

记 $\{V_i\} = \{(0,0), (0,1), (3,1), (3,0), (5,1), (5,0)\}$

距离矩阵

$$D_0 = \begin{matrix} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 \\ V_1 & 0 & 1 & \sqrt{10} & 3 & \sqrt{26} & 5 \\ V_2 & & 0 & 3 & \sqrt{10} & 5 & \sqrt{26} \\ V_3 & & & 0 & 1 & 2 & \sqrt{5} \\ V_4 & & & & 0 & \sqrt{5} & 2 \\ V_5 & & & & & 0 & 1 \\ V_6 & & & & & & 0 \end{matrix}$$

给出上三角部分，
由于矩阵为实对称

DBSCAN结果:

$(0,0), (0,1)$ 一类 即 $\{V_1, V_2\}$
 $(3,1), (3,0)$ 一类 即 $\{V_3, V_4\}$
 $(5,1), (5,0)$ 一类 即 $\{V_5, V_6\}$

AGNES结果:

每次选择最近的. 一个可能的合并序列是

- ① $(0,0)$ 与 $(0,1)$ 合并为一簇 即 $\{V_1, V_2\}$
 - ② $(3,1)$ 与 $(3,0)$ 合 即 $\{V_3, V_4\}$
 - ③ $(5,1)$ 与 $(5,0)$ 合. 即 $\{V_5, V_6\}$
- 至此 3类, 结束

KMeans结果:

初始中心 $(0,0), (0,1), (3,1) = \{u_1, u_2, u_3\}$

根据 D_0 易见 V_1, V_2, V_3 分别归于 u_1, u_2, u_3

V_4 归于 u_3 . V_5 归于 V_3 V_6 归于 V_3 .

至此 3类: $\{V_1\}, \{V_2\}, \{V_3, V_4, V_5, V_6\}$

轮廓系数计算:

DBSCAN.

以计算 (0,0) 的轮廓系数为例:

$$a_1 = \text{avg}(d_{12}) = d_{12} = 1$$

$$b_1 = \min \{ \text{avg}(a_{13}, a_{14}), \text{avg}(a_{15}, a_{16}) \}$$

$$= \min \left\{ \frac{3+\sqrt{10}}{2}, \frac{\sqrt{26}+5}{2} \right\}$$

$$= \frac{3+\sqrt{10}}{2}$$

$$S_1 = \frac{b_1 - a_1}{\max\{a_1, b_1\}} = \frac{\frac{3+\sqrt{10}}{2} - 1}{\frac{3+\sqrt{10}}{2}} \approx 0.675$$

同理求得 S_2 至 S_6 . 求得 $S = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 S_i \approx 0.577$.

AGNES 聚类结果同 DBSCAN. 因此 $S = 0.577$

KMeans:

对于 V_1, V_2 由于 $|\{V_1\}| = |\{V_2\}| = 1$ 故 $S_1 = S_2 = 0$

对于 $V_3 \cup V_6$, 以 V_3 为例.

$$a_3 = \text{avg}(d_{34}, d_{35}, d_{36}) = \frac{3+\sqrt{5}}{3}$$

$$b_3 = \min \{ \text{avg}(d_{13}), \text{avg}(d_{23}) \}$$

$$= \min \{ 3, \sqrt{10} \}$$

$$= 3.$$

$$S_3 = \frac{3 - \frac{3+\sqrt{5}}{3}}{3} \approx 0.42$$

同理求得 S_4, S_5, S_6 . 并给出 $S = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 S_i \approx 0.36$.