

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2017年1月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 下列函数中,()不是基本初等函数.

A. $y = (\frac{1}{2})^x$

B. $y = 2^{\sqrt{10}}$

C. $y = \ln(x-1)$

D. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{x}}$

2. 下列函数在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是().

A. $\sin x$

B. e^x

C. x^2

D. $3-x$

3. 下列等式中错误的是().

A. $e^x dx = d(e^x)$

B. $-\sin x dx = d(\cos x)$

C. $\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = d(\sqrt{x})$

D. $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$

4. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $s \times t$ 矩阵, 且 $AC^T B$ 有意义, 则 C 是()矩阵.

A. $s \times n$

B. $n \times s$

C. $t \times m$

D. $m \times t$

5. 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$ 解的情况是().

A. 有唯一解

B. 只有 0 解

C. 有无穷多解

D. 无解

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 已知生产某种产品的成本函数为 $C(q) = 80 + 2q$, 则当产量 $q = 50$ 时, 该产品的平均成本为_____.

7. 曲线 $y = \sqrt{x}$ 在 $(1, 1)$ 处的切线斜率是_____.

8. 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ _____.

9. 矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ 的秩为_____.

10. 若 n 元线性方程组 $AX = 0$ 满足 $r(A) < n$, 则该线性方程组_____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = 3^x + \cos^5 x$, 求 dy .

12. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$, I 是 3 阶单位矩阵, 求 $(I - A)^{-1}B$.

14. 当 λ 取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = \lambda + 2 \end{cases}$$

有解, 在有解的情况下求方程组的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 设某产品的固定成本为 36(万元),且边际成本为 $C'(x)=2x+40$ (万元/百台). 试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量,及产量为多少时,可使平均成本达到最低.

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2017 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. C 2. B 3. D 4. A 5. D

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 3.6

7. $\frac{1}{2}$

8. $-F(e^{-x}) + c$

9. 1

10. 有非零解

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 解:由微分四则运算法则和微分基本公式得

$$dy = d(3^x + \cos^5 x) = d(3^x) + d(\cos^5 x)$$

$$= 3^x \ln 3 dx + 5 \cos^4 x d(\cos x)$$

$$= 3^x \ln 3 dx - 5 \sin x \cos^4 x dx$$

$$= -(3^x \ln 3 - 5 \sin x \cos^4 x) dx$$

.....10 分

12. 解:由换元积分法得

$$\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = - \int \sin \frac{1}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = \cos \frac{1}{x} + c$$

.....10 分

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:由矩阵减法运算得

$$I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad (I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

由矩阵乘法运算得

$$(I - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -9 & -15 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda + 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda - 2 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda - 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda - 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由此可知当 $\lambda \neq 3$ 时,方程组无解. 当 $\lambda = 3$ 时,方程组有解. \dots\dots\dots 10 分

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 + 1 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 - 1 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量) \dots\dots\dots 15 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:当产量由 4 百台增至 6 百台时,总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 40) dx = (x^2 + 40x) \Big|_4^6 = 100 \text{ (万元)} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} \text{又 } \bar{C}(x) &= \frac{\int_0^x C'(x) dx + c_0}{x} = \frac{x^2 + 40x + 36}{x} \\ &= x + 40 + \frac{36}{x} \end{aligned}$$

令 $\bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0$, 解得 $x = 6$. 又该问题确实存在使平均成本达到最低的产量, 所以,

当 $x = 6$ 时可使平均成本达到最小. \dots\dots\dots 20 分

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2017年6月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分, 本题共 15 分)

1. 下列函数中为奇函数的是().

A. $y = x^2 - x$

B. $y = e^x + e^{-x}$

C. $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$

D. $y = x \sin x$

2. 若函数 $f(\frac{1}{x}) = x$, 则 $f'(x) = ()$.

A. $\frac{1}{x}$

B. $-\frac{1}{x}$

C. $\frac{1}{x^2}$

D. $-\frac{1}{x^2}$

3. 下列定积分中积分值为 0 的是().

A. $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx$

B. $\int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$

C. $\int_{-\pi}^{\pi} (x^2 + \sin x) dx$

D. $\int_{-\pi}^{\pi} (x^3 + \cos x) dx$

4. 设 A 是可逆矩阵, 且 $A + AB = I$, 则 $A^{-1} = ()$.

A. $I + B$

B. B

C. $I + B$

D. $I - AB$

5. 若 n 元线性方程组 $AX = 0$ 满足秩 $(A) = n$, 则该线性方程组().

A. 有无穷多解

B. 有唯一解

C. 有非 0 解

D. 无解

得分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 函数 $f(x) = \frac{e^{-x} - e^x}{2}$ 的图形关于_____对称.

7. 函数 $y = x^2 - 1$ 的单调增加区间为_____.

8. $d \int e^{x^2} dx =$ _____.

9. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ a & 0 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, 当 $a =$ _____时, A 是对称矩阵.

10. 已知齐次线性方程组 $AX = 0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 且该方程组有非零解, 则 $r(A) \leq$ _____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = e^{-5x} - \tan x$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, 求 $A^{-1}B$.

14. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 某厂生产某种产品 q 件时的总成本函数为 $C(q) = 20 + 4q + 0.01q^2$ (元), 单位销售价格为 $p = 14 - 0.01q$ (元/件), 问产量为多少时可使利润达到最大? 最大利润是多少?

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2017年6月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. D 3. A 4. C 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. 原点

7. $(0, +\infty)$

8. $e^{-x^2} dx$

9. 0

10. 3

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解:由微分四则运算法则和微分基本公式得

$$y' = (e^{-5x} - \tan x)' = (e^{-5x})' - (\tan x)'$$

$$= e^{-5x}(-5x)' - \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= -5e^{-5x} - \frac{1}{\cos^2 x}$$

.....10分

12. 解:由分部积分法得

$$\int_1^e x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x^2 d(\ln x)$$

$$= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$$

.....10分

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -6 & -4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

即

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

.....9 分

由矩阵乘法得

$$A^{-1}B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -15 & 5 \\ -10 & -15 & 5 \\ 12 & 20 & -5 \end{bmatrix}$$

.....15 分

14. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

.....10 分

由此得到方程组的一般解

$$\begin{cases} x_1 = 15x_4 + 16 \\ x_2 = 8x_4 + 9 \\ x_3 = -5x_4 - 6 \end{cases}$$

(其中 x_4 是自由未知量)

.....15 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:由已知得收入函数

$$R = qp = q(14 - 0.01q) = 14q - 0.01q^2$$

利润函数

$$L = R - C = 14q - 0.01q^2 - 20 - 4q - 0.01q^2 = 10q - 20 - 0.02q^2$$

于是得到

$$L' = 10 - 0.04q$$

令 $L' = 10 - 0.04q = 0$, 解出唯一驻点 $q = 250$. 因为利润函数存在着最大值, 所以当产量为 250 件时可使利润达到最大.10 分

且最大利润为

$$L(250) = 10 \times 250 - 20 - 0.02 \times 250^2 = 1230 (\text{元}) \quad \dots\dots\dots 20 \text{ 分}$$

试卷代号:2006

座位号

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2018 年 1 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 下列函数中,()不是基本初等函数.

A. $y = (\frac{1}{2})^x$

B. $y = \ln(x-1)$

C. $y = 2^{\sqrt{10}}$

D. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{x}}$

2. 设需求量 q 对价格 p 的函数为 $q(p) = 3 - 2\sqrt{p}$, 则需求弹性为 $E_p = ()$.

A. $\frac{\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$

B. $\frac{3 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

C. $-\frac{3 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

D. $\frac{-\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$

3. 下列等式中正确的是().

A. $\sin x dx = d(-\cos x)$

B. $e^{-x} dx = d(e^{-x})$

C. $x^3 dx = d(3x^2)$

D. $-\frac{1}{x} dx = d(\frac{1}{x^2})$

4. 设 A 是 $n \times s$ 矩阵, B 是 $m \times s$ 矩阵, 则下列运算中有意义的是().

A. BA

B. AB^T

C. AB

D. $A^T B$

5. 设线性方程组 $AX = b$ 中, 若秩(\bar{A}) = 4, 秩(A) = 3, 则该线性方程组().

A. 有唯一解

B. 无解

C. 有非零解

D. 有无穷多解

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+2)} + \sqrt{4-x}$ 的定义域是_____.

7. 已知 $f(x) = 1 - \frac{\sin x}{x}$, 当 $x \rightarrow$ _____ 时, $f(x)$ 为无穷小量.

8. $\int_{-1}^1 (x \cos x + 1) dx =$ _____.

9. 若方阵 A 满足_____, 则 A 是对称矩阵.

10. 若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda =$ _____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = x^5 + e^{\sin x}$, 求 dy .

12. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, 求 $(B^T A)^{-1}$.

14. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -2x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 已知某产品的边际成本 $C'(x) = 2$ (元/件), 固定成本为 0, 边际收益 $R'(x) = 12 - 0.02x$, 问产量为多少时利润最大? 在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2018年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. B 2. D 3. A 4. B 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $(-2, -1) \cup (-1, 4]$

7. 0

8. 2

9. $A = A^T$

10. -1

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解:由微分四则运算法则和微分基本公式得

$$dy = d(x^5 + e^{\sin x}) = d(x^5) + d(e^{\sin x})$$

$$= 5x^4 dx + e^{\sin x} d(\sin x)$$

$$= 5x^4 dx + e^{\sin x} \cos x dx$$

$$= (5x^4 + e^{\sin x} \cos x) dx \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

12. 解:由分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$= 0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 1 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:因为

$$B^T A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

所以由公式可得

$$(B^T A)^{-1} = \frac{1}{(-1) \times 3 - 2 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 7 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 8 & 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 6 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = 1 + 5x_4 \\ x_2 = x_4 \\ x_3 = -x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 为自由未知量}) \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:因为边际利润

$$L'(x) = R'(x) - C'(x) = 12 - 0.02x - 2 = 10 - 0.02x$$

令 $L'(x) = 0$, 得 $x = 500$

$x = 500$ 是惟一驻点,而该问题确实存在最大值. 即产量为 500 件时利润最大. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

当产量由 500 件增加至 550 件时,利润改变量为

$$\Delta L = \int_{500}^{550} (10 - 0.02x) dx = (10x - 0.01x^2) \Big|_{500}^{550} = 500 - 525 = -25 (\text{元})$$

即利润将减少 25 元. $\dots\dots\dots 20 \text{ 分}$

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年春季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2018年7月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = x^5 + e^{\sin x}$, 求 dy .

12. 计算不定积分 $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, 求 $A^{-1}B$.

14. 求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 设某产品的固定成本为 36(万元),且边际成本为 $C'(x) = 2x + 40$ (万元/百台). 试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量,及产量为多少时,可使平均成本达到最低.

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年春季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2018年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. D 2. A 3. A 4. C 5. D

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. 3.6

7. $\frac{1}{2}$

8. $-F(e^{-x}) + c$

9. 1

10. 有非零解

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解:由微分四则运算法则和微分基本公式得

$$dy = d(x^5 + e^{\sin x}) = d(x^5) + d(e^{\sin x})$$

$$= 5x^4 dx + e^{\sin x} d(\sin x)$$

$$= 5x^4 dx + e^{\sin x} \cos x dx$$

$$= (5x^4 + e^{\sin x} \cos x) dx \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

12. 解:由分部积分法得

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 2 \int \frac{\sqrt{x}}{x} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + c \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -6 & -4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \\ & \text{即 } A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分} \end{aligned}$$

由矩阵乘法得

$$A^{-1}B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -15 & 5 \\ -10 & -15 & 5 \\ 12 & 20 & -5 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解:因为系数矩阵

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分} \end{aligned}$$

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量) $\dots\dots\dots 15 \text{ 分}$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:当产量由 4 百台增至 6 百台时,总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 40) dx = (x^2 + 40x) \Big|_4^6 = 100 \text{ (万元)} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{又 } \bar{C}(x) = \frac{\int_0^x C'(x) dx + c_0}{x} = \frac{x^2 + 40x + 36}{x} = x + 40 + \frac{36}{x}$$

令 $\bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0$, 解得 $x = 6$. 又该问题确实存在使平均成本达到最低的产量, 所

以, 当 $x = 6$ 时可使平均成本达到最小. \dots\dots\dots 20 分

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2019年1月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

- 下列结论中,()是正确的.
 - 偶函数的图形关于坐标原点对称
 - 奇函数的图形关于坐标原点对称
 - 基本初等函数都是单调函数
 - 周期函数都是有界函数
- 下列函数在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是().
 - $\sin x$
 - x^2
 - e^x
 - $3-x$
- 若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数,则下列等式成立的是().
 - $\int_a^x f(x) dx = F(x)$
 - $\int_a^b f'(x) dx = F(b) - F(a)$
 - $\int_a^x f(x) dx = F(x) - F(a)$
 - $\int_a^b F(x) dx = f(b) - f(a)$
- 设 A 为 3×2 矩阵, B 为 2×3 矩阵,则下列运算中()可以进行.
 - AB
 - $A+B$
 - AB^T
 - BA^T
- 若 n 元线性方程组 $AX=0$ 满足 $r(A)=n$,则该线性方程组().
 - 有无穷多解
 - 有唯一解
 - 有非 0 解
 - 无解

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

- 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ 的定义域是_____.
- 若函数 $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ x^2+k, & x \geq 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处连续,则 $k =$ _____.
- 若 $\ln x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数,则 $f(x) =$ _____.
- 若方阵 A 满足_____,则 A 是对称矩阵.
- 线性方程组 $AX=b$ 的增广矩阵 \bar{A} 化成阶梯形矩阵后为

$$\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d+1 \end{bmatrix}$$
 则当 $d =$ _____时,方程组 $AX=b$ 有无穷多解.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = \cos 2^x + \ln x$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 $(AA^T)^{-1}$.

14. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 某厂每天生产某种产品 q 件的成本函数为 $C(q) = 0.5q^2 + 36q + 9800$ (元). 为使平均成本最低, 每天产量应为多少? 此时, 每件产品平均成本为多少?

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2019年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. B 2. C 3. C 4. A 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $(-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$

7. e

8. $\frac{1}{x}$

9. $A = A^T$

10. -1

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解:由导数四则运算法则和导数基本公式得

$$\begin{aligned} y' &= (\cos 2^x + \ln x)' = (\cos 2^x)' + (\ln x)' \\ &= -\sin 2^x (2^x)' + \frac{1}{x} \\ &= -2^x \ln 2 \sin 2^x + \frac{1}{x} \dots\dots\dots 10 \text{ 分} \end{aligned}$$

12. 解:由分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx &= -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx \\ &= 0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= 1 \dots\dots\dots 10 \text{ 分} \end{aligned}$$

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:由矩阵乘法和转置运算得

$$AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{即 } (AA^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

由此得到方程组的一般解

$$\begin{cases} x_1 = 15x_4 + 16 \\ x_2 = 8x_4 + 9 \\ x_3 = -5x_4 - 6 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 是自由未知量}) \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 因为 $\bar{C}(q) = \frac{C(q)}{q} = 0.5q + 36 + \frac{9800}{q} \quad (q > 0)$

$$\bar{C}'(q) = 0.5 - \frac{9800}{q^2}$$

令 $\bar{C}'(q) = 0$, 得 $q_1 = 140, q_2 = -140$ (舍去). $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

可以验证 $q_1 = 140$ 是平均成本函数 $\bar{C}(q)$ 的最小值点, 即使平均成本最低, 每天产量应为 140 件. 此时的平均成本为

$$\bar{C}(140) = 0.5 \times 140 + 36 + \frac{9800}{140} = 176 (\text{元 / 件}) \quad \dots\dots\dots 20 \text{ 分}$$

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题

2019年7月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分, 本题共 15 分)

1. 下列函数中为奇函数的是().

A. $y = x^2 - x$

B. $y = e^x + e^{-x}$

C. $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$

D. $y = x \sin x$

2. 若函数 $f(\frac{1}{x}) = x$, 则 $f'(x) = ($).

A. $\frac{1}{x}$

B. $-\frac{1}{x}$

C. $\frac{1}{x^2}$

D. $-\frac{1}{x^2}$

3. 下列无穷积分中收敛的是().

A. $\int_0^{+\infty} e^x dx$

B. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$

D. $\int_1^{+\infty} \ln x dx$

4. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $s \times t$ 矩阵, 且 $AC^T B$ 有意义, 则 C 是() 矩阵.

A. $s \times n$

B. $n \times s$

C. $t \times m$

D. $m \times t$

5. 设线性方程组 $AX = b$ 中, 若 $r(\bar{A}) = 4$, $r(A) = 3$, 则该线性方程组().

A. 有唯一解

B. 无解

C. 有非零解

D. 有无穷多解

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & -5 \leq x < 0 \\ x^2-1, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$ 的定义域是_____.

7. 函数 $f(x) = \frac{1}{1-e^x}$ 的间断点是_____.

8. 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ _____.

9. 已知 $ad - bc = 1$, 则 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} =$ _____.

10. 若 n 元线性方程组 $AX = 0$ 满足 $r(A) < n$, 则该线性方程组_____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = \cos x + \ln^3 x$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 已知 $AX = B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 8 & 10 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 X .

14. 当 λ 取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = \lambda + 2 \end{cases}$$

有解, 在有解的情况下求方程组的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 已知某产品的边际成本 $C'(x) = 2$ (元/件), 固定成本为 0, 边际收益 $R'(x) = 12 - 0.02x$, 问产量为多少时利润最大? 在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

试卷代号:2006

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题答案及评分标准

(供参考)

2019年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. D 3. B 4. A 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $[-5, 2)$

7. $x=0$

8. $-F(e^{-x}) + c$

9. $\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

10. 有无穷多解(或答:有非零解)

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解:由导数四则运算法则和导数基本公式得

$$\begin{aligned} y' &= (\cos x + \ln^3 x)' = (\cos x)' + (\ln^3 x)' \\ &= -\sin x + 3 \ln^2 x (\ln x)' \\ &= -\sin x + \frac{3 \ln^2 x}{x} \dots\dots\dots 10 \text{分} \end{aligned}$$

12. 解:由分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_1^e x \ln x dx &= \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x^2 d(\ln x) \\ &= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} \dots\dots\dots 10 \text{分} \end{aligned}$$

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{即 } A^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

由矩阵乘法得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ -15 & -23 \\ 8 & 12 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda-2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda \neq 3$ 时, 方程组无解。当 $\lambda = 3$ 时, 方程组有解。 10 分

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 + 1 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 - 1 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量) 15 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 因为边际利润

$$L'(x) = R'(x) - C'(x) = 12 - 0.02x - 2 = 10 - 0.02x$$

令 $L'(x) = 0$, 得 $x = 500$

可以验证 $x = 500$ 是利润函数 $L(x)$ 的最大值点。即产量为 500 件时利润最大。 10 分

当产量由 500 件增加至 550 件时, 利润改变量为

$$\Delta L = \int_{500}^{550} (10 - 0.02x) dx = (10x - 0.01x^2) \Big|_{500}^{550} = 500 - 525 = -25 (\text{元})$$

即利润将减少 25 元。 20 分

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

经济数学基础 12 试题

2020 年 1 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

- 下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调减少的是().
 A. $\sin x$ B. x^2
 C. e^x D. $3-x$
- 下列极限计算正确的是().
 A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = 1$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 0$
 C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$
- 下列等式成立的是().
 A. $\sin x dx = d(\cos x)$ B. $2^x dx = \frac{1}{\ln 2} d(2^x)$
 C. $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$ D. $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = d(\sqrt{x})$
- 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, 则 A 的元素 $a_{31} =$ ().
 A. 3 B. 4
 C. 1 D. 0
- 若线性方程组 $AX = O$ 只有零解, 则线性方程组 $AX = b$ ().
 A. 有唯一解 B. 有无穷多解
 C. 无解 D. 解不能确定

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

- 函数 $y = \frac{\sqrt{1-x}}{\ln(1+x)}$ 的定义域是_____.
- $\int (\sin x)' dx =$ _____.
- 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(2x+1) dx =$ _____.
- 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ 的秩是_____.
- 线性方程组 $AX = b$ 有解的充分必要条件是_____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,本题共 20 分)

11. 设 $y = e^{-x^2} + \cos 2x$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,本题共 30 分)

13. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, 求 $(A^T B)^{-1}$.

14. 求 λ 为何值时,线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = \lambda \end{cases}$$

有解,并求一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 设生产某种产品 q 个单位时的成本函数为 $C(q) = 100 + 0.25q^2 + 6q$ (万元),
求:① $q = 10$ 时的总成本、平均成本和边际成本;②产量 q 为多少时,平均成本最小.

试卷代号:2006

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题答案及评分标准

(供参考)

2020年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. D 2. C 3. B 4. A 5. D

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $(-1,0) \cup (0,1]$

7. $\sin x + c$

8. $\frac{1}{2}F(2x+1)+c$

9. 2

10. $r(A)=r(\bar{A})$

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 解: $y' = e^{-x^2}(-x^2)' - \sin 2x(2x)' = -2xe^{-x^2} - 2\sin 2x$ 10分

12. 解: $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 2e^{\sqrt{x}} d\sqrt{x} = 2e^{\sqrt{x}} \Big|_1^4 = 2e^2 - 2e$ 10分

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

13. 解: $A^TB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ 5分

$$[A^TB \quad I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

因此, $(A^TB)^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$15分

14. 解:对增广矩阵做初等行变换,可得

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 3 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 1 & -9 & \lambda-6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

因此,当 $\lambda-3=0$ 即 $\lambda=3$ 时,方程组有解.

.....10 分

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = 5x_3 - 1 \\ x_2 = 9x_3 - 3 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量.

.....15 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:①当 $q=10$ 时的总成本为

$$C(10) = 100 + 0.25 \times (10)^2 + 6 \times 10 = 185 \text{ (万元)},$$

$$\text{平均成本为 } \bar{C}(10) = \frac{C(10)}{10} = 18.5 \text{ (万元/单位)},$$

$$\text{边际成本为 } C'(10) = (0.5q + 6)|_{q=10} = 11 \text{ (万元/单位)}.$$

.....10 分

$$\text{②因为 } \bar{C}(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{100}{q} + 0.25q + 6,$$

$$\text{令 } \bar{C}'(q) = -\frac{100}{q^2} + 0.25 = 0, \text{ 解得唯一驻点 } q = 20 (q = -20 \text{ 舍去}).$$

$$\text{又 } \bar{C}''(q) = \frac{200}{q^3} > 0, \text{ 所以 } q = 20 \text{ 是平均成本函数 } \bar{C}(q) \text{ 的极小值, 也是最小值.}$$

因此,当产量 $q=20$ 时,可使平均成本最小.

.....20 分

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

经济数学基础 12 试题

2020年7月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,本题共 20 分)

11. 设 $y = e^{2x} + x\sqrt{x}$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,本题共 30 分)

13. 设 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, 求 $(I+A)^{-1}$.

14. 求非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$ 的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 生产某产品的边际成本为 $C'(x) = 8x$ (万元/百台), 边际收入为 $R'(x) = 100 - 2x$ (万元/百台), 其中 x 为产量, 求: ①产量为多少时利润最大; ②在最大利润产量的基础上再生产 2 百台, 利润将会发生什么变化.

试卷代号:2006

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题答案及评分标准

(供参考)

2020年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. A 3. D 4. B 5. A

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. 2
7. $2^x \ln 2 + 2$
8. 0
9. BA^{-1}
10. -1

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 解: $y' = (e^{2x})' + (x\sqrt{x})' = e^{2x} \cdot (2x)' + \frac{3}{2}\sqrt{x} = 2e^{2x} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$ 10分

12. 解: $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{1}{4} (e^2 + 1)$ 10分

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

13. 解: $I + A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ 3分

$$[I + A \quad I] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -10 & 6 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\text{因此, } (I+A)^{-1} = \begin{bmatrix} -10 & 6 & -5 \\ -5 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解:对增广矩阵做初等行变换,可得.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & -4 \\ 0 & -1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{因此,方程组的一般解为} \begin{cases} x_1 = 2x_3 + 1 \\ x_2 = -3x_3 + 2 \end{cases}, \text{其中 } x_3 \text{ 是自由未知量.} \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:①因为边际利润为

$$L'(x) = R'(x) - C'(x) = 100 - 2x - 8x = 100 - 10x$$

令 $L'(x) = 100 - 10x = 0$, 解得唯一驻点 $x = 10$.

又 $L''(x) = -10 < 0$, 所以 $x = 10$ 就是利润函数 $L(x)$ 的极大值, 也是最大值, 因此, 当产量为 10(百台)时可使利润达到最大. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}

②在产量为 10(百台)的基础上再生产 2(百台), 利润的改变量为

$$\Delta L = \int_{10}^{12} (100 - 10x) dx = (100x - 5x^2) \Big|_{10}^{12} = -20$$

即利润将减少 20(万元). \dots\dots\dots 20 \text{ 分}

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

经济数学基础 12 试题

2020年9月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,本题共 20 分)

11. 设 $y = 2^x - \sin 5x$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,本题共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix}$, 求解矩阵方程 $XA = B$.

14. 求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 = 0 \\ -x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$ 的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 投产某产品的固定成本为 36(万元), 边际成本为 $C'(x) = 2x + 40$ (万元/百台). 试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量, 及产量为多少时, 可使平均成本达到最低.

试卷代号:2006

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题答案及评分标准

(供参考)

2020年9月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. A 2. B 3. C 4. D 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. 1

7. $\cos x$

8. $-\frac{1}{(1+x)^2}$

9. 4×2

10. 2

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 解: $y' = (2^x)' - (\sin 5x)' = 2^x \ln 2 - \cos 5x \cdot (5x)' = 2^x \ln 2 - 5 \cos 5x$ 10分

12. 解: $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx = - \int_1^2 e^{\frac{1}{x}} d \frac{1}{x} = -e^{\frac{1}{x}} \Big|_1^2 = e - \sqrt{e}$ 10分

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

13. 解: 由 $XA = B$ 可得 $X = BA^{-1}$3分

$$\begin{aligned} [A \quad I] &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -4 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 6 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & 6 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 5 & -4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

由此可得 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{bmatrix}$12 分

因此, $X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & -15 & 13 \\ -65 & 47 & -38 \end{bmatrix}$15 分

14. 解: 对系数矩阵 A 做初等行变换, 可得

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 7 & -4 \\ -1 & -4 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
10 分

因此, 方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = -5x_3 \\ x_2 = 2x_3 \end{cases}$, 其中 x_3 为自由未知量.15 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 40) dx = (x^2 + 40x) \Big|_4^6 = 100 \text{ (万元)}$$
6 分

总成本函数为

$$C(x) = \int C'(x) dx = \int (2x + 40) dx = x^2 + 40x + c$$

由 $C(0) = 36$ 可得 $c = 36$, 从而 $C(x) = x^2 + 40x + 36$. 因此, 平均成本函数为

$$\bar{C}(x) = \frac{x^2 + 40x + 36}{x} = x + 40 + \frac{36}{x}$$
12 分

令 $\bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0$, 解得唯一驻点 $x = 6$ ($x \neq -6$ 舍去).

又 $\bar{C}''(x) = \frac{72}{x^3} > 0$, 所以 $x = 6$ 是平均成本函数的极小值, 也是最小值. 因此, 当产量为 6

百台时, 可使平均成本达到最小.20 分

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学2020年秋季学期期末统一考试

经济数学基础 12 试题

2021年1月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,本题共 20 分)

11. 设 $y = \ln(1 + \sin x)$, 求 y' .

12. 计算不定积分 $\int x \sqrt{2+x^2} dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,本题共 30 分)

13. 设 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, 求 $(I+A)^{-1}$.

14. 求非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4 \end{cases}$ 的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 设生产某种产品 q 个单位时的成本函数为 $C(q) = 100 + 0.25q^2 + 6q$ (万元),

求:(1) $q=10$ 时的总成本、平均成本和边际成本;(2)产量 q 为多少时,平均成本最小?

试卷代号:2006

国家开放大学2020年秋季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题答案及评分标准

(供参考)

2021年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. D 2. D 3. C 4. B 5. A

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. -1
7. $y=x-1$
8. 0
9. $(I-B)^{-1}A$
10. $r(A)=r(\bar{A})=n$

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 解: $y' = (\ln(1+\sin x))' = \frac{(1+\sin x)'}{1+\sin x} = \frac{\cos x}{1+\sin x}$ 10分

12. 解: $\int x\sqrt{2+x^2} dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{2+x^2} d(2+x^2) = \frac{1}{3} (2+x^2)\sqrt{2+x^2} + c$ 10分

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

13. 解: $I+A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ 3分

$$\begin{aligned} [I+A \quad I] &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -10 & 6 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\text{因此, } (I+A)^{-1} = \begin{bmatrix} -10 & 6 & -5 \\ -5 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解: 对增广矩阵做初等行变换, 可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 2 & 1 & -1 & 7 \\ 1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & -3 & -3 & -9 \\ 0 & -4 & -4 & -12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{因此, 方程组的一般解为 } \begin{cases} x_1 = x_3 + 2 \\ x_2 = -x_3 + 3 \end{cases}, \text{ 其中 } x_3 \text{ 是自由未知量.} \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: (1) 当 $q=10$ 时的总成本为

$$C(10) = 100 + 0.25 \times 10^2 + 6 \times 10 = 185 (\text{万元}),$$

$$\text{平均成本为 } \bar{C}(10) = \frac{C(10)}{10} = 18.5 (\text{万元/单位}),$$

$$\text{边际成本为 } C'(10) = (0.5q + 6) \Big|_{q=10} = 11 (\text{万元/单位}). \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 因为 } \bar{C}(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{100}{q} + 0.25q + 6,$$

$$\text{令 } \bar{C}'(q) = -\frac{100}{q^2} + 0.25 = 0, \text{ 解得唯一驻点 } q = 20 (q = -20 \text{ 舍去}).$$

$$\text{又 } \bar{C}''(q) = \frac{200}{q^3} > 0, \text{ 所以 } q = 20 \text{ 是平均成本函数 } \bar{C}(q) \text{ 的极小值点, 也是最小值点.}$$

因此, 当产量 $q=20$ 时, 可使平均成本最小. $\dots\dots\dots 20 \text{ 分}$