

第1章 函数

第2章 极限与连续

（一）单项选择题（每小题5分，共50分）

（二）判断题（每小题5分，共50分）

---

（一）单项选择题（每小题5分，共50分）

（难度度:中）

2. 下列各函数对中，（ ）中的两个函数相等.

单选题 (5.0 分)（难度度:中）

A.  $f(x)=(\sqrt{x})^2, g(x)=x$

B.  $f(x)=\ln x^3, g(x)=3\ln x$

C.  $f(x)=\sqrt{x^2}, g(x)=x$

D.  $f(x)=x+1, g(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$

正确答案: B

答案解析: 暂无

3. 函数 $y=3\cos x$ 的值域是（ ）.

单选题 (5.0 分)（难度度:中）

A.  $[-3, 3]$

B.  $(-3, 3)$

C.  $[0, 3]$

D.  $(0, 3)$

正确答案: A

答案解析: 暂无

4. 函数 $y=x^2+2x-7$ 在区间  $(-4, 4)$  内满足（ ）.

单选题 (5.0 分)（难度度:中）

A. 先单调下降再单调上升

B. 单调下降

C. 先单调上升再单调下降

D. 单调上升

正确答案: A

答案解析: 暂无

5. 下列函数中为幂函数的是（ ）.

单选题 (5.0 分)（难度度:中）

A.  $y=x+1$

B.

$$y = x^{\sqrt{2}},$$

C.

$$y = 3^x$$

D.

$$y = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases},$$

正确答案: B

答案解析: 暂无

6. 下列函数在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减的是 ( ) .

单选题 (5.0 分) (难度度:中)

A.  $\frac{1}{x}$

B.  $-x^3$

C.  $e^x$

D.  $-\sin x$

正确答案: B

答案解析: 暂无

7. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$ ，则函数 $f(x) - f(-x)$ 的图形关于 ( ) 对称.

单选题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 坐标原点

B. x轴

C. y轴

D. y=x

正确答案: A

答案解析: 暂无

8. 下列函数中为奇函数的是 ( ) .

单选题 (5.0 分) (难度度:中)

A.  $y = x \sin x$

B.  $y = x^2 \cos x$

C.  $y = x + x^3,$

D.  $y = \ln x$

正确答案: C

答案解析: 暂无

9. 下列极限计算不正确的是 ( ) .

单选题 (5.0 分) (难度度:中)

- A.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 + 2} = 1$
- B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1 + x) = 0$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$
- D.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 0$ .

正确答案: D

答案解析: 暂无

10. 当时  $x \rightarrow 0$ , 变量 ( ) 是无穷小量.

单选题 (5.0 分) (难易度:中)

- A.  $\frac{\sin x}{x}$ ,
- B.  $\frac{1}{x}$ ,
- C.  $x \sin \frac{1}{x}$
- D.  $\ln(x + 2)$ .

正确答案: C

答案解析: 暂无

11. 若函数  $f(x)$  在点  $x_0$  满足 ( ), 则  $f(x)$  在点  $x_0$  连续.

单选题 (5.0 分) (难易度:中)

- A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- B.  $f(x)$  在点  $x_0$  的某个邻域内有定义.
- C.  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$
- D.  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ .

正确答案: A

答案解析: 暂无

## (二) 判断题 (每小题5分, 共50分)

(难易度:中)

13. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x + 3} + \ln(1 + x)$  的定义域是  $\{x \mid x > -1 \text{ 或 } x < -3\}$ .

判断题 (5.0 分) (难易度:中)

A. 对

B. 错

正确答案：B

答案解析：暂无

14.

已知函数  $f(x+1) = x^2 + x$ ，则  $f(x) = x^2 - x$  .

判断题 (5.0 分)（难易度:中）

A. 对

B. 错

正确答案：A

答案解析：暂无

15.

设  $y = u^2$ ， $u = x + 1$ ，则  $y = (x + 1)^2$  .

判断题 (5.0 分)（难易度:中）

A. 对

B. 错

正确答案：A

答案解析：暂无

16.

函数  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  的图象关于  $y$  轴对称 .

判断题 (5.0 分)（难易度:中）

A. 对

B. 错

正确答案：A

答案解析：暂无

17.

$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2x})^x = \sqrt{e}$  .

判断题 (5.0 分)（难易度:中）

A. 对

B. 错

正确答案：A

答案解析：暂无

18.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sin x} = 0$  .

判断题 (5.0 分)（难易度:中）

A. 对

B. 错

正确答案：B

答案解析：暂无

19.

若函数  $y = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x > 0 \\ x^2 + b, & x \leq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $b=0$ .

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

- A. 对
- B. 错

正确答案: B

答案解析: 暂无

20.

函数  $y = \begin{cases} x+1, & x > 0 \\ \sin x, & x \leq 0 \end{cases}$  的间断点是  $x=0$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

- A. 对
- B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

21.

函数  $y=4(x-2)^2+3$  的单调增加区间是  $[2, +\infty)$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

- A. 对
- B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

22.

若  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$ , 则当  $x \rightarrow x_0$  时,  $f(x)-1$  为无穷小量.

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

- A. 对
- B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

第3章 导数与微分

第4章 导数的应用

（一）单项选择题（每小题5分，共50分）

（二）判断题（每小题5分，共50分）

---

（一）单项选择题（每小题5分，共50分）

（难度:中）

2.

设  $f(0) = 0$  且极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  存在, 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = ( \quad )$ .

单选题 (5.0 分)（难度:中）

A.

$$f(0)$$

B.

$$f'(x)$$

C.

$$f'(0)$$

D. 0

正确答案: C

答案解析: 暂无

3.

设  $f(x)$  在  $x_0$  可导, 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2h) - f(x_0)}{2h} = ( \quad )$ .

单选题 (5.0 分)（难度:中）

A.

$$-2f'(x_0)$$

B.

$$f'(x_0)$$

C.

$$2f'(x_0)$$

D.

$$-f'(x_0)$$

正确答案: D

答案解析: 暂无

4.

设  $f(x) = e^x$ , 则  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x} = ( \quad )$ .

单选题 (5.0 分)（难度:中）

A. e

B.  $2e$

C.  $\frac{1}{2}e$

D.  $\frac{1}{4}e^4$

正确答案: A

答案解析: 暂无

5. 设  $f(x) = x(x-1)(x-2)\cdots(x-99)$ ，则  $f'(0) = (\quad)$  .

单选题 (5.0 分) (难度:中)

A. 99

B. -99

C. 99!

D. -99!

正确答案: D

答案解析: 暂无

6. 若函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导，则下列结论中错误的是  $(\quad)$  .

单选题 (5.0 分) (难度:中)

A. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处有定义

B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ ，但  $A \neq f(x_0)$

C. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处连续

D. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处可微

正确答案: B

答案解析: 暂无

7. 若函数  $f(x)$  满足条件  $(\quad)$ ，且  $f(a) = f(b)$ ，则存在  $\xi \in (a, b)$ ，使得  $f'(\xi) = 0$  .

单选题 (5.0 分) (难度:中)

A. 在  $(a, b)$  内连续

B. 在  $(a, b)$  内可导

C. 在  $(a, b)$  内连续且可导

D. 在  $[a, b]$  内连续，在  $(a, b)$  内可导

正确答案: D

答案解析: 暂无

8. 下列结论中  $(\quad)$  不正确.

单选题 (5.0 分) (难度:中)

- A.  $f(x)$  在  $x = x_0$  处连续, 则一定在  $x_0$  处可微.
- B.  $f(x)$  在  $x = x_0$  处不连续, 则一定在  $x_0$  处不可导.
- C. 可导函数的极值点一定发生在其驻点上.
- D. 若  $f(x)$  在  $[a, b]$  内恒有  $f'(x) < 0$ , 则  $f(x)$  在  $[a, b]$  内是单调下降的.

正确答案: A

答案解析: 暂无

9. 设  $f(x)$  在  $(a, b)$  内有连续的二阶导数,  $x_0 \in (a, b)$ , 若  $f(x)$  满足 ( ), 则  $f(x)$  在  $x_0$  取到极小值.

单选题 (5.0 分) (难度:中)

- A.  $f'(x_0) > 0, f''(x_0) = 0$
- B.  $f'(x_0) < 0, f''(x_0) = 0$
- C.  $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$
- D.  $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$

正确答案: C

答案解析: 暂无

10. 设  $f(x)$  在  $(a, b)$  内有连续的二阶导数, 且  $f'(x) < 0, f''(x) > 0$ , 则  $f(x)$  在此区间内是 ( ).

单选题 (5.0 分) (难度:中)

- A. 单调减少且是凸的
- B. 单调减少且是凹的
- C. 单调增加且是凸的
- D. 单调增加且是凹的

正确答案: B

答案解析: 暂无

11. 设  $y = x^3 \ln x$ , 则  $dy = ( )$ .

单选题 (5.0 分) (难度:中)

- A.  $(x^2 \ln x + x^2) dx$
- B.  $(3x^2 \ln x + x^2) dx$
- C.  $3x^2 \ln x dx$



D.  $3x^2 \ln x + x^2 \in$

正确答案: B

答案解析: 暂无

(二) 判断题 (每小题5分, 共50分)

(难度度:中)

13. 若函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  内恒有  $f'(x) < 0$ , 则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上的最小值为  $f(b)$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 对

B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

14. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ , 则  $f'(0) = 1$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 对

B. 错

正确答案: B

答案解析: 暂无

15. 若函数  $f(x+3) = x^2 + 6x - 5$ , 则  $f'(x) = 2x - 14$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 对

B. 错

正确答案: B

答案解析: 暂无

16. 曲线  $f(x) = 2^x$  在  $(1, 2)$  处的切线斜率是 0. ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 对

B. 错

正确答案: B

答案解析: 暂无

17. 曲线  $y = \frac{1}{x-1}$  在点  $(2, 1)$  处的切线方程是  $y = -x + 3$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 对

B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

18.

设  $y = \frac{1}{x} + \cos x$ ，则  $y' = -\frac{1}{x^2} + \sin x$ ．（ ）

判断题 (5.0 分)（难易度:中）

A. 对

B. 错

正确答案: B

答案解析: 暂无

19.

设  $y = x^2 \ln x$ ，则  $y'' = 2 \ln x + 2$ ．（ ）

判断题 (5.0 分)（难易度:中）

A. 对

B. 错

正确答案: B

答案解析: 暂无

20.

函数  $f(x) = x^2 - 4x + 7$  的极小值点为  $x = 2$ ．（ ）

判断题 (5.0 分)（难易度:中）

A. 对

B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

21.

若函数  $f(x)$  在点  $x_0$  可导，且  $x_0$  是  $f(x)$  的极值点，则  $f'(x_0) = 0$ ．（ ）

判断题 (5.0 分)（难易度:中）

A. 对

B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

22.

函数  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 14$  的拐点的横坐标是  $x = 2$ ．（ ）

判断题 (5.0 分)（难易度:中）

A. 对

B. 错

正确答案: B

答案解析: 暂无

第5章 不定积分

第6章 定积分及其应用

（一）单项选择题（每小题5分，共50分）

（二）判断题（每小题5分，共50分）

---

（一）单项选择题（每小题5分，共50分）

（难度度:中）

2. 若  $f(x)$  的一个原函数是  $\ln x$ ，则  $f'(x) = ( \quad )$  .

单选题 (5.0 分) （难度度:中）

A.  $\ln x$

B.  $-\frac{1}{x^2}$

C.  $\frac{1}{x}$

D.  $\frac{2}{x^3}$

正确答案: B

答案解析: 暂无

3. 下列等式成立的是 (  $\quad$  ) .

单选题 (5.0 分) （难度度:中）

A.  $\frac{d}{dx} \int 2f(x)dx = 2f(x)$

B.  $\int 2df(x) = 2f(x)$

C.  $d \int 2f(x)dx = 2f(x)$

D.  $\int 2f'(x)dx = 2f(x)$

正确答案: A

答案解析: 暂无

4. 若  $f(x) = \cos x$ ，则  $\int f'(x)dx = ( \quad )$  .

单选题 (5.0 分) （难度度:中）

A.  $\sin x + C$

B.  $\cos x + C$

C.  $-\sin x + C$

D.  $-\cos x + C$

正确答案: B

答案解析: 暂无

5.  $\frac{d}{dx} \int x f(x^3) dx = ( \quad ) .$

单选题 (5.0 分) (难易度:中)

A.  $x f(x^3)$

B.  $x^2 f(x^3)$

C.  $\frac{1}{2} f(x)$

D.  $\frac{1}{2} f(x^3)$

正确答案: A

答案解析: 暂无

6. 若  $\int f(x) dx = F(x) + c$  , 则  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) dx = ( \quad ) .$

单选题 (5.0 分) (难易度:中)

A.  $F(\sqrt{x}) + c$

B.  $2F(\sqrt{x}) + c$

C.  $F(2\sqrt{x}) + c$

D.  $\frac{1}{\sqrt{x}} F(\sqrt{x}) + c$

正确答案: B

答案解析: 暂无

7. 下列无穷限积分收敛的是 ( ) .

单选题 (5.0 分) (难易度:中)

A.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$

B.  $\int_0^{+\infty} e^x dx$

C.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

D.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} \mathrm{d}x$ ,

正确答案: D

答案解析: 暂无

8. 若  $\int xf(x)\mathrm{d}x = x^3 - 7x^2 + C$  , 则  $f(x) = ( \quad )$  .

单选题 (5.0 分) (难度度:中)

- A.  $3x - 14$
- B.  $3x^2 - 14x$ ,
- C.  $6x - 14$
- D.  $x^2 - 7x$ .

正确答案: A

答案解析: 暂无

9. 在斜率为的2x积分曲线族中，通过点（1,4）的曲线方程为（ ）.

单选题 (5.0 分) (难度度:中)

- A.  $y = x^2 + 3$
- B.  $y = x^2 + 4$ ,
- C.  $y = 2x + 2$
- D.  $y = 4x$ .

正确答案: A

答案解析: 暂无

10.  $\int_0^1 xe^x \mathrm{d}x = ( \quad )$  .

单选题 (5.0 分) (难度度:中)

- A. 0
- B. 1
- C. e
- D. 1+e

正确答案: B

答案解析: 暂无

11.  $\int_0^{\pi} x \sin \frac{x}{2} \mathrm{d}x = ( \quad )$  .

单选题 (5.0 分) (难度度:中)

- A. 0

B. 1

C. -1

D. 4

正确答案: D

答案解析: 暂无

(二) 判断题 (每小题5分, 共50分)

(难度度:中)

13. 若  $\int f(x)dx = \sin x + C$ , 则  $f(x) = \cos x$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 对

B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

14. 若函数  $F(x)$  与  $G(x)$  是同一函数的原函数, 则  $F(x) - G(x)$  的导数为 0. ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 对

B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

15.  $d\int e^{x^2} dx = e^{x^2} dx$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 对

B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

16. 若  $\int f(x)dx = \cos 3x + c$ , 则  $f'(x) = -9\cos 3x$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 对

B. 错

正确答案: A

答案解析: 暂无

17.  $\int_{-3}^3 (\sin^7 x + \frac{1}{2}) dx = 6$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难度度:中)

A. 对

B. 错

正确答案： B

答案解析： 暂无

18.  $\int_0^{+\infty} \cos x dx$  收敛. ( )

判断题 (5.0 分) (难易度:中)

A. 对

B. 错

正确答案： B

答案解析： 暂无

19. 若  $\int_{-\infty}^0 e^{ax} dx = \frac{1}{2}$ , 则  $a = -2$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难易度:中)

A. 对

B. 错

正确答案： B

答案解析： 暂无

20. 无穷积分  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx$  当  $p > 1$  时是发散的. ( )

判断题 (5.0 分) (难易度:中)

A. 对

B. 错

正确答案： B

答案解析： 暂无

21.  $\frac{d}{dx} \int_1^e x \ln(x^2 + 1) dx = 0$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难易度:中)

A. 对

B. 错

正确答案： A

答案解析： 暂无

22.  $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = \cos \frac{1}{x} + C$ . ( )

判断题 (5.0 分) (难易度:中)

A. 对

B. 错

正确答案： A

答案解析： 暂无

高等数学基础·形考任务四（占形考总分的20%）

（一）计算题（每小题5分，共40分）

（难度度:中）

2. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{2x}$ .

简答题 (5.0 分)（难度度:中）

试题1答案: ↵

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2 \cos x} = \frac{1}{2}$$

答案解释： 暂无

3. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2-5x+6}$ .

简答题 (5.0 分)（难度度:中）

答案: 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2-5x+6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-2} = 1$$

答案解释： 暂无

4. 设 $y = 2^x - \sin x^2$ ，求 $y'$ .

简答题 (5.0 分)（难度度:中）

答案: 
$$y' = 2 \times \ln 2 - 2x \cos x^2$$

答案解释： 暂无

5. 设 $y = \sin 3x + \ln^2 x$ ，求 $y'$ .

简答题 (5.0 分)（难度度:中）

答案: 
$$y' = 3 \cos 3x + \frac{2 \ln x}{x}$$

答案解释： 暂无

6. 计算不定积分 $\int \frac{1}{x \ln x} dx$ .

简答题 (5.0 分)（难度度:中）

答案: 
$$\int \frac{1}{x \ln x} dx = \int \frac{1}{\ln x} d(\ln x) = \ln(\ln x) + c$$

答案:

答案解释： 暂无



7. 计算不定积分  $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$

简答题 (5.0 分) (难易度:中)

答案:

$$\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = -\int \sin \frac{1}{x} d\frac{1}{x} = \cos \frac{1}{x} + C$$

答案解释: 暂无

8. 计算定积分  $\int_0^1 5xe^x dx$ .

简答题 (5.0 分) (难易度:中)

答案:

$$\int_0^1 5xe^x dx = 5xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x d5x = 5e - (5e - 5) = 5$$

答案解释: 暂无

9. 计算定积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ .

简答题 (5.0 分) (难易度:中)

答案:

$$\int_0^{\pi} x \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \frac{\pi}{2} - \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$$

答案解释: 暂无

(二) 应用题（每小题20分，共60分）

(难易度:中)

11. 某制罐厂要生产一种体积为v的有盖圆柱形容器，问容器的底面半径与高各为多少时用料最省？

简答题 (20.0 分) (难易度:中)

解：设容器的底半径为r, 高为h, 则其表面积为

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$$
$$S' = 4\pi r - \frac{2V}{r^2}$$

点  $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

由  $S' = 0$ , 得唯一驻点  $r = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$  由实际问题可知, 当  $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$  时可使用料最省, 此时  $h = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$  即当容器的底半径与高分别为  $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$  与  $\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$  时, 用料最省。

答案解释: 暂无

12. 用钢板焊接一个容积为62.5cm<sup>3</sup>的底部为正方形的水箱（无盖），问水箱的尺寸如何选择，可使水箱的表面积最小？

简答题 (20.0 分) (难易度:中)

解设水箱的底边长为X, 高为h, 表面积为S, 且有  $\frac{62.5}{x^2}$  所以

$$S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{250}{x}$$
$$S'(x) = 2x - \frac{250}{x^2}$$

令  $S'(x) = 0$ , 得  $x = 5$ , 因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当  $x = 5$ ,  $h = 2.5$  时水箱的表面积最小

答案解释: 暂无

13. 圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为l，问当底半径与高分别为多少时，圆柱体的体积最大？

简答题 (20.0 分) (难易度:中)

解： 如图所示，圆柱体高h与底半径r满足

$$h^2+r^2=I^2 \leftarrow$$

圆柱体的体积公式为 $\leftarrow$

$$V=\pi r^2 h e$$

将 $r^2=I^2-h^2$  代入得

$$V=\pi \left(I^2-h^2\right) h e$$

求导得

$$V'=\pi \left(-2 h^2+\left(I^2-h^2\right)\right)=\pi \left(I^2-3 h^2\right) \leftarrow$$

令  $V' = 0$

得  $h = \frac{\sqrt{3}}{3} I$

$r = \frac{\sqrt{6}}{3} I$

并由此解出

$r = \frac{\sqrt{6}}{3} I$ , 高  $h = \frac{\sqrt{3}}{3} I$

时，圆柱 $\leftarrow$

