0], [0,0,0]$ 的秩是（3）．

9、设向量组为 $\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\1\\0\\0\end{bmatrix},\alpha_2=\begin{bmatrix}0\\0\\1\\1\end{bmatrix},\alpha_3=\begin{bmatrix}1\\0\\1\\0\end{bmatrix},\alpha_4=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}$，则（$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$）是极大无关组．

9、向量组 $\alpha_1=[1,0],\alpha_2=[0,1],\alpha_3=[0,0]$ 的极大线性无关组是（α_1,α_2）．

10、用消元法得 $\begin{cases}x_1+2x_2-4x_3=1\\ \qquad x_2+x_3=0\\ \qquad\quad -x_3=2\end{cases}$ 的解 $\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$ 为（$[-11,2,-2]'$）．

10、方程组 $\begin{cases}x_1+2x_2=1\\2x_1+x_2=5\end{cases}$ 的解 $\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$ 为（$[3,-1]'$）．

11、行列式的两行对换，其值不变．（错）

11、两个不同阶的矩阵可以相加．（错）

12、设 *A* 是对角矩阵，则 *A=A′*．（对）

12、同阶对角矩阵的乘积仍然是对角矩阵．（对）

13、若 $\begin{bmatrix}1&2&a\\2&1&-3\\3&-3&1\end{bmatrix}$ 为对称矩阵，则 *a=-3*．（错）

13、若 $\begin{bmatrix}1&2-x&4\\x+2&1&5\\4&5&0\end{bmatrix}$ 为对称矩阵，则 *x=0*．（对）

14、设 $A=\begin{bmatrix}1&4&7\\4&2&6\\3&1&0\end{bmatrix}$，则 $2A=\begin{bmatrix}1&4&7\\4&2&6\\6&2&0\end{bmatrix}$．（错）

14、设 $A=\begin{bmatrix}3&3&6\\0&6&0\\6&0&0\end{bmatrix}$，则 $\frac{1}{3}A=\begin{bmatrix}1&1&2\\0&2&0\\2&0&0\end{bmatrix}$．（对）

15、零矩阵是可逆矩阵．（错）

15、设 *A* 是 *n* 阶方阵，则 *A* 可逆的充要条件是 *r*（*A*）*=n*．（对）

16、$\begin{vmatrix}2&-1&0\\1&-4&0\\0&0&-1\end{vmatrix}=$ 7．

16、设行列式 $\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{vmatrix}=2$，则 $\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3\\2a_1-3b_1&2a_2-3b_2&2a_3-3b_3\\c_1&c_2&c_3\end{vmatrix}=$ -6．

17、若行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{vmatrix} = 2$ ，则 a=1 .

17、$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & x \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ 是关于 *x* 的一个一次多项式，则该多项式一次项的系数是 2 .

18、乘积矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 中元素 *C*
10 .

18、乘积矩阵 $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ 中元素 *C*
=-16 .

19、设 *A,B* 均为 3 阶矩阵，且 $|A| = |B| = -3$ ，则 $|-2AB| =$ -72 .

19、设 *A,B* 均为 3 阶矩阵，且 $|A| = -1, |B| = -3$ ，则 $|3A'B^{-1}|$ 9 .

20、矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \\ 3 & -3 & 3 \end{bmatrix}$ 的秩为 1 .

20、矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ 的秩为 2 .

形成性考核作业 2

1、设线性方程组 $AX = B$ 的两个解 X_1, X_2 $(X_1 \neq X_2)$，则下列向量中（ $2X_2 - X_1$ ）一定是 $AX = B$ 的解.

1、设线性方程组 $AX = B$ 的两个解 X_1, X_2 ，则下列向量中（ $X_1 - X_2$ ）一定是 $AX = O$ 的解.

2、设 A 与 $\bar{A}$ 分别代表非齐次线性方程组 $AX = B$ 的系数矩阵和增广矩阵，若这个方程组有解，则（ $r(A) = r(\bar{A})$ ）.

2、设 A 与 $\bar{A}$ 分别代表非齐次线性方程组 $AX = B$ 的系数矩阵和增广矩阵，若这个方程组无解，则（ $r(A) = r(\bar{A}) - 1$ ）.

3、若某个非齐次线性方程组相应的齐次线性方程组只有零解，则该线性方程组（可能无解）.

3、以下结论正确的是（齐次线性方程组一定有解）.

4、若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$ 线性相关，则向量组内（至少有一个向量）可被该向量组内其余向量线性表出.

4、若 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$ 向量组线性无关，则齐次线性方程组 $x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \ldots + x_s\alpha_s = 0$
（只有零解）.

5、矩阵$A=\begin{bmatrix}2 & 2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$的特征值为（-1,4）．

5、矩阵 *A* 的特征多项式$|\lambda I-A|=\begin{vmatrix}\lambda-1 & 0 & 0\\ 0 & \lambda-2 & 0\\ 0 & 0 & \lambda-3\end{vmatrix}$，则 *A* 的特征值为 ($\lambda=1$)．

6、设矩阵$A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}$的特征值为 0，2，则 3*A* 的特征值为(0,6)．

6、已知可逆矩阵 *A* 的特征值为-3,5，则 *A* 的特征值为（$-\frac{1}{3},\frac{1}{5}$）．

7、设 *A*，*B* 为 *n* 阶矩阵，λ既是 *A* 又是 *B* 的特征值，*x* 既是 *A* 又是 *B* 的特征向量，则结论（*x* 是 *A+B* 的特征向量）成立．

7、设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是矩阵 *A* 的属于不同特征值的特征向量，则向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$的秩是（3）．

8、设 *A,B* 为两个随机事件，则（$(A+B)-B\subset A$）成立．

8、设 *A,B* 为两个随机事件，下列事件运算关系正确的是（$B=BA+B\overline{A}$）．

9、如果（$AB=\varnothing$且$A+B=U$）成立，则事件 *A* 与 *B* 互为对立事件．

9、若事件 *A*，*B* 满足$P(A)+P(B)>1$，则 *A* 与 *B* 一定（不互斥）．

10、袋中有 5 个黑球，3 个白球，一次随机地摸出 4 个球，其中恰有 3 个白球的概率为（$\frac{5}{C_8^4}$）．

10、某购物抽奖活动中，每人中奖的概率为 0.3. 则 3 个抽奖者中恰有 1 人中奖的概率为（$C_3^1\times0.7^2\times0.3$）．

11、线性方程组$AX=O$可能无解．（错）

11、非齐次线性方程组$AX=B$相容的充分必要条件是$r(A)=r([A\vdots B])$．（对）

12、当$\lambda=1$时，线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2=0\\ x_1-\lambda x_2=0\end{cases}$只有零解．（对）

12、当$\lambda=1$时，线性方程组$\begin{cases}2x_1+x_2=0\\ x_1+\lambda x_2=0\end{cases}$有无穷多解．（错）

13、设 *A* 是三阶矩阵，且 *r*（*A*）*=3*，则线性方程组 *AX=B* 有唯一解．（对）

13、设 *A* 是三阶矩阵，且$r(A\vdots B)=2$，则线性方程组 *AX=B* 有无穷多解．（错）

14、若向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关，则$\alpha_1,\alpha_2$也线性相关．（错）

14、若向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关，则$\alpha_1,\alpha_2$也线性无关．（对）

15、特征向量必为非零向量．（对）

15、若 *A* 矩阵可逆，则零是 *A* 的特征值．（错）

16、当$\lambda=$ 1 时，齐次线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2=0\\ \lambda x_1+x_2=0\end{cases}$有非零解．

16、若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解，则 $\lambda =$ -1 .

17、向量组 $\alpha_1 = [0, 0, 0], \alpha_2 = [1, 1, 1]$ 线性相关 .

17、一个向量组中如有零向量，则此向量组一定线性相关.

18、设齐次线性方程组 $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 = 0$ 的系数行列式 $|\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3| = 0$，则这个方程组有非零解。

18、向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$ 的秩与矩阵 $[\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s]$ 的秩相等 .

19、设线性方程组 *AX=0* 中有 5 个未知量，且秩*(A)=3*，则其基础解系中线性无关的解向量有 2 个 .

19、线性方程组 *AX=B* 中的一般解的自由元的个数是 2，其中 *A* 是 4x5 矩阵，则方程组增广矩阵 $r(A \vdots B)$ =3

20、设 *A* 为 *n* 阶方阵，若存在数 λ 和非零 *n* 维向量 *X*，使得 $AX = \lambda X$，则称数 λ 为 *A* 的特征值 .

20、设 *A* 为 *n* 阶方阵，若存在数 λ 和非零 *n* 维向量 *X*，使得 $AX = \lambda X$，则称数 λ 为 *A* 的特征值，*X* 为 *A* 相应于特征值 λ 的特征向量 .

形成性考核作业 3

1、同时掷 3 枚均匀硬币，恰好有 2 枚正面向上的概率为（0.375）.

1、从数字 1,2,3,4,5 中任取 3 个，组成没有重复数字的三位数，则这个三位数是偶数的概率为（0.4）.

2、已知 $P(B) > 0, A_1 A_2 = \varnothing$，则（ $P[(A_1 + A_2)|B] = P(A_1|B) + P(A_2|B)$ ）成立 .

2、设 *A*，*B* 是两事件，则下列等式中（ $P(AB) = P(A)P(B)$，其中 *A*，*B* 互不相容）是不正确的 .

3、对于事件 A, B，命题（如果 A, B 对立，则 $\overline{A}, \overline{B}$ 对立）是正确的 .

3、已知 $P(A) = 0.3, P(B) = 0.5$，则当事件 A, B 互不相容时，$P(A+B) =$（0.8）.

4、某随机试验每次试验的成功率为 $p\ (0 < p < 1)$，则在 3 次重复试验中至少失败 1 次的概率为（ $1 - p^3$ ）.

4、A, B 为两个事件，且 $B \subset A$，则 $P(A+B) =$（ $P(A)$ ）.

5、设随机变量 $X \sim B(n, p)$，且 $E(X) = 4.8, D(X) = 0.96$，则参数 *n* 与 *p* 分别是（6, 0.8）.

5、设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，且 $E(X) = 0, D(X) = 4$，则参数 μ 与 σ 分别是（0, 2）.

6、设 $f(x)$ 为连续型随机变量 X 的密度函数，则对任意的 $a, b\ (a < b)$，$E(X) =$（ $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) \mathrm{d}x$ ）.

6、在下列函数中可以作为概率密度函数的是（ $f(x) = \begin{cases} \sin x, 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0, \quad 其它 \end{cases}$ ）.

7、设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$，分布函数为 $F(x)$，则对任意的区间 (a, b)，$P(a < X < b) =$（ $\int_a^b f(x) \mathrm{d}x$ ）.

7、设 X 为随机变量，则 $D(2X-3) =$（ $4D(X)$ ）.

8、设 X 是随机变量，$D(X) = \sigma^2$，设 $Y = aX + b$，则 $D(Y) =$（ $a^2\sigma^2$ ）.

8、设 X 为随机变量，$E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2$，当（$Y=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$）时，有 $E(Y)=0, D(Y)=1$

9、设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$（μ, σ^2 均未知）的样本，则（x_1）是统计量.

9、设 x_1, x_2, x_3 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$（μ, σ^2 均未知）的样本，则统计量（$x_1-x_2-x_3$）不是 μ 的无偏估计.

10、对正态总体方差的检验用的是（X^2检验法）.

10、设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是来自正态总体 $N(5,1)$ 的样本，则检验假设 $H_0: \mu=5$ 采用统计量 $U=$（$\dfrac{\bar{x}-5}{1/\sqrt{n}}$）.

11、若事件 A, B 相互独立，且 $P(A)=0.2, P(B)=0.5$，则 $P(A+B)=0.7$.（错）

11、若 A, B 事件相互独立，且 $P(A)=0.4, P(B)=0.5$，则 $P(A+B)=0.7$.（对）

12、掷两颗均匀的骰子，事件“点数之和为 3”的概率是 $\dfrac{1}{12}$.（错）

12、盒中装有 6 个白球 4 个红球，无放回地每次抽取一个，则第 2 次取到红球的概率是 $\dfrac{2}{5}$.（错）

13、已知连续型随机变量 *X* 的分布函数 *F(x)*，且密度函数 *f(x)* 连续，则 $F(x)=f'(x)$.（错）

13、设连续型随机变量 *X* 的密度函数是 *f(x)*，则 $P(a<X<b)=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.（对）

14、若 $X\sim B(20, 0.3)$，则 $E(X)=6$.（对）

14、若 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$，则 $\dfrac{X-\mu}{\sigma^2}\sim N(0,1)$.（错）

15、设 X_1, X_2 是来自正态总体 $N(\mu, 1)$ 的容量为 2 的样本，其中 μ 为未知参数，则 $\dfrac{1}{4}X_1+\dfrac{1}{2}X_2$ 是 μ 的无偏估计.（错）

15、设 X_1, X_2 是来自正态总体 $N(\mu, 1)$ 的容量为 2 的样本，其中 μ 为未知参数，则 $\dfrac{1}{4}X_1+\dfrac{1}{2}X_2$ 是 μ 的无偏估计.（错）

16、设 A, B 是两个随机事件，且 $P(B)\neq 0$，则称 $P(A|B)$ 为事件 *B* 发生的条件下，事件 *A* 发生的条件概率.

16、如果两事件 *A,B* 中任一事件的发生不影响另一事件的概率，则称事件 *A* 与事件 *B* 是独立的.

17、已知 $P(A)=0.3, P(B)=0.5$，则 *A,B* 当事件相互独立时，$P(A|B)=$ 0.3.

17、已知 $P(A)=0.3, P(B)=0.5$，则当 A,B 事件互不相容时，$P(A\bar{B})=$ 0.15.

18、若 $X\sim B(100, 0.4)$，则 *D(X)* 24.

18、若 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$，则 $P(|X-\mu|\leq 3\sigma)=$ 0.9973.

19、若二维随机变量（*X,Y*）的相关系数 $\rho_{X,Y}=0$，则称 *X,Y* 不相关.

19、$E[(X-E(X))(Y-E(Y))]$ 称为二维随机变量（*X,Y*）的协方差.

20、如果参数 θ 的估计量 $\hat{\theta}$ 满足 $E(\hat{\theta})=\theta$，则称 $\hat{\theta}$ 为参数 θ 的无偏估计量.

20、若 θ_1, θ_2 都是 θ 的无偏估计，而且 $D(\theta_1)\leq D(\theta_2)$，则称 θ_1 比 θ_2 更有效.

国家开放大学《工程数学（本）》形成性考核作业四测验答案

一、解答题（答案在最后）

1. 设 $A=\begin{bmatrix}1&2\\-3&5\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}-1&1\\4&3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}5&4\\3&-1\end{bmatrix}$，求（1）$A+B$；（2）$A+C$；

（3）AB；（4）$(AB)'C$．

2. 已知 $A=\begin{bmatrix}3&1&0\\-1&2&1\\3&4&2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1&0&2\\-1&1&1\\2&1&1\end{bmatrix}$，求满足方程 $3A-2X=B$ 中的 X．

3. 写出 4 阶行列式

$$\begin{vmatrix}1&0&2&0\\-1&4&3&6\\0&2&-5&3\\3&1&1&0\end{vmatrix}$$

中元素 a_{41}, a_{42} 的代数余子式，并求其值．

4. 用初等行变换求下列矩阵的逆矩阵：

（1）$\begin{bmatrix}1&2&2\\2&1&-2\\2&-2&1\end{bmatrix}$；（2）$\begin{bmatrix}1&2&3&4\\2&3&1&2\\1&1&1&-1\\1&0&-2&-6\end{bmatrix}$；（3）$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\1&1&0&0\\1&1&1&0\\1&1&1&1\end{bmatrix}$．

5. 求矩阵 $\begin{bmatrix}1&0&1&1&0&1&1\\1&1&0&1&1&0&0\\1&0&1&2&1&0&1\\2&1&1&3&2&0&1\end{bmatrix}$ 的秩．

6. 设有线性方程组

$$\begin{bmatrix}\lambda&1&1\\1&\lambda&1\\1&1&\lambda\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\\lambda\\\lambda^2\end{bmatrix}$$

λ 为何值时，方程组有唯一解?或有无穷多解?

7．计算下列向量组的秩，并且（1）判断该向量组是否线性相关；（2）求出该向量组的一个极大无关组.

$$\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\-1\\2\\3\\4\end{bmatrix},\alpha_2=\begin{bmatrix}3\\-7\\8\\9\\13\end{bmatrix},\alpha_3=\begin{bmatrix}-1\\-3\\0\\-3\\-3\end{bmatrix},\alpha_4=\begin{bmatrix}1\\9\\6\\3\\6\end{bmatrix}$$

8．求齐次线性方程组

$$\begin{cases}x_1-3x_2+x_3-2x_4=0\\-5x_1+x_2-2x_3+3x_4=0\\-x_1-11x_2+2x_3-5x_4=0\\3x_1+5x_2+4x_4=0\end{cases}$$

的一个基础解系.

9．求下列线性方程组的全部解.

$$\begin{cases}x_1-5x_2+2x_3-3x_4=11\\-3x_1+x_2-4x_3+2x_4=-5\\-x_1-9x_2-4x_4=17\\5x_1+3x_2+6x_3-x_4=-1\end{cases}$$

二、证明题（答案在最后）

1. 对任意方阵 A，试证 $A+A'$ 是对称矩阵.

2. 若 A 是 n 阶方阵，且 $AA'=I$，试证 $|A|=1$ 或 -1.

3. 试证：线性方程组有解时，它有唯一解的充分必要条件是：相应的齐次线性方程组只有零解.

参考答案

试题 1 答案：

解：

$$A+B=\begin{bmatrix}0 & 3\\ 1 & 8\end{bmatrix} \qquad A+C=\begin{bmatrix}6 & 6\\ 0 & 4\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}7 & 7\\ 23 & 12\end{bmatrix} \qquad (AB)'C=\begin{bmatrix}56 & 21\\ 151 & 80\end{bmatrix}$$

试题 2 答案：

解：$\because 3A-2X=B$

$$\therefore\ X=\frac{1}{2}(3A-B)=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}8 & 3 & -2\\ -2 & 5 & 2\\ 7 & 11 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & \frac{3}{2} & -1\\ -1 & \frac{5}{2} & 1\\ \frac{7}{2} & \frac{11}{2} & \frac{5}{2}\end{bmatrix}$$

试题 3 答案：

解：

$$a_{41}=(-1)^{4+1}\begin{vmatrix}0 & 2 & 0\\ 4 & 3 & 6\\ 2 & -5 & 3\end{vmatrix}=0 \qquad a_{42}=(-1)^{4+2}\begin{vmatrix}1 & 2 & 0\\ -1 & 3 & 6\\ 0 & -5 & 3\end{vmatrix}=45$$

试题 4 答案：

解：（1）

$$[A\,|\,I]=\left[\begin{array}{ccc|ccc}1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0\\ 2 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0\\ 2 & -2 & 1 & 0 & 0 & 1\end{array}\right]\xrightarrow[-2r_1+r_3]{-2r_1+r_2}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -3 & -6 & -2 & 1 & 0\\ 0 & -6 & -3 & -2 & 0 & 1\end{array}\right]\xrightarrow[-2r_2+r_3]{\frac{2}{3}r_2+r_1}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & -2 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0\\ 0 & -3 & -6 & -2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 9 & 2 & -2 & 1\end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[\frac{1}{9}r_3]{-\frac{1}{3}r_2}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & -2 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0\\ 0 & 1 & 2 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0\\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9}\end{array}\right]\xrightarrow[-2r_3+r_2]{2r_3+r_1}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 0 & \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9}\\ 0 & 1 & 0 & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9}\\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9}\end{array}\right]$$

$$\therefore A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9}\\ \frac{2}{9} & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9}\\ \frac{2}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9}\end{bmatrix}$$

（2）$A^{-1}=\begin{bmatrix}22 & -6 & -26 & 17\\ -17 & 5 & 20 & -13\\ -1 & 0 & 2 & -1\\ 4 & -1 & -5 & 3\end{bmatrix}$(过程略)　(3) $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix}$

试题 5 答案：

解：

$$\begin{bmatrix}1&0&1&1&0&1&1\\1&1&0&1&1&0&0\\1&0&1&2&1&0&1\\2&1&1&3&2&0&1\end{bmatrix}\xrightarrow[-2r_1+r_4]{\substack{-r_1+r_2\\-r_1+r_3}}\begin{bmatrix}1&0&1&1&0&1&1\\0&1&-1&0&1&-1&-1\\0&0&0&1&1&-1&0\\0&1&-1&1&2&-2&-1\end{bmatrix}\xrightarrow{-r_2+r_4}\begin{bmatrix}1&0&1&1&0&1&1\\0&1&-1&0&1&-1&-1\\0&0&0&1&1&-1&0\\0&0&0&1&1&-1&0\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-r_3+r_4}\begin{bmatrix}1&0&1&1&0&1&1\\0&1&-1&0&1&-1&-1\\0&0&0&1&1&-1&0\\0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$\therefore\ R(A)=3$

试题 6 答案：

解：

$$\overline{A}=\begin{bmatrix}\lambda&1&1&1\\1&\lambda&1&\lambda\\1&1&\lambda&\lambda^2\end{bmatrix}\xrightarrow{r_1\leftrightarrow r_3}\begin{bmatrix}1&1&\lambda&\lambda^2\\1&\lambda&1&\lambda\\\lambda&1&1&1\end{bmatrix}\xrightarrow[-\lambda r_1+r_3]{-r_1+r_2}\begin{bmatrix}1&1&\lambda&\lambda^2\\0&\lambda-1&1-\lambda&\lambda-\lambda^2\\0&1-\lambda&1-\lambda^2&1-\lambda^3\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_2+r_3}\begin{bmatrix}1&1&\lambda&\lambda^2\\0&\lambda-1&1-\lambda&\lambda(1-\lambda)\\0&0&(2+\lambda)(1-\lambda)&(1+\lambda)(1-\lambda)^2\end{bmatrix}$$

$\therefore$ 当$\lambda\neq1$且$\lambda\neq-2$时，$R(A)=R(\overline{A})=3$，方程组有唯一解

当$\lambda=1$时，$R(A)=R(\overline{A})=1$，方程组有无穷多解

试题 7 答案：

解：

$$[\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4]=\begin{bmatrix}1&3&-1&1\\-1&-7&-3&9\\2&8&0&6\\3&9&-3&3\\4&13&-3&6\end{bmatrix}\longrightarrow\cdots\cdots\cdots\longrightarrow\begin{bmatrix}1&3&-1&1\\0&1&1&2\\0&0&0&18\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$\therefore$该向量组线性相关

试题 8 答案：

解：

$$A=\begin{bmatrix}1&-3&1&-2\\-5&1&-2&3\\-1&-11&2&-5\\3&5&0&4\end{bmatrix}\xrightarrow[-3r_1+r_4]{\substack{5r_1+r_2\\r_1+r_3}}\begin{bmatrix}1&-3&1&-2\\0&-14&3&-7\\0&-14&3&-7\\0&14&-3&10\end{bmatrix}\xrightarrow[-r_2+r_4]{\substack{-\frac{3}{14}r_2+r_1\\-r_2+r_3}}\begin{bmatrix}1&0&\frac{5}{14}&-\frac{1}{2}\\0&-14&3&-7\\0&0&0&0\\0&0&0&3\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[r_3\leftrightarrow r_4]{-\frac{1}{14}r_2}\begin{bmatrix}1&0&\frac{5}{14}&-\frac{1}{2}\\0&1&-\frac{3}{14}&\frac{1}{2}\\0&0&0&3\\0&0&0&0\end{bmatrix}\xrightarrow{\frac{1}{3}r_3}\begin{bmatrix}1&0&\frac{5}{14}&-\frac{1}{2}\\0&1&-\frac{3}{14}&\frac{1}{2}\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}\xrightarrow[-\frac{1}{2}r_3+r_2]{\frac{1}{2}r_3+r_1}\begin{bmatrix}1&0&\frac{5}{14}&0\\0&1&-\frac{3}{14}&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$\therefore$ 方程组的一般解为$\begin{cases}x_1=-\frac{5}{14}x_3\\x_2=\frac{3}{14}x_3\\x_4=0\end{cases}$ 令$x_3=1$，得基础解系 $\xi=\begin{bmatrix}-\frac{5}{14}\\\frac{3}{14}\\0\\1\end{bmatrix}$

试题 9 答案：

解：

$$\bar{A}=\begin{bmatrix}1&-5&2&-3&11\\-3&1&-4&2&-5\\-1&-9&0&-4&17\\5&3&6&-1&-1\end{bmatrix}\xrightarrow[\substack{r_1+r_3\\-5r_1+r_4}]{3r_1+r_2}\begin{bmatrix}1&-5&2&-3&11\\0&-14&2&-7&28\\0&-14&2&-7&28\\0&28&-4&14&-56\end{bmatrix}\xrightarrow[\substack{-r_2+r_3\\2r_2+r_4}]{-\frac{5}{14}r_2+r_1}\begin{bmatrix}1&0&\frac{9}{7}&-\frac{1}{2}&1\\0&-14&2&-7&28\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-\frac{1}{14}r_2}\begin{bmatrix}1&0&\frac{9}{7}&-\frac{1}{2}&1\\0&1&-\frac{1}{7}&\frac{1}{2}&-2\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}\qquad \therefore 方程组一般解为\begin{cases}x_1=-\frac{7}{9}x_3+\frac{1}{2}x_4+1\\x_2=-\frac{1}{7}x_3-\frac{1}{2}x_4-2\end{cases}$$

令 $x_3=k_1$，$x_4=k_2$，这里 k_1，k_2 为任意常数，得方程组通解

$$\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{7}{9}k_1+\frac{1}{2}k_2+1\\\frac{1}{7}k_1-\frac{1}{2}k_2-2\\k_1\\k_2\end{bmatrix}=k_1\begin{bmatrix}-\frac{7}{9}\\\frac{1}{7}\\1\\0\end{bmatrix}+k_2\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\\0\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\-2\\0\\0\end{bmatrix}$$

试题 10 答案：

证明：(A+A′) ′=A′+(A′) ′=A′+A=A+A′

∴A+A′是对称矩阵

试题 11 答案：

证明：∵ A 是 n 阶方阵，且 AA′=I

∴ |AA′|=|A||A′|=|A|2=|I|=1

∴ |A|=1 或|A|= -1

试题 12 答案：

证明：设 AX=B 为含 n 个未知量的线性方程组

该方程组有解，即 R（Ā）= R（A）=n

从而 AX=B 有唯一解当且仅当 R（A）=n

而相应齐次线性方程组 AX=0 只有零解的充分必要条件是 R(A)=n

∴AX=B 有唯一解的充分必要条件是：相应的齐次线性方程组 AX=0 只有零解