

试卷代号:2437

座位号

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题

2017年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1)} + \sqrt{5-x}$ 的定义域是().
 A. $(-1, 5)$ B. $(-1, 0) \cup (0, 5]$
 C. $(-1, 5]$ D. $(-1, 0) \cup (0, 5)$
- 设 $y = x(x-1)(x-2)(x-3)$, 则 $y'(0) = ($).
 A. 0 B. -1
 C. -2 D. -6
- 若函数 $f(x) = x + \sqrt{x} (x > 0)$, 则 $\int f'(x) dx = ($).
 A. $x + \sqrt{x} + c$ B. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$
 C. $x^2 + x + c$ D. $x^2 + \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + c$
- 下列无穷积分收敛的是().
 A. $\int_0^{+\infty} e^x dx$ B. $\int_{-\infty}^0 e^{-x} dx$
 C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$ D. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$
- 微分方程 $(y'')^3 + 4xy^{(4)} = y^5 \sin x$ 的阶数为().
 A. 5 B. 4
 C. 3 D. 2

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 若 $f(x+2) = x^2 + 4x + 2$, 则 $f(x) =$ _____.
- $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} =$ _____.
- 函数 $y = 3(x-1)^2$ 的单调减少区间是_____.
- $\int_{-1}^1 (5x^3 - 2x + 1) dx =$ _____.
- 微分方程 $y' = y$, 满足条件 $y(0) = 1$ 的解为_____.

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$.

12. 设 $y = x\sqrt{x} + \cos e^x$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为 4m^3 的底为正正方形的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费最低? 最低总费是多少?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2017年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. B 2. D 3. A 4. C 5. B

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 - 2$

7. 1

8. $(-\infty, 1)$

9. 2

10. $y = e^x$

三、计算题(本题共44分,每小题11分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-3}{x+2} = -4$ 11分

12. 解: $y = x^{\frac{3}{2}} + \cos e^x$

$$y' = \frac{3}{2}\sqrt{x} - \sin e^x \cdot e^x \quad 9 \text{分}$$

$$dy = (\frac{3}{2}\sqrt{x} - e^x \sin e^x) dx \quad 11 \text{分}$$

13. 解: $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx = -\int e^{\frac{1}{x}} d(\frac{1}{x}) = -e^{\frac{1}{x}} + c$ 11分

14. 解: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$ 11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设水箱的底边长为 x , 高为 h , 表面积为 S , 则有 $h = \frac{4}{x^2}$

所以 $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x}$,

$$S'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$$

令 $S'(x) = 0$, 得 $x = 2$, 10 分

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当 $x = 2, h = 1$ 时水箱的表面积最小.

此时的费用为 $S(2) \times 10 + 40 = 160$ (元) 16 分

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题

2017年6月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x) = x \cdot \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 的图形是关于()对称的.
 - $y = x$
 - 坐标原点
 - x 轴
 - y 轴
- 当 $x \rightarrow 0$ 时,下列变量中为无穷小量的是()
 - $\frac{\sin x}{x}$
 - 2^x
 - $\ln(1+x)$
 - $\frac{1}{x}$
- 下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调减少的是().
 - $\sin x$
 - e^x
 - x^2
 - $5-x$
- 下列等式成立的是().
 - $3^x dx = \frac{d(3^x)}{\ln 3}$
 - $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$
 - $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = d(\sqrt{x})$
 - $\sin x dx = d(\cos x)$
- 微分方程 $y' = 0$ 的通解为().
 - $y = 0$
 - $y = cx$
 - $y = x + c$
 - $y = c$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 若 $f(x-1) = x^2 - 2x + 2$, 则 $f(x) =$ _____.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} =$ _____.
- 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ _____.
- 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(2x-3) dx =$ _____.
- 微分方程 $xy'' + (y')^4 \cos x = e^{x+y}$ 的阶数为_____.

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$.

12. 设 $y = \ln \cos x + x^3$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

14. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 108 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2017年6月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. B 2. C 3. D 4. A 5. D

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 + 1$

7. $\frac{1}{2}$

8. 1

9. $\frac{1}{2}F(2x-3)+c$

10. 3

三、计算题(本题共44分,每小题11分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+2}{x-1} = -\frac{1}{2}$ 11分

12. 解: $y' = \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) + 3x^2$ 9分

$dy = (3x^2 - \tan x)dx$ 11分

13. 解: $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = 2 \int \sin \sqrt{x} d(\sqrt{x}) = -2 \cos \sqrt{x} + c$ 11分

14. 解: $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e \frac{x^2}{x} dx = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4}$ 11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设长方体底的边长为 x , 高为 h , 用材料为 y , 由已知 $x^2h = 108, h = \frac{108}{x^2}$

$$y = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{108}{x^2} = x^2 + \frac{432}{x}$$

令 $y' = 2x - \frac{432}{x^2} = 0$, 解得 $x = 6$ 是唯一驻点,

$$\text{且 } y'' = 2 + \frac{2 \times 432}{x^3} \Big|_{x=6} > 0,$$

说明 $x = 6$ 是函数的极小值点, 也就是所求的最小值点. 所以当 $x = 6, h = 3$ 时用料最省.

16 分

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题

2018年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 下列函数()为奇函数.
 A. $x^2 \cos x$ B. $\sin x + \cos x$
 C. $x \sin x$ D. $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$
- 当 $k = ()$ 时,函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续.
 A. 0 B. 1
 C. 2 D. -1
- 函数 $y = (x+1)^2$ 在区间 $(-2, 2)$ 是().
 A. 单调增加 B. 单调减少
 C. 先增后减 D. 先减后增
- 若 $\int f(x) dx = x^2 e^{2x} + c$, 则 $f(x) = ()$.
 A. $2x e^{2x} (1+x)$ B. $2x^2 e^{2x}$
 C. $2x e^{2x}$ D. $x e^{2x}$
- 微分方程 $y' = 0$ 的通解为().
 A. $y = 0$ B. $y = cx$
 C. $y = c$ D. $y = x + c$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x-1) = x^2 - 2x + 7$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 曲线 $y = \sqrt{x}$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- $\int e^{-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 微分方程 $(y'')^3 + 4xy^{(4)} = y^6 \sin x$ 的阶数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,本题共 44 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9}$.

12. 设 $y = \cos \sqrt{x} + \ln x$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^1 x e^x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 32 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2018年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D

2. B

3. D

4. A

5. C

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 + 6$

7. $\frac{1}{2}$

8. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

9. $e^{-x^2} dx$

10. 4

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+5)(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{4}{3}$ (11分)

12. 解: $y' = -\sin \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x}$ (9分)

$$dy = \left(\frac{1}{x} - \frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \right) dx$$
 (11分)

13. 解: $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx = -\int \cos \frac{1}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = -\sin \frac{1}{x} + c$ (11分)

14. 解: $\int_0^1 x e^x dx = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$ (11分)

四、应用题(本题 16 分)

15. 解:设底的边长为 x , 高为 h , 用材料为 y , 由已知 $x^2 h = 32, h = \frac{32}{x^2}$, 于是

$$y = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}$$

令 $y' = 2x - \frac{128}{x^2} = 0$, 解得 $x = 4$ 是唯一驻点, 易知 $x = 4$ 是函数的极小值点, 也就是所求

的最小值点, 此时有 $h = \frac{32}{4^2} = 2$, 所以当 $x = 4, h = 2$ 时用料最省. (16 分)

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年春季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题

2018年7月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. 下列各函数对中, () 中的两个函数相等.

A. $f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = x$

B. $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = x$

C. $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2 \ln x$

D. $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x, g(x) = 1$

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量中为无穷小量的是 ().

A. $\frac{1}{x}$

B. 2^x

C. $\ln(1+x)$

D. $\frac{\sin x}{x}$

3. 满足方程 $f'(x) = 0$ 的点一定是函数 $y = f(x)$ 的 ().

A. 驻点

B. 最值点

C. 极值点

D. 间断点

4. 若 $\int f(x) dx = x^2 e^{2x} + c$, 则 $f(x) = ()$.

A. $2x e^{2x} (1+x)$

B. $2x^2 e^{2x}$

C. $2x e^{2x}$

D. $x e^{2x}$

5. 下列微分方程中为可分离变量方程的是 ().

A. $\frac{dy}{dx} = x + y$

B. $\frac{dy}{dx} = x + xy$

C. $\frac{dy}{dx} = xy + \sin x$

D. $\frac{dy}{dx} = (x+y)y$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. 函数 $f(x+2) = x^2 + 4x + 4$, 则 $f(x) =$ _____.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{kx} = 3$, 则 $k =$ _____.

8. 函数 $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$ 的间断点是 _____.

9. $\int d(\cos x^2) =$ _____.

10. 微分方程 $xy''' + (y')^4 \cos x = e^{x+y}$ 的阶数为 _____.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,本题共 44 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9}$.

12. 设 $y = e^{\frac{1}{x}} + \sin x$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 32 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年春季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2018年7月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D 2. C 3. A 4. A 5. B

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. x^2

7. $\frac{2}{3}$

8. $x=1$

9. $\cos x^2 + c$

10. 3

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9}$.

解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-4)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{x+3} = -\frac{1}{6}$ 11分

12. 设 $y = e^{\frac{1}{x}} + \sin x$, 求 dy .

解: $y' = e^{\frac{1}{x}} \left(-\frac{1}{x^2}\right) + \cos x$ 9分

$dy = \left(\cos x - \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}\right) dx$ 11分

13. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

解: $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = - \int \sin \frac{1}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = \cos \frac{1}{x} + c$ 11分

14. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$.

解: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$ 11 分

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 32 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

解:设底的边长为 x ,高为 h ,用材料为 y ,由已知 $x^2 h = 32$, $h = \frac{32}{x^2}$,于是

$$y = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}$$

令 $y' = 2x - \frac{128}{x^2} = 0$,解得 $x = 4$ 是唯一驻点,易知 $x = 4$ 是函数的极小值点,也就是所求

的最小值点,此时有 $h = \frac{32}{4^2} = 2$,所以当 $x = 4, h = 2$ 时用料最省. 16 分

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题

2019年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域是().
 A. $(1, +\infty)$ B. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
 C. $(1, 2) \cup (2, +\infty)$ D. $(0, 2) \cup (2, +\infty)$
- 当 $k = (\quad)$ 时, 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{3}{x} + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续.
 A. 0 B. 1
 C. 2 D. -1
- 下列结论中正确的是().
 A. x_0 是 $f(x)$ 的极值点, 则 x_0 必是 $f(x)$ 的驻点
 B. 使 $f'(x)$ 不存在的点 x_0 一定是 $f(x)$ 的极值点
 C. 若 $f'(x_0) = 0$, 则 x_0 必是 $f(x)$ 的极值点
 D. x_0 是 $f(x)$ 的极值点, 且 $f'(x_0)$ 存在, 则必有 $f'(x_0) = 0$
- 若函数 $f(x) = x + \sqrt{x} (x > 0)$, 则 $\int f'(x) dx = (\quad)$.
 A. $x + \sqrt{x} + c$ B. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$
 C. $x^2 + x + c$ D. $x^2 + \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + c$
- 微分方程 $y' = 0$ 的通解为().
 A. $y = 0$ B. $y = c$
 C. $y = x + c$ D. $y = cx$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x+1) = x^2 + 2x + 7$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 曲线 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线的斜率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- $\int_{-1}^1 (\sin x \cos 2x - x^2) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 微分方程 $xy'' + (y')^4 \cos x = e^{x+y}$ 的阶数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,本题共 44 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$.

12. 设 $y = x\sqrt{x} + \cos 3x$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int x \sin x dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^{\ln 2} e^x (1 + e^x)^2 dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为 4m^3 的底为正方形的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费用最低? 最低总费用是多少?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2019年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. C 2. B 3. D 4. A 5. B

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 + 6$

7. 3

8. $\frac{1}{2}$

9. $-\frac{2}{3}$

10. 2

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$.

解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{x+3} = \frac{1}{6}$ 11分

12. 设 $y = x\sqrt{x} + \cos 3x$, 求 dy .

解: $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - 3\sin 3x$ 9分

$dy = \left(\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - 3\sin 3x\right)dx$ 11分

13. 计算不定积分 $\int x \sin x dx$.

解: $\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + c$ 11分

14. 计算定积分 $\int_0^{\ln 2} e^x (1+e^x)^2 dx$.

$$\text{解: } \int_0^{\ln 2} e^x (1+e^x)^2 dx = \int_0^{\ln 2} (1+e^x)^2 d(1+e^x) = \frac{1}{3} (1+e^x)^3 \Big|_0^{\ln 2} = \frac{19}{3} \quad 11 \text{ 分}$$

四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为 4m^3 的底为正方形的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费用最低? 最低总费用是多少?

解: 设水箱的底边长为 x , 高为 h , 表面积为 S , 且有 $h = \frac{4}{x^2}$

$$\text{所以 } S = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x},$$

$$S' = 2x - \frac{16}{x^2}$$

$$\text{令 } S' = 0, \text{ 得 } x = 2, \quad 10 \text{ 分}$$

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当 $x=2, h=1$ 时水箱的表面积最小.

$$\text{此时的费用为 } S|_{x=2} \times 10 + 40 = 160 (\text{元}) \quad 16 \text{ 分}$$

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

微积分基础 试题

2019年7月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$.

12. 设 $y = e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{x}$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

14. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲用围墙围成面积为 216 平方米的一块矩形的土地,并在正中用一堵墙将其隔成两块,问这块土地的长和宽选取多大尺寸,才能使所用建筑材料最省?

试卷代号:2437

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2019年7月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. B 2. C 3. B 4. A 5. D

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 + 3$

7. 3

8. $\frac{1}{2}$

9. $e^{-x^2} dx$

10. 5

三、计算题(本题共44分,每小题11分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{3}{4}$ 11分

12. 解: $y' = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ 9分

$dy = (\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}) dx$ 11分

13. 解: $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = -\int \sin \frac{1}{x} d(\frac{1}{x}) = \cos \frac{1}{x} + c$ 11分

14. 解: $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x^2 \cdot \frac{1}{x} dx$
 $= \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4}$ 11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设土地一边长为 x , 另一边长为 $\frac{216}{x}$, 共用材料为 y

$$\text{于是 } y = 3x + 2 \frac{216}{x} = 3x + \frac{432}{x}$$

$$y' = 3 - \frac{432}{x^2}$$

令 $y' = 0$ 得唯一驻点 $x = 12$ ($x = -12$ 舍去) 10 分

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当土地一边长为 12, 另一边长为 18 时, 所用材料最省. 16 分

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

微积分基础 试题

2020年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 4x + 3}$.

12. 设 $y = \cos \frac{1}{x} + x^5$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^1 x e^x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为 4m^3 的底为正方的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费用最低? 最低总费用是多少?

试卷代号:2437

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2020年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. C

2. A

3. D

4. A

5. B

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 + 3$

7. 0

8. 2

9. $\frac{1}{3}F(3x-2) + c$

10. $y = ce^{-3x}$

三、计算题(本题共44分,每小题11分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+5)(x-3)}{(x-3)(x-1)} = 4$ 11分

12. 解: $y' = -\sin \frac{1}{x} \cdot (-\frac{1}{x^2}) + 5x^4$ 9分

$dy = (\frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} + 5x^4)dx$ 11分

13. 解: $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = 2 \int \cos \sqrt{x} d(\sqrt{x}) = 2 \sin \sqrt{x} + c$ 11分

14. 解: $\int_0^1 x e^x dx = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$ 11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解:设水箱的底边长为 x , 高为 h , 表面积为 S , 且有 $h = \frac{4}{x^2}$

$$\text{所以 } S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x},$$

$$S'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$$

$$\text{令 } S'(x) = 0, \text{ 得 } x = 2,$$

10 分

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当 $x = 2, h = 1$ 时水箱的表面积最小.

$$\text{此时的费用为 } S(2) \times 10 + 40 = 160(\text{元})$$

16 分

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

微积分基础 试题

2020年7月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 3x + 2}$.

12. 设 $y = \cos x + \ln x^2$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int e^x (1 + e^x)^2 dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 32 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2020年7月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. B

2. D

3. D

4. A

5. C

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 - 2$

7. 6

8. -1

9. -4

10. 3

三、计算题(本题共44分,每小题11分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-4)}{(x-2)(x-1)} = -2$ 11分

12. 解: $y' = -\sin x + \frac{1}{x^2} \cdot 2x$ 9分

$dy = (\frac{2}{x} - \sin x) dx$ 11分

13. 解: $\int e^x (1 + e^x)^2 dx = \int (1 + e^x)^2 d(1 + e^x) = \frac{1}{3} (1 + e^x)^3 + c$ 11分

14. 解: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$
 $= \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$ 11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设底的边长为 x , 高为 h , 用材料为 y , 由已知 $x^2 h = 32, h = \frac{32}{x^2}$, 于是

$$y = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}$$

令 $y' = 2x - \frac{128}{x^2} = 0$, 解得 $x = 4$ 是唯一驻点, 易知 $x = 4$ 是函数的极小值点, 也就是所求的

最小值点, 此时有 $h = \frac{32}{4^2} = 2$, 所以当 $x = 4, h = 2$ 时用料最省.

16 分

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

微积分基础 试题

2020年9月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(C)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = C$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$ 的定义域是().
 A. $(4, +\infty)$ B. $[4, +\infty)$
 C. $(-\infty, 4)$ D. $(-\infty, 4]$
- 设 $y = x \sin x$, 则 $dy = ()$.
 A. $x \cos x dx$ B. $\sin x dx$
 C. $\cos x dx$ D. $(\sin x + x \cos x) dx$
- 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导, 则()是错误的.
 A. x_0 是函数 $f(x)$ 的极值点 B. 函数 $f(x)$ 在 x_0 处有定义
 C. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续 D. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可微
- 若等式 $\int f(x) dx = \frac{x-1}{x+1} + C$ 成立, 则 $f(x) = ()$.
 A. $-\frac{x-1}{(x+1)^2}$ B. $\frac{2}{(x+1)^2}$
 C. $-\frac{2}{(x+1)^2}$ D. $-\frac{1}{x}$
- 下列微分方程中为线性微分方程的是().
 A. $yx - \ln y = y'$ B. $yy' + xy^2 = e^x$
 C. $y' - y \sin x = 2 \sin 2x$ D. $xy' - y = x \tan \frac{x}{y}$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 若 $f(x-1) = x^2 - x$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x} = 2$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $\int_{-\pi}^{\pi} (2 \sin x - x + 1) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 微分方程 $y' = 1$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,本题共 44 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4}$.

12. 设 $y = e^{2x} - \sin(2x + 1)$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\ln x}{x} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^2 x e^x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲用围墙围成面积为 216 平方米的一块矩形的土地,并在正中用一堵墙将其隔成两块,问这块土地的长和宽各选取多大尺寸,才能使所用建筑材料最省?

试卷代号:2437

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2020年9月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. C 2. D 3. A 4. B 5. C

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 + x$

7. 2

8. 1

9. 2π

10. $y = x + C$

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+4}{x-1} = \frac{8}{3}$ 11分

12. 解: $y' = 2e^{2x} - 2\cos(2x+1)$ 9分

$dy = [2e^{2x} - 2\cos(2x+1)]dx$ 11分

13. 解: $\int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x d(\ln x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + C$ 11分

14. 解: $\int_0^2 x e^x dx = x e^x \Big|_0^2 - \int_0^2 e^x dx = 2e^2 - e^x \Big|_0^2 = e^2 + 1$ 11分

四、应用题(本题16分)

15. 解:设土地一边长为 x , 另一边长为 $\frac{216}{x}$, 共用材料为 y

于是 $y = 3x + 2 \frac{216}{x} = 3x + \frac{432}{x}$ 6分

$$y' = 3 - \frac{432}{x^2}$$

令 $y' = 0$ 得唯一驻点 $x = 12$ ($x = -12$ 舍去) 10 分

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当土地一边长为 12, 另一边长为 18 时, 所用材料最省. 16 分

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学2020年秋季学期期末统一考试

微积分基础 试题

2021年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(C)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = C$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分, 本题共 20 分)

1. 下列函数()为奇函数.

A. $x^2 + x$

B. $\sin x \cos x$

C. x^2

D. $x \sin x$

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量中为无穷小量的是().

A. $\frac{1}{x}$

B. $\ln x$

C. x

D. $\frac{\sin x}{x}$

3. 若 x_0 是函数 $f(x)$ 的极值点, 则下列说法正确的是().

A. x_0 是函数 $f(x)$ 的极值大点

B. x_0 是函数 $f(x)$ 的极值小点

C. x_0 是函数 $f(x)$ 的驻点

D. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可能不可导

4. 若函数 $f(x) = x^2 e^x$, 则 $\int f'(x) dx = ()$.

A. $(2x + x^2)e^x + C$

B. $x^2 e^x + C$

C. $2x e^x + C$

D. $x e^x + C$

5. 下列微分方程中为可分离变量方程的是().

A. $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$

B. $\frac{dy}{dx} = x + y$

C. $\frac{dy}{dx} = xy + 1$

D. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分, 本题共 20 分)

6. 若 $f(x+2) = x^2 + 4x - 2$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} kx \sin \frac{1}{x} = 1$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 曲线 $y = x + \sin x$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线斜率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. $d \int \sin x dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 微分方程 $(y'')^2 + 2xy^{(4)} = y \sin x$ 的阶数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x}$.

12. 设 $y = \sin x^2 - \ln \sqrt{x}$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \cos x (1 + \sin x)^3 dx$.

14. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为 4m^3 的底为正方形的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费最低? 最低总费是多少?

试卷代号:2437

国家开放大学2020年秋季学期期末统一考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2021年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. B

2. C

3. D

4. B

5. A

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 - 6$

7. 1

8. 2

9. $\sin x dx$

10. 4

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

$$11. \text{解:原式} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1-x}-1)(\sqrt{1-x}+1)}{x(\sqrt{1-x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(\sqrt{1-x}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{(\sqrt{1-x}+1)} = -\frac{1}{2}$$

11分

$$12. \text{解: } y' = 2x \cos x^2 - \frac{1}{2x}$$

9分

$$dy = (2x \cos x^2 - \frac{1}{2x}) dx$$

11分

$$13. \text{解: } \int \cos x (1 + \sin x)^3 dx = \int (1 + \sin x)^3 d\sin x = \frac{1}{4} (1 + \sin x)^4 + C$$

11分

$$14. \text{解: } \int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e \frac{x^2}{x} dx = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4}$$

11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设水箱的底边长为 x , 高为 h , 表面积为 S , 则有 $h = \frac{4}{x^2}$

$$\text{所以 } S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x}$$

6 分

$$S'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$$

令 $S'(x) = 0$, 得 $x = 2$,

10 分

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当 $x = 2, h = 1$ 时水箱的表面积最小.

此时的费用为 $S(2) \times 10 + 40 = 160$ (元).

16 分

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学2021年春季学期期末统一考试

微积分基础 试题

2021年7月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

附表

导数基本公式:

$$(C)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = C$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

(2437号)微积分基础试题第1页(共6页)

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. 函数 $f(x) = \frac{x}{\ln(x-2)} + \sqrt{5-x}$ 的定义域是().

- A. $(2, +\infty)$ B. $(2, 5]$
C. $(2, 3) \cup (3, 5)$ D. $(2, 3) \cup (3, 5]$

2. 当 $k = ()$ 时, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续.

- A. 0 B. -1
C. 1 D. 2

3. 若 $\int_0^1 (2x+k) dx = 2$, 则 $k = ()$.

- A. 1 B. -1
C. 0 D. $\frac{1}{2}$

4. 函数 $y = x^2 + 4x + 7$ 在区间 $(-5, 5)$ 是().

- A. 单调增加 B. 单调减少
C. 先减后增 D. 先增后减

5. 微分方程 $y' = y, y(0) = 1$ 的特解为().

- A. $y = 0.5x^2$ B. $y = e^{-x}$
C. $y = e^x$ D. $y = e^x + 1$

得分	评卷人

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. 函数 $f(x+1) = x^2 + 2x - 3$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 曲线 $y = x^{-\frac{1}{2}}$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线的斜率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. $\int (\ln x)' dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 微分方程 $(y'')^2 + 4xy''' = y^5 \sin x$ 的阶数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2437号)微积分基础试题第2页(共6页)

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 6}$.

12. 设 $y = e^{\sqrt{x}} + \frac{1}{x}$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^1 2xe^x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲用围墙围成面积为 216 平方米的一块矩形的土地,并在正中用一堵墙将其隔成两块,问这块土地的长和宽各选取多大尺寸,才能使所用建筑材料最省?

试卷代号:2437

国家开放大学2021年春季学期期末统一考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2021年7月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D 2. B 3. A 4. C 5. C

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 - 4$

7. 0

8. $-\frac{1}{2}$

9. $\ln x + C$

10. 三 (或3)

三、计算题(本题共44分,每小题11分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+1)(x-3)}{(x+2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{x+2} = \frac{4}{5}$ 11分

12. 解: $y' = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ 9分

$dy = (\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2})dx$ 11分

13. 解: $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = 2 \int e^{\sqrt{x}} d\sqrt{x} = 2e^{\sqrt{x}} + C$ 11分

14. 解: $\int_0^1 2xe^x dx = 2xe^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx = 2e - 2e + 2 = 2$ 11分

四、应用题(本题16分)

15. 解:设土地一边长为 x , 另一边长为 $\frac{216}{x}$, 共用材料为 y

于是 $y = 3x + 2 \frac{216}{x} = 3x + \frac{432}{x}$ 6分

$$y' = 3 - \frac{432}{x^2}$$

令 $y' = 0$ 得唯一驻点 $x = 12$ ($x = -12$ 舍去) 10分

因为本问题存在最小值,且函数的驻点唯一,所以,当土地一边长为12,另一边长为18时,所用材料最省. 16分