

5. 下面的推理正确的是().

- A. (1) $(\forall x)F(x) \rightarrow G(x)$ 前提引入
 (2) $F(y) \rightarrow G(y)$ $US(1)$.
- B. (1) $(\exists x)F(x) \rightarrow G(x)$ 前提引入
 (2) $F(y) \rightarrow G(y)$ $US(1)$.
- C. (1) $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$ 前提引入
 (2) $F(y) \rightarrow G(x)$ $ES(1)$.
- D. (1) $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$ 前提引入
 (2) $F(y) \rightarrow G(y)$ $ES(1)$.

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 A 到 B 上不同的函数个数为_____.
7. 有 n 个结点的无向完全图的边数为_____.
8. 若无向图 G 中存在欧拉路但不存在欧拉回路, 则 G 的奇数度数的结点有_____个.
9. 设 G 是有 10 个结点的无向连通图, 结点的度数之和为 30, 则从 G 中删去_____条边后使之变成树.
10. 设个体域 $D = \{1, 2, 3, 4\}$, 则谓词公式 $(\exists x)A(x)$ 消去量词后的等值式为_____.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“昨天下雨”翻译成命题公式.
12. 将语句“小王今天上午或者去看电影或者去打球”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

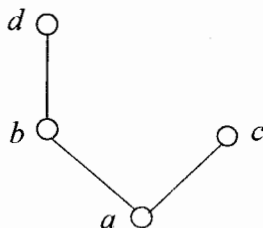
四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 存在集合 A 与 B , 使得 $A \in B$ 与 $A \subseteq B$ 同时成立.
14. 完全图 K_4 是平面图.

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设偏序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图如下, B 为 A 的子集,其中 $B = \{b, c\}$,试



- (1)写出 R 的关系表达式;
- (2)画出关系 R 的关系图;
- (3)求出 B 的最大元、极大元、上界.

16. 设图 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_3, v_5)\}$, 试

- (1)画出 G 的图形表示;
- (2)写出其邻接矩阵;
- (3)求出每个结点的度数;
- (4)画出图 G 的补图的图形.

17. 求 $P \rightarrow (Q \wedge R)$ 的合取范式与主合取范式.

得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 设 A, B 是任意集合,试证明:若 $A \times A = B \times B$,则 $A = B$.

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2017年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. A 2. A 3. C 4. B 5. D

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. 9
7. $n(n-1)/2$ (或 C_n^2)
8. 2
9. 6
10. $A(1) \vee A(2) \vee A(3) \vee A(4)$

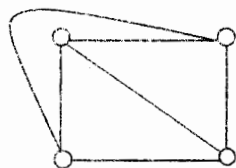
三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :昨天下雨. (2分)
则命题公式为: P . (6分)
12. 设 P :小王今天上午去看电影
 Q :小王今天上午去打球 (2分)
则命题公式为: $\neg(P \leftrightarrow Q)$.
或者 $(\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$ (6分)

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 正确. (3分)
例:设 $A = \{a\}$, $B = \{a, \{a\}\}$ (5分)
则有 $A \in B$ 且 $A \subseteq B$. (7分)
说明:举出符合条件的例均给分.
14. 正确. (3分)
完全图 K_4 是平面图, (5分)

如 K_4 可以如下图所示嵌入平面.



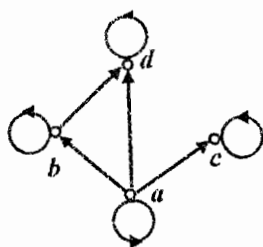
(7 分)

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. (1) $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, d \rangle \}$.

(4 分)

(2) 关系图



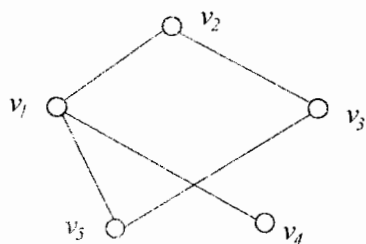
(8 分)

(3) 集合 B 无最大元,极大元为 b 与 c ,无上界.

(12 分)

16. 解:

(1) 关系图



(3 分)

(2) 邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3) $\deg(v_1)=3$

$\deg(v_2)=2$

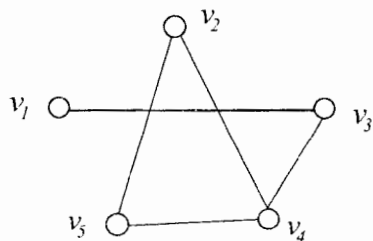
$\deg(v_3)=2$

$\deg(v_4)=1$

$\deg(v_5)=2$

(9 分)

(4) 补图



(12 分)

17. $P \rightarrow (Q \wedge R)$

$\Leftrightarrow \neg P \vee (Q \wedge R)$ (2 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$ 合取范式 (5 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R) \wedge (\neg P \vee R)$ (7 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R) \wedge (\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)$ (9 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q)$ (11 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$ 主合取范式 (12 分)

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

设 $x \in A$, 则 $\langle x, x \rangle \in A \times A$, (1 分)

因 $A \times A = B \times B$, 故 $\langle x, x \rangle \in B \times B$, 则有 $x \in B$, (3 分)

因此 $A \subseteq B$. (5 分)

设 $x \in B$, 则 $\langle x, x \rangle \in B \times B$, (6 分)

因 $A \times A = B \times B$, 故 $\langle x, x \rangle \in A \times A$, 则有 $x \in A$, 因此 $B \subseteq A$. (7 分)

故得 $A = B$. (8 分)

试卷代号:1009

座位号

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2017年6月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 设 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x - y = 1\}$, 则 $R = (\quad)$.

A. $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$ B. $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 5, 6 \rangle\}$
 C. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 6 \rangle\}$ D. $\{\langle 3, 2 \rangle, \langle 5, 4 \rangle, \langle 7, 6 \rangle\}$
2. 若集合 $A = \{a, b, c\}$, 则下列表述正确的是().

A. $\{a, b\} \subseteq A$ B. $\{a\} \in A$
 C. $\{a, b\} \in A$ D. $\emptyset \in A$
3. 设个体域为集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则公式 $(\forall x)(\exists y)(x + y = 5)$ 的解释可为().

A. 存在一整数 x 有整数 y 满足 $x + y = 5$
 B. 对任一整数 x 存在整数 y 满足 $x + y = 5$
 C. 存在一整数 x 对任意整数 y 满足 $x + y = 5$
 D. 任一整数 x 对任意整数 y 满足 $x + y = 5$
4. 设 G 为连通无向图, 则()时, G 中存在欧拉回路.

A. G 存在两个奇数度数的结点 B. G 存在一个奇数度数的结点
 C. G 不存在奇数度数的结点 D. G 存在偶数度数的结点
5. n 阶无向完全图 K_n 的边数及每个结点的度数分别是().

A. $n(n-1)$ 与 n B. $n(n-1)/2$ 与 $n-1$
 C. $n-1$ 与 n D. $n(n-1)$ 与 $n-1$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{3, 4\}$, 则 $A \cup (B - C) =$ _____.
7. 设 $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{a, b\}$, 从 A 到 B 的函数 $f = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle\}$, 从 B 到 C 的函数 $g = \{\langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle\}$, 则 $g \circ f$ 等于 _____.
8. 设 $G = \langle V, E \rangle$ 是一个图, $|E| = 10$, 则 G 的结点度数之和为 _____.
9. 设 G 是具有 n 个结点 m 条边 k 个面的连通平面图, 则 $n + k - 2 =$ _____.
10. 设个体域 $D = \{1, 2, 3\}$, $A(x)$ 为“ x 的 2 倍大于 2”, 则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 的真值为 _____.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“如果他掌握了计算机的用法,那么他就能完成这项工作.”翻译成命题公式.
12. 将语句“前天下雨,昨天还是下雨.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 设 $A = \{a, b, c\}$, $R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle\}$, 则 R 是等价关系.
14. $(\forall x)(P(x) \wedge Q(y) \rightarrow R(x))$ 中量词 \forall 的辖域为 $(P(x) \wedge Q(y))$.

得 分	评卷人

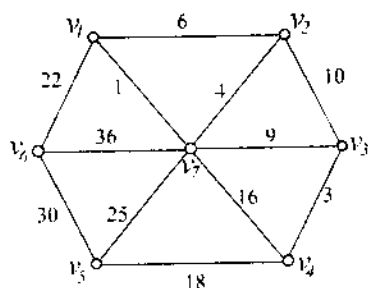
五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设集合 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, b\}$, 试计算
(1) $A \cup B$; (2) $A - B$; (3) $A \times B$.

16. 设 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_3, v_4)\}$, 试

- (1) 给出 G 的图形表示; (2) 写出其邻接矩阵;
(3) 求出每个结点的度数; (4) 画出其补图的图形.

17. 试利用 Kruskal 算法求出如下所示赋权图中的最小生成树(要求写出求解步骤), 并求此最小生成树的权.



得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明: $\neg P \vee Q \Rightarrow P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$.

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2017年6月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. D 2. A 3. B 4. C 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $\{1, 2, 3\}$
7. $\{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle \}$
8. 20(或: $2|E|$)
9. m
10. 假(或 F , 或 0)

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P : 他掌握了计算机的用法, Q : 他能完成这项工作. (2分)
则命题公式为: $P \rightarrow Q$. (6分)
12. 设 P : 前天下雨, Q : 昨天还是下雨. (2分)
则命题公式为: $P \wedge Q$. (6分)

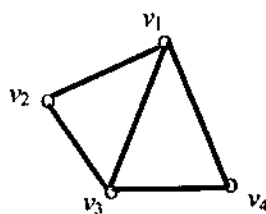
四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)
 R 不是等价关系, 因 R 中包含 $\langle a, b \rangle$ 与 $\langle b, c \rangle$, 但不包含 $\langle a, c \rangle$, 故不满足传递性. (7分)
14. 错误. (3分)
辖域为紧接量词 \forall 之后的最小子公式 $(P(x) \wedge Q(y) \rightarrow R(x))$. (7分)

五、计算题(每小题12分,本题共36分)

15. (1) $A \cup B = \{a, b, c, d\}$; (4分)
(2) $A - B = \{c, d\}$; (8分)
(3) $A \times B = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle d, a \rangle, \langle d, b \rangle \}$ (12分)

16. (1) G 的图形表示如图一所示:



图一

(3 分)

(2) 邻接矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3) $\deg(v_1) = 3$,

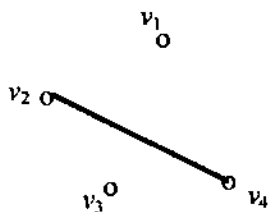
$\deg(v_2) = 2$,

$\deg(v_3) = 3$,

$\deg(v_4) = 2$

(9 分)

(4) 补图如图二所示:



图二

(12 分)

17. 用 Kruskal 算法求产生的最小生成树. 步骤为:

$w(v_1, v_7) = 1$, 选 $e_1 = v_1 v_7$

$w(v_3, v_4) = 3$, 选 $e_2 = v_3 v_4$

$w(v_2, v_7) = 4$, 选 $e_3 = v_2 v_7$

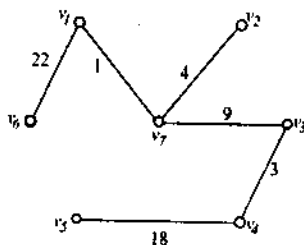
$w(v_3, v_7) = 9$, 选 $e_4 = v_3 v_7$

$w(v_4, v_5) = 18$, 选 $e_5 = v_4 v_5$

$w(v_1, v_6) = 22$, 选 $e_6 = v_1 v_6$

(6 分)

最小生成树如图三所示:



图三

(9 分)

最小生成树的权 $C(T) = 1 + 3 + 4 + 9 + 18 + 22 = 57$.

(12 分)

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

- | | | |
|--|------------|-------|
| (1) $\neg P \vee Q$ | P | (1 分) |
| (2) P | P (附加前提) | (2 分) |
| (3) Q | $T(1)(2)I$ | (4 分) |
| (4) $P \wedge Q$ | $T(2)(3)I$ | (5 分) |
| (5) $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ | $T(4)E$ | (6 分) |
| (6) $\neg(P \rightarrow \neg Q)$ | $T(5)E$ | (7 分) |
| (7) $P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$ | CP 规则 | (8 分) |

说明:因证明过程中,公式引用的次序可以不同,一般引用前提正确得 1 分,利用两个公式得出有效结论得 1 或 2 分,最后得出结论得 2 或 1 分.

另,可以用真值表验证.

试卷代号:1009

座位号

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2018年1月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

- 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in B, \text{且 } x + y = 5\}$, 则 $R = (\quad)$.
 A. $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$ B. $\{\langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$
 C. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$ D. $\{\langle 3, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$
- 若集合 $A = \{a, b, c, d\}$, 则下列表述正确的是().
 A. $\emptyset \in A$ B. $\{a\} \in A$
 C. $\{a, b, c, d\} \in A$ D. $\{a, b\} \subseteq A$
- 设个体域为整数集, 则公式 $(\forall x)(\exists y)(x - y = 2)$ 的解释可为().
 A. 存在一整数 x 有整数 y 满足 $x - y = 2$
 B. 存在一整数 x 对任意整数 y 满足 $x - y = 2$
 C. 对任一整数 x 存在整数 y 满足 $x - y = 2$
 D. 任一整数 x 对任意整数 y 满足 $x - y = 2$
- n 阶无向完全图 K_n 的边数及每个结点的度数分别是().
 A. $n(n-1)$ 与 n B. $n(n-1)$ 与 $n-1$
 C. $n-1$ 与 n D. $n(n-1)/2$ 与 $n-1$
- 设 G 为连通无向图, 则() 时, G 中存在欧拉回路.
 A. G 不存在奇数度数的结点 B. G 存在一个奇数度数的结点
 C. G 存在两个奇数度数的结点 D. G 存在偶数度数的结点

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合 $A = \{x | x \text{ 是小于 4 的正整数}\}$, 用集合的列举法 $A =$ _____.
7. 设 $A = \{1, 2\}, B = \{a, b\}, C = \{1, 2\}$, 从 A 到 B 的函数 $f = \{\langle 1, a \rangle, \langle 2, b \rangle\}$, 从 B 到 C 的函数 $g = \{\langle a, 2 \rangle, \langle b, 1 \rangle\}$, 则复合函数 $g \circ f =$ _____.
8. 设 $G = \langle V, E \rangle$ 是一个图, 结点度数之和为 30, 则 G 的边数为 _____.
9. 设 G 是具有 n 个结点 m 条边 k 个面的连通平面图, 则 $n + k - 2 =$ _____.
10. 设个体域 $D = \{2, 3, 4\}$, $A(x)$ 为“ x 小于 3”, 则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 的真值为 _____.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“如果今天下雨,那么明天的比赛就要延期.”翻译成命题公式.
12. 将语句“地球是圆的,太阳也是圆的.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 设 $A = \{a, b, c, d\}, R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle\}$, 则 R 是等价关系.
14. $(\forall x)(P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow R(x)$ 中量词 \forall 的辖域为 $(P(x) \wedge Q(y))$.

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设集合 $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$, 试计算
- (1) $A \cup B$; (2) $A - B$; (3) $A \times B$.

16. 设 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_3, v_4)\}$, 试

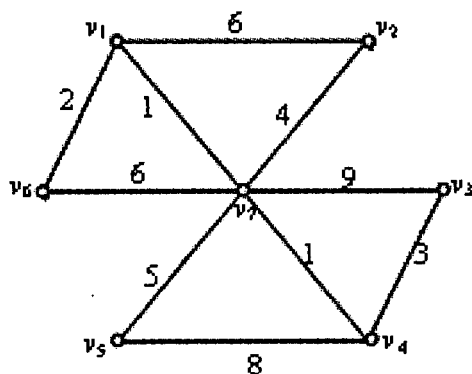
(1) 给出 G 的图形表示;

(2) 写出其邻接矩阵;

(3) 求出每个结点的度数;

(4) 画出其补图的图形.

17. 试利用 Kruskal 算法求出如下所示赋权图中的最小生成树(要求写出求解步骤), 并求此最小生成树的权.



得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明: $P \rightarrow Q \Rightarrow P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$.

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2018年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. B 2. D 3. C 4. D 5. A

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $\{1, 2, 3\}$
7. $\{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}$
8. 15
9. m
10. 假(或 F, 或 0)

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :今天下雨, Q :明天的比赛就要延期. (2分)
则命题公式为: $P \rightarrow Q$. (6分)
12. 设 P :地球是圆的, Q :太阳是圆的. (2分)
则命题公式为: $P \wedge Q$. (6分)

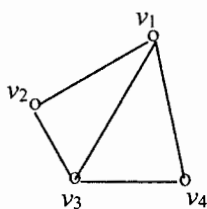
四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)
 R 不是等价关系,因 R 中不含 $\langle d, d \rangle$,故不满足自反性. (7分)
14. 正确. (3分)
辖域为紧接量词 \forall 之后的最小子公式 $(P(x) \wedge Q(y))$. (7分)

五、计算题(每小题12分,本题共36分)

15. (1) $A \cup B = \{a, b, c, d\}$; (4分)
(2) $A - B = \{a\}$; (8分)
(3) $A \times B = \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, d \rangle \}$ (12分)

16. (1) G 的图形表示如图一所示:



图一

(3 分)

(2) 邻接矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3) $\deg(v_1) = 3$,

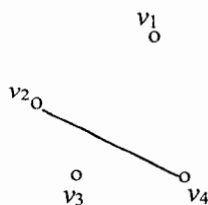
$\deg(v_2) = 2$,

$\deg(v_3) = 3$,

$\deg(v_4) = 2$

(9 分)

(4) 补图如图二所示:



图二

(12 分)

17. 用 Kruskal 算法求产生的最小生成树. 步骤为:

$w(v_1, v_7) = 1$ 选 $e_1 = v_1 v_7$

$w(v_7, v_4) = 1$ 选 $e_2 = v_7 v_4$

$w(v_1, v_6) = 2$ 选 $e_3 = v_1 v_6$

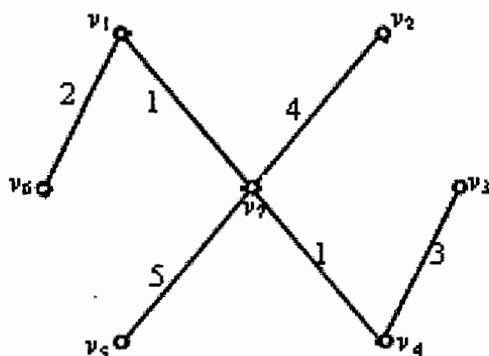
$w(v_3, v_4) = 3$ 选 $e_4 = v_3 v_4$

$w(v_2, v_7) = 4$ 选 $e_5 = v_2 v_7$

$w(v_5, v_7) = 5$ 选 $e_6 = v_5 v_7$

(6 分)

最小生成树如图三所示:



图三

(9 分)

最小生成树的权 $W(T) = 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 16$.

(12 分)

说明:用其他方法,结果正确参照给分.

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

(1) $P \rightarrow Q$ P (1 分)

(2) P P(附加前提) (2 分)

(3) Q T(1)(2)I (4 分)

(4) $P \wedge Q$ T(2)(3)I (5 分)

(5) $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ T(4)E (6 分)

(6) $\neg(P \rightarrow \neg Q)$ T(5)E (7 分)

(7) $P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$ CP 规则 (8 分)

说明:因证明过程中,公式引用的次序可以不同,一般引用前提正确得 1 分,利用两个公式得出有效结论得 1 或 2 分,最后得出结论得 2 或 1 分.

另,可以用真值表验证.

试卷代号:1009

座位号

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2018 年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2018 年 7 月

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
分 数							

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 若集合 $A = \{2, 3, 4, 5\}$, 则下列表述不正确的是().

A. $A \subseteq \{2, 3, 4, 5\}$
B. $\{2, 3, 4, 5\} \in A$

C. $\{2, 3, 4, 5\} \subseteq A$
D. $5 \in A$
2. 若无向图 G 的结点度数之和为 10, 则 G 的边数为().

A. 5
B. 6

C. 10
D. 12
3. 无向图 G 是棵树, 边数为 20, 则 G 的结点数为().

A. 20
B. 21

C. 19
D. 10
4. 设 $A(x): x$ 是人, $B(x): x$ 是运动员, 则命题“有的人是运动员”可符号化为().

A. $\neg (\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$
B. $\neg (\exists x)(\neg A(x) \wedge \neg B(x))$

C. $(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$
D. $(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$
5. 下面的推理正确的是().

A. (1) $(\forall x)F(x) \rightarrow G(x)$ 前提引入

(2) $F(y) \rightarrow G(y)$ US(1).

B. (1) $(\exists x)F(x) \rightarrow G(x)$ 前提引入

(2) $F(y) \rightarrow G(y)$ US(1).

C. (1) $(\exists x)(F(x) \rightarrow G(x))$ 前提引入

(2) $F(y) \rightarrow G(y)$ ES(1).

D. (1) $(\forall x)(F(x) \rightarrow G(x))$ 前提引入

(2) $F(y) \rightarrow G(x)$ ES(1).

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设 $A = \{x | x \text{ 是正整数, 并且是小于 20 的 5 的倍数}\}$, 用集合的列举法 $A =$ _____.

7. 有 n 个结点的无向完全图的边数为_____.

8. 若无向图 G 中存在欧拉回路, 则 G 的奇数度数的结点有_____个.

9. 设 G 是有 8 个结点的无向连通图, 结点的度数之和为 24, 则从 G 中删去_____条边后使之变成树.

10. 设个体域 $D = \{2, 3, 4\}$, 则谓词公式 $(\forall x) P(x)$ 消去量词后的等值式为_____.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“有人来图书馆借书.”翻译成命题公式.

12. 将语句“51 次列车每天上午 10 点发车或者 11 点发车”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

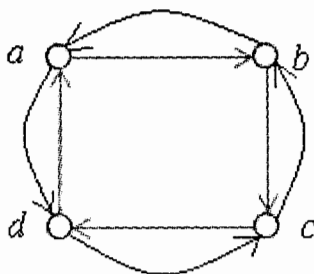
13. 不存在集合 A 与 B , 使得 $A \in B$ 与 $A \subseteq B$ 同时成立.

14. 完全图 K_4 不是平面图.

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设关系 R 的关系图如下,试



(1) 写出 R 的关系表达式;

(2) 判断 R 是否为等价关系,并说明理由.

16. 设图 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_5)\}$, 试

(1) 画出 G 的图形表示;

(2) 写出其邻接矩阵;

(3) 求出每个结点的度数;

(4) 画出图 G 的补图的图形.

17. 求 $(P \wedge Q) \rightarrow (\neg(R \vee S))$ 的合取范式与析取范式.

得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 设 A, B 是任意集合,试证明:若 $A \times A = B \times B$, 则 $A = B$.

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2018年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. B 2. A 3. B 4. D 5. C

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $\{5, 10, 15\}$

7. $n(n-1)/2$

8. 0(或零)

9. 5

10. $P(2) \wedge P(3) \wedge P(4)$

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :有人来图书馆借书. (2分)

则命题公式为: P . (6分)

12. 设 P :51次列车每天上午10点发车

Q :51次列车每天上午11点发车 (2分)

则命题公式为: $\neg(P \leftrightarrow Q)$. (6分)

注:命题公式写为 $(\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$ 也对,参照给分。

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)

反例:设 $A = \{a\}$, $B = \{a, \{a\}\}$ (5分)

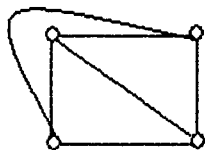
则有 $A \in B$ 且 $A \subseteq B$. (7分)

说明:举出符合条件的反例均给分。

14. 错误. (3分)

完全图 K_4 是平面图, (5分)

如 K_4 可以如下图所示嵌入平面。



(7 分)

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. (1) $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, c \rangle, \langle d, a \rangle, \langle a, d \rangle \}$.

(6 分)

(2) 不是等价关系

(8 分)

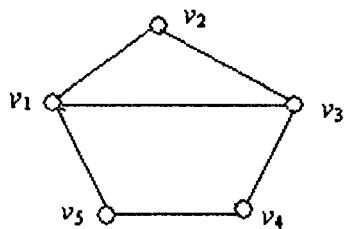
因为该关系不满足自反性

(12 分)

注:答“不满足传递性”也是对的。

16. 解:

(1) 关系图



(3 分)

(2) 邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3) $\deg(v_1) = 3$

$\deg(v_2) = 2$

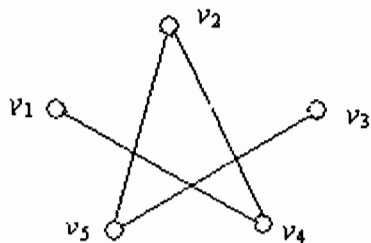
$\deg(v_3) = 3$

$\deg(v_4) = 2$

$\deg(v_5) = 2$

(9 分)

(4)补图



(12 分)

$$17. (P \wedge Q) \rightarrow (\neg(R \vee S))$$

$$\Leftrightarrow \neg(P \wedge Q) \vee (\neg(R \vee S)) \quad (4 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q) \vee (\neg R \wedge \neg S) \quad (7 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q \vee (\neg R \wedge \neg S) \quad \text{析取范式} \quad (9 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee \neg S) \quad \text{合取范式} \quad (12 \text{ 分})$$

说明:写出等价的析取范式、合取范式都给分.

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

设 $x \in A$, 则 $\langle x, x \rangle \in A \times A$, (1 分)

因 $A \times A = B \times B$, 故 $\langle x, x \rangle \in B \times B$, 则有 $x \in B$, (3 分)

因此 $A \subseteq B$. (5 分)

设 $x \in B$, 则 $\langle x, x \rangle \in B \times B$, (6 分)

因 $A \times A = B \times B$, 故 $\langle x, x \rangle \in A \times A$, 则有 $x \in A$, 因此 $B \subseteq A$. (7 分)

故得 $A = B$. (8 分)

试卷代号:1009

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2019年1月

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
分 数							

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 若集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 则下列表述不正确的是().

A. $1 \in A$
B. $\{1, 2, 3\} \subset A$

C. $\{1, 2, 3\} \in A$
D. $\emptyset \subseteq A$
2. 若 R_1 和 R_2 是 A 上的对称关系, 则 $R_1 \cup R_2, R_1 \cap R_2, R_1 - R_2, R_2 - R_1$ 中对称关系有()个.

A. 1
B. 2

C. 3
D. 4
3. 设 G 为连通无向图, 则()时, G 中存在欧拉回路.

A. G 不存在奇数度数的结点
B. G 存在偶数度数的结点

C. G 存在一个奇数度数的结点
D. G 存在两个奇数度数的结点
4. 无向图 G 是棵树, 边数是 10, 则 G 的结点度数之和是().

A. 20
B. 9

C. 10
D. 11
5. 设个体域为整数集, 则公式 $\forall x \exists y (x + y = 0)$ 的解释可为().

A. 存在一整数 x 有整数 y 满足 $x + y = 0$
B. 对任意整数 x 存在整数 y 满足 $x + y = 0$
C. 存在一整数 x 对任意整数 y 满足 $x + y = 0$
D. 任意整数 x 对任意整数 y 满足 $x + y = 0$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{3, 4, 5\}$, 则 $A \cup (C - B)$ 等于_____.
7. 设 $A = \{2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{3, 4\}$, 从 A 到 B 的函数 $f = \{\langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$, 从 B 到 C 的函数 $g = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle\}$, 则 $\text{Dom}(g \circ f)$ 等于_____.
8. 已知图 G 中共有 1 个 2 度结点, 2 个 3 度结点, 3 个 4 度结点, 则 G 的边数是_____.
9. 设 G 是连通平面图, v, e, r 分别表示 G 的结点数, 边数和面数, v 值为 5, e 值为 4, 则 r 的值为_____.
10. 设个体域 $D = \{1, 2, 3, 4\}$, $A(x)$ 为“ x 大于 5”, 则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 的真值为_____.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“学生的主要任务是学习”翻译成命题公式.
12. 将语句“今天天晴, 昨天下雨.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 空集的幂集是空集.
14. 完全图 K_4 不是平面图.

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的关系:
- $$R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}, S = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\},$$
- 试计算 (1) $R \cdot S$; (2) R^{-1} ; (3) $r(R \cap S)$.

16. 图 $G=\langle V,E\rangle$, 其中 $V=\{a,b,c,d\}$, $E=\{(a,b),(a,c),(a,d),(b,c),(b,d),(c,d)\}$, 对应边的权值依次为 2、3、4、5、6 及 7, 试

- (1) 画出 G 的图形;
 - (2) 写出 G 的邻接矩阵;
 - (3) 求出 G 权最小的生成树及其权值.
17. 求 $P\rightarrow(Q\wedge R)$ 的析取范式与主合取范式.

得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明: $\neg\neg(P\rightarrow Q)\wedge\neg R\wedge(Q\rightarrow R)\Rightarrow\neg P$.

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2019年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. D 3. A 4. A 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

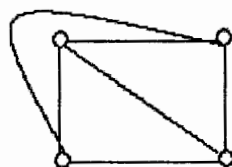
6. $\{1, 2, 3, 5\}$
7. $\{2, 3\}$ (或 A)
8. 10
9. 1
10. 假(或 F , 或 0)

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P : 学生的主要任务是学习. (2分)
则命题公式为: P . (6分)
12. 设 P : 今天天晴, Q : 昨天下雨. (2分)
则命题公式为: $P \wedge Q$. (6分)

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)
空集的幂集不为空集, 为 $\{\emptyset\}$. (7分)
14. 错误. (3分)
完全图 K_4 是平面图, (5分)
如 K_4 可以如下图所示嵌入平面.



(7分)

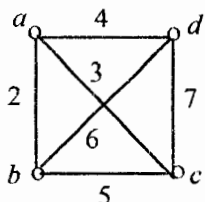
五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 解:(1) $R \cdot S = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \};$ (4 分)

(2) $R^{-1} = \{ \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \};$ (8 分)

(3) $r(R \cap S) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$ (12 分)

16. 解:(1) G 的图形表示为:



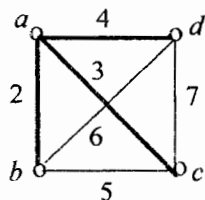
(3 分)

(2)邻接矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3)粗线与结点表示的是最小生成树,



(10 分)

权值为 9 (12 分)

17. 解: $P \rightarrow (Q \wedge R)$

$\Leftrightarrow \neg P \vee (Q \wedge R)$ 析取范式 (2 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$ (5 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R) \wedge (\neg P \vee R)$ (7 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R) \wedge (\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)$ (9 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q)$ (11 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$ 主合取范式 (12 分)

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

$$(1) \neg \neg (P \rightarrow Q) \quad P \quad (1 \text{ 分})$$

$$(2) P \rightarrow Q \quad T(1)E \quad (3 \text{ 分})$$

$$(3) (Q \rightarrow R) \quad P \quad (4 \text{ 分})$$

$$(4) \neg R \quad P \quad (5 \text{ 分})$$

$$(5) \neg Q \quad T(3)(4)I \quad (6 \text{ 分})$$

$$(6) \neg P \quad T(2)(5)I \quad (8 \text{ 分})$$

说明:

(1)因证明过程中,公式引用的次序可以不同,一般引用前提正确得 1 分,利用两个公式得出有效结论得 1 或 2 分,最后得出结论得 2 或 1 分.

(2)另,可以用真值表验证.

试卷代号:1009

座位号

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2019年7月

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
分 数							

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 若集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 则下列表述正确的是().

A. $\{1, 2, 3\} \in A$
B. $A \subset \{1, 2\}$

C. $\{1, 2, 3\} \subseteq A$
D. $\{1, 2\} \in A$
2. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in B, x > y\}$, 则 $R =$ ().

A. $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$

B. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 1, 5 \rangle\}$

C. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle\}$

D. $\{\langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$
3. 无向图 G 的边数是 10, 则图 G 的结点度数之和为().

A. 10
B. 20

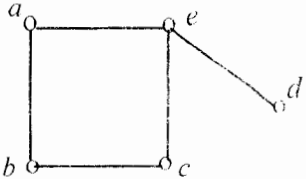
C. 30
D. 5
4. 如图一所示, 以下说法正确的是().

A. e 是割点

B. $\{a, e\}$ 是点割集

C. $\{b, e\}$ 是点割集

D. $\{d\}$ 是点割集



图一

5. 设个体域为整数集,则公式 $\forall x \exists y(x+y=2)$ 的解释可为().

- A. 任意整数 x ,对任意整数 y 满足 $x+y=2$
- B. 对任意整数 x ,存在整数 y 满足 $x+y=2$
- C. 存在一整数 x ,对任意整数 y 满足 $x+y=2$
- D. 存在一整数 x ,有整数 y 满足 $x+y=2$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合 $A=\{a,b,c\}, B=\{b,c\}, C=\{c,d\}$,则 $A \cap (B \cup C)$ 等于_____.

7. 设 $A=\{1,2\}, B=\{2,3\}, C=\{3,4\}$,从 A 到 B 的函数 $f=\{<1,2>, <2,3>\}$,从 B 到 C 的函数 $g=\{<2,3>, <3,4>\}$,则 $\text{Ran}(g \circ f)$ 等于_____.

8. 设 G 是汉密尔顿图, S 是其结点集的一个子集,若 S 的元素个数为 6,则在 $G-S$ 中的连通分支数不超过_____.

9. 设 G 是有 8 个结点的连通图,结点的度数之和为 24,则可从 G 中删去_____条边后使之变成树.

10. 设个体域 $D=\{1,2,3,4\}$,则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 消去量词后的等值式为_____.

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“昨天下雨,今天仍然下雨.”翻译成命题公式.

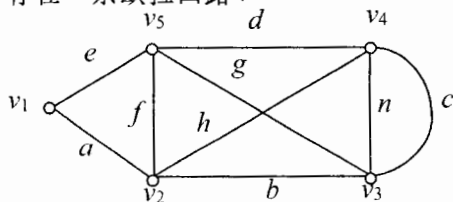
12. 将语句“我们下午 2 点或者去礼堂看电影或者去教室看书.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 不存在集合 A 与 B ,使得 $A \in B$ 与 $A \subseteq B$ 同时成立.

14. 如图二所示的图 G 存在一条欧拉回路.



图二

得 分	评卷人

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设 $A=\{1,2,3\}$, $R=\{\langle x,y \rangle | x \in A, y \in A \text{ 且 } x+y=4\}$, $S=\{\langle x,y \rangle | x \in A, y \in A \text{ 且 } x=y\}$, 试求 $R, S, R^{-1}, r(S)$.

16. 设图 $G=\langle V, E \rangle$, $V=\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $E=\{(v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_2, v_4)\}$, 试

(1)画出 G 的图形表示;

(2)写出其邻接矩阵;

(3)求出每个结点的度数;

(4)画出图 G 的补图的图形.

17. 求 $\neg(P \vee Q) \vee R$ 的析取范式与主合取范式.

得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明: $\neg P \vee Q \Rightarrow P \rightarrow (\neg(\neg P \vee \neg Q))$.

试卷代号:1009

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2019年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. D 3. B 4. A 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $\{b, c\}$
7. $\{3, 4\}$ (或 C)
8. 6
9. 5
10. $A(1) \wedge A(2) \wedge A(3) \wedge A(4)$

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :昨天下雨, Q :今天下雨. (2分)

则命题公式为: $P \wedge Q$. (6分)

12. 设 P :我们下午2点去礼堂看电影,
 Q :我们下午2点去教室看书. (2分)

则命题公式为: $\neg(P \leftrightarrow Q)$. (6分)

注:或者 $(\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$

四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)

例:设 $A = \{a\}$, $B = \{a, \{a\}\}$ (5分)

则有 $A \in B$ 且 $A \subseteq B$. (7分)

说明:举出符合条件的反例均给分.

14. 正确. (3分)

因为图 G 为连通的,且其中每个顶点的度数均为偶数. (7分)

如果具体指出一条欧拉回路也同样给分.

五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 解: $R = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle \}$ (3 分)

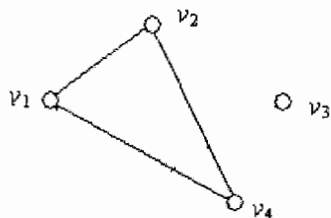
$S = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ (6 分)

$R^{-1} = \{ \langle 3, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle \}$ (9 分)

$r(S) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ (12 分)

说明:对于每一个求解项,如果部分正确,可以给对应 1 分.

16. 解:(1)



(3 分)

(2)邻接矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3) $\deg(v_1) = 2$

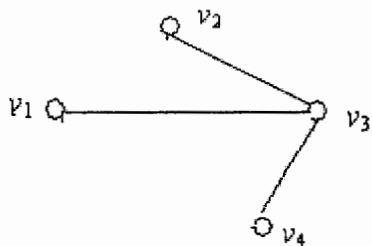
$\deg(v_2) = 2$

$\deg(v_3) = 0$

$\deg(v_4) = 2$

(9 分)

(4)补图



(12 分)

17. 解: $\neg(P \vee Q) \vee R$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee R \quad \text{析取范式} \quad (5 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R) \quad (7 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow ((\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge (\neg Q \vee R) \quad (9 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow ((\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge ((\neg Q \vee R) \vee (P \wedge \neg P)) \quad (10 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R \vee P) \wedge (\neg Q \vee R \vee \neg P) \quad (11 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \quad \text{主合取范式} \quad (12 \text{ 分})$$

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明:

$$(1) \neg P \vee Q \quad P \quad (1 \text{ 分})$$

$$(2) P \quad P(\text{附加前提}) \quad (3 \text{ 分})$$

$$(3) Q \quad T(1)(2)I \quad (5 \text{ 分})$$

$$(4) P \wedge Q \quad T(2)(3)I \quad (6 \text{ 分})$$

$$(5) \neg(\neg P \vee \neg Q) \quad T(4)E \quad (7 \text{ 分})$$

$$(6) P \rightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q) \quad CP \text{ 规则} \quad (8 \text{ 分})$$

说明:(1)因证明过程中,公式引用的次序可以不同,一般引用前提正确得 1 分,利用两个公式得出有效结论得 1 或 2 分,最后得出结论得 2 或 1 分.

(2)可以用真值表验证. 采用反证法可参照给分.

座位号

--	--

离散数学(本) 试题(半开卷)

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

D. 对任一整数 x 存在整数 y 满足 $x+y=0$

得 分	评卷人

二、判断题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. 设 N, R 分别为自然数集与实数集, $f: N \rightarrow R, f(x) = x + 6$, 则 f 是单射. ()
 A. 正确 B. 错误
7. 设 G 是一个无向图, 结点集合为 V , 边集合为 E , 则 G 的结点度数之和为 $|E|$. ()
 A. 正确 B. 错误
8. 有 n 个结点的无向完全图 K_n 的边数为 $n(n-1)$. ()
 A. 正确 B. 错误
9. 设 G 是具有 n 个结点 m 条边 k 个面的连通平面图, 则有关系式: $n + k - 2 = m$. ()
 A. 正确 B. 错误
10. 设个体域 $D = \{a, b, c\}$, 则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 消去量词后的等值式为 $A(a) \vee A(b) \vee A(c)$. ()
 A. 正确 B. 错误

得 分	评卷人

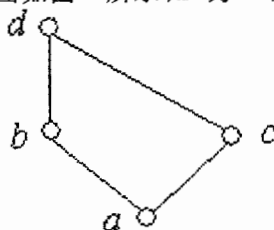
三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“3 大于 2 或 1 加 1 等于 2”翻译成命题公式.
12. 将语句“他们明天去旅游, 仅当明天天晴.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、计算题(每小题 12 分,本题共 48 分)

13. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}, C = \{2, \{3\}\}$, 试计算:
 (1) $A - C$; (2) $A \cap B$; (3) $(A \cap B) \times C$.
14. 设偏序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图如图一所示, B 为 A 的子集, 其中 $B = \{a, b, c\}$, 试:



图一

(1) 写出 R 的关系表达式;

(2) 画出关系 R 的关系图;

(3) 求出 B 的最大元、极小元、最小上界.

15. 图 $G = \langle V, E \rangle$, 其中 $V = \{a, b, c, d, e\}$, $E = \{(a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (b, e), (c, d), (c, e), (d, e)\}$, 对应边的权值依次为 2、1、2、3、6、4、1 及 5, 试:

(1) 画出 G 的图形;

(2) 求出 G 权最小的生成树及其权值.

16. 求 $P \rightarrow (Q \wedge R)$ 的合取范式与主合取范式.

试卷代号:1009

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2020年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. B 2. C 3. B 4. A 5. D

二、判断题(每小题4分,本题共20分)

6. A 7. B 8. B 9. A 10. B

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :3 大于 2, Q :1 加 1 等于 2. (2分)

则命题公式为: $P \vee Q$. (6分)

12. 设 P :他们明天去旅游, Q :明天天晴. (2分)

则命题公式为: $P \rightarrow Q$. (6分)

四、计算题(每小题12分,本题共48分)

13. (1) $A - C = \{1, 3\}$; (4分)

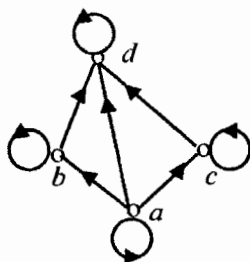
- (2) $A \cap B = \{2, 3\}$; (8分)

- (3) $(A \cap B) \times C = \{\langle 2, 2 \rangle, \langle 2, \{3\} \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, \{3\} \rangle\}$. (12分)

14. (1) $R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, d \rangle\}$.

(4分)

(2)关系图如图二所示:



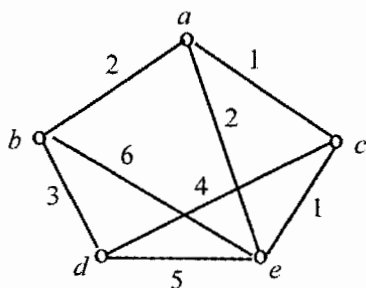
图二

(8分)

- (3)集合 B 无最大元、极小元为 a 、最小上界为 d .

(12分)

15. (1) G 的图形如图三所示:



图三

(4 分)

(2) 用 Kruskal 算法求最小生成树的步骤为:

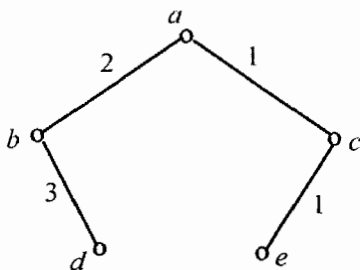
$w(a, c) = 1$, 选 (a, c)

$w(c, e) = 1$, 选 (c, e)

$w(a, b) = 2$, 选 (a, b)

$w(b, d) = 3$, 选 (b, d)

最小生成树如图四所示:



图四

(9 分)

最小生成树的权 $C(T) = 1 + 1 + 2 + 3 = 7$.

(12 分)

注: 用破圈法求最小生成树参照评分

$$16. P \rightarrow (Q \wedge R)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (Q \wedge R)$$

(2 分)

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \quad \text{合取范式}$$

(5 分)

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R) \wedge (\neg P \vee R)$$

(7 分)

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge \neg R) \wedge (\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q)$$

(9 分)

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q)$$

(11 分)

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \quad \text{主合取范式}$$

(12 分)

试卷代号:1009

座位号

--	--

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

离散数学(本) 试题

2020年7月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. 若集合 $A = \{a, b, c\}$, 则下列表述不正确的是().

A. $\emptyset \subseteq A$

B. $a \in A$

C. $\{a\} \in A$

D. $\{a, b, c\} \subseteq A$

2. 设集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in B \text{ 且 } x = y + 1\}$, 则 $R = ($).

A. $\{\langle 3, 2 \rangle, \langle 5, 4 \rangle, \langle 7, 6 \rangle\}$

B. $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 5, 6 \rangle\}$

C. $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$

D. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 6 \rangle\}$

3. n 阶无向完全图 K_n 的边数及每个结点的度数分别是().

A. $n(n-1), n$

B. $n-1, n$

C. $\frac{n(n-1)}{2}, n-1$

D. $n(n-1), n-1$

4. 无向图 G 是棵树, 边数为12, 则 G 的结点数是().

A. 12

B. 24

C. 11

D. 13

5. 设个体域 $D = \{1, 2\}$, 则谓词公式 $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$ 消去量词后的等值式为

()

A. $(P(1) \wedge P(2)) \vee (Q(1) \wedge Q(2))$

B. $(P(1) \wedge P(2)) \vee (Q(1) \vee Q(2))$

C. $(P(1) \vee P(2)) \vee (Q(1) \vee Q(2))$

D. $(P(1) \vee P(2)) \vee (Q(1) \wedge Q(2))$

得 分	评卷人

二、判断题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. 设集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{a, b\}$, 从 A 到 B 的函数 $f = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle\}$, 从 B 到 C 的函数 $g = \{\langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle\}$, 则 $g \circ f = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle\}$. ()

A. 正确

B. 错误

7. 任一无向图中, 度数为奇数的结点的个数为偶数. ()

A. 正确

B. 错误

8. 若图 G 中存在欧拉路, 则图 G 是一个欧拉图. ()

A. 正确

B. 错误

9. 设 G 是具有 n 个结点 m 条边 k 个面的连通平面图, 则有关系式: $n + k - m = 2$. ()

A. 正确

B. 错误

10. 设个体域 $D = \{1, 2, 3\}$, 则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 消去量词后的等值式为 $A(1) \wedge A(2) \wedge A(3)$. ()

A. 正确

B. 错误

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“如果小王来学校, 则他会参加比赛.” 翻译成命题公式.

12. 将语句“小王是个学生, 小李是个职员, 而小张是个军人.” 翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、计算题(每小题 12 分,本题共 48 分)

13. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, \{3\}\}$, $C = \{\{3\}, 4\}$, 试计算:

(1) $B \cup C$; (2) $A - B$; (3) $(A - B) \times C$.

14. 设集合 $A = \{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$, B 为 A 的子集, 其中 $B = \{6, 12\}$, R 是 A 上的整除关系, 试:

(1) 写出 R 的关系表达式;

(2) 画出关系 R 的哈斯图;

(3) 求出 B 的最大元、极大元、最小上界.

15. 设图 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_2, v_5), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$, 试:

(1) 画出 G 的图形表示;

(2) 求出每个结点的度数;

(3) 画出图 G 的补图的图形.

16. 求 $(P \vee Q) \rightarrow R$ 的析取范式与主合取范式.

试卷代号:1009

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2020年7月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. C 2. A 3. C 4. D 5. B

二、判断题(每小题4分,本题共20分)

6. B 7. A 8. B 9. A 10. A

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :小王来学校, Q :他会参加比赛. (2分)

则命题公式为: $P \rightarrow Q$. (6分)

12. 设 P :小王是个学生, Q :小李是个职员, R :小张是个军人. (2分)

则命题公式为: $P \wedge Q \wedge R$. (6分)

四、计算题(每小题12分,本题共48分)

13. (1) $B \cup C = \{2, \{3\}, 4\}$; (4分)

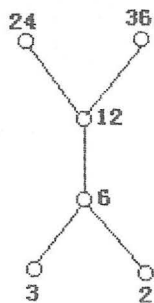
(2) $A - B = \{1, 3\}$; (8分)

(3) $(A - B) \times C = \{\langle 1, \{3\} \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 3, \{3\} \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$ (12分)

14. (1) 集合 $A = \{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$ 上的整除关系 R 为:

$R = \{\langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 6, 6 \rangle, \langle 12, 12 \rangle, \langle 24, 24 \rangle, \langle 36, 36 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 2, 12 \rangle, \langle 3, 12 \rangle, \langle 6, 12 \rangle, \langle 2, 24 \rangle, \langle 3, 24 \rangle, \langle 6, 24 \rangle, \langle 12, 24 \rangle, \langle 2, 36 \rangle, \langle 3, 36 \rangle, \langle 6, 36 \rangle, \langle 12, 36 \rangle\}$. (4分)

(2) 关系 R 的哈斯图如图一所示:



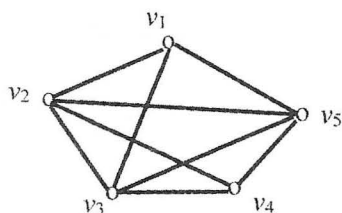
图一

(8分)

(3) 集合 B 的最大元为 12、极大元为 12、最小上界为 12.

(12 分)

15. (1) 关系图如图二所示:



图二

(4 分)

(2) $\deg(v_1) = 3$

$\deg(v_2) = 4$

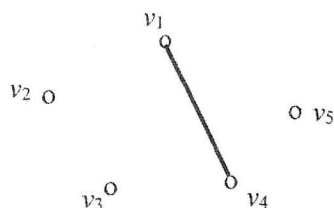
$\deg(v_3) = 4$

$\deg(v_4) = 3$

$\deg(v_5) = 4$

(8 分)

(3) 补图如图三所示:



图三

(12 分)

16. $(P \vee Q) \rightarrow R$

$\Leftrightarrow \neg(P \vee Q) \vee R$

(2 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee R$ 析取范式

(5 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$

(7 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R)$

(9 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \vee (Q \wedge \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R) \vee (P \wedge \neg P)$

(10 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R \vee Q) \wedge (\neg P \vee R \vee \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R \vee P) \wedge (\neg Q \vee R \vee \neg P)$

(11 分)

$\Leftrightarrow (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$ 主合取范式

(12 分)

试卷代号:1009

座位号

--	--

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

离散数学(本) 试题

2020年9月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. 若集合 $A = \{a, b, c\}$, 则下列表述正确的是().

A. $\emptyset \in A$
B. $\{a\} \in A$

C. $\{a, b, c\} \in A$
D. $\{a\} \subseteq A$
2. 设集合 $A = \{2\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in B \text{ 且 } x = y + 1\}$, 则 $R =$ ().

A. \emptyset
B. $\{\langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 5 \rangle\}$

C. $\{\langle 2, 3 \rangle\}$
D. $\{\langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$
3. 5 阶无向完全图 K_5 的边数为().

A. 10
B. 20

C. 5
D. 15
4. 设 G 是有 8 个结点的连通图, 结点的度数之和为 28, 则可从 G 中删去() 条边后使之变成树.

A. 6
B. 7

C. 8
D. 14
5. 设 $A(x)$: x 是金属, $B(x)$: x 是金子, 则命题“有的金属是金子”可符号化为().

A. $(\forall x)(A(x) \wedge B(x))$
B. $\neg (\forall x)(A(x) \rightarrow B(x))$

C. $(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$
D. $\neg (\exists x)(A(x) \wedge \neg B(x))$

得 分	评卷人

二、判断题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. 设集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$, 则 $A \times B$ 的元素个数为 6. ()

A. 正确

B. 错误

7. 设集合 $A = \{a, b, c\}$, $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle b, a \rangle \}$, 则 R 是等价关系. ()

A. 正确

B. 错误

8. 设集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{4, 5\}$, 从 A 到 B 的函数 $f = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle \}$, 从 B 到 C 的函数 $g = \{ \langle 1, 5 \rangle, \langle 2, 4 \rangle \}$, 则 $g \circ f = \{ \langle a, 5 \rangle, \langle b, 4 \rangle \}$. ()

A. 正确

B. 错误

9. 有 6 个结点的无向完全图 K_6 的边数为 30. ()

A. 正确

B. 错误

10. 谓词公式 $(\forall x)(P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow R(x)$ 中量词 \forall 的辖域为 $(P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow R(x)$. ()

A. 正确

B. 错误

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“小明是学生, 小张是飞行员.” 翻译成命题公式.

12. 将语句“当大家都进入教室后, 讨论会开始进行.” 翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、计算题(每小题 12 分,本题共 48 分)

13. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in A \text{ 且 } x - y = 2 \}$, $S = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in A \text{ 且 } x + y = 3 \}$, 试求 $R, S, R \cdot S, r(S)$.

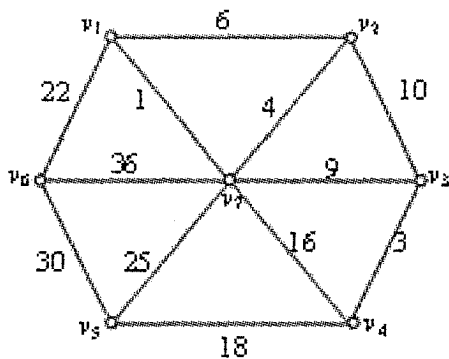
14. 设 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E = \{ (v_1, v_3), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_5) \}$, 试:

(1) 给出 G 的图形表示;

(2) 求出每个结点的度数;

(3) 画出其补图的图形.

15. 试求出如图一所示赋权图中的最小生成树(要求写出求解步骤),并求此最小生成树的权.



图一

16. 求 $(P \vee Q) \rightarrow R$ 的析取范式与合取范式.

试卷代号:1009

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2020年9月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D 2. A 3. A 4. B 5. C

二、判断题(每小题4分,本题共20分)

6. A 7. B 8. A 9. B 10. B

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :小明是学生, Q :小张是飞行员. (2分)

则命题公式为: $P \wedge Q$. (6分)

12. 设 P :大家都进入教室后, Q :讨论会开始进行. (2分)

则命题公式为: $P \rightarrow Q$. (6分)

四、计算题(每小题12分,本题共48分)

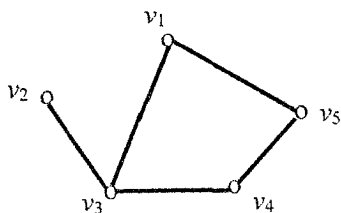
13. $R = \{ \langle 3, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle \}$ (3分)

$S = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}$ (6分)

$R \cdot S = \{ \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 1 \rangle \}$ (9分)

$r(S) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}$ (12分)

14. (1) G 的图形表示如图二所示:

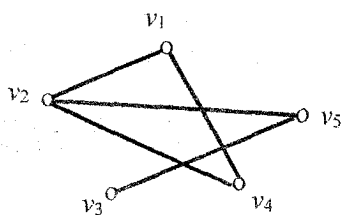


图二

(4分)

(2) v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 结点的度数依次为 2, 1, 3, 2, 2. (8分)

(3) 补图如图三所示:



图三

(12 分)

15. 用 Kruskal 算法求最小生成树的步骤为:

$w(v_1, v_7) = 1$, 选 (v_1, v_7)

$w(v_3, v_4) = 3$, 选 (v_3, v_4)

$w(v_2, v_7) = 4$, 选 (v_2, v_7)

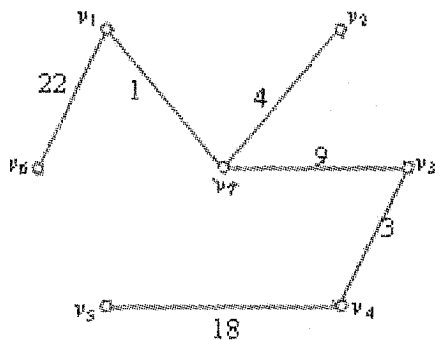
$w(v_3, v_7) = 9$, 选 (v_3, v_7)

$w(v_4, v_5) = 18$, 选 (v_4, v_5)

$w(v_1, v_6) = 22$, 选 (v_1, v_6)

(6 分)

最小生成树如图四所示:



图四

(9 分)

最小生成树的权为: $w(T) = 22 + 1 + 4 + 9 + 3 + 18 = 57$.

(12 分)

注: 如果采用破圈法可参照评分.

16. $(P \vee Q) \rightarrow R$

$\Leftrightarrow \neg(P \vee Q) \vee R$

(4 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee R$ (析取范式)

(8 分)

$\Leftrightarrow (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$ (合取范式)

(12 分)

得 分	评卷人

二、判断题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. 设集合 $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{3, 4\}$, 则 $A \cup B - C = \{1, 2\}$. ()
 A. 正确 B. 错误
7. 如果 R_1 和 R_2 是 A 上的自反关系, 则 $R_1 \cap R_2$ 是自反的. ()
 A. 正确 B. 错误
8. 设集合 $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3\}$, 作 $f: A \rightarrow B$, 则不同的函数个数为 9. ()
 A. 正确 B. 错误
9. 两个图同构的必要条件是结点数相等、边数相等、度数相同的结点数相等. ()
 A. 正确 B. 错误
10. 设个体域 $D = \{1, 2, 3, 4\}$, $A(x)$ 为“ x 等于 3”, 则谓词公式 $(\exists x)A(x)$ 的真值为 F . ()
 A. 正确 B. 错误

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“他上午去教室上课,下午去体育馆参加比赛.”翻译成命题公式.
12. 将语句“如果他接受了这个任务,他一定能完成的.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、计算题(每小题 12 分,本题共 48 分)

13. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, A 上的关系 $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in A \text{ 且 } x + y > 4 \}$, $S = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in A \text{ 且 } x < y \}$, 试求 $R, S, R^{-1}, s(S)$.
14. 设 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $E = \{(v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_3, v_4)\}$, 试:
- (1) 给出 G 的图形表示;
 - (2) 求出每个结点的度数;
 - (3) 画出其补图的图形.

15. 设图 $G = \langle V, E \rangle$, 其中, 结点集 $V = \{a, b, c, d, e\}$, 边集 $E = \{(a, c), (a, e), (b, d), (b, e), (c, e), (d, e)\}$, 对应边的权值依次为 2、3、3、4、1 及 5, 试:

(1) 画出 G 的图形;

(2) 求出 G 权最小的生成树及其权值.

16. 设谓词公式 $(\exists x)(A(x, y) \wedge (\forall z)B(x, y, z)) \wedge (\forall y)C(y, z)$, 试:

(1) 写出量词的辖域;

(2) 指出该公式的自由变元和约束变元.

试卷代号:1009

国家开放大学2020年秋季学期期末统一考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2021年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. C 2. B 3. C 4. A 5. D

二、判断题(每小题4分,本题共20分)

6. A 7. A 8. B 9. A 10. B

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :他上午去教室上课, Q :他下午去体育馆参加比赛. (2分)

则命题公式为: $P \wedge Q$ (6分)

12. 设 P :他接受了这个任务, Q :他一定能完成这个任务, (2分)

则命题公式为: $P \rightarrow Q$. (6分)

四、计算题(每小题12分,本题共48分)

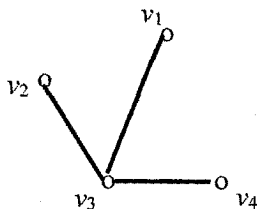
13. $R = \{ \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ (3分)

$S = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$ (6分)

$R^{-1} = \{ \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ (9分)

$s(S) = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle \}$ (12分)

14. (1) G 的图形表示如图一所示:



图一

(4分)

(2) $\deg(v_1) = 1,$

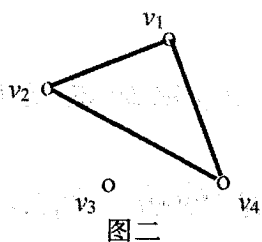
$\deg(v_2) = 1,$

$\deg(v_3) = 3,$

$\deg(v_4) = 1$

(8分)

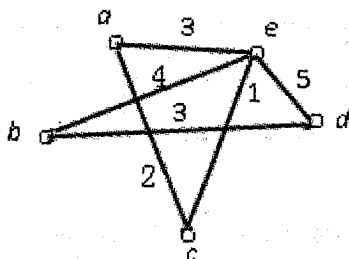
(3) 补图如图二所示:



图二

(12 分)

15. (1) G 的图形如图三所示:



图三

(4 分)

用 Kruskal 算法求最小生成树的步骤为:

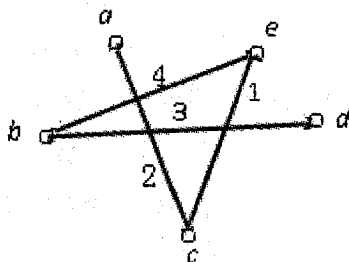
$w(c, e) = 1$, 选 (c, e)

$w(a, c) = 2$, 选 (a, c)

$w(b, d) = 3$, 选 (b, d)

$w(b, e) = 4$, 选 (b, e)

最小生成树如图四所示:



图四

(9 分)

最小生成树的权 $C(T) = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

(12 分)

注: 用破圈法求最小生成树参照评分。

16. (1) $\exists x$ 量词的辖域为 $A(x, y) \wedge (\forall z)B(x, y, z)$,

(2 分)

$\forall z$ 量词的辖域为 $B(x, y, z)$,

(4 分)

$\forall y$ 量词的辖域为 $C(y, z)$.

(6 分)

(2) 自由变元为 $A(x, y) \wedge (\forall z)B(x, y, z)$ 中的 y , 以及 $C(y, z)$ 中的 z .

(9 分)

约束变元为 $A(x, y) \wedge (\forall z)B(x, y, z)$ 中的 x 与 $B(x, y, z)$ 中的 z , 以及 $C(y, z)$ 中的 y .

(12 分)