试卷代号：2332　　　　座位号□□

国家开放大学（中央广播电视大学）2016年秋季学期“开放专科”期末考试

高等数学基础　试题

2017年1月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

导数基本公式：

$(c)'=0$

$(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^x)'=a^x\ln a\ (a>0\text{ 且 }a\neq1)$

$(e^x)'=e^x$

$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}\ (a>0\text{ 且 }a\neq1)$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$

$(\text{arccot}\, x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

积分基本公式：

$\int 0\,dx=c$

$\int x^{\alpha}\,dx=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c\ (\alpha\neq-1)$

$\int a^x\,dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+c\ (a>0\text{ 且 }a\neq1)$

$\int e^x\,dx=e^x+c$

$\int \dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$\int \sin x\,dx=-\cos x+c$

$\int \cos x\,dx=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+c$

$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\arcsin x+c$

$\int \dfrac{1}{1+x^2}dx=\arctan x+c$

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,则函数 $f(x)-f(-x)$ 的图形关于(　　)对称.

A. $y=x$　　　　B. x 轴

C. y 轴　　　　D. 坐标原点

2. 当 $x\to 0$ 时,下列变量中(　　)是无穷小量.

A. $\ln(x^2+1)$　　　　B. $\dfrac{\sin x}{x}$

C. $\sin\dfrac{1}{x}$　　　　D. $e^{\frac{1}{x}}$

3. 设 $f(x)$ 在 x_0 可导,则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0-2h)-f(x_0)}{h}=$(　　).

A. $f'(x_0)$　　　　B. $2f'(x_0)$

C. $-f'(x_0)$　　　　D. $-2f'(x_0)$

4. $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int xf(x^2)dx=$(　　).

A. $xf(x^2)$　　　　B. $\dfrac{1}{2}f(x)dx$

C. $\dfrac{1}{2}f(x)$　　　　D. $xf(x^2)dx$

5. 下列无穷积分收敛的是(　　).

A. $\displaystyle\int_0^{+\infty}\sin x\,dx$　　　　B. $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2}dx$

C. $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}}dx$　　　　D. $\displaystyle\int_{-\infty}^{0}e^{-x}dx$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 若函数 $f(x)=\begin{cases} x^2-3 & x\leqslant 0 \\ e^x+1 & x>0 \end{cases}$,则 $f(0)=$______________.

7. 函数 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin 2x}{x}, & x\neq 0 \\ k, & x=0 \end{cases}$,在 $x=0$ 处连续,则 $k=$______________.

8. 曲线 $f(x)=e^x+1$ 在 (0,2) 处的切线斜率是______________.

9. 函数 $f(x)=x^2-1$ 的单调增加区间是______________.

10. 若 $\dfrac{1}{x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数,则 $f'(x)=$______________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,共 44 分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{x^2-5x+4}$.

12. 设 $y=\sqrt{x}-\sin x^2$,求 y'.

13. 计算不定积分 $\displaystyle\int\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx$.

14. 计算定积分 $\displaystyle\int_1^e x^2\ln x\,dx$.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为 l,问当底半径与高分别为多少时,圆柱体的体积最大?

试卷代号:2332

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放专科”期末考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

(供参考)

2017年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D　　2. A　　3. D　　4. A　　5. B

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. -3

7. 2

8. 1

9. $(0,+\infty)$

10. $\dfrac{2}{x^3}$

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 解:$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{x^2-5x+4}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{(x-4)(x-2)}{(x-4)(x-1)}=\dfrac{2}{3}$ ………11分

12. 解:由导数运算法则和导数基本公式得

$y'=(\sqrt{x}-\sin x^2)'=(\sqrt{x})'-(\sin x^2)'$

$=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\cos x^2(x^2)'$

$=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-2x\cos x^2$ ………11分

13. 解:由换元积分法得

$\int\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx=-\int e^{\frac{1}{x}}d(\dfrac{1}{x})=-e^{\frac{1}{x}}+c$ ………11分

14. 解:由分部积分法得

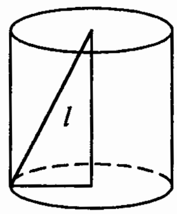
$$\int_1^e x^2\ln x\,dx = \frac{x^3}{3}\ln x\Big|_1^e - \frac{1}{3}\int_1^e x^3\,d(\ln x)$$

$$= \frac{e^3}{3} - \frac{1}{3}\int_1^e x^3\,dx = \frac{2e^3}{9} + \frac{1}{9}$$ ………11 分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解:如图所示,圆柱体高 h 与底半径 r 满足

$$h^2 + r^2 = l^2$$



圆柱体的体积公式为

$$V = \pi r^2 h$$

将 $r^2 = l^2 - h^2$ 代入得

$$V = \pi(l^2 - h^2)h$$

求导得

$$V' = \pi(-2h^2 + (l^2 - h^2)) = \pi(l^2 - 3h^2)$$

令 $V'=0$ 得 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}l$,并由此解出 $r=\frac{\sqrt{6}}{3}l$. 即当底半径 $r=\frac{\sqrt{6}}{3}l$,高 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}l$ 时,圆柱体的体积最大. ………16 分

试卷代号:2332

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放专科”期末考试

高等数学基础　试题

2017年6月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

导数基本公式：

$(c)'=0$

$(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^x)'=a^x\ln a\ (a>0 \text{且} a\neq 1)$

$(e^x)'=e^x$

$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$

$(\text{arccot}\, x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

积分基本公式：

$\int 0\mathrm{d}x=c$

$\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c\ (\alpha\neq -1)$

$\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+c\ (a>0 \text{且} a\neq 1)$

$\int e^x\mathrm{d}x=e^x+c$

$\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+c$

$\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+c$

$\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\cot x+c$

$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\arcsin x+c$

$\int \dfrac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x=\arctan x+c$

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 函数曲线 $y=\frac{3^{x}-3^{-x}}{2}$ 的图形关于(　　)对称.

A. $y=x$　　B. x 轴

C. y 轴　　D. 坐标原点

2. 当 $x\to 0$ 时,变量(　　)是无穷小量.

A. $\frac{1}{x}$　　B. $\frac{\sin x}{x}$

C. $2^{x}-1$　　D. $\ln(x+2)$

3. 函数 $y=x^{2}-x-6$ 在区间 $(-3,3)$ 内满足(　　)

A. 单调下降　　B. 先单调下降再单调上升

C. 先单调上升再单调下降　　D. 单调上升

4. $\frac{d}{dx}\int xf(x^{2})dx=$(　　).

A. $xf(x^{2})$　　B. $\frac{1}{2}f(x)$

C. $xf(x^{2})dx$　　D. $\frac{1}{2}f(x)dx$

5. 下列无穷限积分收敛的是(　　).

A. $\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}}dx$　　B. $\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{x}dx$

C. $\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^{3}}}dx$　　D. $\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{x}}dx$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 函数 $f(x)=\frac{3^{-x}+3^{x}}{2}$ 的图形关于__________对称.

7. 函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{3x}, & x\neq 0\\ k, & x=0\end{cases}$,在 $x=0$ 处连续,则 $k=$__________.

8. 曲线 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ 在 $(1,1)$ 处的切线斜率是__________.

9. 函数 $f(x)=x^{2}-1$ 的单调增加区间是__________.

10. 若 $\int f(x)dx=\sin x+c$,则 $f'(x)=$__________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\sin(x+1)}{x^2-1}$.

12. 设 $y=\tan x+e^{-5x}$,求 y'.

13. 计算不定积分 $\int\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^1 2xe^x dx$.

得　分	评卷人

四、应用题(本题16分)

15. 某制罐厂要生产一种体积为 V 的有盖圆柱形容器,问容器的底半径与高各为多少时用料最省?

试卷代号:2332

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期"开放专科"期末考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

(供参考)

2017年6月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D　　2. C　　3. B　　4. A　　5. C

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. y 轴

7. $\frac{1}{3}$

8. $-\frac{1}{2}$

9. $(0,+\infty)$

10. $-\sin x$

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 解:$\lim\limits_{x\to -1}\frac{\sin(x+1)}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to -1}\frac{\sin(x+1)}{(x+1)(x-1)}=-\frac{1}{2}$ ………………………… 11分

12. 解:由导数运算法则和导数基本公式得

$$y'=(\tan x+e^{-5x})'=(\tan x)'+(e^{-5x})'$$

$$=\frac{1}{\cos^2 x}+e^{-5x}(-5x)'$$

$$=\frac{1}{\cos^2 x}-5e^{-5x}$$ ………………………… 11分

13. 解:由换元积分法得

$$\int\frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}dx=-\int\sin\frac{1}{x}d(\frac{1}{x})=-\int\sin u du=\cos u+c$$

$$=\cos\frac{1}{x}+c$$ ………………………… 11分

14. 解：由分部积分法得

$$\int_0^1 2x\,\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = 2x\,\mathrm{e}^x\Big|_0^1 - 2\int_0^1 \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$$

$$= 2\mathrm{e} - 2\mathrm{e}^x\Big|_0^1 = 2\mathrm{e} - 2(\mathrm{e}-1) = 2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 11\text{ 分}$$

四、应用题(本题 16 分)

15. 解：设容器的底半径为 r，高为 h，则其表面积为

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 6\text{ 分}$$

$$S' = 4\pi r - \frac{2V}{r^2}$$

由 $S'=0$，得唯一驻点 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$，此时 $h=\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$，由实际问题可知，当底半径 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ 和高 $h=\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$ 时可使用料最省. $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ 16 分

试卷代号:2332　　　　　　　　　　　　　　　　**座位号□□**

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期"开放专科"期末考试

高等数学基础　试题

2018年1月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

导数基本公式:

$(c)'=0$

$(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^x)'=a^x\ln a \ (a>0 \text{ 且 } a\neq 1)$

$(e^x)'=e^x$

$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$

$(\text{arccot}\, x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

积分基本公式:

$\int 0\,dx=c$

$\int x^{\alpha}\,dx=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c \ (\alpha\neq -1)$

$\int a^x\,dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+c \ (a>0 \text{ 且 } a\neq 1)$

$\int e^x\,dx=e^x+c$

$\int \dfrac{1}{x}\,dx=\ln|x|+c$

$\int \sin x\,dx=-\cos x+c$

$\int \cos x\,dx=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,dx=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\,dx=-\cot x+c$

$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx=\arcsin x+c$

$\int \dfrac{1}{1+x^2}\,dx=\arctan x+c$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 下列各函数对中,(　　)中的两个函数相等.

A. $f(x)=(\sqrt{x})^2$, $g(x)=x$　　B. $f(x)=\sqrt{x^2}$, $g(x)=x$

C. $f(x)=\ln x^2$, $g(x)=2\ln x$　　D. $f(x)=\ln x^3$, $g(x)=3\ln x$

2. 当 $x\to 0$ 时,变量(　　)是无穷小量.

A. $\frac{1}{x}$　　B. $\frac{\sin x}{x}$

C. 2^x　　D. $\ln(x+1)$

3. 函数 $y=x^2-x-6$ 在区间 $(-2,0)$ 内满足(　　).

A. 单调下降　　B. 先单调下降再单调上升

C. 先单调上升再单调下降　　D. 单调上升

4. 下列等式成立的是(　　).

A. $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int f(x)\mathrm{d}x=f(x)$　　B. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)$

C. $\mathrm{d}\int f(x)\mathrm{d}x=f(x)$　　D. $\int \mathrm{d}f(x)=f(x)$

5. 下列无穷限积分收敛的是(　　).

A. $\int_1^{+\infty}\sin x\,\mathrm{d}x$　　B. $\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x$

C. $\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$　　D. $\int_1^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 函数 $f(x-1)=x^2-2x+7$,则 $f(x)=$____________.

7. 函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & x\neq 1\\ a & x=1\end{cases}$,若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内连续,则 $a=$____________.

8. 曲线 $f(x)=\sqrt{x}+1$ 在 $(1,2)$ 处的切线斜率是____________.

9. 函数 $y=\arctan x$ 的单调增加区间是____________.

10. $\int(\sin x)'\mathrm{d}x=$____________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,共 44 分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x}{\sin 5x}$.

12. 设 $y = \sqrt{x} - \sin x^2$,求 y'.

13. 计算不定积分 $\int \dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

14. 计算定积分 $\int_1^e \ln x \, dx$.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 某制罐厂要生产一种体积为 V 的无盖圆柱形容器,问容器的底半径与高各为多少时用料最省?

试卷代号：2332

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期"开放专科"期末考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

（供参考）

2018年1月

一、单项选择题(每小题4分，本题共20分)

1. D　　2. D　　3. A　　4. A　　5. B

二、填空题(每小题4分，本题共20分)

6. x^2+6

7. 2

8. $\frac{1}{2}$

9. $(-\infty,-\infty)$

10. $\sin x+c$

三、计算题(每小题11分，共44分)

11. 解：$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\sin 5x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3}{5}\cdot\frac{\frac{\sin 3x}{3x}}{\frac{\sin 5x}{5x}}=\frac{3}{5}\cdot\frac{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{3x}}{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{5x}}=\frac{3}{5}$ ………………………… 11分

12. 解：由导数四则运算法则得

$$y'=(\sqrt{x}-\sin x^2)'=(\sqrt{x})'-(\sin x^2)'$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\cos x^2(x^2)'$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x}}-2x\cos x^2$$ ………………………………………………… 11分

13. 解：由换元积分法得

$$\int\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx=-\int e^{\frac{1}{x}}d(\frac{1}{x})=-\int e^u du=-e^u+c$$

$$=-e^{\frac{1}{x}}+c$$ ………………………………………………………… 11分

14. 解：由分部积分法得

$$\int_1^e \ln x \, dx = x\ln x \Big|_1^e - \int_1^e x \, d(\ln x)$$

$$= e - \int_1^e dx = 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 11\text{ 分}$$

四、应用题(本题 16 分)

15. 解：设容器的底半径为 r，高为 h，则其表面积为

$$S = \pi r^2 + 2\pi r h = \pi r^2 + \frac{2V}{r}$$

$$S' = 2\pi r - \frac{2V}{r^2}$$

由 $S' = 0$，得唯一驻点 $r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$，由实际问题可知，当 $r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ 时可使用料最省，此时 $h = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$，即当容器的底半径与高均为 $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ 时，用料最省. $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ 16 分

试卷代号：2332　　　　座位号□□

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年春季学期"开放专科"期末考试

高等数学基础　试题

2018年7月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

导数基本公式：

$(c)'=0$

$(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^{x})'=a^{x}\ln a\ (a>0 且 a\neq 1)$

$(e^{x})'=e^{x}$

$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$

$(\operatorname{arccot} x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

积分基本公式：

$\int 0\mathrm{d}x=c$

$\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c\ (\alpha\neq -1)$

$\int a^{x}\mathrm{d}x=\dfrac{a^{x}}{\ln a}+c\ (a>0 且 a\neq 1)$

$\int e^{x}\mathrm{d}x=e^{x}+c$

$\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+c$

$\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+c$

$\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\cot x+c$

$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\arcsin x+c$

$\int \dfrac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x=\arctan x+c$

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,则函数 $f(x)-f(-x)$ 的图形关于(　　)对称.

A. $y=x$　　　　B. x 轴

C. y 轴　　　　D. 坐标原点

2. 当 $x\to 0$ 时,变量(　　)是无穷小量.

A. $\frac{1}{x}$　　　　B. $\frac{\sin x}{x}$

C. e^x-1　　　　D. $\frac{x}{x^2}$

3. 设 $f(x)$ 在 x_0 可导,则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0-2h)-f(x_0)}{h}=$(　　).

A. $f'(x_0)$　　　　B. $2f'(x_0)$

C. $-2f'(x_0)$　　　　D. $-f'(x_0)$

4. 若 $f(x)$ 的一个原函数是 $\sin x$,则 $\int f'(x)\mathrm{d}x=$(　　).

A. $\cos x+c$　　　　B. $-\sin x+c$

C. $\sin x+c$　　　　D. $-\cos x+c$

5. 下列积分计算正确的是(　　).

A. $\int_{-1}^{1} x\sin x\,\mathrm{d}x=0$　　　　B. $\int_{-\infty}^{0} e^{-x}\,\mathrm{d}x=1$

C. $\int_{-\infty}^{0}\sin 2x\,\mathrm{d}x=\pi$　　　　D. $\int_{-1}^{1} x\cos^2 x\,\mathrm{d}x=0$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 若函数 $f(x)=\begin{cases} x^2-3 & x\leqslant 0 \\ e^x+1 & x>0 \end{cases}$,则 $f(0)=$________.

7. 函数 $y=\frac{x^2-2x-3}{x-3}$ 的间断点是____________.

8. 曲线 $f(x)=\sqrt{x}+1$ 在 $(1,2)$ 处的切线斜率是________.

9. 函数 $y=\ln(1+x^2)$ 的单调增加区间是________________.

10. 若 $\sin x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数,则 $f'(x)=$____________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,共 44 分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 5x + 4}$.

12. 设 $y = e^{\sin x} + 5^x$,求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \dfrac{1}{x \ln x} dx$.

14. 计算定积分 $\int_1^e \ln x \, dx$.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 某制罐厂要生产一种体积为 V 的有盖圆柱形容器,问容器的底半径与高各为多少时用料最省?

试卷代号：2332

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年春季学期"开放专科"期末考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

（供参考）

2018年7月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D　　2. C　　3. C　　4. A　　5. D

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. -3

7. $x=3$

8. $\frac{1}{2}$

9. $(0,+\infty)$

10. $-\sin x$

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 解：$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{x^2-5x+4}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x+3)(x-1)}{(x-4)(x-1)}=-\frac{4}{3}$ ………11分

12. 解：由微分运算法则和微分基本公式得

$dy=d(e^{\sin x}+5^x)=d(e^{\sin x})+d(5^x)$

$=e^{\sin x}d(\sin x)+5^x\ln 5dx$

$=(e^{\sin x}\cos x+5^x\ln 5)dx$ ………11分

13. 解：由换元积分法得

$\int\frac{1}{x\ln x}dx=\int\frac{1}{\ln x}d(\ln x)=\int\frac{1}{u}du=\ln|u|+c$

$=\ln|\ln x|+c$ ………11分

14. 解：由分部积分法得

$\int_1^e\ln x\,dx=x\ln x\,|_1^e-\int_1^e x\,d(\ln x)$

$=e-\int_1^e dx=1$ ………11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解:设容器的底半径为 r,高为 h,则其表面积为

$$S=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+\frac{2V}{r}$$

$$S'=4\pi r-\frac{2V}{r^2}$$

由 $S'=0$,得唯一驻点 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$,此时 $h=\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$,由实际问题可知,当底半径 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ 和高 $h=\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$ 时可使用料最省. ………16 分

试卷代号：2332 **座位号**□□

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放专科”期末考试

高等数学基础 试题

2019年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

导数基本公式：

$(c)'=0$

$(x^\alpha)'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^x)'=a^x\ln a \quad (a>0 \text{ 且 } a\neq 1)$

$(e^x)'=e^x$

$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$

$(\operatorname{arccot} x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

积分基本公式：

$\int 0\,dx=c$

$\int x^\alpha dx=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c \quad (\alpha\neq -1)$

$\int a^x dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+c \quad (a>0 \text{ 且 } a\neq 1)$

$\int e^x dx=e^x+c$

$\int \dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$\int \sin x\,dx=-\cos x+c$

$\int \cos x\,dx=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+c$

$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\arcsin x+c$

$\int \dfrac{1}{1+x^2}dx=\arctan x+c$

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 设函数 $f(x)$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,则函数 $f(x)-f(-x)$ 的图形关于(　　)对称.

A. $y=x$　　B. x 轴

C. y 轴　　D. 坐标原点

2. 当 $x\to 0$ 时,变量(　　)是无穷小量.

A. $\frac{1}{x}$　　B. $x\sin\frac{1}{x}$

C. 2^x　　D. $\frac{\sin x}{x}$

3. 下列函数中,在$(-\infty,+\infty)$内是单调减少的函数是(　　).

A. $y=(\frac{1}{2})^x$　　B. $y=x^3$

C. $y=\sin x$　　D. $y=x^2$

4. $\frac{d}{dx}\int xf(x^2)dx=$(　　).

A. $\frac{1}{2}f(x)$　　B. $xf(x^2)$

C. $xf(x^2)dx$　　D. $\frac{1}{2}f(x)dx$

5. 下列无穷限积分收敛的是(　　).

A. $\int_1^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}}dx$　　B. $\int_1^{+\infty}\frac{1}{x}dx$

C. $\int_1^{+\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}dx$　　D. $\int_1^{+\infty}\sin x\,dx$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 函数 $y=\frac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(x-1)}$ 的定义域是________.

7. 函数 $y=\frac{x^2-2x-3}{x-3}$ 的间断点是________.

8. 曲线 $f(x)=\sin x$ 在 $(\frac{\pi}{2},1)$ 处的切线斜率是________.

9. 函数 $y=(x+1)^2+1$ 的单调增加区间是________.

10. $\int(\tan x)'dx=$________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,共 44 分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$.

12. 设 $y = \cos^5 x - x^2$,求 $\mathrm{d}y$.

13. 计算不定积分 $\displaystyle\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

14. 计算定积分 $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x$.

得　分	评卷人

四、应用题(16 分)

15. 圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为 l,问当底半径与高分别为多少时,圆柱体的体积最大?

试卷代号:2332

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放专科”期末考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

(供参考)

2019年1月

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. D　　2. B　　3. A　　4. B　　5. C

二、填空题(每小题4分,共20分)

6. $(1,2)\cup(2,3]$

7. $x=3$

8. 0

9. $(-1,+\infty)$

10. $\tan x+c$

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 解:$\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2-6x+8}{x^2-5x+4}=\lim\limits_{x\to4}\dfrac{(x-4)(x-2)}{(x-4)(x-1)}=\dfrac{2}{3}$ ……11分

12. 解:由微分运算法则和微分基本公式得

$$dy=d(\cos^5x-x^2)=d(\cos^5x)-d(x^2)$$
$$=5\cos^4x\,d(\cos x)-2x\,dx$$
$$=-(5\sin x\cos^4x+2x)dx$$ ……11分

13. 解:由换元积分法得

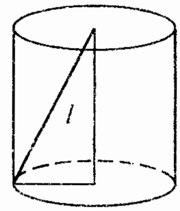
$$\int\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx=2\int\frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}dx=2\int\cos\sqrt{x}\,d\sqrt{x}$$
$$=2\sin\sqrt{x}+c$$ ……11分

14. 解:由分部积分法得

$$\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}dx=-\frac{\ln x}{x}\bigg|_1^e+\int_1^e\frac{1}{x}d(\ln x)=-\frac{1}{e}+\int_1^e\frac{1}{x^2}dx$$
$$=-\frac{1}{e}-\frac{1}{x}\bigg|_1^e=1-\frac{2}{e}$$ ……11分

四、应用题(16 分)

15. 解：如图所示，圆柱体高 h 与底半径 r 满足



$$h^2+r^2=l^2$$

圆柱体的体积公式为

$$V=\pi r^2 h$$

将 $r^2=l^2-h^2$ 代入得

$$V=\pi(l^2-h^2)h$$

求导得 $V'=\pi(-2h^2+(l^2-h^2))=\pi(l^2-3h^2)$

令 $V'=0$ 得 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}l$，并由此解出 $r=\frac{\sqrt{6}}{3}l$. 即当底半径 $r=\frac{\sqrt{6}}{3}l$，高 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}l$ 时，圆柱体的体积最大. ……16 分

试卷代号:2332　　座位号□□

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

高等数学基础　试题

2019年7月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

导数基本公式：

$(c)'=0$

$(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^x)'=a^x\ln a \quad (a>0\text{ 且 }a\neq 1)$

$(\mathrm{e}^x)'=\mathrm{e}^x$

$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$

$(\mathrm{arccot}\, x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

积分基本公式：

$\int 0\,\mathrm{d}x=c$

$\int x^{\alpha}\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c \quad (\alpha\neq -1)$

$\int a^x\,\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+c \quad (a>0\text{ 且 }a\neq 1)$

$\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+c$

$\int \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x=\ln|x|+c$

$\int \sin x\,\mathrm{d}x=-\cos x+c$

$\int \cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x=-\cot x+c$

$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x=\arcsin x+c$

$\int \dfrac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x=\arctan x+c$

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域是(　　).

A. $(0,2)\cup(2,+\infty)$　　B. $(0,1)\cup(1,+\infty)$

C. $(1,+\infty)$　　D. $(1,2)\cup(2,+\infty)$

2. 在下列指定的变化过程中,(　　)是无穷小量.

A. $x\sin\dfrac{1}{x}\quad(x\to\infty)$　　B. $\ln(x+1)\quad(x\to 0)$

C. $\sin\dfrac{1}{x}\quad(x\to\infty)$　　D. $e^{\frac{1}{x}}\quad(x\to+\infty)$

3. 函数 $y=x^2-x-6$ 在区间$(-3,3)$内满足(　　).

A. 单调下降　　B. 先单调下降再单调上升

C. 先单调上升再单调下降　　D. 单调上升

4. 下列等式中正确的是(　　).

A. $3^x dx=\dfrac{d3^x}{\ln 3}$　　B. $\dfrac{dx}{1+x^2}=d(1+x^2)$

C. $\dfrac{dx}{\sqrt{x}}=d\sqrt{x}$　　D. $\ln x dx=d(\dfrac{1}{x})$

5. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}x^2\sin x dx=$(　　).

A. 0　　B. π

C. 1　　D. 2

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-3, & x\leqslant 0\\ e^x+1, & x>0\end{cases}$,则 $f(0)=$________.

7. 若函数 $f(x)=\begin{cases}(1+x)^{\frac{1}{x}}, & x<0\\ x^3+k, & x\geqslant 0\end{cases}$,在 $x=0$ 处连续,则 $k=$________.

8. 曲线 $f(x)=\sqrt{x}+1$ 在(1,2)处的切线斜率是________.

9. 函数 $y=\ln(1+x^2)$ 的单调增加区间是____________.

10. $\int(\sin x)'dx=$________________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,共 44 分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{\sin 5x}$.

12. 设 $y=e^{\sin x}+x^3$,求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}dx$.

14. 计算定积分 $\int_1^e \ln x\,dx$.

得　分	评卷人

四、应用题(16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 62.5cm³ 的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2332

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

（供参考）

2019年7月

一、单项选择题(每小题4分,共20分)

1. D　　2. B　　3. B　　4. A　　5. A

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. -3

7. e

8. $\frac{1}{2}$

9. $(0,+\infty)$

10. $\sin x+c$

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 解:$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{\sin 5x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{\sin 6x}{x}}{\frac{\sin 5x}{x}}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{6}{5}\cdot\frac{\frac{\sin 6x}{6x}}{\frac{\sin 5x}{5x}}=\frac{6}{5}\cdot\frac{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{6x}}{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{5x}}=\frac{6}{5}$　　……11分

12. 解:由微分运算法则和微分基本公式得

$$dy=d(e^{\sin x}+x^3)=d(e^{\sin x})+d(x^3)$$

$$=e^{\sin x}d(\sin x)+3x^2dx$$

$$=(e^{\sin x}\cos x+3x^2)dx$$

……11分

13. 解:由换元积分法得

$$\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = -\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{-x^2} dx = -\int \sin \frac{1}{x} d \frac{1}{x} = \cos \frac{1}{x} + c$$ ……11 分

14. 解:由分部积分法得

$$\int_1^e \ln x dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e x d(\ln x)$$

$$= e - \int_1^e dx = 1$$ ……11 分

四、应用题(16 分)

15. 解:设底边的边长为 x,高为 h,用材料为 y,由已知 $x^2 h = 62.5, h = \frac{62.5}{x^2}$

$$y = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{62.5}{x^2} = x^2 + \frac{250}{x}$$ ……6 分

令 $y' = 2x - \frac{250}{x^2} = 0$,解得 $x = 5$ 是唯一驻点,易知 $x = 5$ 是函数的极小值点,此时有

$h = \frac{62.5}{5^2} = 2.5$,所以当 $x = 5\text{cm}, h = 2.5\text{cm}$ 时用料最省. ………16 分

试卷代号:2332 **座位号**□□

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

高等数学基础 试题

2020年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

导数基本公式:

$(c)'=0$

$(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^{x})'=a^{x}\ln a \quad (a>0 且 a\neq 1)$

$(e^{x})'=e^{x}$

$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$

$(\text{arccot}\, x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

积分基本公式:

$\int 0\,dx=c$

$\int x^{\alpha}dx=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c \quad (\alpha\neq -1)$

$\int a^{x}dx=\dfrac{a^{x}}{\ln a}+c \quad (a>0 且 a\neq 1)$

$\int e^{x}dx=e^{x}+c$

$\int \dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$\int \sin x\,dx=-\cos x+c$

$\int \cos x\,dx=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+c$

$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\arcsin x+c$

$\int \dfrac{1}{1+x^2}dx=\arctan x+c$

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 设函数 $f(x)$ 的定义域为$(-\infty+\infty)$,则函数 $f(x)-f(-x)$的图形关于(　　)对称.

A. $y=x$　　B. x 轴

C. y 轴　　D. 坐标原点

2. 当 $x\to 0$ 时,变量(　　)是无穷小量.

A. $\frac{1}{x}$　　B. $\frac{\sin x}{x}$

C. e^x-1　　D. $\frac{x}{x^2}$

3. 设 $f(x)$在 x_0 可导,则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0-2h)-f(x_0)}{2h}=$(　　).

A. $f'(x_0)$　　B. $2f'(x_0)$

C. $-2f'(x_0)$　　D. $-f'(x_0)$

4. 若 $f(x)$的一个原函数是 $\sin x$,则 $\int f'(x)\mathrm{d}x=$(　　).

A. $\cos x+c$　　B. $-\sin x+c$

C. $\sin x+c$　　D. $-\cos x+c$

5. 已知 $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$,则 $\int \frac{1}{x}f(\ln x)\mathrm{d}x=$(　　).

A. $F(\ln x)$　　B. $F(\ln x)+C$

C. $\frac{1}{x}F(\ln x)+C$　　D. $F(\frac{1}{x})+C$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-3 & x\leqslant 0\\ e^x+1 & x>0\end{cases}$,则 $f(0)=$____________.

7. 函数 $y=\frac{x^2-2x-3}{x-3}$的间断点是____________.

8. 曲线 $f(x)=\sin x$ 在$(\frac{\pi}{2},1)$处的切线斜率是____________.

9. 函数 $y=\ln(1+x^2)$的单调增加区间是____________.

10. $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int \cot x^2\mathrm{d}x=$____________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,共 44 分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2-2x-3}{\sin(x+1)}$.

12. 设 $y=e^{\sin x}+5^x$,求 dy.

13. 计算不定积分 $\int \dfrac{\cos\frac{1}{x}}{x^2}dx$.

14. 计算定积分 $\int_1^e \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 某制罐厂要生产一种体积为 V 的有盖圆柱形容器,问容器的底半径与高各为多少时用料最省?

试卷代号:2332

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

(供参考)

2020年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D　　2. C　　3. D　　4. A　　5. B

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. -3

7. $x=3$

8. 0

9. $(0,+\infty)$

10. $\cot x^2$

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 解:$\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x-3}{\sin(x+1)}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(x-3)}{\sin(x+1)}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x+1}{\sin(x+1)}(x-3)=-4$

………11分

12. 解:由微分运算法则和微分基本公式得

$dy=d(e^{\sin x}+5^x)=d(e^{\sin x})+d(5^x)$

$=e^{\sin x}d(\sin x)+5^x\ln 5dx$

$=(e^{\sin x}\cos x+5^x\ln 5)dx$　………11分

13. 解:由换元积分法得

$\int\dfrac{\cos\frac{1}{x}}{x^2}dx=-\int\cos\dfrac{1}{x}d(\dfrac{1}{x})=-\sin\dfrac{1}{x}+c$　………11分

14. 解:由分部积分法得

$$\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{x}\ln x\Big|_1^e - 2\int_1^e \sqrt{x}\,d(\ln x)$$

$$= 2\sqrt{e} - 2\int_1^e \frac{1}{\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{e} - 4\sqrt{x}\Big|_1^e$$

$$= 4 - 2\sqrt{e}$$ ·········11 分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解:设容器的底半径为 r,高为 h,则其表面积为

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$$

$$S' = 4\pi r - \frac{2V}{r^2}$$

由 $S'=0$,得唯一驻点 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$,此时 $h=\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$,由实际问题可知,当底半径 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ 和高 $h=\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$ 时可使用料最省. ·········16 分

试卷代号:2332　　　　　　　　　　　　　　　　　　　座位号□□

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

高等数学基础　试题

2020年7月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

导数基本公式:

$(c)'=0$

$(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^{x})'=a^{x}\ln a \quad (a>0 且 a\neq 1)$

$(e^{x})'=e^{x}$

$(\log_{a}x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^{2}x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^{2}x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$

$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^{2}}$

$(\text{arccot}\, x)'=-\dfrac{1}{1+x^{2}}$

积分基本公式:

$\int 0\,dx=c$

$\int x^{\alpha}dx=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c \quad (\alpha\neq -1)$

$\int a^{x}dx=\dfrac{a^{x}}{\ln a}+c \quad (a>0 且 a\neq 1)$

$\int e^{x}dx=e^{x}+c$

$\int \dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$\int \sin x\,dx=-\cos x+c$

$\int \cos x\,dx=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^{2}x}dx=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^{2}x}dx=-\cot x+c$

$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}dx=\arcsin x+c$

$\int \dfrac{1}{1+x^{2}}dx=\arctan x+c$

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域是(　　).

A. $(0,2)\cup(2,+\infty)$　　B. $(0,1)\cup(1,+\infty)$

C. $(1,+\infty)$　　D. $(1,2)\cup(2,+\infty)$

2. 当 $x\to 0$ 时,变量(　　)是无穷小量.

A. $\dfrac{1}{x}$　　B. $\dfrac{\sin x}{x}$

C. 2^x　　D. $\ln(x+1)$

3. 函数 $y=x^2-x-6$ 在区间$(-5,5)$内满足(　　).

A. 单调下降　　B. 先单调下降再单调上升

C. 先单调上升再单调下降　　D. 单调上升

4. $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int xf(x^2)\mathrm{d}x=($　　)。

A. $xf(x^2)$　　B. $\dfrac{1}{2}f(x)$

C. $xf(x^2)\mathrm{d}x$　　D. $\dfrac{1}{2}f(x)\mathrm{d}x$

5. 下列无穷限积分收敛的是(　　).

A. $\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$　　B. $\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$

C. $\int_1^{+\infty}\sqrt{x^3}\,\mathrm{d}x$　　D. $\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x$

得分	评卷人

二、填空题(每小题4分,共20分)

6. 函数 $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(x-1)}$ 的定义域是________________.

7. 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1}, & x\neq 1\\ a, & x=1\end{cases}$,若 $f(x)$在$(0,+\infty)$内连续,则 $a=$________________.

8. 曲线 $f(x)=\mathrm{e}^x+1$ 在$(0,2)$处的切线斜率是________________.

9. 函数 $y=(x-1)^2$ 的驻点是________________.

10. $\int(\sin x)'\mathrm{d}x=$________________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,共 44 分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x-3}{\sin(x+1)}$.

12. 设 $y=x^5+\ln^3 x$,求 y'.

13. 计算不定积分 $\int\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}\mathrm{d}x$.

14. 计算定积分 $\int_1^e \ln x\mathrm{d}x$.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为 l,问当底半径与高分别为多少时,圆柱体的体积最大?

试卷代号:2332

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

（供参考）

2020年7月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1.D　　2.D　　3.B　　4.A　　5.C

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $(1,2)\cup(2,3]$

7. 2

8. 1

9. $x=1$

10. $\sin x+c$

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 解:$\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x-3}{\sin(x+1)}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(x-3)}{\sin(x+1)}=-4$ ………11分

12. 解:由导数四则运算法则和复合函数求导法则得

$y'=(x^5+\ln^3 x)'=(x^5)'+(\ln^3 x)'$

$=5x^4+3\ln^2 x(\ln x)'=5x^4+\dfrac{3\ln^2 x}{x}$ ………11分

13. 解:由换元积分法得

$$\int\frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}\mathrm{d}x=-\int\sin\frac{1}{x}\mathrm{d}\left(\frac{1}{x}\right)=-\int\sin u\,\mathrm{d}u=\cos u+c$$

$=\cos\dfrac{1}{x}+c$ ………11分

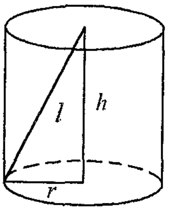
14. 解:由分部积分法得

$\int_1^e \ln x\,\mathrm{d}x=x\ln x\Big|_1^e-\int_1^e x\,\mathrm{d}(\ln x)=e-\int_1^e \mathrm{d}x=1$ ………11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解:如图所示,圆柱体高 h 与底半径 r 满足

$h^2+r^2=l^2$



圆柱体的体积公式为

$V=\pi r^2 h$

将 $r^2=l^2-h^2$ 代入得

$V=\pi(l^2-h^2)h$

求导得

$V'=\pi(-2h^2+(l^2-h^2))=\pi(l^2-3h^2)$

令 $V'=0$ 得 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}l$,并由此解出 $r=\frac{\sqrt{6}}{3}l$. 即当底半径 $r=\frac{\sqrt{6}}{3}l$,高 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}l$ 时,圆柱体的体积最大.

………16 分

试卷代号:2332 **座位号**

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

高等数学基础　试题

2020年9月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

导数基本公式：

$(c)'=0$

$(x^\alpha)'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^x)'=a^x\ln a$　$(a>0$ 且 $a\neq 1)$

$(e^x)'=e^x$

$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$

$(\text{arccot}\, x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

积分基本公式：

$\int 0\,dx=c$

$\int x^\alpha dx=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c$　$(\alpha\neq -1)$

$\int a^x dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+c$　$(a>0$ 且 $a\neq 1)$

$\int e^x dx=e^x+c$

$\int \dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$\int \sin x\,dx=-\cos x+c$

$\int \cos x\,dx=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+c$

$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\arcsin x+c$

$\int \dfrac{1}{1+x^2}dx=\arctan x+c$

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 函数曲线 $y=\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}$ 的图形关于(　　)对称.

A. $y=x$　　B. x 轴

C. y 轴　　D. 坐标原点

2. 若函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin 2x}{x}, & x\neq 0\\ k, & x=0\end{cases}$,在 $x=0$ 处连续,则 $k=$(　　).

A. 1　　B. 2

C. -1　　D. $\frac{1}{2}$

3. 下列函数在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上单调减少的是(　　).

A. $\cos x$　　B. $3-x$

C. x^{2}　　D. 2^{x}

4. 下列等式成立的是(　　).

A. $\frac{d}{dx}\int f(x)dx=f(x)$　　B. $\int f'(x)dx=f(x)$

C. $d\int f(x)dx=f(x)$　　D. $\int df(x)=f(x)$

5. 下列积分计算正确的是(　　).

A. $\int_{-1}^{1}(e^{x}+e^{-x})dx=0$　　B. $\int_{-1}^{1}(e^{x}-e^{-x})dx=0$

C. $\int_{-1}^{1}x^{2}dx=0$　　D. $\int_{-1}^{1}|x|dx=0$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 函数 $y=\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{4-x^{2}}}$ 的定义域是______________.

7. 函数 $f(x)=\begin{cases}x\sin\frac{1}{x}, & x<0\\ x^{2}+1, & x\geq 0\end{cases}$ 的间断点是______________.

8. 若 $f(x)=3^{x}$,则 $f'(3)=$______________.

9. 函数 $f(x)=x^{2}-1$ 的单调减少区间是______________.

10. 若 $\int f(x)dx=\sin x+c$,则 $f'(x)=$______________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-5x+4}$.

12. 设 $y=\cos^3 x-x^2$,求 $\mathrm{d}y$.

13. 计算不定积分 $\int\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

14. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin x\,\mathrm{d}x$.

得　分	评卷人

四、应用题(本题16分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 $32\mathrm{cm}^3$ 的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2332

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

(供参考)

2020年9月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. C　　2. B　　3. B　　4. A　　5. B

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $(-1,2)$

7. $x=0$

8. $27\ln 3$

9. $(-\infty,0)$

10. $-\sin x$

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 解:$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-5x+4}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x+3)(x-1)}{(x-4)(x-1)}=-\dfrac{4}{3}$　　………11分

12. 解:由微分运算法则和微分基本公式得

$$\mathrm{d}y=\mathrm{d}(\cos^3x-x^2)=\mathrm{d}(\cos^3x)-\mathrm{d}(x^2)$$

$$=3\cos^2x\,\mathrm{d}(\cos x)-2x\,\mathrm{d}x$$

$$=-(3\cos^2x\sin x+2x)\mathrm{d}x$$　　………11分

13. 解:由换元积分法得

$$\int\frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=2\int\frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x=2\int\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}\sqrt{x}=2\mathrm{e}^{\sqrt{x}}+c$$　　………11分

14. 解:由分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx = -x\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx$$

$$=0+\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=1$$ ………11 分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解:设底边的边长为 x,高为 h,容器表面积为 y,由已知 $x^2h=32$,$h=\frac{32}{x^2}$

$$y=x^2+4xh=x^2+4x\cdot\frac{32}{x^2}=x^2+\frac{128}{x}$$

令 $y'=2x-\frac{128}{x^2}=0$,解得 $x=4$ 是唯一驻点,易知 $x=4$ 是函数的极小值点,此时

有 $h=\frac{32}{4^2}=2$,所以当 $x=4$,$h=2$ 时用料最省. ………16 分

试卷代号:2332 **座位号**

国家开放大学2020年秋季学期期末统一考试

高等数学基础 试题

2021年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

导数基本公式：

$(c)'=0$

$(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$

$(a^{x})'=a^{x}\ln a \ (a>0 且 a\neq 1)$

$(e^{x})'=e^{x}$

$(\log_{a}x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^{2}x}$

$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^{2}x}$

$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$

$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$

$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^{2}}$

$(\operatorname{arccot} x)'=-\dfrac{1}{1+x^{2}}$

积分基本公式：

$\int 0\,dx=c$

$\int x^{\alpha}dx=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c \ (\alpha\neq -1)$

$\int a^{x}dx=\dfrac{a^{x}}{\ln a}+c \ (a>0 且 a\neq 1)$

$\int e^{x}dx=e^{x}+c$

$\int \dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$\int \sin x\,dx=-\cos x+c$

$\int \cos x\,dx=\sin x+c$

$\int \dfrac{1}{\cos^{2}x}dx=\tan x+c$

$\int \dfrac{1}{\sin^{2}x}dx=-\cot x+c$

$\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}dx=\arcsin x+c$

$\int \dfrac{1}{1+x^{2}}dx=\arctan x+c$

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 设函数 $f(x)$的定义域为$(-\infty,+\infty)$,则函数 $f(x)-f(-x)$的图形关于(　　)对称.

A. $y=x$　　B. x 轴

C. y 轴　　D. 坐标原点

2. 设 $f(x)=e^x$,则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=$(　　).

A. $2e$　　B. e

C. $\dfrac{1}{4}e$　　D. $\dfrac{1}{2}e$

3. 下列等式中正确的是(　　).

A. $d(\cos x)=\sin x dx$　　B. $d(\dfrac{1}{x})=-\dfrac{dx}{x^2}$

C. $d(2^x\ln 2)=2^x dx$　　D. $d(\tan x)=\cot x dx$

4. 若 $f(x)=\sin x$,则 $\int f'(x)dx=$(　　).

A. $\sin x+c$　　B. $\cos x+c$

C. $-\sin x+c$　　D. $-\cos x+c$

5. 下列无穷限积分收敛的是(　　).

A. $\int_0^{+\infty} e^x dx$　　B. $\int_0^{+\infty}\dfrac{1}{x}dx$

C. $\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{x^2}dx$　　D. $\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x}}dx$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\ln(x-2)}+\sqrt{4-x}$ 的定义域是________________.

7. 函数 $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-3}$ 的间断点是________________.

8. 曲线 $f(x)=\sqrt{x+2}$ 在 $x=2$ 处的切线斜率是________________.

9. 函数 $y=(x+1)^2+1$ 的单调减少区间是________________.

10. $\int(\tan x)'dx=$________________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,共 44 分)

11. 计算极限 $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2-2x-3}{\sin(x+1)}$.

12. 设 $y=e^{\sin x}+5^x$,求 dy.

13. 计算不定积分 $\displaystyle\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

14. 计算定积分 $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为 l,问当底半径与高分别为多少时,圆柱体的体积最大?

试卷代号:2332

国家开放大学2020年秋季学期期末统一考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

(供参考)

2021年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D　　2. B　　3. B　　4. A　　5. C

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $(2,-3)\cup(3,4]$

7. $x=3$

8. $\frac{1}{4}$

9. $(-\infty,-1)$

10. $\tan x+c$

三、计算题(每小题11分,共44分)

11. 解:$\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x-3}{\sin(x+1)}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(x-3)}{\sin(x+1)}=-4$ ············11分

12. 解:由微分运算法则和微分基本公式得

$$dy=d(e^{\sin x}+5^x)=d(e^{\sin x})+d(5^x)$$

$$=e^{\sin x}d(\sin x)+5^x\ln 5dx$$

$$=(e^{\sin x}\cos x+5^x\ln 5)dx$$ ············11分

13. 解:由换元积分法得

$$\int\frac{\cos\frac{1}{x}}{x^2}dx=-\int\cos\frac{1}{x}d(\frac{1}{x})=-\sin\frac{1}{x}+c$$ ············11分

14. 解：由分部积分法得

$$\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx=2\sqrt{x}\ln x\Big|_1^e-2\int_1^e\sqrt{x}\,d(\ln x)$$

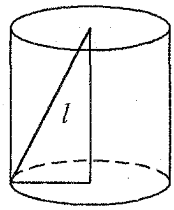
$$=2\sqrt{e}-2\int_1^e\frac{1}{\sqrt{x}}dx=2\sqrt{e}-4\sqrt{x}\Big|_1^e$$

$$=4-2\sqrt{e}$$

…………11 分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解：如图所示，圆柱体高 h 与底半径 r 满足



$h^2+r^2=l^2$

圆柱体的体积公式为

$V=\pi r^2h$

将 $r^2=l^2-h^2$ 代入得

$V=\pi(l^2-h^2)h$

求导得

$V'=\pi(-2h^2+(l^2-h^2))=\pi(l^2-3h^2)$

令 $V'=0$ 得 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}l$，并由此解出 $r=\frac{\sqrt{6}}{3}l$. 即当底半径 $r=\frac{\sqrt{6}}{3}l$，高 $h=\frac{\sqrt{3}}{3}l$ 时，圆柱体的体积最大.

…………16 分