试卷代号:1080 **座位号**□□

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期"开放本科"期末考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2017年1月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 设 A,B 都是 n 阶方阵,则下列命题中正确的是(　　).

A. $(A+I)(A-I)=A^2-I$

B. 若 $AB=O$,则 $A=O$ 或 $B=O$

C. 若 $AB=AC$,且 $A\neq O$,则 $B=C$

D. $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$

2. 若齐次线性方程组 $AX=O$ 只有零解,则非齐次线性方程组 $AX=b$ 的解的情况是(　　).

A. 有唯一解　　B. 有无穷多解

C. 可能无解　　D. 有非零解

3. 设 A,B 是两个随机事件,则下列等式中不正确的是(　　).

A. $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$　　B. $P(AB)=P(A)P(B)$

C. $P(A)=1-P(\overline{A})$　　D. $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$

4. 袋中有 3 个红球，2 个白球，第一次取出一球后放回，第二次再取一球，则两次都取到红球的概率是(　　).

A. $\frac{3}{10}$

B. $\frac{3}{20}$

C. $\frac{6}{25}$

D. $\frac{9}{25}$

5. 对于单个正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，σ^2 未知时，关于均值 μ 的假设检验应采用(　　).

A. F 检验法

B. U 检验法

C. χ^2 检验法

D. t 检验法

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

6. 设 A,B 是 3 阶方阵，其中 $|A|=3$，$|B|=2$，则 $|2A'B^{-1}|=$________.

7. 设 A 为 n 阶方阵，若存在数 λ 和非零 n 维向量 X，使得 $AX=\lambda X$，则称 X 为 A 相应于特征值 λ 的________________.

8. 若 $r(A)=1$，则 3 元齐次线性方程组 $AX=O$ 的一个基础解系中含有________个解向量.

9. 若 $P(A+B)=0.9$，$P(\overline{A}B)=0.3$，$P(A\overline{B})=0.5$，则 $P(AB)=$________.

10. 设随机变量 X，若 $E(X)=3$，则 $E(2X+1)=$________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 解矩阵方程 $AX=B$,其中 $A=\begin{bmatrix}0&1&0\\2&3&-1\\1&4&0\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}2&0\\3&1\\-1&2\end{bmatrix}$.

12. λ 为何值时,下列方程组有解?有解时求出其全部解.

$$\begin{cases}x_1+x_2-3x_3=1\\-x_1-2x_2+x_3=2\\2x_1+3x_2-4x_3=\lambda\end{cases}$$

13. 设 $X\sim N(2,25)$,试求:(1)$P(12<X<17)$;(2)$P(X>-3)$.(已知 $\Phi(1)=0.8413$,$\Phi(2)=0.9772$,$\Phi(3)=0.9987$)

14. 据资料分析,某厂生产的砖的抗断强度 X 服从正态分布 $N(32.5,1.21)$. 今从该厂最近生产的一批砖中随机地抽取了 9 块,测得抗断强度(单位:kg/cm^2)的平均值为 31.18. 假设标准差没有改变,在 0.05 的显著性水平下,问这批砖的抗断强度是否合格.($u_{0.975}=1.96$)

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2+A-3I=O$,试证方阵 $A-I$ 可逆.

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期"开放本科"期末考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2017年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. A　　2. C　　3. B　　4. D　　5. D

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 12

7. 特征向量

8. 2

9. 0.1

10. 7

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换可得

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -1 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 5 & 1 & -2 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

因此,$A^{-1}=\begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.　　……(10分)

于是,由矩阵乘法可得

$$X=A^{-1}B=\begin{bmatrix}-4&0&1\\1&0&0\\-5&-1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&0\\3&1\\-1&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-9&2\\2&0\\-15&3\end{bmatrix}.$$ ……(16 分)

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1&1&-3&1\\-1&-2&1&2\\2&3&-4&\lambda\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&1&-3&1\\0&-1&-2&3\\0&1&2&\lambda-2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&-5&4\\0&1&2&-3\\0&0&0&\lambda+1\end{bmatrix}$$

由阶梯阵可知:当 $\lambda+1=0$,即 $\lambda=-1$ 时,方程组有解. ……(7 分)

此时,由最后一个行简化阶梯阵得方程组的一般解为:

$$\begin{cases}x_1=5x_3+4\\x_2=-2x_3-3\end{cases}\text{(其中 } x_3 \text{ 为自由元)}$$ ……(10 分)

令 $x_3=0$,得方程组的一个特解 $X_0=(4\quad -3\quad 0)'$. ……(12 分)

不计最后一列,令 $x_3=1$,得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1=(5\quad -2\quad 1)'$$ ……(14 分)

于是,方程组的全部解为 $X=X_0+kX_1$(其中 k 为任意常数). ……(16 分)

13. 解:(1)$P(12<X<17)=P\left(\frac{12-2}{5}<\frac{X-2}{5}<\frac{17-2}{5}\right)=P\left(2<\frac{X-2}{5}<3\right)$

$=\Phi(3)-\Phi(2)=0.9987-0.9772=0.0215$ ……(8 分)

(2)$P(X>-3)=P\left(\frac{X-2}{5}>\frac{-3-2}{5}\right)=P\left(\frac{X-2}{5}>-1\right)=\Phi(1)=0.8413$

……(16 分)

14. 解:零假设 $H_0:\mu=32.5$;$H_1:\mu\neq 32.5$.

由于标准差没有改变,故已知 $\sigma_0^2=1.21$,选取样本函数

$$U=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$$ ……(5 分)

由已知,$\bar{x}=31.18$,$\mu_0=32.5$,$\sigma_0=1.1$,$n=9$,于是得

$$U=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}=\frac{31.18-32.5}{1.1/\sqrt{9}}=-3.6$$ ……(10 分)

在 0.05 的显著性水平下，$\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\right|=3.6>1.96$，因此拒绝零假设 H_0，即这批砖的抗断强度不合格．　　……(16 分)

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明：由 $A^2+A-3I=O$ 可得 $(A-I)(A+2I)=I$

因此，方阵 $A-I$ 可逆，其逆为 $A+2I$．　　……(6 分)

试卷代号:1080　　　　　　　　　　　　　　　　座位号□□

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本)　试题(半开卷)

2017年6月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 下列命题中不正确的是(　　).

A. A 与 A' 有相同的特征多项式

B. 若 λ 是 A 的特征值,则 $(\lambda I-A)X=O$ 的非零解向量必是 A 相应于 λ 的特征向量

C. 若 $\lambda=0$ 是 A 的一个特征值,则 $AX=O$ 必有非零解

D. A 的特征向量的线性组合仍为 A 的特征向量

2. 若 A 是对称矩阵,则等式(　　)成立.

A. $AA'=I$　　　　B. $A'=A$

C. $A'=A^{-1}$　　　　D. $A^{-1}=A$

3. n 元非齐次线性方程组 $AX=b$ 有解的充分必要条件是(　　).

A. $r(A)<n$

B. $r(A)=n$

C. $r(A)=r([A \vdots b])$

D. 相应的齐次线性方程组 $AX=O$ 有解

4. 设袋中有 6 只红球，4 只白球，从其中不放回地任取两次，每次取 1 只，则两次都取到红球的概率是(　　).

A. $\frac{1}{3}$　　　　B. $\frac{9}{25}$

C. $\frac{3}{5}$　　　　D. $\frac{3}{10}$

5. 设 A,B 是两个随机事件，则下列等式中正确的是(　　).

A. $P(AB)=P(A)P(B)$

B. $P(A)=1-P(\overline{A})$

C. $P(A+B)=P(A)+P(B)$

D. $P(AB)=P(B)P(B|A)$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

6. 当 $\lambda=$________时，方程组 $\begin{cases} x_1-x_2=1 \\ -2x_1+\lambda x_2=-2 \end{cases}$ 有无穷多解．

7. 设 A 为 n 阶方阵，若存在数 λ 和非零 n 维向量 X，使得 $AX=\lambda X$，则称数 λ 为 A 的____________．

8. 若 $P(A+B)=0.7, P(\overline{A}B)=0.2, P(A\overline{B})=0.3$，则 $P(AB)=$________．

9. 设随机变量 $X\sim\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}$，则 $P(X<3)=$________．

10. 设随机变量 X，若 $D(X)=2$，则 $D(3X+2)=$________．

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 解矩阵方程 $X=AX+B$,其中 $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 4 & -5\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$.

12. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1-2x_2+4x_3=-5\\ 2x_1+3x_2+x_3=4\\ 3x_1+8x_2-2x_3=13\\ 4x_1-x_2+9x_3=-6\end{cases}$$

的通解.

13. 设 $X\sim N(2,3^2)$,试求:(1) $P(-4<X<5)$;(2) $P(X>-1)$.(已知 $\Phi(1)=0.8413$,$\Phi(2)=0.9772$,$\Phi(3)=0.9987$)

14. 设某种零件长度 X 服从正态分布 $N(\mu,2.25)$,今从中任取 100 个零件抽检,测得平均长度为 84.5cm,试求此零件长度总体均值的置信度为 0.95 的置信区间($u_{0.975}=1.96$).

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 A 为 n 阶方阵,且满足 $AA'=I$,$|A|=-1$,证明 $|I+A|=0$.

试卷代号：1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2017年6月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. D　　2. B　　3. C　　4. A　　5. B

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 2

7. 特征值

8. 0.2

9. 0.7

10. 18

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:由 $X=AX+B$ 可得 $(I-A)X=B$.　　……(3分)

由已知可得 $(I-A)=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ -4 & 6\end{bmatrix}$.　　……(5分)

利用初等行变换可得

$$\begin{bmatrix}-1 & 3 & 1 & 0\\ -4 & 6 & 0 & 1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -3 & -1 & 0\\ 0 & -6 & -4 & 1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & -\frac{1}{2}\\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{6}\end{bmatrix}$$

因此,$(I-A)^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2}\\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{6}\end{bmatrix}$.(也可由伴随矩阵法求得)　　……(13分)

于是，$X=(I-A)^{-1}B=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2}\\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & 0\\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$. ……(16 分)

12. 解：将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1 & -2 & 4 & -5\\ 2 & 3 & 1 & 4\\ 3 & 8 & -2 & 13\\ 4 & -1 & 9 & -6\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -2 & 4 & -5\\ 0 & 7 & -7 & 14\\ 0 & 14 & -14 & 28\\ 0 & 7 & -7 & 14\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & -2 & 4 & -5\\ 0 & 1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & 0 & 2 & -1\\ 0 & 1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

方程组的一般解为$\begin{cases}x_1=-2x_3-1\\ x_2=x_3+2\end{cases}$（其中 x_3 为自由元）. ……(7 分)

令 $x_3=0$，得到方程组的一个特解为 $X_0=(-1\quad 2\quad 0)'$. ……(10 分)

不计最后一列，令 $x_3=1$，得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1=(-2\quad 1\quad 1)'$$ ……(13 分)

于是，方程组的通解为 $X=X_0+kX_1$（其中 k 为任意常数）. ……(16 分)

13. 解：(1)$P(-4<X<5)=P\left(\frac{-4-2}{3}<\frac{X-2}{3}<\frac{5-2}{3}\right)=P\left(-2<\frac{X-2}{3}<1\right)$

$$=\Phi(1)-\Phi(-2)=\Phi(1)-(1-\Phi(2))$$

$$=0.8413-(1-0.9772)=0.8185$$ ……(8 分)

(2)$P(X>-1)=P\left(\frac{X-2}{3}>\frac{-1-2}{3}\right)=P\left(\frac{X-2}{3}>-1\right)=\Phi(1)=0.8413$

……(16 分)

14. 解：由于已知 σ^2，故选取样本函数

$$U=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$$ ……(5 分)

零件长度总体均值的置信度为 0.95 的置信区间为

$$\left[\bar{x}-u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$ ……(10 分)

由已知，$\bar{x}=84.5,\sigma=1.5,n=100,u_{0.975}=1.96$，于是可得

$$\bar{x}-u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=84.5-1.96\times\frac{1.5}{\sqrt{100}}=84.206,$$

$$\bar{x}+u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=84.5+1.96\times\frac{1.5}{\sqrt{100}}=84.794,$$

因此，此零件长度总体均值的置信度为 0.95 的置信区间为[84.206,84.794].

……(16 分)

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明：因为

$$|I+A|=|AA'+A|=|A(A'+I)|=|A||A'+I|=|A||I+A|=-|I+A|$$

所以$|I+A|=0$. ……(6 分)

试卷代号:1080 座位号| | |

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期"开放本科"期末考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2018年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 若 A,B 都是 n 阶矩阵,则等式(　　)成立.

A. $|A+B|=|A|+|B|$

B. $|AB|=|BA|$

C. $AB=BA$

D. $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$

2. 设 A 是 n 阶方阵,当条件(　　)成立时,n 元线性方程组 $AX=b$ 有唯一解.

A. $b=0$

B. $|A|=0$

C. $r(A)<n$

D. $r(A)=n$

3. 下列命题中不正确的是(　　).

A. A 与 A' 有相同的特征多项式

B. A 的特征向量的线性组合仍为 A 的特征向量

C. 若 $\lambda=0$ 是 A 的一个特征值,则 $AX=O$ 必有非零解

D. 若 λ 是 A 的特征值,则 $(\lambda I-A)X=O$ 的非零解向量必是 A 对应于 λ 的特征向量

4. 若事件 A,B 满足(　　),则 A 与 B 是相互独立的.

A. $P(B)=P(A)P(B|A)$

B. $P(A-B)=P(A)-P(B)$

C. $P(AB)=P(A)P(B)$

D. $P(A)=P(B)P(A|B)$

5. 对正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的假设检验问题中,U 检验解决的问题是(　　).

A. 已知方差,检验均值

B. 未知方差,检验均值

C. 已知均值,检验方差

D. 未知均值,检验方差

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 设 A,B 均为 2 阶矩阵,且 $|A|=3,|B|=2,|3AB|=$________.

7. 当 $\lambda=$________时,矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -5 & -4 \\ 0 & 2 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$ 的秩最小.

8. 若 $P(A)=0.7,P(B)=0.8$,且 A,B 相互独立,则 $P(AB)=$________.

9. 设随机变量 X,且 $E(X)=2,E(X^2)=9$,那么 $D(X)=$________.

10. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本,则 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\sim$________________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分，共 64 分)

11. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 2 & -3 & 5\\ 3 & -2 & 4\end{bmatrix}$，求(1)$|A|$，(2)$A^{-1}$.

12. 求线性方程组

$$\begin{cases}x_1-3x_2+x_3-x_4=1\\ -2x_1+7x_2-2x_3+x_4=-2\\ x_1-4x_2+3x_3+2x_4=1\\ 2x_1-4x_2+8x_3+2x_4=2\end{cases}$$

的全部解。

13. 设 $X\sim N(3,4)$，试求(1)$P(5<X<9)$；(2)$P(X>7)$.（已知 $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$，$\Phi(3)=0.9987$）

14. 已知某种零件重量 $X\sim N(15,0.09)$，采用新技术后，取了 9 个样品，测得重量(单位:kg)的平均值为 14.9，已知方差不变，问平均重量是否仍为 15($\alpha=0.05$，$u_{0.975}=1.96$)?

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 A,B 为随机事件，试证：$P(A-B)=P(A)-P(AB)$.

试卷代号：1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期"开放本科"期末考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准(半开卷)

（供参考）

2018年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1.B　　2.D　　3.B　　4.C　　5.A

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 54　　7. 0　　8. 0.56　　9. 5　　10. $N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:(1) $|A|=\begin{vmatrix}1&-1&2\\2&-3&5\\3&-2&4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&-1&2\\0&-1&1\\0&1&-2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&-1&2\\0&-1&1\\0&0&-1\end{vmatrix}=1$ ……6分

(2)利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix}1&-1&2&1&0&0\\2&-3&5&0&1&0\\3&-2&4&0&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&2&1&0&0\\0&-1&1&-2&1&0\\0&1&-2&-3&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&2&1&0&0\\0&-1&1&-2&1&0\\0&0&-1&-5&1&1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1&-1&2&1&0&0\\0&1&-1&2&-1&0\\0&0&1&5&-1&-1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&0&-9&2&2\\0&1&0&7&-2&-1\\0&0&1&5&-1&-1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&0&-2&0&1\\0&1&0&7&-2&-1\\0&0&1&5&-1&-1\end{bmatrix}$$

即 $A^{-1}=\begin{bmatrix}-2&0&1\\7&-2&-1\\5&-1&-1\end{bmatrix}$ ……16分

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1&-3&1&-1&1\\-2&7&-2&1&-2\\1&-4&3&2&1\\2&-4&8&2&2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-3&1&-1&1\\0&1&0&-1&0\\0&-1&2&3&0\\0&2&6&4&0\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-3&1&-1&1\\0&1&0&-1&0\\0&0&2&2&0\\0&0&6&6&0\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1&-3&1&-1&1\\0&1&0&-1&0\\0&0&2&2&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

方程组的一般解为

$$\begin{cases}x_1=1+5x_4\\x_2=x_4\\x_3=-x_4\end{cases}$$ （其中 x_4 为自由未知量）

令 $x_4=0$,得到方程的一个特解 $X_0=(1\quad 0\quad 0\quad 0)'$.

方程组相应的齐次方程的一般解为

$$\begin{cases} x_1=5x_4 \\ x_2=x_4 \qquad (\text{其中 } x_4 \text{ 为自由未知量}) \\ x_3=-x_4 \end{cases}$$

令 $x_4=1$,得到方程的一个基础解系 $X_1=(5\quad 1\quad -1\quad 1)'$. ……13 分

于是,方程组的全部解为

$X=X_0+kX_1$(其中 k 为任意常数) ……16 分

13. 解:(1) $P(5<X<9)=P(\frac{5-3}{2}<\frac{X-3}{2}<\frac{9-3}{2})=P(1<\frac{X-3}{2}<3)$

$=\Phi(3)-\Phi(1)=0.9987-0.8413=0.1574$ ……8 分

(2) $P(X>7)=P(\frac{X-3}{2}>\frac{7-3}{2})$

$=P(\frac{X-3}{2}>2)=1-P(\frac{X-3}{2}\leqslant 2)$

$=1-\Phi(2)=1-0.9772=0.0228$ ……16 分

14. 解:零假设 $H_0:\mu=15$. 由于已知 $\sigma^2=0.09$,故选取样本函数

$U=\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ ……5 分

已知 $\overline{x}=14.9$,经计算得

$\frac{\sigma}{\sqrt{9}}=\frac{0.3}{3}=0.1$,$\left|\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{14.9-15}{0.1}\right|=1$ ……10 分

由已知条件 $u_{0.975}=1.96$,

$\left|\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=1<1.96=u_{0.975}$

故接受零假设,即零件平均重量仍为 15. ……16 分

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明:由事件的关系可知

$A=AU=A(B+\overline{B})=AB+A\overline{B}=AB+(A-B)$

而 $(A-B)(AB)=\varnothing$,故由概率的性质可知

$P(A)=P(A-B)+P(AB)$

即

$P(A-B)=P(A)-P(AB)$ 　　证毕 ……6 分

试卷代号:1080 **座位号**□□

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年春季学期"开放本科"期末考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2018年7月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 若 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & x+2 \end{vmatrix}=0$,则 $x=$( ).

A. 3

B. 2

C. -3

D. -2

2. 设 A 是 n 阶方阵,当条件( )成立时,n 元线性方程组 $AX=b$ 有唯一解.

A. $b=0$

B. $|A|=0$

C. $r(A)=n$

D. $r(A)<n$

3. 设 $A=\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$,那么 A 的特征值是( ).

A. $-4,6$

B. $1,1$

C. $1,5$

D. $5,5$

4. 设 A,B 是两事件,则下列等式中(　　)是不正确的.

A. $P(AB)=P(A)P(B|A)$,其中 $P(A)\neq 0$

B. $P(AB)=P(B)P(A|B)$,其中 $P(B)\neq 0$

C. $P(AB)=P(A)P(B)$,其中 A,B 相互独立

D. $P(AB)=P(A)P(B)$,其中 A,B 互不相容

5. 在对单正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的假设检验问题中,T 检验法解决的问题是(　　).

A. 已知方差,检验均值

B. 未知方差,检验均值

C. 已知均值,检验方差

D. 未知均值,检验方差

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 设 A,B 均为 n 阶矩阵,则 $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ 成立的充分必要条件是__________.

7. 当 $\lambda=$________时,齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1-x_2=0 \\ x_1+\lambda x_2=0 \end{cases}$ 有非零解.

8. 若 $P(A)=0.7$,$P(B)=0.8$,且 A,B 相互独立,则 $P(AB)=$__________.

9. 设随机变量 $X\sim B(100,0.15)$,则 $E(X)=$________.

10. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$ 是来自正态总体 $N(\mu,4)$ 的一个样本,则 $\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}x_i\sim$__________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 已知 $AX=B$,其中 $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\3 & 5 & 7\\5 & 8 & 10\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}2 & 0\\5 & -1\\0 & 1\end{bmatrix}$,求 X.

12. 当 λ 取何值时,线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = \lambda + 2 \end{cases}$$

有解,在有解的情况下求方程组的全部解.

13. 设 $X \sim N(3,4)$,试求:(1)$P(X<-1)$;(2)$P(5<X<9)$.

(已知 $\Phi(1)=0.8413$,$\Phi(2)=0.9772$,$\Phi(3)=0.9987$)

14. 据资料分析,某厂生产的一批砖,其抗断强度 $X \sim N(32.5, 1.21)$,今从这批砖中随机地抽取了 9 块,测得抗断强度(单位:kg/cm^2)的平均值为 31.12,问这批砖的抗断强度是否合格($\alpha=0.05$,$u_{0.975}=1.96$)?

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是线性无关的,证明,$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+\alpha_3$ 也线性无关.

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年春季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2018年7月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. D　　2. C　　3. A　　4. D　　5. B

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. $AB=BA$　　7. -1　　8. 0.56　　9. 15　　10. $N(\mu,\frac{4}{10})$

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换得

$$(A\ I)=\begin{bmatrix}1&2&3&1&0&0\\3&5&7&0&1&0\\5&8&10&0&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&2&3&1&0&0\\0&-1&-2&-3&1&0\\0&-2&-5&-5&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&2&3&1&0&0\\0&1&2&3&-1&0\\0&0&-1&1&-2&1\end{bmatrix}\to$$

$$\begin{bmatrix}1&2&0&4&-6&3\\0&1&0&5&-5&2\\0&0&1&-1&2&-1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&0&-6&4&-1\\0&1&0&5&-5&2\\0&0&1&-1&2&-1\end{bmatrix}$$

即 $A^{-1}=\begin{bmatrix}-6&4&-1\\5&-5&2\\-1&2&-1\end{bmatrix}$ ……10分

$X=A^{-1}B=\begin{bmatrix}-6&4&-1\\5&-5&2\\-1&2&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&0\\5&-1\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8&-5\\-15&7\\8&-3\end{bmatrix}$ ……16分

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1&-1&0&1&2\\1&-2&1&4&3\\2&-3&1&5&\lambda+2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&0&1&2\\0&-1&1&3&1\\0&-1&1&3&\lambda-2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&0&1&2\\0&-1&1&3&1\\0&0&0&0&\lambda-3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&-1&-2&1\\0&1&-1&-3&-1\\0&0&0&0&\lambda-3\end{bmatrix}$$

由此可知当$\lambda \neq 3$时，方程组无解，当$\lambda = 3$时，方程组有解.

……8 分

此时相应的齐次方程组化为

$$\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 \end{cases}$$

分别令$x_3 = 1, x_4 = 0$及$x_3 = 0, x_4 = 1$，得齐次方程组的一个基础解系

$X_1 = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 0]', X_2 = [2 \quad 3 \quad 0 \quad 1]'$

令$x_3 = 0, x_4 = 0$，得非齐次方程组的一个特解

$X_0 = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0]'$

由此得原方程组的全部解为

$X = X_0 + k_1X_1 + k_2X_2$ （其中k_1, k_2为任意常数） ……16 分

13. 解：(1)$P(X < -1) = P(\frac{X-3}{2} < \frac{-1-3}{2}) = P(\frac{X-3}{2} < -2) = \Phi(-2)$

$$= 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$ ……8 分

(2)$P(5 < X < 9) = P(\frac{5-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{9-3}{2}) = P(1 < \frac{X-3}{2} < 3)$

$$= \Phi(3) - \Phi(1) = 0.9987 - 0.8413 = 0.1574$$ ……16 分

14. 解：零假设$H_0: \mu = 32.5$. 由于已知$\sigma^2 = 1.21$，故选取样本函数

$$U = \frac{\overline{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$ ……5 分

已知$\overline{x} = 31.12$，经计算得

$$\frac{\sigma}{\sqrt{9}} = \frac{1.1}{3} = 0.37, \left| \frac{\overline{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \right| = \left| \frac{31.12 - 32.5}{0.37} \right| = 3.73$$ ……10 分

由已知条件$u_{0.975} = 1.96$，

$$\left| \frac{\overline{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \right| = 3.73 > 1.96 = u_{0.975}$$

故拒绝零假设，即这批砖的抗断强度不合格. ……16 分

四、证明题（本题 6 分）

15. 证明：设有一组数 k_1, k_2, k_3，使得 $k_1(\alpha_1+\alpha_2)+k_2(\alpha_2+\alpha_3)+k_3(\alpha_1+\alpha_3)=0$ 成立，即 $(k_1+k_3)\alpha_1+(k_1+k_2)\alpha_2+(k_2+k_3)\alpha_3=0$，由已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，故有

$$\begin{cases} k_1+k_3=0 \\ k_1+k_2=0 \\ k_2+k_3=0 \end{cases}$$

该方程组只有零解，得 $k_1=k_2=k_3=0$，故 $\alpha_1+\alpha_2, \alpha_2+\alpha_3, \alpha_1+\alpha_3$ 是线性无关的，证毕．

……6 分

试卷代号:1080 **座位号**□□

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2019年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 设 A,B 均为 n 阶可逆矩阵,则下列等式成立的是(　　).

A. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

B. $|A+B|=|A|+|B|$

C. $|-2AB|=2^n|A||B|$

D. $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

2. 向量组 $\alpha_1=[1,0,0]$,$\alpha_2=[1,2,0]$,$\alpha_3=[0,0,3]$,$\alpha_4=[1,2,3]$的秩是(　　).

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

3. 矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}$的特征值为0,2,则 $3A$ 的特征值为(　　).

A. 0,2

B. 0,6

C. 0,0

D. 2,6

4. 设 A,B 是两事件，则下列等式中(　　)是不正确的.

A. $P(AB)=P(A)P(B|A)$，其中 $P(A)\neq 0$

B. $P(AB)=P(B)P(A|B)$，其中 $P(B)\neq 0$

C. $P(AB)=P(A)P(B)$，其中 A,B 相互独立

D. $P(AB)=P(A)P(B)$，其中 A,B 互不相容

5. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自正态总体 $N(5,1)$ 的样本，则检验假设 $H_0:\mu=5$ 采用统计量 $U=$(　　).

A. $\dfrac{\overline{x}-5}{\sqrt{5}}$

B. $\dfrac{\overline{x}-5}{1/\sqrt{5}}$

C. $\dfrac{\overline{x}-5}{1/\sqrt{n}}$

D. $\dfrac{\overline{x}-5}{1}$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

6. 设行列式 $\begin{vmatrix} 6 & 7 & 9 \\ k & 0 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0$，则 $k=$________.

7. 当 $\lambda=$________时，方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ -x_1-\lambda x_2=-1 \end{cases}$ 有无穷多解.

8. 若 $P(A)=0.2, P(B)=0.3$，且 A 与 B 互不相容，则 $P(A+B)=$________.

9. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(n,p)$，则 $E(X)=$________.

10. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，且 σ^2 未知，用样本假设检验 $H_0:\mu=\mu_0$ 时可采用统计量____________.

得　分	评卷人

三、计算题（每小题 16 分，共 64 分）

11. 已知 $X=AX+B$，其中 $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 3\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ 5 & -3\end{bmatrix}$，求 X.

12. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1-3x_2-2x_3-x_4=1 \\ 3x_1-8x_2-4x_3-x_4=0 \\ -2x_1+x_2-4x_3+2x_4=1 \\ -x_1-2x_2-6x_3+x_4=2 \end{cases}$$

的全部解．

13. 设 $X\sim N(1,0.04)$，试求：(1)$P(X<1.2)$；(2)$P(0.7<X<1.1)$.

（已知 $\Phi(0.5)=0.6915$，$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(1.5)=0.9332$，$\Phi(3)=0.9987$）

14. 某一批零件重量 $X\sim N(\mu,0.04)$，随机抽取 4 个测得重量（单位：千克）为

14.7，　15.1，　14.8，　15.2

可否认为这批零件的平均重量为 15 千克（$\alpha=0.05$）（已知 $u_{0.975}=1.96$）？

得　分	评卷人

四、证明题（本题 6 分）

15. 设随机事件 A，B 相互独立，试证 $\overline{A}$，B 也相互独立．

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2019年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. D　2. C　3. B　4. D　5. C

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 4　7. 1　8. 0.5　9. np　10. $t=\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:$X=(I-A)^{-1}B$ ……5分

且$(I-A\ I)=\begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\1&0&-1&0&1&0\\1&0&-2&0&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\0&1&-1&-1&1&0\\0&1&-2&-1&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\0&1&-1&-1&1&0\\0&0&-1&0&-1&1\end{bmatrix}$

$\to\begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\0&1&0&-1&2&-1\\0&0&1&0&1&-1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&0&0&2&-1\\0&1&0&-1&2&-1\\0&0&1&0&1&-1\end{bmatrix}$

$(I-A)^{-1}=\begin{bmatrix}0&2&-1\\-1&2&-1\\0&1&-1\end{bmatrix}$ ……12分

由矩阵乘法得

$X=(I-A)^{-1}B=\begin{bmatrix}0&2&-1\\-1&2&-1\\0&1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&-1\\2&0\\5&-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&3\\-2&4\\-3&3\end{bmatrix}$ ……16分

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$\begin{bmatrix}1&-3&-2&-1&1\\3&-8&-4&-1&0\\-2&1&-4&2&1\\-1&-2&-6&1&2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-3&-2&-1&1\\0&1&2&2&-3\\0&-5&-8&0&3\\0&-5&-8&0&3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-3&-2&-1&1\\0&1&2&2&-3\\0&0&2&10&-12\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$

$$\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -15 & 16\\0 & 1 & 0 & -8 & 9\\0 & 0 & 1 & 5 & -6\\0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

此时齐次方程组化为

$$\begin{cases}x_1=15x_4\\x_2=8x_4\\x_3=-5x_4\end{cases}$$

令 $x_4=1$,得齐次方程组的一个基础解系

$X_1=[15\quad 8\quad -5\quad 1]'$ ……12 分

令 $x_4=0$,得非齐次方程组的一个特解

$X_0=[16\quad 9\quad -6\quad 0]'$

由此得原方程组的全部解为

$X=X_0+kX_1$ (其中 k 为任意常数) ……16 分

13. 解:(1)$P(X<1.2)=P(\frac{X-1}{0.2}<\frac{1.2-1}{0.2})=P(\frac{X-1}{0.2}<1)=\Phi(1)=0.8413$ ……8 分

(2)$P(0.7<X<1.1)=P(\frac{0.7-1}{0.2}<\frac{X-1}{0.2}<\frac{1.1-1}{0.2})=P(-1.5<\frac{X-1}{0.2}<0.5)$

$=\Phi(0.5)+\Phi(1.5)-1=0.6915+0.9332-1=0.6247$ ……16 分

14. 解:零假设 $H_0:\mu=15$. 由于已知 σ^2,故选取样本函数

$U=\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ ……5 分

经计算得

$\overline{x}=14.95,\left|\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{14.95-15}{0.2/\sqrt{4}}\right|=0.5$ ……10 分

已知 $u_{0.975}=1.96$,

$\left|\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=0.5\leqslant 1.96=u_{0.975}$

故接受零假设,即可以认为这批零件的平均重量为 15 千克. ……16 分

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明:因为 $P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)=P(B)-P(A)P(B)=P(B)(1-P(A))$

$=P(\overline{A})P(B)$

所以 $\overline{A},B$ 也相互独立. 证毕. ……6 分

试卷代号:1080　　　　　　　　　　　　座位号□□

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题(半开卷)

2019年7月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 若 A,B 都是 n 阶矩阵,则下列运算关系正确的是(　　).

A. $|A+B|=|A|+|B|$　　　　B. $|AB|=|BA|$

C. $AB=BA$　　　　D. $|2A|=2|A|$

2. 若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性相关,则向量组内(　　)可被该向量组内其余向量线性表出.

A. 任何一个向量　　　　B. 没有一个向量

C. 至少有一个向量　　　　D. 至多有一个向量

3. 矩阵 $A=\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ 的特征值为(　　).

A. 0,0　　　　B. 0,2

C. 2,6　　　　D. 0,6

4. 掷两颗均匀的骰子,事件"点数之和为4"的概率是(　　).

A. $\frac{1}{36}$　　　　B. $\frac{1}{18}$

C. $\frac{1}{12}$　　　　D. $\frac{1}{11}$

5. 对正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的假设检验问题中，U 检验解决的问题是(　　).

A. 已知方差，检验均值　　B. 未知方差，检验均值

C. 已知均值，检验方差　　D. 未知均值，检验方差

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

6. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ ________.

7. 设 $A=(1 \quad -2)$，$B=(3 \quad -1)$，则 $A'B-I=$ ________________.

8. 若 $P(A)=0.7$，$P(B)=0.8$，且事件 A，B 相互独立，则 $P(\overline{A}B)=$ ________.

9. 如果随机变量 $X \sim B(20,0.3)$，则 $E(X)=$ ________.

10. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，则 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \sim$ ________________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分，共 64 分)

11. 已知 $AX=B$，且 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 8 & 10 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，求 X.

12. 求 k 为何值时，线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = k \end{cases}$$

有解，并求出全部解.

13. 设 $X \sim N(3,4)$，试求(1) $P(5 < X < 9)$；(2) $P(X > 7)$.(已知 $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$，$\Phi(3)=0.9987$)

14. 某一批零件重量 $X \sim N(\mu, 0.04)$，随机抽取 4 个测得重量(单位:千克)分别为

$$14.7,\quad 15.1,\quad 14.8,\quad 15.2$$

可否认为这批零件的平均重量为 15 千克 ($\alpha = 0.05$)(已知 $u_{0.975} = 1.96$)?

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 A ，B 为同阶对称矩阵,试证：$AB + BA$ 也是对称矩阵 .

试卷代号:1080

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2019年7月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. B　　2. C　　3. D　　4. C　　5. A

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. -7

7. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$

8. 0.24

9. 6

10. $N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & -5 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

即 $A^{-1}=\begin{bmatrix}-6 & 4 & -1\\ 5 & -5 & 2\\ -1 & 2 & -1\end{bmatrix}$ ………………………………………………………… 10 分

于是 $X=A^{-1}B=\begin{bmatrix}-6 & 4 & -1\\ 5 & -5 & 2\\ -1 & 2 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -1\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-8 & -23\\ 5 & 22\\ 0 & -6\end{bmatrix}$ ………………… 16 分

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\overline{A}=\begin{bmatrix}2 & -1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & -1 & 4 & 2\\ 1 & 7 & -4 & 11 & k\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 4 & 2\\ 0 & -5 & 3 & -7 & -3\\ 0 & 5 & -3 & 7 & k-2\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 4 & 2\\ 0 & -5 & 3 & -7 & -3\\ 0 & 0 & 0 & 0 & k-5\end{bmatrix}$$

当 $k=5$ 时,方程组有解,且方程组的一般解为

$$\begin{cases}x_1=\dfrac{4}{5}-\dfrac{1}{5}x_3-\dfrac{6}{5}x_4\\ x_2=\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{5}x_3-\dfrac{7}{5}x_4\end{cases}\text{(其中 }x_3,x_4\text{ 为自由未知量)}$$

令 $x_3=x_4=0$,得到方程组的一个特解 $X_0=(\frac{4}{5}\quad\frac{3}{5}\quad 0\quad 0)'$. 方程组相应的齐次方程组的一般解为

$$\begin{cases}x_1=-\dfrac{1}{5}x_3-\dfrac{6}{5}x_4\\ x_2=\dfrac{3}{5}x_3-\dfrac{7}{5}x_4\end{cases}\text{(其中 }x_3,x_4\text{ 为自由未知量)}$$

在上式中分别令自由未知量 $x_3=-5,x_4=0$ 和 $x_3=0,x_4=-5$ 得到齐次方程组的一个基础解系

$X_1=(1\quad -3\quad -5\quad 0)'$, $X_2=(6\quad 7\quad 0\quad -5)'$ ………………………………… 13 分

于是,方程组的全部解为

$X=X_0+k_1X_1+k_2X_2$(其中 k_1,k_2 为任意常数) ………………………………… 16 分

13. 解：(1) $P(5<X<9)=P(\frac{5-3}{2}<\frac{X-3}{2}<\frac{9-3}{2})=P(1<\frac{X-3}{2}<3)$

$=\Phi(3)-\Phi(1)=0.9987-0.8413=0.1574$ ………… 8 分

(2) $P(X>7)=P(\frac{X-3}{2}>\frac{7-3}{2})$

$=P(\frac{X-3}{2}>2)=1-P(\frac{X-3}{2}\leqslant 2)$

$=1-\Phi(2)=1-0.9772=0.0228$ ………………………………… 16 分

14. 解：零假设 $H_0:\mu=15$. 由于已知 σ^2，故选取样本函数

$$U=\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$$

经计算得

$$\overline{x}=14.95,\ \left|\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{14.95-15}{0.2/\sqrt{4}}\right|=0.5$$

已知 $u_{0.975}=1.96$，

$$\left|\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=0.5\leqslant 1.96=u_{0.975}$$

故接受零假设，即可以认为这批零件的平均重量为 15 千克．……………………… 16 分

四、证明题（本题 6 分）

15. 证明：因

$(AB+BA)'=(AB)'+(BA)'=B'A'+A'B'=BA+AB=AB+BA$

所以 $AB+BA$ 是对称矩阵．证毕． ………………………………………………… 6 分

试卷代号:1080 **座位号□□**

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2020年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 若 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & x-2 \end{vmatrix}=0$,则 $x=$( ).

A. 2　　B. 3

C. -3　　D. -2

2. 以下结论正确的是( ).

A. 方程的个数小于未知量的个数的线性方程组一定有解

B. 方程的个数等于未知量的个数的线性方程组一定有唯一解

C. 方程的个数大于未知量的个数的线性方程组一定有无穷多解

D. 齐次线性方程组一定有解

3. 设 $A=\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$,那么 A 的特征值是( ).

A. $-4,6$　　B. 1,1

C. 1,5　　D. 5,5

4. 掷两颗均匀的骰子,事件"点数之和为5"的概率是( ).

A. $\frac{1}{36}$　　B. $\frac{1}{18}$

C. $\frac{1}{9}$　　D. $\frac{1}{12}$

5. 在对单正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的假设检验问题中，t 检验法解决的问题是(　　).

A. 已知方差，检验均值　　B. 未知方差，检验均值

C. 已知均值，检验方差　　D. 未知均值，检验方差

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

6. 设 $A=[-1\quad 2]$，$B=[2\quad -3]$，则 $A'B=$________________.

7. 设 A,B 均为 n 阶矩阵，$I-B$ 可逆，则矩阵方程 $A+BX=X$ 的解 $X=$____________________.

8. 若随机变量 $X\sim N(5,16)$，则 $Y=$________________ $\sim N(0,1)$.

9. 设随机变量 $X\sim B(n,p)$，则 $E(X)=$________.

10. 若参数 θ 的估计量 $\hat{\theta}$ 满足 $E(\hat{\theta})=\theta$，则称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的________________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分，共 64 分)

11. 已知 $XA=B$，其中 $A=\begin{bmatrix}1 & -3 & 2\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & -2 & 4\end{bmatrix}$，$B=[2\quad 0\quad -1]$，求 X.

12. 设齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1-3x_2+x_3=0\\ 2x_1-5x_2+3x_3=0\\ 3x_1-8x_2+\lambda x_3=0\end{cases}$，问当 λ 取何值时方程组有非零解，并求出全部解.

13. 设 A,B 是两个随机事件，已知 $P(A)=0.6$，$P(A+B)=0.84$，$P(A\overline{B})=0.4$，计算 $P(B)$.

14. 已知某零件的重量服从正态分布，随机抽取 9 个样品，重量分别为

18，17，20，16，17，18，19，18，19

求零件重量均值的置信区间.(置信度 $1-\alpha=0.95$，$t_{0.05}(8)=2.306$)

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设随机事件 A ，B 相互独立，试证：$\overline{A}$，B 也相互独立．

试卷代号：1080

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2020年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. A　　2. D　　3. A　　4. C　　5. B

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$

7. $(I-B)^{-1}A$

8. $\dfrac{X-5}{4}$

9. np

10. 无偏估计

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解：利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\to \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 & 8 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}6 & 8 & -5\\1 & 2 & -1\\-1 & -1 & 1\end{bmatrix}$$ ………………………………………………………… 10 分

由此得

$$X=BA^{-1}=[2\quad 0\quad -1]\begin{bmatrix}6 & 8 & -5\\1 & 2 & -1\\-1 & -1 & 1\end{bmatrix}=[13\quad 17\quad -11]$$ ………………… 16 分

12. 解:将方程组的系数矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1 & -3 & 1\\2 & -5 & 3\\3 & -8 & \lambda\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -3 & 1\\0 & 1 & 1\\0 & 1 & \lambda-3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -3 & 1\\0 & 1 & 1\\0 & 0 & \lambda-4\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & 0 & 4\\0 & 1 & 1\\0 & 0 & \lambda-4\end{bmatrix}$$

所以,当 $\lambda=4$ 时方程组有非零解,………………………………………………………… 9 分

且方程组的一般解为

$$\begin{cases}x_1=-4x_3\\x_2=-x_3\end{cases}$$

其中 x_3 为自由未知量.

在上式中令自由未知量 $x_3=1$,得方程组的一个基础解系

$X_1=(-4\quad -1\quad 1)'$ ………………………………………………………… 13 分

于是,方程组的全部解为

$X=k_1X_1$(其中 k_1 为任意常数) ………………………………………………… 16 分

13. 解:$P(AB)=P(A)-P(A\overline{B})=0.6-0.4=0.2$ ………………………………… 8 分

$P(B)=P(A+B)+P(AB)-P(A)=0.84+0.2-0.6=0.44$ ……………… 16 分

14. 解:$\alpha=0.05, n=9$. 选用统计量 $t=\dfrac{\overline{x}-\mu}{s}\sqrt{n}\sim t(n-1)$,

代入样本值计算

$$\overline{x}=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9}x_i=18, s^2=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{9}(x_i-\overline{x})^2=1.5$$

$$\sqrt{\frac{s^2}{9}}=\sqrt{\frac{1.5}{9}}=\frac{1}{\sqrt{6}}$$ ………………………………………………………… 12 分

已知 $t_{0.05}(8)=2.306$

于是,重量的均值 μ 的置信区间为

$$\left[\overline{x}-t_{0.05}(8)\sqrt{\frac{s^2}{n}},\overline{x}+t_{0.05}(8)\sqrt{\frac{s^2}{n}}\right]=\left[18-\frac{2.306}{\sqrt{6}},18+\frac{2.306}{\sqrt{6}}\right]=[17.06,18.94]$$

………………………………………………………………………………………… 16 分

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明:$P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)=P(B)-P(A)P(B)=P(B)(1-P(A))$

$=P(\overline{A})P(B)$

所以 $\overline{A},B$ 也相互独立. 证毕. ………………………………………………………… 6 分

试卷代号：1080　　　　　　　　　　　　　　　　　　座位号□□

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题

2020年7月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分，共15分)

1. 设 A，B 均为 n 阶可逆矩阵，则下列等式成立的是(　　).

A. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$　　　　B. $|A+B|=|A|+|B|$

C. $|-2AB|=2^n|A||B|$　　　　D. $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

2. 乘积矩阵 $C=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 0 & 3\\ 5 & 2 & 1\end{bmatrix}$ 中的元素 $c_{23}=$(　　).

A. 1　　　　B. -4

C. 7　　　　D. 8

3. 设 X_1，X_2 为线性方程组 $AX=B$ 的两个解，则下列向量中(　　)一定是 $AX=B$ 的解.

A. X_1+X_2　　　　B. X_1-X_2

C. X_1-2X_2　　　　D. $2X_2-X_1$

4. 掷两颗均匀的骰子，事件“点数之和为3”的概率是(　　).

A. $\frac{1}{36}$　　　　B. $\frac{1}{18}$

C. $\frac{1}{12}$　　　　D. $\frac{1}{11}$

5. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本,则(　　)是 μ 的无偏估计.

A. $\frac{1}{5}x_1+\frac{1}{5}x_2+\frac{3}{5}x_3$　　　　B. $\frac{1}{5}x_1+\frac{1}{5}x_2+\frac{1}{5}x_3$

C. $\frac{2}{5}x_1+\frac{2}{5}x_2+\frac{2}{5}x_3$　　　　D. $x_1+x_2+x_3$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 设 A,B 是 3 阶矩阵,其中 $|A|=3,|B|=2$,则 $|2A'B^{-1}|=$________.

7. 设 $A=\begin{bmatrix}2 & -1 & 2\\ 4 & 0 & 2\\ 0 & -3 & 3\end{bmatrix}$,则 $r(A)=$________.

8. 若 $P(A)=0.7,P(B)=0.8$,且事件 A,B 相互独立,则 $P(A\overline{B})=$__________.

9. 设 $f(x)$ 是连续型随机变量 X 的密度函数,则对任意 $a<b$ 都有 $P(a<X<b)=$____________.

10. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$ 是来自正态总体 $N(\mu,4)$ 的一个样本,则 $\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}x_i\sim$____________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 已知 $X=AX+B$,其中 $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 3\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ 5 & -3\end{bmatrix}$,求 X.

12. 当 λ 取何值时,线性方程组

$$\begin{cases}x_1-x_2+x_4=2\\ x_1-2x_2+x_3+4x_4=3\\ 2x_1-3x_2+x_3+5x_4=\lambda\end{cases}$$

有解,在有解的情况下求方程组的全部解.

13. 已知 $P(A)=\frac{1}{4}, P(B|A)=\frac{1}{3}, P(A|B)=\frac{1}{2}$，求 $P(A+B)$.

14. 据资料分析，某厂生产的砖的抗断强度 X 服从正态分布 $N(32.5,1.21)$. 今从该厂最近生产的一批砖中随机地抽取了 9 块，测得抗断强度(单位：kg/cm^2)的平均值为 31.18. 假设标准差没有改变，在 0.05 的显著性水平下，问这批砖的抗断强度是否合格.($u_{0.975}=1.96$)

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是线性无关的，证明 $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+\alpha_3$ 也线性无关.

试卷代号:1080

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准

(供参考)

2020年7月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. D　　2. C　　3. D　　4. B　　5. A

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 12

7. 2

8. 0.14

9. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$

10. $N(\mu,\frac{4}{10})$

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:$X=(I-A)^{-1}B$, …………………………………………………… 5分

其中 $I-A=\begin{bmatrix}1&-1&0\\1&0&-1\\1&0&-2\end{bmatrix}$

利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\1&0&-1&0&1&0\\1&0&-2&0&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\0&1&-1&-1&1&0\\0&1&-2&-1&0&1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1&0&-1&0&1&0\\0&1&-1&-1&1&0\\0&0&-1&0&-1&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&0&0&2&-1\\0&1&0&-1&2&-1\\0&0&1&0&1&-1\end{bmatrix}$$

故 $(I-A)^{-1}=\begin{bmatrix}0 & 2 & -1\\ -1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & -1\end{bmatrix}$ …………………………………………………… 12 分

由矩阵乘法得

$X=(I-A)^{-1}B=\begin{bmatrix}0 & 2 & -1\\ -1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ 5 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ -2 & 4\\ -3 & 3\end{bmatrix}$ ……………………… 16 分

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 1 & 2\\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3\\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1\\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda-4\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-5\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & 0 & -1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-5\end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda\neq 5$ 时,方程组无解. 当 $\lambda=5$ 时,方程组有解. ………………………… 8 分

此时方程组相应的齐次方程组的一般解为

$\begin{cases}x_1=x_3+2x_4\\ x_2=x_3+3x_4\end{cases}$ (x_3,x_4 是自由未知量)

分别令 $x_3=1,x_4=0$ 及 $x_3=0,x_4=1$,得齐次方程组的一个基础解系

$X_1=[1\quad 1\quad 1\quad 0]',X_2=[2\quad 3\quad 0\quad 1]'$

令 $x_3=0,x_4=0$,得非齐次方程组的一个特解

$X_0=[1\quad -1\quad 0\quad 0]'$

由此得原方程组的全部解为

$X=X_0+k_1X_1+k_2X_2$(其中 k_1,k_2 为任意常数) …………………………………… 16 分

13. 解:$P(AB)=P(A)P(B|A)=\dfrac{1}{12}$

$P(B)=\dfrac{P(AB)}{P(A|B)}=\dfrac{1}{6}$ ……………………………………………………………… 8 分

于是 $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{12}=\dfrac{1}{3}$ ……………… 16 分

14. 解：零假设 $H_0:\mu=32.5$；$H_1:\mu\neq 32.5$.

由于标准差没有改变，故已知 $\sigma_0{}^2=1.21$，选取样本函数

$U=\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ ………………………………………………………… 5 分

由已知，$\overline{x}=31.18$，$\mu_0=32.5$，$\sigma_0=1.1$，$n=9$，于是得

$U=\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}=\dfrac{31.18-32.5}{1.1/\sqrt{9}}=-3.6$ ………………………………………………… 10 分

在 0.05 的显著性水平下，$\left|\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\right|=3.6>1.96$，因此拒绝零假设 H_0，即这批砖的抗断强度不合格. ……………………………………………………………………………… 16 分

四、证明题(本题 6 分)

15. 设有一组数 k_1,k_2,k_3，使得

$k_1(\alpha_1+\alpha_2)+k_2(\alpha_2+\alpha_3)+k_3(\alpha_1+\alpha_3)=0$

成立，即 $(k_1+k_3)\alpha_1+(k_1+k_2)\alpha_2+(k_2+k_3)\alpha_3=0$，由已知 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，故有

$$\begin{cases}k_1+k_3=0\\ k_1+k_2=0\\ k_2+k_3=0\end{cases}$$

成立，由于该方程组只有零解，即 $k_1=k_2=k_3=0$，故 $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+\alpha_3$ 是线性无关的. 证毕. ……………………………………………………………………………… 6 分

试卷代号:1080 **座位号**□□

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

工程数学(本) 试题

2020年9月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 若 A,B 都是 n 阶可逆矩阵,则下列等式正确的是(　　).

A. $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$　　B. $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

C. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$　　D. $|2A|=2|A|$

2. 设 $A=(1\quad 2)$,$B=(-1\quad 3)$,I 是单位矩阵,则 $A'B-I=$(　　).

A. $\begin{bmatrix}-1 & 3\\ -2 & 6\end{bmatrix}$　　B. $\begin{bmatrix}-1 & -2\\ 3 & 6\end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix}-2 & 3\\ -2 & 5\end{bmatrix}$　　D. $\begin{bmatrix}-2 & -2\\ 3 & 5\end{bmatrix}$

3. 设 A,B 为 n 阶矩阵,λ 既是 A 又是 B 的特征值,x 既是 A 又是 B 的属于 λ 的特征向量,则结论(　　)正确.

A. λ 是 AB 的特征值　　B. λ 是 $A+B$ 的特征值

C. λ 是 $A-B$ 的特征值　　D. x 是 $A+B$ 的特征向量

4. 掷两颗均匀的骰子,事件"点数之和为2"的概率是(　　).

A. $\frac{1}{36}$　　B. $\frac{1}{18}$

C. $\frac{1}{12}$　　D. $\frac{1}{9}$

5. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$（μ,σ^2 均未知）的样本，则（　　）是统计量．

A. x_1　　　　B. $x_1+\mu$

C. μx_1　　　　D. $\dfrac{x_1^2}{\sigma^2}$

得　分	评卷人

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=$________．

7. 当 $\lambda=$________时，方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ -x_1+\lambda x_2=-1 \end{cases}$ 有无穷多解．

8. 若 $P(A)=0.7$，$P(B)=0.8$，且事件 A,B 相互独立，则 $P(\overline{A}\,\overline{B})=$____________．

9. 评价估计量好坏的两个重要标准是____________和有效性．

10. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，且 σ^2 未知，用样本检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$ 是否成立时可采用统计量__________________．

得　分	评卷人

三、计算题（每小题 16 分，共 64 分）

11. 已知 $AX=B$，其中 $A=\begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 \\ -4 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$，求 X．

12. 设线性方程组 $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3-4x_4=5 \\ 2x_1-3x_2+x_3+x_4=1 \\ 3x_1-5x_2+4x_3-3x_4=6 \\ x_1-x_2-2x_3+5x_4=\lambda \end{cases}$，当 λ 为何值时，方程组有解，

并求出全部解．

13. 设随机变量 $X\sim N(8,4)$，求 $P(7<X<9)$ 和 $P(X>9)$．（其中 $\Phi(0.5)=0.6915$，$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$）．

14. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，$\sigma^2 = 0.04$，取 X 的样本 $x_1, x_2, \cdots, x_{25}$，若 $\overline{x} = 11.2$，求 μ 的置信度为 95%的置信区间（$u_{0.975} = 1.96$）.

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 A，B 为随机事件，试证：$P(A-B) = P(A) - P(AB)$．

试卷代号:1080

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准

(供参考)

2020年9月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. B　　2. C　　3. D　　4. A　　5. A

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. -7

7. -1

8. 0.06

9. 无偏性

10. $t=\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix}-13 & -6 & -3 & 1 & 0 & 0\\ -4 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2\\ 0 & -1 & -7 & -2 & 0 & -13\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7\\ 0 & 1 & 7 & 2 & 0 & 13\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

$$\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 1 & -4 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 2 & -7 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 2 & -7 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

即 $A^{-1}=\begin{bmatrix}-1 & 3 & 0\\ 2 & -7 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$ …………………………………………………… 10 分

于是 $X=A^{-1}B=\begin{bmatrix}-1 & 3 & 0\\ 2 & -7 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ 5 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 1\\ -17 & 1\\ 12 & -6\end{bmatrix}$ …………………… 16 分

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1 & -2 & 3 & -4 & 5\\ 2 & -3 & 1 & 1 & 1\\ 3 & -5 & 4 & -3 & 6\\ 1 & -1 & -2 & 5 & \lambda\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -2 & 3 & -4 & 5\\ 0 & 1 & -5 & 9 & -9\\ 0 & 1 & -5 & 9 & -9\\ 0 & 1 & -5 & 9 & \lambda-5\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & -2 & 3 & -4 & 5\\ 0 & 1 & -5 & 9 & -9\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda+4\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & 0 & -7 & 14 & -13\\ 0 & 1 & -5 & 9 & -9\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda+4\end{bmatrix}$$

所以,当 $\lambda=-4$ 时方程组有解,且有无穷多解

且方程组的一般解为

$\begin{cases}x_1=7x_3-14x_4-13\\ x_2=5x_3-9x_4-9\end{cases}$ (其中 x_3,x_4 为自由未知量) ………………………………… 9 分

令 $x_3=x_4=0$,得到方程组的一个特解 $X_0=(-13\quad -9\quad 0\quad 0)'$.

相应的齐次方程组的一般解为

$\begin{cases}x_1=7x_3-14x_4\\ x_2=5x_3-9x_4\end{cases}$ (其中 x_3,x_4 为自由未知量)

在上式中分别令自由未知量 $x_3=1,x_4=0$ 和 $x_3=0,x_4=1$ 得到齐次方程组的一个基础解系

$X_1=(7\quad 5\quad 1\quad 0)'$, $X_2=(-14\quad -9\quad 0\quad 1)'$ ………………………………… 13 分

于是,方程组的全部解为

$X=X_0+k_1X_1+k_2X_2$(其中 k_1,k_2 为任意常数) ………………………………… 16 分

13. 解:$P(7<X<9)=P(\frac{7-8}{2}<\frac{X-8}{2}<\frac{9-8}{2})$

$$=P(-0.5<\frac{X-8}{2}<0.5)=2\Phi(0.5)-1$$

$= 2 \times 0.6915 - 1 = 0.383$ ………………………………………………………………………… 8 分

$P(X > 9) = P(\frac{X-8}{2} > \frac{9-8}{2}) = 1 - \Phi(0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085$ ………… 16 分

14. 解:已知 $\sigma^2 = 0.04, \sigma = 0.2, n = 25, \overline{x} = 11.2$

选取统计量 $U = \frac{\overline{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$ ………………………………………………………… 5 分

得到置信度为 95%的 μ 的置信区间为

$[\overline{x} - u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$

$\overline{x} - u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 11.2 - 1.96 \times \frac{0.2}{5} = 11.1216$

$\overline{x} + u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 11.2 + 1.96 \times \frac{0.2}{5} = 11.2784$

因此,所求 μ 的置信度为 95%的置信区间为[11.1216,11.2784] ………………… 16 分

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明:由事件的关系可知

$A = AU = A(B + \overline{B}) = AB + A\overline{B} = AB + (A - B)$

而 $(A - B)(AB) = \varnothing$,故由概率的性质可知

$P(A) = P(A - B) + P(AB)$

即

$P(A - B) = P(A) - P(AB)$ 证毕 ………………………………………………………… 6 分

试卷代号：1080　　　　　　　　　　　　　　　　**座位号**□□

国家开放大学2020年秋季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题

2021年1月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分，共15分)

1. 设 A,B 均为 n 阶方阵，则下列命题中正确的是(　　).

A. 若 $AB=O$，则 $A=O$ 或 $B=O$　　B. 若 $AB=I$，则 $A=I$ 或 $B=I$

C. $|AB|=|A||B|$　　D. $AB=BA$

2. 设 A 与 $[A \vdots B]$ 分别代表非齐次线性方程组 $AX=B$ 的系数矩阵和增广矩阵，若这个方程组有解，则(　　).

A. $r(A)=r([A \vdots B])$　　B. $r(A)<r([A \vdots B])$

C. $r(A)>r([A \vdots B])$　　D. $r(A)=r([A \vdots B])-1$

3. 矩阵 $A=\begin{bmatrix}2 & 2\\3 & 1\end{bmatrix}$ 的特征值为(　　).

A. $-1,2$　　B. $-1,4$

C. $1,-1$　　D. $1,4$

4. 掷两颗均匀的骰子，事件"点数之和为5"的概率是(　　).

A. $\frac{1}{36}$　　B. $\frac{1}{18}$

C. $\frac{1}{12}$　　D. $\frac{1}{9}$

5. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$(μ,σ^2 均未知)的样本，则(　　)是统计量.

A. $\bar{x}+\mu$　　B. μx_1

C. x_1　　D. $\frac{x_1-\mu}{\sigma}$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 设 A,B 均为 3 阶矩阵,且 $|A|=-1$, $|B|=2$,则 $|-A'B^{-1}|=$________.

7. 设线性方程组 $AX=0$ 中有 5 个未知量,且秩$(A)=2$,则 $AX=0$ 的基础解系中线性无关的解向量有________个.

8. 若 $P(A)=0.4$,$P(B)=0.3$,且事件 A,B 相互独立,则 $P(A+B)=$____________.

9. 设随机变量 $X\sim B(20,0.4)$,则 $E(X)=$________.

10. 如果参数 θ 的估计量 $\hat{\theta}$ 满足 $E(\hat{\theta})=\theta$,则称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的____________________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ -1 & -1 & 0\\ 1 & 3 & 5\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 1 & 1\\ 4 & 0\end{bmatrix}$,已知 $AX=B$,求 X.

12. 求齐次线性方程组$\begin{cases}x_1-x_2+3x_3-x_4=0\\ 2x_1-x_2-x_3+4x_4=0\\ x_1-4x_3+5x_4=0\end{cases}$的一个基础解系和通解.

13. 设 $X\sim N(20,2^2)$,试求:(1)$P(22<X<26)$;(2)$P(X>24)$.

(已知 $\Phi(1)=0.8413$,$\Phi(2)=0.9772$,$\Phi(3)=0.9987$)

14. 设某一批零件重量 X 服从正态分布 $N(\mu,0.6^2)$,随机抽取 9 个测得平均重量为 5(单位:千克),试求此零件重量总体均值的置信度为 0.95 的置信区间(已知 $u_{0.975}=1.96$).

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 对任意方阵 A,试证 $A+A'$ 是对称矩阵.

试卷代号:1080

国家开放大学2020年秋季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准

(供参考)

2021年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. C　　2. A　　3. B　　4. D　　5. C

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. $\frac{1}{2}$

7. 3

8. 0.58

9. 8

10. 无偏估计量

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换可得

$$[A\quad I]=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0\\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 3 & -1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & 2 & 0 & 5 & 2 & -2\\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2\\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -5 & -4 & 2\\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2\\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1\end{bmatrix}$$

因此,$A^{-1}=\begin{bmatrix}-5 & -4 & 2\\ 5 & 3 & -2\\ -2 & -1 & 1\end{bmatrix}$.　　(10分)

于是由矩阵乘法可得

$$X=A^{-1}B=\begin{bmatrix}-5&-4&2\\5&3&-2\\-2&-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&-2\\1&1\\4&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&6\\0&-7\\1&3\end{bmatrix}.\qquad(16\text{ 分})$$

12. 解:将齐次线性方程组的系数矩阵化为阶梯形

$$A=\begin{bmatrix}1&-1&3&-1\\2&-1&-1&4\\1&0&-4&5\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&3&-1\\0&1&-7&6\\0&1&-7&6\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&3&-1\\0&1&-7&6\\0&0&0&0\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&-4&5\\0&1&-7&6\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

方程组的一般解为$\begin{cases}x_1=4x_3-5x_4\\x_2=7x_3-6x_4\end{cases}$(其中 x_3,x_4 是自由未知量). (7 分)

令 $x_3=1,x_4=0$,得相应的解向量为

$X_1=[4\quad 7\quad 1\quad 0]'$, (10 分)

令 $x_3=0,x_4=1$,得相应的解向量为

$X_2=[-5\quad -6\quad 0\quad 1]'$,

于是,$\{X_1,X_2\}$ 即为方程组的一个基础解系. (13 分)

方程组的通解为 $k_1X_1+k_2X_2$(其中 k_1,k_2 为任意常数). (16 分)

13. 解:(1)$P(22<X<26)=P(\frac{22-20}{2}<\frac{X-20}{2}<\frac{26-20}{2})=P(1<\frac{X-20}{2}<3)$

$=\Phi(3)-\Phi(1)=0.9987-0.8413=0.1574.$ (8 分)

(2)$P(X>24)=1-P(X\leqslant 24)=1-P(\frac{X-20}{2}\leqslant\frac{24-20}{2})=1-P(\frac{X-20}{2}\leqslant 2)$

$=1-\Phi(2)=1-0.9772=0.0228.$ (16 分)

14. 解：由于已知 σ^2，故选取样本函数

$$U=\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1),$$ (5 分)

零件重量总体均值的置信度为 0.95 的置信区间为

$$[\overline{x}-u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}].$$ (10 分)

由已知，$\overline{x}=5,\sigma=0.6,n=9,u_{0.975}=1.96$，于是可得

$$\overline{x}-u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=5-1.96\times\frac{0.6}{\sqrt{9}}=4.608,$$

$$\overline{x}+u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=5+1.96\times\frac{0.6}{\sqrt{9}}=5.392,$$

因此，零件重量总体均值的置信度为 0.95 的置信区间为[4.608,5.392]. (16 分)

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明：由已知条件和对称矩阵的性质

$$(A+A')'=A'+(A')'=A'+A=A+A'$$

所以 $A+A'$ 是对称矩阵． (6 分)

号

名

作站)

密 封 线 内 不 要 答 题

试卷代号:1080 **座位号**

国家开放大学2021年春季学期期末统一考试

工程数学(本) 试题

2021年7月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 设方阵 A 可逆,则下列命题中不正确的是( ).

A. $A \neq O$ B. 线性方程组 $AX=O$ 必有非零解

C. $|A| \neq 0$ D. 矩阵 A' 可逆

2. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_n$ 线性相关,则向量组内( )可被该向量组内其余向量线性表出.

A. 任何一个向量 B. 没有一个向量

C. 至多一个向量 D. 至少有一个向量

3. 设 A, B 均为 n 阶方阵,则下列结论正确的是( ).

A. 若 λ 既是 A,又是 B 的特征值,则必是 $A+B$ 的特征值

B. 若 λ 既是 A,又是 B 的特征值,则必是 AB 的特征值

C. 若 x 既是 A,又是 B 的特征向量,则必是 $A+B$ 的特征向量

D. A 的特征向量的线性组合仍为 A 的特征向量

4. 设袋中有3个红球,2个白球,现从中随机抽取2个球,则2个球恰好不同色的概率是( ).

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{7}{10}$

5. 对单正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,σ^2 已知时,关于均值 μ 的假设检验应采用( ).

A. F 检验法 B. t 检验法

C. U 检验法 D. x^2 检验法

得 分	评卷人

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 设 A 为 3×5 矩阵,B 为 4×3 矩阵,且乘 $AC'B$ 有意义,则 C 为________矩阵.

7. 当 $\lambda=$________时,非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+\lambda x_2=1 \\ 3x_1-6x_2=3 \end{cases}$ 有无穷多解.

8. 设 A, B 是两个随机事件,若 $P(A)=0.7, P(A\bar{B})=0.3$,则 $P(AB)=$____________.

9. 设随机变量 $X \sim N(2, 4^2)$,则随机变量 $Y=$________ $\sim N(0,1)$.

10. 设随机变量 X,若 $E(X)=4$,则 $E(2X-1)=$________.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解矩阵方程 $AX-X=B$,其中 $A=\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

12. 当 λ 取何值时，齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ 3x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

有非零解？在有非零解的情况下求方程组的通解．

13. 设 $X \sim N(3, 2^2)$，试求：(1) $P(X < 5)$；(2) $P(X > 9)$．

(已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

14. 为了对完成某项工作所需时间建立一个标准，工厂随机抽查了 16 名工人分别去完成这项工作，结果发现他们所需的平均时间为 15 分钟，样本标准差为 3 分钟. 假设完成这项工作所需的时间服从正态分布，在标准差不变的情况下，试确定完成此项工作所需平均时间的置信度为 0.95 的置信区间(已知 $u_{0.975}=1.96$).

得 分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设随机事件 A 与 B 相互独立，试证 A 与 $\overline{B}$ 也相互独立.

试卷代号:1080

国家开放大学2021年春季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题答案及评分标准

(供参考)

2021年7月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1.B　2.D　3.C　4.A　5.C

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 4×5

7. -2

8. 0.4

9. $\frac{X-2}{4}$

10. 7

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:由 $AX-X=B$ 可得 $(A-I)X=B$　(3分)

由已知条件可得 $A-I=\begin{bmatrix}3&5\\5&8\end{bmatrix}$　(5分)

利用初等行变换可得

$$[A-I\quad I]=\begin{bmatrix}3&5&1&0\\5&8&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}15&25&5&0\\15&24&0&3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}15&25&5&0\\0&-1&-5&3\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}15&0&-120&75\\0&1&5&-3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&-8&5\\0&1&5&-3\end{bmatrix}$$

因此,$(A-I)^{-1}=\begin{bmatrix}-8&5\\5&-3\end{bmatrix}$　(13分)

于是由矩阵乘法可得

$X=(A-I)^{-1}B=\begin{bmatrix}-8&5\\5&-3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7&4\\-4&-2\end{bmatrix}$.　(16分)

12. 解:将齐次线性方程组的系数矩阵化为阶梯形

$$A=\begin{bmatrix}1&2&1\\4&5&\lambda\\3&7&2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&2&1\\0&-3&\lambda-4\\0&1&-1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&3\\0&1&-1\\0&0&\lambda-7\end{bmatrix}$$

故当 $\lambda=7$ 时,方程组有非零解.　(7分)

方程组的一般解为 $\begin{cases}x_1=-3x_3\\x_2=x_3\end{cases}$(其中 x_3 是自由未知量)　(10分)

令 $x_3=1$,得方程组的一个基础解系 $X_1=[-3\quad 1\quad 1]'$.　(13分)

于是,方程组的通解为 kX_1(其中 k 为任意常数).　(16分)

13. 解:(1) $P(X<5)=P(\frac{X-3}{2}<\frac{5-3}{2})=P(\frac{X-3}{2}<1)$

$=\Phi(1)=0.8413$.　(8分)

(2) $P(X>9)=1-P(X\leqslant 9)=1-P(\frac{X-3}{2}\leqslant\frac{9-3}{2})=1-P(\frac{X-3}{2}\leqslant 3)$

$=1-\Phi(3)=1-0.9987=0.0013$.　(16分)

14. 解:由于已知 σ,故选取样本函数

$U=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$,　(5分)

完成此项工作所需平均时间的置信度为0.95的置信区间为

$[\bar{x}-u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$.　(10分)

由已知,$\bar{x}=15,\sigma=3,n=16,u_{0.975}=1.96$,于是可得

$\bar{x}-u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=15-1.96\times\frac{3}{\sqrt{16}}=13.53$,

$\bar{x}+u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=15+1.96\times\frac{3}{\sqrt{16}}=16.47$,

因此,完成此项工作所需平均时间的置信度为0.95的置信区间为[13.53,16.47].

(16分)

四、证明题(本题6分)

15. 证明:因为 $P(A\bar{B})=P(A)-P(AB)=P(A)-P(A)P(B)=P(A)(1-P(B))$ $=P(A)P(\bar{B})$

所以,A 与 $\bar{B}$ 相互独立.　(6分)

学号
姓名
分校(工作站)

密 封 线 内 不 要 答 题

试卷代号:1080　　　　座位号

国家开放大学2022年春季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题

2022年9月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 设 A,B 都是 n 阶可逆方阵,则下列等式中正确的是(　　).

A. $AB=BA$　　B. $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

C. $(AB)'=A'B'$　　D. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

2. 若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性相关,则向量组内(　　)可被该向量组内其余向量线性表出.

A. 任何一个向量　　B. 没有一个向量

C. 至多一个向量　　D. 至少有一个向量

3. 矩阵 A 的特征多项式 $|\lambda I-A|=\begin{vmatrix}\lambda-1 & 0 & 0\\ 0 & \lambda-2 & 0\\ 0 & 0 & \lambda-3\end{vmatrix}$,则 A 的特征值为(　　).

A. $\lambda=1$　　B. $\lambda=2$

C. $\lambda=3$　　D. $\lambda_1=1,\lambda_2=2,\lambda_3=3$

4. 设 A,B 为两个随机事件,下列事件运算关系正确的是(　　).

A. $B=BA+B\overline{A}$　　B. $B=\overline{B}A+\overline{B}A$

C. $B=BA+\overline{B}A$　　D. $B=B\overline{A}+\overline{B}A$

5. 设 $X\sim N(-1,3^2)$,则随机变量(　　)$\sim N(0,1)$.

A. $\dfrac{X-1}{3}$　　B. $\dfrac{X-1}{9}$

C. $\dfrac{X+1}{3}$　　D. $\dfrac{X+1}{9}$

得分	评卷人

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 设 A,B 均为3阶矩阵,且 $|A|=-1$, $|B|=2$,则 $|-A'B^{-1}|=$________.

7. 矩阵 $\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ -2 & 2 & -2\\ 3 & -3 & 3\end{bmatrix}$ 的秩为________.

8. 若 $P(A)=0.5,P(B)=0.2$,且事件 A 与 B 互不相容,则 $P(A+B)=$________.

9. 设随机变量 $X\sim\begin{bmatrix}0 & 1 & 3\\ 0.5 & 0.35 & 0.15\end{bmatrix}$,则 $P(X<2)=$________.

10. 不含未知参数的样本函数称为__________.

得分	评卷人

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解矩阵方程 $XA=B$,其中 $A=\begin{bmatrix}3 & 5\\ 5 & 8\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$.

12. λ 为何值时，下列方程组有解？有解时求出其通解．

$$\begin{cases} x_1+x_2-3x_3=1 \\ -x_1-2x_2+x_3=2 \\ 2x_1+3x_2-4x_3=\lambda \end{cases}$$

13. 设 $X\sim N(1,2^2)$，试求：(1)$P(X<3)$；(2)求常数 a，使得 $P(|X-1|<a)=0.9974$

(已知 $\Phi(1)=0.8413,\Phi(2)=0.9772,\Phi(3)=0.9987$)．

密封线内不要答题

14. 据资料分析，某厂生产的砖的抗断强度 X 服从正态分布 $N(32.5, 1.1^2)$. 今从该厂最近生产的一批砖中随机地抽取了 9 块，测得抗断强度(单位:kg/cm^2)的平均值为 31.18. 假设标准差没有改变，在 0.05 的显著性水平下，问这批砖的抗断强度是否合格. ($u_{0.975}=1.96$)

得分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 已知随机事件 A, B 满足 $A \supset B$，试证：$P(A-B)=P(A)-P(B)$.

试卷代号:1080

2022年春季学期考试

工程数学(本)　参考答案

2022年9月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. B　　2. D　　3. D　　4. A　　5. C

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. $\frac{1}{2}$

7. 1

8. 0.7

9. 0.85

10. 统计量

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:用伴随矩阵法求 A^{-1}.

$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 8 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$,说明 A 可逆.　(3分)

伴随矩阵 $A^* = \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$.　(8分)

因此,$A^{-1} = \frac{A^*}{|A|} = -1 \cdot \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$.　(10分)

于是,$X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -8 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$.　(16分)

注:用初等行变换法求 A^{-1} 正确也可得分.

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$[A \vdots B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & \lambda \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & \lambda - 2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda + 1 \end{bmatrix}$$　(7分)

由阶梯阵可知:当 $\lambda + 1 = 0$ 即 $\lambda = -1$ 时,方程组有解.

此时,由最后一个行简化阶梯阵得方程组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = 5x_3 + 4 \\ x_2 = -2x_3 - 3 \end{cases}$$,(其中 x_3 为自由未知数).　(10分)

令 $x_3 = 0$,得方程组的一个特解 $X_0 = [4 \quad -3 \quad 0]'$.　(12分)

不计最后一列,令 $x_3 = 1$,得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1 = [5 \quad -2 \quad 1]'$$　(14分)

于是,方程组的通解为:

$$X = X_0 + kX_1$$,(其中 k 是任意常数).　(16分)

13. 解:(1)$P(X<3)=P(\frac{X-1}{2}<\frac{3-1}{2})=P(\frac{X-1}{2}<1)=\Phi(1)=0.8413$. （8 分）

(2)$P(|X-1|<a)=P(1-a<X<1+a)=P(-\frac{a}{2}<\frac{X-1}{2}<\frac{a}{2})$

$$=\Phi(\frac{a}{2})-\Phi(-\frac{a}{2})=2\Phi(\frac{a}{2})-1=0.9974$$ （12 分）

因此,$\Phi(\frac{a}{2})=0.9987=\Phi(3)$,故$\frac{a}{2}=3$,从而 $a=6$. （16 分）

14. 解:零假设 H_0: $\mu=32.5$;H_1: $\mu\neq 32.5$.

由于标准差没有改变,故已知 $\sigma_0=1.1$,选取样本函数

$$U=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}$$ （5 分）

由已知,$\overline{x}=31.18$,$\mu_0=32.5$,$\sigma_0=1.1$,$n=9$,于是得

$$U=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}=\frac{31.18-32.5}{1.1/\sqrt{9}}=-3.6$$ （10 分）

在 0.05 的显著性水平下,$\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\right|=3.6>1.96$,因此拒绝零假设 H_0,即这批砖的抗断强度不合格.

（16 分）

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明:已知 $A\supset B$,由事件的关系可知 $A=(A-B)+B$,

而$(A-B)B=\varnothing$,故由概率的性质可知 $P(A)=P(A-B)+P(B)$,

即 $P(A-B)=P(A)-P(B)$. （6 分）

学号	
姓名	
分校(工作站)	

密封线内不要答题

试卷代号:11080　　　　座位号□□

国家开放大学2022年秋季学期期末统一考试

工程数学(本)　试题

2023年1月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 设 A,B 均为 n 阶方阵,则下列命题中正确的是(　　).

A. 若 $AB=O$,则 $A=O$ 或 $B=O$　　B. $|-2AB|=2|A||B|$

C. $|AB|=|A||B|$　　D. $AB=BA$

2. 设齐次线性方程组的系数矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ \lambda & 1\end{bmatrix}$,则当 $\lambda=$(　　)时,该线性方程组有非零解.

A. 1　　B. 0

C. -1　　D. 2

3. 矩阵 $A=\begin{bmatrix}2 & 2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ 的特征值为(　　).

A. $-1,2$　　B. $-1,4$

C. $1,-1$　　D. $1,4$

4. 若事件 A 与 B 互斥,则下列等式中正确的是(　　).

A. $P(AB)=P(A)P(B)$　　B. $P(B)=1-P(A)$

C. $P(A)=P(A|B)$　　D. $P(A+B)=P(A)+P(B)$

5. 对单正态总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,σ^2 已知时,关于均值 μ 的假设检验应采用(　　).

A. U 检验法　　B. t 检验法

C. F 检验法　　D. χ^2 检验法

得分	评卷人

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 设三阶矩阵 A 的行列式 $|A|=2$,则 $|2A^{-1}|=$________.

7. 当 $\lambda=$________时,非齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1+\lambda x_2=1\\ x_1-x_2=1\end{cases}$ 有无穷多解.

8. 若 $P(A)=0.3$,$P(B)=0.4$,且事件 A 与 B 互不相容,则 $P(A+B)=$________.

9. 设随机变量 $X\sim N(2,4^2)$,则随机变量 $Y=$____________ $\sim N(0,1)$.

10. 如果参数 θ 的估计量 $\hat{\theta}$ 满足 $E(\hat{\theta})=\theta$,则称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的____________.

得分	评卷人

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解矩阵方程 $AX-X=B$,其中 $A=\begin{bmatrix}4 & 5\\ 5 & 9\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$.

12. 求线性方程组$\begin{cases} x_1-2x_2+4x_3=-5 \\ 2x_1+3x_2+x_3=4 \\ 3x_1+8x_2-2x_3=13 \\ 4x_1-x_2+9x_3=-6 \end{cases}$的通解．

13. 设 $X\sim N(20,2^2)$，试求：(1)$P(22<X<26)$；(2)$P(X>24)$.

(已知 $\Phi(1)=0.8413,\Phi(2)=0.9772,\Phi(3)=0.9987$)

密封线内不要答题

14. 某校全年级学生的期末考试成绩服从正态分布 $N(85,10^2)$，现随机抽取该年级某班16名学生的该次考试成绩，得平均分为 $\overline{x}=80$. 假设标准差没有改变，在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，问能否认为该班的英语平均成绩为85分(已知 $u_{0.975}=1.96$).

得　分	评卷人

四、证明题(本题6分)

15. 设 A,B 是同阶对称矩阵，试证：$AB+BA$ 也是对称矩阵.

试卷代号:11080

2022年秋季学期考试

工程数学(本)　参考答案

2023年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. C　　2. C　　3. B　　4. D　　5. A

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 4

7. -1

8. 0.7

9. $\dfrac{X-2}{4}$

10. 无偏估计

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:由 $AX-X=B$ 可得 $(A-I)X=B$ (3分)

由已知条件可得 $A-I=\begin{bmatrix}3&5\\5&8\end{bmatrix}$ (5分)

利用初等行变换可得

$$[A-I\vdots I]=\begin{bmatrix}3&5&1&0\\5&8&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}15&25&5&0\\15&24&0&3\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}15&25&5&0\\0&-1&-5&3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}15&0&-120&75\\0&1&5&-3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&-8&5\\0&1&5&-3\end{bmatrix}$$

因此,$(A-I)^{-1}=\begin{bmatrix}-8&5\\5&-3\end{bmatrix}$ (13分)

于是由矩阵乘法可得

$X=(A-I)^{-1}B=\begin{bmatrix}-8&5\\5&-3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7&4\\-4&-2\end{bmatrix}$. (16分)

注:用伴随矩阵法求 $(A-I)^{-1}$ 正确也可得分.

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1&-2&4&-5\\2&3&1&4\\3&8&-2&13\\4&-1&9&-6\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-2&4&-5\\0&7&-7&14\\0&14&-14&28\\0&7&-7&14\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-2&4&-5\\0&1&-1&2\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\to$$

$$\begin{bmatrix}1&0&2&-1\\0&1&-1&2\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

方程组的一般解为 $\begin{cases}x_1=-2x_3-1\\x_2=x_3+2\end{cases}$(其中 x_3 为自由未知数). (7分)

令 $x_3=0$,得到方程组的一个特解为 $X_0=[-1\quad 2\quad 0]'$. (10分)

不计最后一列,令 $x_3=1$,得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1=[-2\quad 1\quad 1]'$$ (13分)

于是,方程组的通解为 $X=X_0+kX_1$(其中 k 为任意常数). (16分)

13. 解:(1) $P(22<X<26)=P(\dfrac{22-20}{2}<\dfrac{X-20}{2}<\dfrac{26-20}{2})=P(1<\dfrac{X-20}{2}<3)$

$=\Phi(3)-\Phi(1)=0.9987-0.8413=0.1574$. (8分)

(2) $P(X>24)=1-P(X\leqslant 24)=1-P(\dfrac{X-20}{2}\leqslant\dfrac{24-20}{2})=1-P(\dfrac{X-20}{2}\leqslant 2)$

$=1-\Phi(2)=1-0.9772=0.0228$. (16分)

14. 解:零假设 $H_0: \mu=85$;$H_1: \mu\neq 85$

由于标准差没有改变,故已知 $\sigma_0=10$,选取样本函数

$$U=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}$$ (5分)

由已知,$\overline{x}=80$,$\mu_0=85$,$\sigma_0=10$,$n=16$,$u_{0.975}=1.96$,于是可得

$$U=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}=\frac{80-85}{10/\sqrt{16}}=-2$$ (10分)

在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下,$|U|=\left|\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\right|=2>u_{0.975}=1.96$,因此拒绝零假设 H_0,即不能认为该班的英语平均成绩为85分. (16分)

四、证明题(本题6分)

15. 证明:因为

$(AB+BA)'=(AB)'+(BA)'=B'A'+A'B'=BA+AB=AB+BA$

所以 $AB+BA$ 是对称矩阵. (6分)